

研究計画（柄田幹也） 2021年1月

トーリックトポロジーを、トーラス群作用にまつわる数学と捉えて、トーリックトポロジーの拡張、深化を図りたい。現在以下のテーマに取り組んでいるが、それを進展させる。

(1) Permutohedral variety X は置換多面体 P に付随するトーリック多様体で、対称群 \mathfrak{S}_n の作用をもつ。 X のコホモロジー環のヤング部分群 \mathfrak{S}_λ による不変部分環が、 P の \mathfrak{S}_λ による商として得られるトーリック軌道体と同型であることが判明した（堀口-Shareshian-Song との共同研究）。この結果はもっと一般的な結果の氷山の一角ではないかと思われる所以、それを探るつもりである。

(2) 旗多様体の部分多様体であるヘッセンバーグ多様体にまつわる数学の研究。数年前、阿部拓、原田芽ぐみ、堀口達也氏らとヘッセンバーグ多様体のコホモロジー環の研究を行った。その後、この研究は超平面配置との関連があることが分かり、グラフ理論における Stanley-Stembridge 予想と関連があることが分かってきていている。この予想の解決を目指すが、それに関連する Ayzenberg-Buchstaber によって考えられた twin のトポロジーを、阿部拓、Anton Ayzenberg、曾昊知氏らとの研究を進める。

(3) 旗多様体のトーラス軌道の閉方のトポロジーを、Eunjeong Lee, Seonjeong Park 氏らと 3 年近く調べているが、この研究を続ける。

(4) Anton Ayzenberg 氏と、complexity one のトーラス群作用のトポロジーの研究を 2 年前から始めたが、この研究を進める。Complexity one のトーラス群作用としてトーリック多様体があり、これらに関しては、かなりよく分かっている。Complexity one はその次の段階ということでも、自然な研究対象、綺麗な結果があることが判明してきている。