

今後の研究計画

清水 達郎

主にChern-Simons摂動論に関する研究計画を述べる

1. 「研究成果のまとめ」の(3)で述べた、非自明接続のChern-Simons摂動論の2-loop項の修正で導入した手法を、より一般の項に拡張し非自明接続のChern-Simons摂動論の Θ 不変量以外の情報も取り出せるようにする.

2. $U(1)$ (または $SO(2)$)Chern-Simons摂動論の研究. Bott-Cattaneoの方法を自然に適用することで、アーベル表現に対応するChern-Simons摂動論が定義される. 一方、Chern-Simons摂動論に触発された、アーベル表現に対応する別の不変量が、Lescop氏、渡邊氏によって得られている. これらの不変量の間関係を調べる.

3. 「研究内容のまとめ」で述べたBott-Cattaneoのオリジナルの構成に含まれる「ギャップ」は、多様体状のある局所係数コホモロジー類として同定できる. このコホモロジー類の幾何学的な正体を明らかにする. 上述のLescop氏、渡邊氏らの不変量の構成においても、類似のコホモロジー類が現れる. 彼らの不変量はそのコホモロジー類を法として定義される. Lescop氏の不変量で現れるコホモロジー類はアレキサンダー多項式と深く関係することもわかっている. まずはこれらとの関係を調べる.

4. 手術公式を確立する. 非自明な局所系でのChern-Simons摂動論に対して、適切な意味での「手術」による手術公式を確立する.

5. 非自明接続のChern-Simons摂動論とCasson不変量との関係を調べる. Casson不変量は $SU(2)$ 平坦接続を数え上げたものと解釈することができる. その各々の平坦接続に対してChern-Simons摂動論が定まる. このことからChern-Simons摂動論はCasson不変量のある種の精密化を与える可能性がある.

6. 佐伯修らによる安定写像の特異点論を用いて Casson 不変量を捉える. これには私がこれまで構築したChern-Simons摂動論の補正項の構成に関する技術が活かせると考えている. Casson不変量はChern-Simons摂動論の情報の一部ととらえることができる. そこで、さらに研究をすすめてChern-Simons摂動論に特異点論的解釈を与えたい.