これからの研究計画

普遍変形環に付随した p 進 L 関数の構成

p を奇素数とする。[p382, Maz87]により、保型形式 f から普遍変形環と呼ばれる環上のガロア表現の変形族が定義できる。ガロア表現と保型形式の対応により、普遍変形環を保型形式の変形族と見なす。F,G を肥田変形族とする。特定の条件を満たす保型形式の変形族 H に対して、申請者は自身の論文[Fuk19]の中で、(F,G,H)に付随する三変数三重積 p 進 L 関数を構成した。とりわけ、H として肥田変形族や Coleman 変形族がとれた。しかし[Fuk19]の結果では、H として普遍変形環を取ることは現状出来ない。故に申請者は自身の結果を拡張して、H として普遍変形環をとった場合の三重積 p 進 L 関数の構成を目標としている。普遍変形環は肥田変形族や Coleman 変形族を内包する大きな変形族である。故に普遍変形環に付随した三重積 p 進 L 関数ができれば、より普遍的な三重積 p 進 L 関数の理論となる。

研究方法は、[Hsi17]の証明を一般化することにより行われる。証明を一般化するに当たり困難な点は、普遍変形環は肥田変形族と異なりガロア表現の族としてしか定義されていないことから生じる。とりわけ、普遍変形環に付随する変形族の各素数番目のフーリエ係数を全て求めることが困難なため、[Hsi17]の証明をそのまま適応することはできない。普遍変形環上の分岐レベルを、付随するガロア表現の分岐レベルにより定める。分岐レベル N の普遍変形環に付随する変形族は、ℓ番目(ℓは Np を割る素数)のフーリエ係数を求めることが困難である。[Hsi17]の証明を見ると、肥田変形族の組(F,G,H)から三重積 p 進 L 関数を構成する場合、H の p 番目のフーリエ係数は必要ない。故に肥田変形族 F,G と分岐レベル 1 の普遍変形環に付随した変形族 H に対しては、現状(F,G,H)に付随する三重積 p 進 L 関数が構成できることは分かっている。目下の目標は、肥田変形族 F,G と分岐レベルが一般の普遍変形環 H に対して、(F,G,H)に付随する三重積 p 進 L 関数を構成することである。

共同研究による三重積 L 関数の中心値の公式の構成

申請者は現在、大阪大学の源嶋氏と共同研究で三重積 L 関数の中心値の explicit formula を得ることを目指している。即ち、具体的に三つの保型形式が与えられたとき、その三重積 L 関数の中心値を具体的に求められる公式を得ることが目標である。研究方法を述べる。まず同じウェイトの保型形式よりなる三重積 L 関数全ての平均に関する式を多数求め、その連立方程式を解く。そうすれば、各三重積 L 関数の explicit formula が得られる。

考文献

[Fuk19] K. Fukunaga, Triple product p-adic L-function attached to p-adic families of modular forms, arxiv:1909.03165.

[Hsi17] M.-L. Hsieh, Hida families and p-adic triple product L-functions, AJM, to appear.

[Maz87] B. Mazur, Deforming Galois Representations, pp. 385-437 in Galois Groups over Q (Berkeley, CA, 1987), ed. Y. Ihara, Math. Sci. Res. Inst. Publ., 16, Springer-Verlag 1987.