

これまでの研究成果のまとめ

佐野 めぐみ (Megumi Sano)

概略

関数不等式及び付随する最小化問題における研究は、それ自体の興味もさることながら関数空間同士の包含関係を表し、楕円型偏微分方程式の解の存在を議論する際に中心的な道具となることから大変基本的であり重要である。私はこれまで特に Hardy 型不等式及び一般化された種々の関数不等式の「最良定数の値」や「付随する最小化問題の達成可能性 (不等式の等号成立条件)」、そして最小化問題からのアプローチでは議論できないような「非線形楕円型偏微分方程式の解の存在」について研究を行ってきた。最近は関数不等式の極限形の導出や改良型 Hardy-Sobolev 不等式的最良定数に付随する最小化問題、臨界 Rellich 不等式的最良定数や最小化問題に興味を持ち、研究を行ってきた。

詳細

単位球上での古典的な Hardy-Sobolev 不等式は球対称関数に限定した場合、境界に特異性を持ったポテンシャル関数を付加することで改良できることが知られている。この単位球上での改良型 Hardy-Sobolev 不等式は球対称関数の場合、全空間の古典的 Hardy-Sobolev 不等式と同値であり、最良定数やその達成可能性、スケール不変構造などはこの変換により導くことができる。論文[2]では、球対称関数に制限しない改良型 Hardy-Sobolev 不等式について考察し、Sobolev タイプの場合に symmetry breaking が起こることを示し、それを用いて Hardy-Sobolev タイプの場合は非球対称な最小化関数が存在することを示した。

また、論文[3]では Hardy タイプの不等式や Poincare 不等式の指数や領域に関して、関数不等式の極限をとる手法について考察を行った。

また論文[1]では、球対称関数の場合に臨界 Rellich 不等式的最良指数や最良定数、及び達成可能性について考察した。