

研究計画

森本真弘

email: mmasahiro0408@gmail.com

1. 弱鏡映部分多様体の構造

井川氏, 酒井氏, 田崎氏らにより導入された弱鏡映部分多様体は, 有限次元リーマン多様体の極小部分多様体であって特殊な対称性をもつ興味深い研究対象である. いくつかの例がリー群等長作用の軌道として与えられているが, まだ解明されていないことも多い. 私の研究によって, コンパクト法等質空間の弱鏡映部分多様体からヒルベルト空間の弱鏡映 PF 部分多様体を得られることが示された (研究成果 (b)). ここで得られる弱鏡映 PF 部分多様体は無限次元であるが, ヒルベルト空間の線形性より簡易な構造を持つこと期待できる. この無限次元線形化を通して, もとの有限次元弱鏡映部分多様体の構造を明らかにすることが本研究の目的である.

2. 無限次元超極作用の極小軌道

リー群等長作用が与えられたとき, その極小軌道を決定し, その対称性を調べることは重要な問題である. 特に超極作用は対称空間と深く関係する重要なリー群等長作用であり, 有限次元の場合に多くの先行研究がある. しかし, 無限次元の場合においてその極小軌道の研究は殆どなされていない. 本研究の目的は, $P(G, H)$ 作用と呼ばれるヒルベルト空間上の無限次元超極作用の極小軌道を分類することである. 私の研究 (研究成果 (b)) によって, 対称性をもつ極小 PF 部分多様体の例が, 超極 $P(G, H)$ 作用の軌道として得られている. 本研究が完成した場合, ヒルベルト空間内の等質極小 PF 部分多様体の例が更に多く得られるだろう.

3. アフィン・カツ・ムーディ対称空間のイソトロピー表現

C.-L. Terng により提案され, Heintze, Popescu, Freyn らにより確立されたアフィン・カツ・ムーディ対称空間は, カツ・ムーディ理論に基づく無限次元対称空間であり, 有限次元リーマン対称空間と顕著な類似性を持つ. 特にそのイソトロピー表現が上 2. で述べた超極 $P(G, H)$ 作用として表すことができる. 本研究では, 上 2. の研究結果を踏まえ, アフィン・カツ・ムーディ対称空間のイソトロピー表現の極小軌道の性質を調べる. そして有限次元リーマン対称空間のイソトロピー表現との比較を行い, 類似性・相違性を明らかにすることを目標とする.

4. 可積分系理論のアフィン・カツ・ムーディ群による再定式化

柏原氏, 神保氏, 伊達氏, 三輪氏らの研究結果により, ソリトン方程式の解空間の対称性がアフィン・カツ・ムーディ代数により記述できる. 一方で, Terng, Uhlenbeck らの研究結果により, 可積分系方程式の解空間の変換がループ群作用により記述できる. アフィン・カツ・ムーディ群とは, アフィン・カツ・ムーディ代数に対応する群であり, C^∞ 級ループから成る振れループ群上の T^2 束として実現されるフレッシュェ・リー群である. 上 3. で述べたアフィン・カツ・ムーディ対称空間の研究を通し, アフィン・カツ・ムーディ群がタイム・フレッシュェ多様体の構造を持つことが明らかとなっている. 本研究では, 上記 2つの可積分系における手法をアフィン・カツ・ムーディ群を通して統合・再定式化することを目的とする.