

これまでの研究成果のまとめ

2022年1月7日

「キーワード：応用数学（漸近展開、非線形偏微分方程式、燃焼理論）」

最近の研究テーマは、地上での閉じた空間（エンジン内部等の管内や炭鉱）での燃焼あるいは超新星爆発の初期段階で観測されるような火炎面（デフラグレーション波）の伝搬速度や温度分布、線形安定性解析（ダリウス・ランダウ不安定性、レイリー・テイラー不安定性）である。特に、Ia型超新星爆発(SNIa)における火炎面構造は、地上での炭素と酸素の燃焼現象に対する非線形偏微分方程式系から成る数理モデルにより記述することが可能であり、数値解析や漸近解析による研究が盛んに行われてきた。両者に共通する特徴として、火炎面が加速することにより、衝撃波を伴った爆轟波（デトネーション波）へと成長し、層流燃焼から乱流燃焼へと遷移することが挙げられる。このような遷移は燃焼効率を上げる点では望ましい一方で、エンジンなどの機器を破損する危険性があり、そのメカニズム解明はリスクマネジメントの観点から産業界における重要な問題となっている。この問題解決に向けて、応募者は遷移過程の初期段階に注目し、小さな有限マッハ数で伝搬する火炎面の数理解析に取り組んでいる。

最近の研究成果[K. Wada, Combust. Theory Model. (2021)]では、小さな有限マッハ数で伝搬する火炎面の非断熱的温度分布を解析解（ランベルトW関数）を用いて記述することに成功している。SNIaでの非断熱的温度分布は、先行研究では数値解析により示されていたが[S. I. Glazyrin et al. (2013), D. M. Townsley et al. (2016)]、漸近解析ではそのメカニズムは解明されていなかった。その理由として、火炎面の既燃側での温度勾配が0という仮定が置かれていた点が挙げられる。この仮定は、マッハ数 Ma （=火炎面の伝搬速度/音速）が0に近似できる場合（ガスバーナー等の燃焼）には有効である。しかし、SNIaでは $Ma=0.01-0.1$ 程度の値をとり、マッハ数効果による温度分布の変化を無視できない。応募者はマッハ数効果を考慮して $O(Ma^2)$ の長さスケールを持つ圧縮性領域を新たに導入することで、温度勾配0の仮定を取り除いた漸近解析を行うことを可能とした。

さらに、大きな活性化エネルギーの下での漸近解析(Large Activation Energy Asymptotics) [B. J. Matkowsky, G. I. Sivashinsky(1979)]の下で、K. Wada(2021)で課していたignition temperature approximationの仮定を取り除き、火炎面内部の反応領域を特異摂動法に基づいて詳細に解析した。その際、任意の温度勾配を考慮した上で、反応領域の内部解を外部解（圧縮性領域の内部解及び未燃側の外部解）と接合漸近展開法[P. C. Fife(1988)]によりマッチングし、熱・拡散方程式に含まれる化学反応項の係数を固有値として計算した[T. von. Kármán(1957)]。その結果、温度勾配を考慮した火炎面の伝搬速度公式と、反応領域内の温度分布を記述する非線形常微分方程式の連立方程式系を得た[K. Wada (プレプリント)]。

また、熱・拡散不安定性 (thermal-diffusive instability) の安定境界条件に対して、小さな発熱量と粘性が与える影響を明らかにした。先行研究では、波数が大きくなるにつれて、安定なレイヌ数の範囲は単調増大であったのに対して、小さな発熱量が存在しているときには、波数が小さい時に非単調な振る舞いが得られる。そこで、小さな波数について漸近解析を行った結果、分散関係に波数の3乗の項が現れ、cut-off波数が2つ存在するレイヌ数の範囲があることを明らかにした。