今後の研究計画

津田和幸
（大阪大学大学院基礎工学研究科）

これまでの研究をもとに，今後以下の課題を中心に研究を行いたい．（論文の引用番号は研究業績リストのものである．）

非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の，境界が周期的に動く外部領域での時間周期問題

水中において例えば魚の尾ひれが周期的に動くとき尾ひれの周りには周期的な水の流れが発生する． あるいは， 水風船で風船が周期的に振動するとき水風船内部では周期的な水の流れが発生する． これらの現象を厳密に数学的に解析することを考えたとき， それらはすべて非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の， 境界が周期的に動く領域での時間周期問題と位置付けられる． 前者は外部領域の問題， 後者は有界領域での問題に相当する． このようにこの問題は日常生活において極めて自然な現象であるためその数学的な解析は重要である． しかしその研究にはいまだ未知なところが多い． 例えば**外部領域の時間周期問題の先行研究は存在しない．** そこで応募者の有界領域での研究（論文[2-1]）で得られた知見をもとに， この動く外部領域での時間周期問題に取り組みたい．

論文[2-1]で証明のカギになったのは， **一様レゾルベント評価の導出による， 解作用素の時間減衰評価**であった． 時間周期問題では一般に， 周期写像の特性上， 解作用素の時間減衰評価が重要になる．先行研究では，時間周期問題に対する Miyakawa-Teramoto (1983)による，弱解の構成からのアプローチ， あるいは初期値問題に対する Saal (2006)による最大正則性理論からのアプローチがあったが， いずれも解作用素の減衰評価は得られていなかった． **動く領域の問題の場合， 固定領域上の問題に書き換えたとき線形作用素が摂動項つき， かつ時間に依存する係数と， 非局所的作用素かつ時間変数に依存するヘルムホルツ射影をもつ抽象的放物型発展方程式になるため解作用素の評価はより難しくなる．** 実際に， 解作用素は半群パートと， 作用素の帰納的演算により決定する別の部分の和になる．半群パートの解析でさえ，Saal (2006)では， レゾルベント評価が示されていたが， 線形作用素が時間に依存する係数を持つために， その評価は定数が時間変数に依存するものになっていた． そこで論文[2-1]では， まず作用素のある種のテーラー展開により定数が時間に依存しないレゾルベント評価を導出すことに成功した． その結果を応用して， 解作用素自身の指数的時間減衰評価の導出に成功した． その評価を用いることで時間周期解の存在を示した．ここで**このレゾルベント評価は外部領域についても有効**であることに注意する．

そこで外部領域の問題についても， そのレゾルベント評価などをもとに解作用素の時間減衰評価の導出を行い， 周期写像を用いて時間周期解の存在を示す． 領域の動きがとても小さい状況を考えるため， この時間減衰評価では通常の固定領域での結果 Yamazaki (2000)が参考になり，Yamazaki の結果に対応したものが出来ると考えられる． Yamazaki の証明でキーとなっているのは線形作用の, ローレンツ空間を用いた Strichartz type 評価であり， このタイプの評価を作ることを通して時間減衰評価の導出を目指す． 時間周期問題が解決すれば，得られた解の正則性の問題に取り組む.