研 究 計 画

安本　真士

これまでに得られた結果をふまえ、次の問題に取り組んでいきます。

1. 3次元リーマン空間形内の半離散平均曲率一定曲面の構成

[6]、[8] の継続課題として、3次元リーマン空間形内の半離散平均曲率一定曲面の構成法を新たに与えます。3次元ユークリッド空間内の半離散平均曲率一定曲面の研究は Müller によってすでに始められていますが、具体例の構成には至っていません。近年 Wolfgang Carl 氏によって3次元ユークリッド空間内の半離散平均曲率一定曲面に対する行列表示が導出され、行列型微分方程式と差分方程式の解を得ることが出来れば半離散平均曲率一定曲面を構成できることが示されました。申請者は現在、Carl 氏との共同研究において、3次元ユークリッド空間内の半離散平均曲率一定曲面の新たな構成法の導出に成功しており、これらを3次元リーマン空間形内の半離散平均曲率一定曲面にまで拡張します。さらに半離散平均曲率一定曲面のある距離の平行曲面が半離散ガウス曲率正一定曲面になるため、具体例を構成するとともに現れる特異点の解析を行います。これは半離散 sinh-Gordon 方程式とも関連する興味深い問題です。

2. 3次元ローレンツ定曲率空間内の離散平均曲率一定曲面の構成

[2]、[8] の拡張として、3次元ローレンツ定曲率空間内の離散平均曲率一定曲面の構成法を、行列分解を応用して導出します。3次元リーマン空間型内の離散平均曲率一定曲面の場合とは異なり、また3次元ミンコフスキー空間内の離散平均曲率一定曲面の場合と同様に、3次元ローレンツ定曲率空間内の離散平均曲率一定曲面はある種の特異点を持つこともあれば全く持たないこともあると期待されます。まずは離散平均曲率一定曲面に対する可積分条件から、対応する離散可積分方程式 (離散 sinh-Gordon 方程式) を導出します。さらに、行列分解を適用することによって、3次元ローレンツ定曲率空間内の離散平均曲率一定曲面の構成法を導出し、新たな例を構成するとともに現れる特異点の解析を行います。従来の [2]、[5] における手法を特異点の解析する際に適用するとともに、対応する離散 sinh-Gordon 方程式の解の振る舞いを調べることによってより厳密に特異点の特徴付けを行います。

3. 離散化された時間的平均曲率一定曲面の理論の構築

3次元ローレンツ定曲率空間内の離散化された時間的曲面の理論を構築します。申請者の最近の研究 [14] により、3次元ミンコフスキー空間内の離散時間的極小曲面の理論が新たに導出されました。従来の研究とは異なり、任意の離散時間的極小曲面は、ある種の統一的な座標系を用いて記述できることが示されています。まずはこの統一的な座標系を用いて記述される離散化された時間的曲面に対する可積分系変換を新たに導出し、3次元ローレンツ定曲率空間内の離散化された時間的平均曲率一定曲面の理論を構築します。特に、3次元 AdS 空間内の離散化された時間的平均曲率一定1曲面に対しては Weierstarss 型の表現公式を導出するとともに具体例を構成し、現れる特異点の解析を行います。

離散化された時間的曲面の理論は、離散化された波動方程式の幾何的対象の抽出に相当するものです。当該研究は、非線形波動方程式の研究の発展にも寄与することが期待される興味深い研究です。

4. 一般の離散化された曲面に現れる特異点の解析

Weierstrass 型の表現公式を持つ離散化された曲面の特異点の解析は、[2]、[5]、[10]、[11] においてなされ、その拡張として、三価グラフの極大曲面とその1パラメータ族に現れる特異点の解析は [9] においてなされました。一般の離散化された曲面に現れる特異点の解析の手法の確立に向けて、Weierstrass 型の表現公式を持つ離散化された曲面の1パラメータ族に現れる特異点を解析します。

次に、Weierstrass 型の表現公式を持たない離散化された曲面に現れる特異点の解析に取り組みます。まずは、離散・半離散ガウス曲率負一定曲面及びそれらの変形族に現れる特異点を解析します。これらは、対応する非線形可積分方程式の解を用いて記述できることから、[8] と同様に、離散化された可積分方程式の解の振る舞いと、曲面に現れる特異点との相関関係を調べます。