

これまでの研究成果のまとめ

修士論文では、指数演算子高次分解の分解のパラメータの満たす方程式を求めるための一般論を、自由 Lie 代数の基底と一対一に対応する Lyndon word を用いて与えた [1]¹.

博士課程では、解析的ベータ仮説法 (BA) と可解模型の転送行列の満たす関数方程式である T-system の研究を行った。先ず D 型の T-system の解 [2] と (T-system を拡張することによって得られる) 離散アフィン戸田場方程式の解 [3] を求めた。次にスーパー代数に付随する模型に対する BA の適用法を開発し [4-8], [8] で提案した T-system を用いて (可積分量子スピン鎖の有限温度自由エネルギーを与える) TBA 方程式を導出した [9-11,15].

ベータ仮説の完全性の議論に由来するフェルミ型公式や Q-system について研究した [12-14]. また T-system のカソラチ行列式解を与えた [16]. これらは数学 (特に量子アフィン代数の表現論) の発展に、物理学的な観点から寄与するものである。

TBA 方程式は可積分量子スピン鎖の有限温度自由エネルギーを与える、無限個の変数からなる非線型積分方程式である。そこでランクが一般の代数に付随する TBA 方程式と等価なランク個数しか変数を含まない積分方程式を系統的に導出した [17,18,20,21,23]. この方程式をスピラダー系の熱力学の計算に応用した結果は、物性物理学の実験結果とも良く一致することが判明した [19,25].

可解模型の相関関数を計算することは難しい問題であるが、特に XXX 模型の相関関数の高温展開を評価することに成功した [22,24].

$U_q(\hat{sl}(2|1))$ に対する Baxter Q 演算子を、 q -oscillator 代数の無限次元表現を用いて、格子模型と CFT の両方に適用可能な形式として構成した [26]. 更に $U_q(\hat{gl}(M|N))$ に対する T-system の、Baxter Q 演算子に関するロンスキアン型の解を求めた [27]. 特に、Baxter Q 演算子が 2^{N+M} 種類存在しうることを初めて提案した。[27] で提案した計算技術や概念を応用し、AdS/CFT 対応に関連して提案された T-system や Q-system の解を与えた [28,29,31].

群上の微分を用いる Baxter Q 演算子の新しい構成法を提案し、従来のベータ仮説を用いずにベータ方程式を導出した [30]. 更にタウ関数に相当する転送行列の母関数 (Master T-operator) を提案した [32,33]. Baxter Q 演算子や T 演算子の満たす広田型の双線形恒等式はこの母関数から系統的に導出される。

普遍 R 行列の性質を用いて $U_q(\hat{sl}(2))$ の Verma 加群に対する L 演算子の (Baxter Q 演算子に対する L 演算子に関する) 因子化公式を証明した [34].

$U_q(\hat{gl}(M|N))$ の漸近表現について考察し、Baxter Q 演算子に関する Yang-Baxter 方程式の q -oscillator 代数を用いた解 (L 演算子) を求めた [35].

AdS/CFT 対応に関連して考案された Beisert の S-行列の (自由フェルミオン模型に関する R 行列に関する) 分解公式を提案した [37].

[32] の結果を $gl(N|M)$ の場合について拡張した [36]. Master T-operator の零点が Ruijsenaars-Schneider 模型の運動方程式によって記述されることを示した。また、超対称スピン鎖の Hamiltonian の固有値を与える代数方程式を提案した。

Augmented q -Onsager 代数の繋絡関係式を解き、反射方程式の解を与える ($U_q(sl(2))$ の Cartan 部分代数の元による) 一般的な K -演算子を求めた [39]. また、この代数の Verma 加群における漸近表現を考え、境界模型の Baxter Q 演算子を構成するために必要な K -演算子を与えた。更に、[39] で提案した K -演算子の $U_q(\hat{gl}(N))$ の場合への一般化を行った [40]. Augmented q -Onsager 代数の higher rank 版は知られていないので、反射方程式から K -演算子の繋絡関係式を導き、対称テンソル表現 (とその無限次元版) の場合に成り立つ代数の関係式を提案した。

$U_q(gl(n))$ の普遍 R 行列の像として与えられる L 演算子から構成された行列に関する準 Plücker 座標の積として、集合論的 (量子) Yang-Baxter 方程式の解を与えた [38]. 更に準古典極限をとり (古典) Yang-Baxter map の新しい行列式表示を与えた。

¹ 「研究業績リスト」の番号を参照してください。