これまでの研究内容のまとめ (作成者：齋藤 洋介)

筆者は共形場理論に関係する数学について研究している．特に Calogero-Moser 系と呼ばれる量子多体系や, これの q-変形である Ruijsenaars 系について研究している．Calogero-Moser 系には, そのポテンシャルの関数形に応じて有理, 三角, 楕円の 3 つのタイプがあり, Ruijsenaars 系も同様である．三角 Ruijsenaars 系は Macdonald 多項式の理論によってよく理解されている．これに対し, 楕円 Ruijsenaars 系は楕円関数が随所に現れるために調べるのが困難である．ここで, 楕円 Calogero-Moser 系について次のことが知られている：$H^{\mathrm{CM}}(\tau)$ を楕円 Calogero-Moser 系のハミルトニアンとするとき

$$H^{\mathrm{CM}}(\tau)\Psi(\tau)=\frac{\partial\Psi}{\partial\tau}(\tau)$$

という格好の方程式を満たす解 $\Psi(\tau)$ が存在する．ここで $\tau\in\mathbb{C}$ は系を特徴づける楕円モジュラスである．上の右辺に τ 微分 $\dfrac{\partial\Psi}{\partial\tau}(\tau)$ が現れているが, これは楕円 Calogero-Moser 系においては楕円モジュラスの無限小変形が生じることを意味する．楕円 Ruijsenaars 系が楕円 Calogero-Moser 系の q-変形であることを思い起こすと, 次のようなことが起こると予想される：$H^{\mathrm{R}}(\tau)$ を楕円 Ruijsenaars 系のハミルトニアンとするとき, 楕円モジュラスを適当な意味で差分変形する作用素とある関数 $\Psi(\tau)$ があって

$$H^{\mathrm{R}}(\tau)\Psi(\tau)=(\text{楕円モジュラスを差分変形する作用素})\Psi(\tau)$$

が成り立つ．このような考えに基づいて筆者は楕円 Ruijsenaars 系について研究している．