

# これまでの研究成果のまとめ 齋藤 洋介

筆者は、共形場理論に関する数学のうち、特に楕円関数が現れる分野について研究している。特に、楕円 Ruijsenaars 系を楕円 Ding-Iohara-Miki 代数という楕円量子群の表現論の立場から理解することを目指している。

Ruijsenaars は、Calogero-Moser 系という量子多体系のある  $q$ -変形として Ruijsenaars 系を導入した。これには、ハミルトニアン の形に応じて有理、三角、楕円の 3 つのタイプがある。このうち、三角 Ruijsenaars 系の固有関数については、Macdonald 対称多項式の存在によってよく理解されている。また、2000 年代には、Macdonald 作用素 (本質的に三角 Ruijsenaars 系のハミルトニアン) の自由場表示から Ding-Iohara-Miki 代数と呼ばれる量子群の表現が得られることが理解されていた。このように、三角 Ruijsenaars 系は Ding-Iohara-Miki 代数という量子群と関係を持っている。

それでは、楕円 Ruijsenaars 系についてはどうであろうか、すなわち、この量子多体系と関係を持つ何らかの楕円量子群は存在するだろうかと筆者は考えた。三角関数的な場合を思い起こすと、Macdonald 作用素の自由場表示から Ding-Iohara-Miki 代数の表現が得られたので、楕円関数的な場合には楕円 Ruijsenaars 系のハミルトニアン (以下、楕円 Ruijsenaars 作用素と呼ぶ) の自由場表示が存在するかどうか鍵となる。これは、Ruijsenaars や小森-野海-白石によって発見されていた楕円 Ruijsenaars 作用素の kernel function と呼ばれる関数に注目することで実現可能であることが 2013 年に筆者によって示された。その結果、Ding-Iohara-Miki 代数の楕円関数化である楕円 Ding-Iohara-Miki 代数が得られた。近年、分配関数が楕円関数によって表される理論がゲージ理論や位相的弦理論の分野で研究されているが、こういった物理の話題と楕円 Ding-Iohara-Miki 代数の表現論が関係することが期待される。