

## 今後の研究計画

濱本直樹

論文 [1] で示された結果の拡張として、ソレノイダル場に対する Hardy-Leray 不等式の最良定数が一般の次元において何ら対称性を課すことなく計算可能であることは既に確認しており、その内容を投稿に向けて論文執筆中である。さらなる発展については、以下の未解決問題が考えられる。

- これまでの研究では、Hardy-Leray 不等式の両辺の差を評価する補正項については何も言及していなかった。今後はそのような事柄についても立ち入って、等号成立に関する有力な情報を与える補正項が含まれた改良型 Hardy-Leray 不等式を得ることを計画している。
- Hardy 不等式と Rellich 不等式の間接型の不等式が Tertikas-Zographopoulos によって示されたが、渦無しもしくはソレノイダル条件に対する最良定数の改良が可能であると考えられるため、その計算及び導出を計画している。
- これまでの研究で扱ってきた Hardy-Leray 不等式は  $L^2$  型のみであったが、 $p \neq 2$  に対する  $L^p$  型の最良 Hardy-Leray 不等式についても、渦無しもしくはソレノイダル条件による最良定数の改良が考えられる。 $p \neq 2$  の場合は従来の球面調和関数展開による方法が全く通用しないため、最良定数の計算は非常に難しいが、再配列理論の軸対称版を構築することから始めるアプローチを模索中である。
- これまでの研究では全空間上でのベクトル場を扱ってきたが、半空間上のベクトル場についても、トレース補正項付き Hardy-Leray 不等式が Kato の不等式として知られている。この不等式のテストベクトル場に渦無しもしくはソレノイダル条件を課せば最良定数がどのように変更されるのかを検討していきたい。
- 不確定性不等式は量子力学で有名であり最良定数も知られている。この不等式は Hardy-Leray 不等式に似ているが、ソレノイダル条件による改良については知られておらず、興味深い問題である。

上記の問題とは異なる方向への研究として、J. Leray が扱った Hardy 不等式の Navier-Stokes 方程式論への応用についても視野に入れている。ソレノイダル条件による不等式の改良によって弱解の存在を導いた Leray の方程式論について、何らかの新展開が得られる可能性に興味がある。