今後の研究計画

吉脇　理雄

(I) 有限 Cohen-Macaulay 型の Iwanaga-Gorenstein 多元環に関する研究.

自己入射次元が左右とも有限で等しい値をとる多元環を Iwanaga-Gorenstein(=IG) という．IG 多元環は可換 Gorenstein 環と自己入射多元環の共通の一般化であり，多くの研究者によって研究されてきた対象であるが，その表現論については分かっていないことが多い．IG 多元環の重要な性質として，Cohen-Macaulay(=CM) 加群という特別な加群のクラスが Frobenius 圏をなし，その安定圏が三角圏をなすことがあげられる．IG 多元環のうち，直既約 CM 加群が同型を除いて有限個しか存在しないものを有限 CM 型という．本研究計画の主目的は，IG 多元環の中でも最も基本的な有限 CM 型であるものの構成と分類である．これは自己入射多元環の場合の Tachikawa, Riedtmann らの理論の一般化とみなされる．以下，自己入射次元は高々 1 とする．

(I)-1 有限 CM 型の IG 多元環の構成：

A を Dynkin 型の遺伝多元環とし，C を A-A-両側加群とする．第一に，A と C から得られる反復多元環 $R(A,C)$ をある群 G で割った軌道多元環 $R(A,C)/G$ として，有限 CM 型 IG 多元環は得られるかということを調べたい．$C = D(A)$（D は基礎体による双対）で G が中山自己同型で生成される巡回群のとき，$A \ltimes C = R(A,C)/G$ は自明拡大多元環で自己入射多元環である．ここで $D(A)$ は入射余生成子であり，入射余生成子の一般化として自然に余傾加群が考えられるため，C としては自己準同型多元環も A となる A 上の余傾加群を考えることとする．

(I)-2 有限 CM 型 IG 多元環上の CM 加群圏の AR クイバーの分類：

自己入射多元環においては自動的に成り立つある仮定を考える．その仮定の下で，自己入射多元環の場合と全く同様に有限 CM 型 IG 多元環上の CM 加群圏の AR クイバーは，Dynkin diagram Δ と $\mathbb{Z}\Delta$ の頂点集合 $\mathcal{C}$(配置)，$\mathbb{Z}\Delta$ の自己同型群 $H(H\Delta = \Delta)$ から定まる並進クイバー $(\mathbb{Z}\Delta)_{\mathcal{C}}/H$ で与えられることがいえる．このとき問題は配置 $\mathcal{C}$ を組み合わせ論的に特徴づけることとなる．第二に，自己入射多元環の場合を念頭にこの問題を考えることとしたい．

(I)-3 有限 CM 型 IG 多元環の分類：

第三に，主に standard（直既約 CM 加群のなす圏が CM 加群圏の AR クイバーの mesh category と同値）の場合について，**(I)-2** で分類した AR クイバーから実際に多元環を計算し，**(I)-1** の方法で得られるものが全てかどうかを考察したい．それ以外のものがあれば，それを含むようなより一般的な構成を考えることとする．

(II) 位相的データ解析 (TDA) への応用に関する研究.

現在、理化学研究所革新知能統合研究センターのトポロジカルデータ解析チーム（チームリーダー：平岡 裕章）に所属している．近年，データの「形」を理解するためにパーシステントホモロジーを用いた TDA はポピュラーとなっている．パーシステントホモロジーは空間の 1 パラメータ増大族における，穴といったトポロジカルな特徴の持続性を研究するために使われる．これらの特徴はパーシステンス図という端的な表現子に要約され，パーシステンス図は 1 次元パーシステンス加群（＝パーシステントホモロジー）が「区間」に分解可能であることから得られる．この 1 パラメータ族に着目するということが今の理論の限界といえる．マルチパラメータデータに対して，パーシステンスの考えを適用するような実践的な道具が必要とされているにもかかわらず，多次元パーシステンス加群は実践的に取り扱いが難しいことが知られている．そこで，多次元パーシステンス加群に関する表現論の課題に取り組みたい．

(II)-1：第 4 に，多次元パーシステンス加群に関する我々の結果 [10] のさらなる研究を行いたい．

(II)-2：第 5 に，1 次元パーシステンス加群を用いた位相的データ解析の土台の一つである「安定性定理」の代数的一般化について取り組む予定である．最終目的は多次元パーシステンス加群に対する「安定性定理」への拡張である。