

# 今後の研究計画

清水 達郎

主にChern-Simons摂動論に関する研究計画を述べる

1. 「研究成果のまとめ」の (2) で述べた、非自明接続のChern-Simons摂動論の2-loop項の修正で導入した手法を、より一般の項に拡張し非自明接続のChern-Simons摂動論の $\Theta$ 不变量以外の情報も取り出せるようにする。
2.  $U(1)$ (または $SO(2)$ )Chern-Simons摂動論の研究。Bott-Cattaneoの方法を自然に適用することで、アーベル表現に対応するChern-Simons摂動論が定義される。一方、Chern-Simons摂動論に触発された、アーベル表現に対応する別の不变量が、Lescop氏、渡邊氏によって得られている。これらの不变量の間の関係を調べる。
3. 「研究内容のまとめ」で述べたtorsion不变量とChern-Simons摂動論の関係についての研究をすすめる。Reidemeister-Turaev torsionはアーベル表現に関する不变量だが、より一般に3次元多様体の基本群の表現に対してReidemeister torsionが定義される。Chern-Simons摂動論側でもやはり基本群の表現に対して不变量が定義される。これらの関係を明らかにすることで、Reidemeister torsionに幾何的な意味付けを与える。
4. 手術公式を確立する。非自明な局所系でのChern-Simons摂動論に対して、適切な意味での「手術」による手術公式を確立する。
5. 非自明接続のChern-Simons摂動論とCasson不变量との関係を調べる。Casson不变量は $SU(2)$ 平坦接続を数え上げたものと解釈することができる。その各々の平坦接続に対してChern-Simons摂動論が定まる。このことからChern-Simons摂動論はCasson不变量のある種の精密化を与える可能性がある。
6. 佐伯修らによる安定写像の特異点論を用いて Casson 不变量を捉える。これには私がこれまで構築したChern-Simons摂動論の補正項の構成に関する技術が活かせると考えている。Casson不变量はChern-Simons摂動論の情報の一部ととらえることができる。そこで、さらに研究をすすめてChern-Simons摂動論に特異点論的解釈を与えたいたい。