これまでの研究成果

p を奇素数とする。保型形式の三つ組みから、三重積 L 関数と呼ばれるオイラー積表示と関数等式を持つゼータ関数が定義される。申請者の研究対象は、三重積 L 関数の関数等式の中心値を(無限個)補間する、三重積 p 進 L 関数とよばれる p 進解析的関数である。

先行研究

先行研究について紹介する。f を ordinary なカスプ形式とする。肥田は f から肥田変形族と呼ばれる、f を含む ordinary なカスプ形式の変形族 F を構成した。f を補間する肥田辺継続 F は一意的定まる。よって (f,g,h) を ordinary なカスプ形式の三つ組みとすると、(f,g,h) を含む肥田変形族の三つ組み (F,G,H) が一意的に定義できる。Ming-Lun Hsieh 氏は論文[Hsi17]の中で、その肥田変形族の積 (F,G,H) に付随する三重積 p 進 L 関数を構成した。一方、肥田変形族の一般化として、ordinary とは限らないカスプ形式 f に対しても Coleman 変形族と呼ばれるカスプ形式の変形族が[Corollary B5.7.1, Col97]の中で定義された。肥田変形族と同様に f を補間する Coleman 変形族もまた一意的に定まる。

主結果

カスプ形式の三つ組み (f,g,h) の正整数ウェイトを (k,l,m) とする。辺の長さがそれぞれ k,l,m の三角形が存在するとき、(f,g,h) は balanced なカスプ形式の三つ組みとよばれる。逆にそうでないとき、(f,g,h) は unbalanced なカスプ形式の三つ組みと呼ばれる。三重積 p 進 L 関数は balanced と unbalanced と呼ばれる、二つの場合に区分される。Balanced な三重積 p 進 L 関数は、balanced なカスプ形式の三つ組みに付随した三重積 L 関数の中心値を補間する。同様に unbalanced な三重積 p 進 L 関数は、unbalanced なカスプ形式の三つ組みに付随した三重積 L 関数の中心値を補間する。私は[Theorem 3.4, Hsi17]の unbalanced な場合の結果を[Theorem 5.2.1, Fuk19]で拡張した。より具体的には、肥田変形族 F と一般的な変形族 G,H の三つ組み (F,G,H) に付随した、三重積 p 進 L 関数を構成した。先行研究[Theorem 3.4, Hsi17]の中では肥田変形族の三つ組み (F,G,H) に付随した三重積 p 進 L 関数を構成していた。私の結果[Theorem 5.2.1, Fuk19]は、G,H として肥田変形族に限らないより一般のカスプ形式の変形族をとれるという意味で、[Theorem 3.4, Hsi17]の unbalanced な場合の結果の一般化である。とりわけ G,H として、肥田変形族や Coleman 変形族、CM 変形族など主要な変形族に適用することができる。

参考文献

[Col97] R. F. Coleman, p-adic Banach spaces and families of modular forms. Invent. Math., 127(3):417-479, 1997.

[Fuk19] K. Fukunaga, Triple product p-adic L-function attached to p-adic families of modular forms, arxiv:1909.03165.

[Hsi17] M.-L. Hsieh, Hida families and p-adic triple product L-functions, AJM, to appear.