これまでの研究成果のまとめ (岩井雅崇)

論文リストの学術論文 [3][4][5] についてその詳細を述べる. 私の専門は**複素代数幾何学**である. 私は代数多様体 ($\mathbb{CP}^N$ の閉部分複素多様体) の分類に関して, **代数幾何, 複素幾何, 多変数複素解析を用いて研究を行っている.**

研究 A. 接束が正値性を持つ代数多様体の構造定理. (学術論文 [3][4] の内容)

接束 T_X や, T_X の行列式束である反標準因子 $-K_X := \det T_X$ が正値性を持つとき, 代数多様体の構造は制限されることがわかっている. 最たる例として, 森による「T_X が豊富ならば, X は $\mathbb{CP}^n$ と双正則である」が挙げられる.

代数幾何学で用いられる正値性の概念には, 豊富以外にもネフ, 巨大, 擬有効があり, それは右の表のような関係がある. そのため, T_X がネフ, 巨大, 擬有効であっても, 代数多様体の構造は制限されると予想される. 実際, Campana らは「T_X がネフであるならば, X は Fano 多様体 ($-K_X$ が豊富な多様体) と Abel 多様体 (トーラス) から構成される」ことを示した. <u>研究 A では, T_X が巨大や擬有効であるときの代数多様体の構造を調べた</u>. 先行研究を含めてまとめると以下の通りである. (学術論文 [3] は東北大学の松村慎一氏と細野元気氏との共同研究である.)

$$\begin{tikzcd} \boxed{\text{豊富}} \arrow[r, Rightarrow] \arrow[d, Rightarrow] & \boxed{\text{ネフ}} \arrow[d, Rightarrow] \\ \boxed{\text{巨大}} \arrow[r, Rightarrow] & \boxed{\text{擬有効}} \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} \boxed{\text{[Mori]}T_X \text{ が豊富} \Rightarrow X \cong \mathbb{CP}^n} \arrow[r] \arrow[d] & \boxed{\text{[Campana]}T_X \text{ がネフ} \Rightarrow \text{Fano 多様体+Abel 多様体}} \arrow[d] \\ \boxed{\text{[4]}T_X \text{ が巨大} \Rightarrow X \cong \mathbb{CP}^n} \arrow[r] & \boxed{\text{[3]}T_X \text{ が擬有効} \Rightarrow \text{有理連結多様体+Abel 多様体}} \end{tikzcd}$$

$\mathbb{CP}^n$ は Fano 多様体であり, Fano 多様体は有理連結多様体であることが知られている. よって研究 A は先行研究の拡張となっている. 擬有効は代数幾何学で用いられる正値性の中で一番弱いため, 接束が正値性を持つ代数多様体の構造の分類に関してはこれで完成した.

研究 B. 接束が正値性を持つ部分束を含むときの構造定理. (学術論文 [5] の内容)

Peternell は「T_X の部分束 $\mathcal{F}$ が豊富などの正値性を持つときでも, X の構造は制限されるだろう」と予想した. 実際 Andreatta-Wisnieski により「$\mathcal{F}$ が豊富ならば, X は $\mathbb{CP}^n$ と双正則である」ことが知られている. <u>研究 B では $\mathcal{F}$ が葉層であり, $\mathcal{F}$ が正値性を持つときの X の構造を調べた</u>. 先行研究を含めてまとめると以下の通りである.

$$\begin{tikzcd} \boxed{\text{[Andreatta-Wisnieski] } \mathcal{F} \text{ が豊富} \Rightarrow X \cong \mathbb{CP}^n} \arrow[r] \arrow[d] & \boxed{\text{[5] } \mathcal{F} \text{ がネフ} \Rightarrow \text{Fano 多様体+”平坦な葉層を持つ多様体”}} \arrow[d] \\ \boxed{\text{[5] } \mathcal{F} \text{ が巨大} \Rightarrow \mathbb{CP}^r\text{+”平坦な葉層を持つ多様体”}} \arrow[r] & \boxed{\text{[5] } \mathcal{F} \text{ が擬有効} \Rightarrow \text{有理連結多様体+”平坦な葉層を持つ多様体”}} \end{tikzcd}$$

”平坦な葉層を持つ多様体”に関しては Druel らにより分類がなされている. 特に T_X が平坦であれば, Abel 多様体の有限商であることから, この結果は研究 A の構造定理の一般化と言える.

他にも「代数多様体間の全射正則写像 $f : X \to Y$ に対して相対的反標準因子 $-K_{X/Y} := -K_X - f^*(-K_Y)$ が正値性を持ちづらいことを, 正値性を測る指標である漸近的基底集合 $\mathbb{B}_+(-K_{X/Y}), \mathbb{B}(-K_{X/Y}), \mathbb{B}_-(-K_{X/Y})$ を用いて解明した研究 (プレプリント [6], 大阪大学の江尻祥氏と東北大学の松村慎一氏との共同研究)」や, 「相対的な設定での藤田予想の研究 (学術論文 [1])」なども行った.