

これまでの研究成果のまとめ

氏名 塚田 大史

レヴィ過程に対する局所時間を研究し、(狭義)安定過程に対しては伊藤解析の手法を用い、レヴィ過程に対してはポテンシャル論の手法を用いて田中の公式と呼ばれる局所時間の表現を構成した。さらにレヴィ過程により駆動される確率微分方程式の解の道ごとの一意性に対する係数のヘルダー条件を研究した。

■レヴィ過程に対する局所時間と田中の公式

局所時間とは一次元確率過程のあるレベルにおける滞在時間を表す量であり、ブラウン運動に対して田中の公式と呼ばれる表現が知られている。この田中の公式は、ブラウン運動に対する局所時間がドゥーブ-メイヤー分解、すなわち局所時間が劣マルチンゲールとマルチンゲールの差によって与えられる増加過程であることを表している。そこで、このドゥーブ-メイヤー分解に注目し、レヴィ過程に対し田中の公式を構成した。

安定過程に対し、局所時間の定義から滞在密度公式と呼ばれる表現に注目し、伊藤解析の手法を用いることにより田中の公式の構成を行った。まずフーリエ解析により安定過程の生成作用素の基本解を得ることができ、そして伊藤の公式を適用し、安定過程に対する田中の公式を構成することに成功した。また安定過程のモーメント評価により、この田中の公式のマルチンゲール部分は明示でき、さらに自乗可積分であることを確認した。

安定過程に対しては伊藤解析とフーリエ解析を用いて構成したが、一般のレヴィ過程に対しては基本解を与えることが困難であった。そこで、Blumenthal-Gettoor (1964) のマルコフ過程に対するポテンシャル論の手法により、レヴィ過程に対し田中の公式を構成した。この構成における重要な点は、修正0レゾルベントと呼ばれるレゾルベント密度の収束法である。矢野 (2013) では非対称なレヴィ過程に対する修正0レゾルベントの存在に対する十分条件を与えているが、安定過程を少し緩めた形であり、また確かめるのが困難である条件であった。そこで、フーリエ変換により、一般のレヴィ過程に対する修正0レゾルベントの存在に対する十分条件について考察した。この結果は、矢野の結果をより一般化したものであり、安定過程のみならず、大きいジャンプを切断された安定過程や数理ファイナンスでよく用いられているCGMY過程、正もしくは負のみのジャンプを持つレヴィ過程といった重要な例を確認できた。

■レヴィ過程により駆動される確率微分方程式

安定過程や切断された安定過程、CGMY過程、相対論的安定過程などを含むレヴィ過程のクラスを考え、ブラウン運動とそのレヴィ過程により駆動され、それぞれに拡散係数とジャンプ係数、ドリフト係数を持つ確率微分方程式の解の一意性について研究を行った。このとき、グロンウォールの不等式に基づいた手法により、解の道ごとの一意性が成り立つそれぞれの係数の単調性条件とヘルダー条件を与えることに成功した。