今後の研究計画 (岩井雅崇)

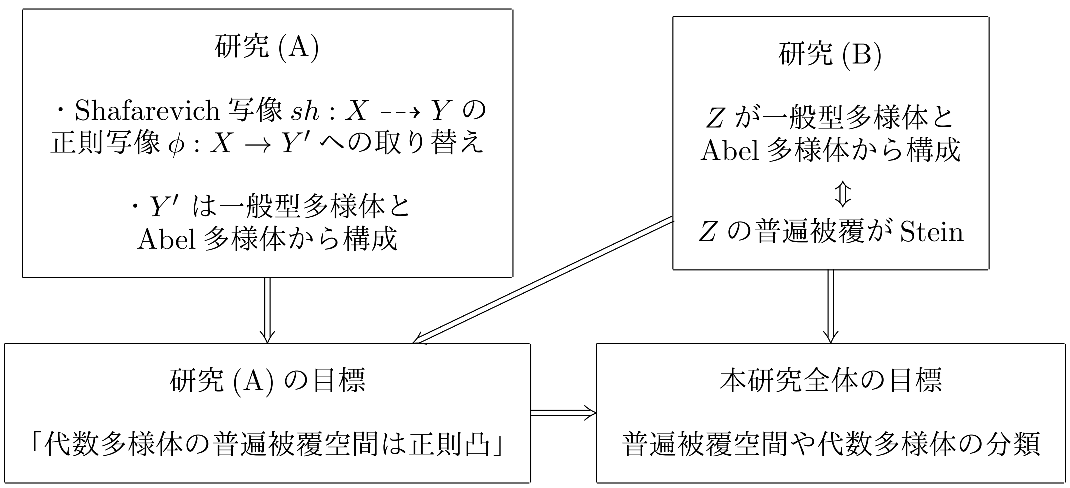
前研究から代数多様体の構造は被覆空間を見ると単純な構造をしていると期待できる．今後の研究においては，新しい取り組みとして，**普遍被覆空間を用いた代数多様体の分類のアプローチ**をしていく．複素 1 次元代数多様体は双正則同値を除いても無限個存在するのに対して，その普遍被覆空間は $\mathbb{CP}^1$, $\mathbb{C}^1$, $\mathbb{C}^1$ 上の単位球の 3 種類に限られる．高次元の場合でも，普遍被覆空間は非常に単純な構造をしていて分類がしやすいと期待できる．また複素解析を用いることで，普遍被覆空間は元の代数多様体と密接に関連していることがわかっている．以上により普遍被覆空間の分類や構造を調べることは代数多様体の分類へつながると期待ができる．

本研究では普遍被覆空間，代数多様体の分類のために以下の研究を行う．

(A) 代数多様体の普遍被覆空間の正則凸性.

(B) 普遍被覆空間が Stein 空間である代数多様体について.

研究 (A) で代数多様体の普遍被覆空間が正則凸であることを調べる．正則凸多様体は Stein 空間 ($\mathbb{C}^N$ の解析的閉部分空間) への固有ファイバー連結な写像を持つ多様体である．研究 (A) がわかると代数多様体の普遍被覆空間は Stein 空間と次元の小さい代数多様体から構成されると予想できる．帰納法を使うことにより，普遍被覆空間が Stein である代数多様体を調べれば良い．これを研究 (B) で行う．研究 (A)(B) は普遍被覆空間の構造や代数多様体の分類に大きく寄与する．



研究 (A) では Kollár によって考案された Shafarevich 写像 $sh : X \dashrightarrow Y$ を調べる．Shafarevich 写像 sh は基本群が小さい部分多様体を潰す有理写像であり，普遍被覆空間や基本群と深い関わりがある．プレプリント [5] で用いた葉層理論をさらに精密化することで，Shafarevich 写像 sh と双有理同値な固有ファイバー連結で不確定点がない写像 $\phi : X \to Y'$ が存在することを示す．つまり Shafarevich 写像の取り替えができることを示す．そして Y' が一般型多様体と Abel 多様体で構成されることを示す．

研究 (B) では Kollár による「代数多様体 Z の普遍被覆空間が Stein であるとき，Z のある被覆空間 $\tilde{Z}$ で，一般型多様体 W への滑らかな正則写像 $g : \tilde{Z} \to W$ をもち，g のファイバーは Abel 多様体となるものがある」という予想を調べる．これには Shafarevich 写像 $sh : Z \to W$ について W が一般型多様体であることを調べる．それには標準束 K_W の正則切断が多く存在することを言えばいい．学術論文 [1] で用いた，特異計量を使って正則切断を構成するテクニックを応用する．Shafarevich 写像と標準束 K_W の正則切断の関係を研究し，Z の普遍被覆空間上の正則関数から W の標準束 K_W の正則切断を構成する．また研究 (A) のために Kollár の予想の逆問題も扱う．