研究計画

(1) (**GKM 多様体上の同変 Morse 理論**)

GKM 多様体上の不変 Morse 函数の存在問題に関する研究を続ける.

ある表現 V が別の表現 W に同変的に埋め込まれているとする (埋め込みは線型でなくてもよい). このとき, W 上の不変函数の族 $\{\Phi_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ であって, 各制限 $\Phi_\lambda|_V$ が $\mathrm{Cr}(\Phi_\lambda|_V) = \{0_V\}$ をみたすようなものが構成できるかどうかを調べる.

もしそのような不変函数の族が存在すれば, この族と研究成果で述べた結果を用いることで GKM 多様体上の不変 Morse 函数が構成できると思われる.

(2) (グラフ同変コホモロジーの自由性)

Franz-Puppe により, 安定加群が連結で同変コホモロジー $H_T^*(X,\mathbb{Z})$ が多項式環 $H^*(BT,\mathbb{Z})$ 上自由であれば, 整同変コホモロジーに対する Goresky-kottwitz-MacPherson の局所化定理が成立することが知られている. この事実の組み合わせ版として, GKM グラフ $\mathcal{G}$ のグラフ同変コホモロジー $H_T^*(\mathcal{G})$ が多項式環上の自由加群になるかどうかを考えたい. Guillemin-Zara はこの問題をグラフ同変コホモロジーの導入時から考察しているが, 満足のいく解決は現時点では知られていない (ある Morse 理論的な仮定の下では自由になることが知られている). 巴系の理論の観点からこの問題を考察する.

(3) (**GKM 代数多様体の構成**)

この研究計画は GKM 理論における分類理論を発展させることを目的としている. GKM 代数多様体はトーリック多様体の広大な一般化であるが, 分類論が未だに知られていない. この研究計画はまた, GKM 代数多様体のコホモロジー剛性問題にも動機づけられている.