(2) これまでの研究成果のまとめ 真瀬 真樹子

(a) $K3$ **曲面族とカップリングの間の関係について.**

Ebeling により導入されたカップリングは魔方陣を用いた重み系の間の双対である. 更に, カップリング対である重み系のいくつかは, $\mathbb{C}^3$ の特異点の, 奇妙な双対性を持つ可逆定義多項式の組であって, 従って, 重み付き射影空間の中で単純 $K3$ 特異点を定める重み系を持つ反標準因子として射影化することが可能である.

奇妙な双対性を持つ $\mathbb{C}^3$ の特異点の定義多項式 f, f' を取り, その可逆な射影化を F, F' とする. ただし, 各多項式はそれぞれ重み系 a, b の重み付き射影空間 $\mathbb{P}_a$, $\mathbb{P}_b$ の反標準因子を定めるものとする.

本研究では, ほとんど全ての奇妙な双対性の組に対して, その Newton 多面体が極双対となる多面体に拡張されることが結論付けられた. この結果により, $K3$ 曲面族に付随した反射的多面体の幾何学的な研究に応用されると考えられる.

(b) **自己同型を持つ $\mathbb{Z}$ 上の格子の代数的な性質, 及びその応用として孤立超曲面特異点の位相的性質について.** (Claus Hertling 教授との共同研究)

有限生成な $\mathbb{Z}$ 上の格子 H とその自己同型 h の組 (H, h) が標準的な Orlik 分解を持つ, とは次の 2 条件をみたすことをいう:

(1) 格子 H は h-不変な部分格子 $H^{(i)}$ への直和分解を持ち, 各成分 $H^{(i)}$ に対し, 元 $e_0^{(i)}$ が存在し, $H^{(i)}$ は $e_0^{(i)}$ の h による有限個の軌道により生成される.

(2) 全ての i について, 部分格子 $H^{(i)}$ の同型 h に関する固有多項式 $p_{H^{(i)},h}$ は $H^{(i-1)}$ に関する固有多項式 $p_{H^{(i-1)},h}$ を割り切る.

言い換えれば, H が初等因子として固有多項式を持つような分解を持つことをいう. 1972 年に Orlik はどんな孤立超曲面特異点も Milnor 格子が標準的な Orlik 分解を持つことを予想した. 本研究では, いくつかの特異点について Orlik による予想を考察した.

Part 1: 階数が μ であり成分が一つの Orlik ブロック H とその上の自己同型 h の組 (H, h) に対し, そのベキ (H, h^μ) を考える. 本研究では第一に (H, h^μ) が標準的な Orlik 分解を持つための十分条件を h の固有値の位数の集合に関する条件として与えた. 鎖状特異点の Milnor 格子が適当な自己同型 h により $(H_{Mil}, h_{Mil}) = (H_{Mil}, h^\mu)$ と表されるという 1977 年の Orlik と Randell による結果と合わせることにより, この特異点に関して (H_{Mil}, h_{Mil}) が標準的な Orlik 分解を持つための十分条件を与えることができた.

Part 2: 成分が一つの Orlik ブロック $(H^{(1)}, h^{(1)})$ と $(H^{(2)}, h^{(2)})$ を考え, それらのテンソル積 $(H^{(1)} \otimes H^{(2)}, h^{(1)} \otimes h^{(2)})$ を考察する. 本研究の第二段階では $(H^{(1)} \otimes H^{(2)}, h^{(1)} \otimes h^{(2)})$ が標準的な Orlik 分解を持つための十分条件を $h^{(1)} \otimes h^{(2)}$ の固有値の位数の集合に関する条件として与えた. 応用として, 適当な二つの特異点の Thom-Sebastiani 和が標準的な Orlik 分解を持つかどうか判断する手段を得た.

Part 3: 第三に "excellent orders" と呼ばれる新たな順序を導入し, 先の結果について別の解釈を与えた.

Part 4: 循環的な特異点について自己同型を持つ Milnor 格子が標準的な Orlik 分解を持つかどうかについて考察した. 1982 年に Cooper により出された答えは誤りを含んでいた. 本研究では Cooper による方法を引き継ぎながら格子の生成元を慎重に調べ, 結果として, Milnor 格子の標準的な Orlik 分解を具体的に与えることができた.