これまでの研究成果

私の研究分野は，結び目および３次元多様体を中心とする低次元多様体論であり，これまでの主な研究成果は下記のとおりである．

（１）分岐被覆空間の研究．私が大学院生として結び目理論の勉強を開始した当時は，アレクサンダー多項式，被覆空間のホモロジーが殆ど唯一の結び目不変量であったため，まずはこれらをきちんと理解することを第一目標として研究を開始し，絡み目の巡回分岐被覆空間のホモロジーに関する細川・樹下公式の簡単な別証明，周期結び目のアレクサンダー多項式に関する村杉公式の周期絡み目に対する一般化を与えた．その後，絡み目の有限アーベル被覆のベッチ数を，アレクサンダー不変量を用いて記述する公式を与え，応用として広中えり子による代数曲面の有限アーベル被覆のタワーのベッチ数の多項式周期性を一般化した．この結果は，代数曲面の研究に活用されている．また曲面束とヘガード分解の概念を二重分岐被覆を通して結びつける分岐バーチャルファイバー定理を与えた．この定理は，その発表後すぐに R. Brooks, J.M. Montesinos により精密化され，最近は廣瀬進・金英子による精密化が与えられている．

（２）結び目の対称性の研究．研究（１）からの自然な流れとして，結び目の対称性に興味を持ち，児玉宏児氏との共同研究により，10 交点までの素結び目の対称性の決定に取り組み，独立に行われた Henry-Weeks の結果と互いに補完しあうことにより，これらの結び目の対称性を完全に決定した．その後，強可逆結び目，自由周期結び目，対称性の一意性，対称性群の実現問題，などの研究を行った．両手性と自由周期の関係に関して 1986 年に提起した問題は，2019 年に出版された Luisa Paoluzzi 氏との共同研究により解決に成功した．

（３）結び目の解消トンネルの研究．研究（２）との関連で，３次元多様体のヘガード分解，特に結び目の解消トンネルに興味を持ち，森元勘治氏，横田佳之氏と一連の共同研究を行い，解消トンネルを持つ衛星結び目およびその解消トンネルの完全な分類，$(1,1)$-分解を持たないトンネル数１の結び目の構成，トンネル数１のモンテシノス絡み目の研究を行った．最後の研究に動機付けられた Elena Klimenko 氏 との共同研究では,「双曲平面上の２つの向き逆転等長変換は，いつ離散群を生成するか」という問題に対して完全な解答を与え，応用として，三角群の階数を決定し，上述の研究と合わせて，トンネル数１のモンテシノス絡み目を完全に決定した．

（４）２橋絡み目と穴あきトーラスの研究．特殊ではあるが結び目理論で重要な役割を果たす２橋絡み目，非自明な変形（タイヒミュラー）空間をもつ最も簡単な双曲曲面である穴あきトーラス，この二つの単純な対象は密接に関連しており，その中に深くて美しい数学を秘めている．この単純な対象が秘めている構造を深く調べること，そしてそれを通して一般の結び目および３次元多様体の位相構造と幾何構造を理解することが，最近２０年間の研究の主目的である．この一連の研究の出発点となったのは，双曲２橋結び目補空間の位相的理想単体分割を構成し，標準的分割（Epstein-Penner 分解）とイソトピックあると予想した Jeffrey Weeks 氏との共同研究である．この予想の証明には Jorgensen による穴あきトーラス擬フックス群に関する未完の研究が鍵を握るという Weeks 氏からの示唆を受けて開始した秋吉宏尚，和田昌昭，山下靖の三氏との長期間の共同研究の結果，穴あきトーラス擬フックス群に関する Jorgensen 理論の完全な記述と証明，Jorgensen 理論の穴あきトーラス擬フックス空間の外部への自然な拡張とそれを用いた上述の予想の解決の概略，これらを Springer Lecture Note として発表した．これに関連して，有限体積カスプ付き双曲多様体に関する Epstein-Penner 分解の無限体積の場合への一般化（秋吉氏との共同研究），フックス群に対する McShane の等式の擬フックス群，双曲的穴あき曲面束に対する類似の確立（秋吉氏と宮地秀樹氏との共同研究），２橋絡み目に対する McShane の等式の類似の確立（Donghi Lee 氏との一連の共同研究）を行った．また，これらの研究から生まれた一般の多様体のヘガード分解に関する予想の部分的解決（大鹿健一氏との共同研究），及び，これらの研究の一般化の第一ステップとして，穴あき曲面写像類群の測地 ray の空間への作用の研究（Brian Bowditch 氏との共同研究）を行った．