(2) **今後の研究計画** 真瀬 真樹子

(i) 研究目的・意義

この研究の目的は複素代数 $K3$ 曲面 (以下, 単に $K3$ 曲面と呼ぶ) の代数幾何的な性質を理解することである. $K3$ 曲面の幾何学は特異点理論, シンプレクティック幾何学, ホモロジカルミラー対称性予想と関係することが良く知られている. 個々に研究するだけでなく, $K3$ 曲面と, その (特異点を持つ) 囲繞空間の特異点の変形との関係性に着目する. また, $K3$ 曲面内の代数曲線の性質や, $K3$ 曲面から Lie 代数への写像の性質を調べることにより $K3$ 曲面を特徴づけることも重要であると考えている. 以上のような観点から研究することにより族の中の $K3$ 曲面の退化を理解し, モジュライ空間の "良い" コンパクト化を構成することが可能であると期待している.

課題

1. 特異点の変形と $K3$ 曲面について.

2. $K3$ 曲面から Lie 代数への写像のモジュライ空間について.

3. $K3$ 曲面内の点付き曲線の Weierstrass 半群について.

4. $K3$ 曲面族の中の $K3$ 曲面の退化とモジュライのコンパクト化について.

(ii) 研究内容

<u>課題 1</u> (マンハイム大学の Claus Hertling 教授との共同研究) 特異点の変形により, モノドロミー作用を伴った Milnor 格子が構成される. この共同研究では, Orlik 予想とも関連して超曲面孤立特異点の Milnor 格子の代数的な性質を考察することを目的としている. 更に, Milnor 格子に関する Torelli 型定理について研究し, 特異点の unfolding の底空間の Frobenius 構造を調べる. 特に 3 次元の場合に結果を応用して $K3$ 曲面の特徴付けを行う.

<u>課題 2</u> 定義より, 楕円的 $K3$ 曲面から Lie 群への写像が自然と存在している. 調和写像との関わりにおいては多様体から Lie 群への写像を研究することは微分幾何や微分方程式の視点からも重要な課題である. 本研究においては $K3$ 曲面から Grassmann 多様体への正則写像のモジュライ空間を特徴付けし, 一般的な場合に拡張していく.

<u>課題 3</u> (神奈川工科大学の米田二良 教授との共同研究) 与えられた半群を Weierstrass 半群として持つ点付き曲線を構成することは代数曲線論の重要な問題である.

$K3$ 曲面は, 有理楕円曲面の 2 次被覆としても構成される. 有理楕円曲面は, 射影平面の 9 点ブローアップとして得られる曲面であり, その特異ファイバーを記述することにより分類されている. 本研究では, 与えられた Weierstrass 半群を持つな点付き曲線をこのようにして得られた $K3$ 曲面上に構成することを目標としている.

<u>課題 4</u> Mumford による GIT 商による方法など, 代数曲面の退化については様々な方法が存在する. 一方でモジュライ空間のコンパクト化問題は代数幾何学の中で重要な問題の一つである. この研究では, 特に, 重み付き射影空間内で反標準切断として得られる $K3$ 曲面に対し良い退化の方法を見付けることが目的である.

(iii) 研究の展望

本研究の, $K3$ 曲面の部分多様体の記述, 及び, $K3$ 曲面族の中の退化の記述により, $K3$ 曲面の特徴付けが可能であると考えられる. 更なる応用により, 囲繞空間の特異点の変形との関係を考察することにより, 適切なモジュライ空間の構成に展開する.