(2) 今後の研究計画 真瀬 真樹子

(i) 研究目的・意義

この研究の目的は複素代数 $K3$ 曲面 (以下, 単に $K3$ 曲面と呼ぶ) の代数幾何的な性質を理解することである. $K3$ 曲面の幾何は特異点理論やシンプレクティック幾何学, 数理物理学と深い関連がある. $K3$ 曲面の部分多様体としての代数曲線の幾何学, 特に, 与えられた Weierstrass 半群をその曲線が持つかどうかを判定することは古典的に研究されている重要かつ難解な問題である. 数理物理に関連して, $K3$ 曲面から Lie 代数への写像のモジュライ空間による $K3$ 曲面の特徴付けは, 長期的な研究課題である. 興味深い具体的構成例である重み付き $K3$ 曲面族の, メンバーの退化の様子とモジュライ空間のコンパクト化の記述は, 構築すべき大変重要な課題である. 以下の課題について考察する:

課題 1. 特異点の代数的位相幾何的な性質と $K3$ 曲面の関係.

課題 2. $K3$ 曲面から Lie 代数への写像のモジュライ空間について.

課題 3. $K3$ 曲面内の点付き曲線の Weierstrass 半群について.

課題 4. 重み付き $K3$ 曲面族の退化の様子とモジュライ空間のコンパクト化について.

(ii) 研究内容

<u>課題 1</u> (マンハイム大学の Claus Hertling 教授との共同研究)

特異点の退化はモノドロミー作用付きの Milnor 格子を与える. 今までの研究では, ある特異点に関しては, 付随するモノドロミー作用付き Milnor 格子が標準的な Orlik 分解を持つための十分条件を与えた. この結果を踏まえて, 特異点の unfolding の底空間の Frobenius 構造の理解を目標として, Seifert 形式付きの Milnor 格子を Brieskorn 格子により記述する Torelli 型定理の解明につなげていきたい. 特に 3 次元の場合にこれらの結果を応用して $K3$ 曲面の理解につなげたい.

<u>課題 2</u> 写像のモジュライはしばしば特異点理論とも関連がある. (正則などの条件を加える場合も含め) $K3$ 曲面から Lie 代数への写像について研究することに重要性を感じている. 第一に, 現在, 候補として格子の集合を挙げているが, パラメータ空間を明らかにすること, 第二に写像の特異点集合を記述することが必要であると考えている.

<u>課題 3</u> (神奈川工科大学の米田二良 教授との共同研究)

$K3$ 曲面の構成について, 有理楕円曲面や del Pezzo 曲面の 2 次被覆として得られることは大変興味深いことである. 有理楕円曲面は射影平面の 9 点ブローアップにより得られることは知られているが, 更に全ての有理楕円曲面が特異ファイバーの記述により分類されている. del Pezzo 曲面に関してはそのモジュライ空間が 3 次元曲面と強い関係を持つことが知られている. 以上の事実により $K3$ 曲面上の代数曲線の Weierstrass 点に関するより深い研究につながることを期待している.

<u>課題 4</u> 代数曲面族の退化を記述する方法は複数知られており, モジュライ空間をコンパクト化することは代数幾何学の重要な問題の一つである. 本研究では, 重み付き射影空間の反標準因子として得られる $K3$ 曲面の退化を記述することが目的である.

(iii) 研究の展望

特異点理論の研究は様々な幾何学的対象を詳細に可視化することができ, 本研究ではそれが特に $K3$ 曲面にも適用できることを展望している. 更に, 複数の意味を持つ Lie 代数との関係を調べることにより, より広い視点を持つことができることを期待している. それらにより囲繞空間の特異点の変形との関係を調べることにより, モジュライ空間のコンパクト化を成功させることも可能であると考えている.