

擬二次元ボース凝縮体生成のための  
光アコーディオントラップの開発

(Developing an Optical Accordion Trap  
for Realizing a Quasi-2D homogeneous  
Bose-Einstein Condensate)

理学研究科  
物理学専攻  
高橋 幹多



# 要旨

本研究では、冷却原子系における相分離現象や非平衡ダイナミクスを高い空間分解能で観測することを目的として、擬二次元一様密度ボース・アインシュタイン凝縮体 (BEC) を実現するための箱型光トラップの開発を行った。従来の三次元調和トラップでは、観測方向に沿った密度積分の影響により、時間発展する空間構造を正確に捉えることが困難である。この問題を解決するため、本研究では鉛直方向の強い閉じ込めとして格子間隔可変な光アコーディオントラップを、水平方向の閉じ込めとしてリングビームを用い、それらを組み合わせた擬二次元箱型トラップを構築した。

アコーディオントラップは、2本のレーザービームの干渉によって形成される光格子を利用し、ビームの交差角を制御することで格子間隔を連続的に変化させることが可能である。本研究では、ガルバノミラーとレンズ系を用いて平行ビーム間隔を制御する光学系を設計・構築し、格子間隔  $2\sim 18\ \mu\text{m}$  の範囲で可変な鉛直閉じ込めを実現した。さらに、ガルバノミラーに起因する振動ノイズが原子の加熱に与える影響や応答遅れを評価した。

水平方向の閉じ込めには、Digital Micromirror Device (DMD) を用いて形成したリングビームを採用した。DMD 上に描画したパターンを縮小結像することで、半径  $50\sim 200\ \mu\text{m}$  のリングポテンシャルを生成し、密度一様な箱型ポテンシャルの実現を目指した。ガウシアンビームのビーム径条件を理論的に最適化することで、限られた光パワーのもとで効率的に十分なトラップ深さを得られる設計とした。また、DMD の駆動方式、入射角と反射率、ポテンシャルの立ち上がり形状、dark 領域のノイズ特性について実験的評価を行い、擬二次元箱型トラップとしての性能を検証した。

以上の結果より、鉛直・水平方向ともに密度一様性の高い擬二次元箱型光トラップを構築できたことを示した。本研究で確立した光学系は、今後の冷却原子を用いた非平衡ダイナミクスの観測実験における基盤技術として有用である。

# 目次

<b>第1章</b>	<b>背景</b>	<b>9</b>
1.1	レーザー冷却	9
1.2	光トラップ	10
1.3	本研究の目的	10
1.4	本論文の構成	11
<b>第2章</b>	<b>極低温ボース粒子気体</b>	<b>12</b>
2.1	単一原子種のボース・アインシュタイン凝縮	12
2.1.1	Gross-Pitaevskii 方程式	13
2.1.2	トーマス・フェルミ近似	14
<b>第3章</b>	<b>擬二次元箱型トラップ</b>	<b>15</b>
3.1	アコーディオントラップ	15
3.1.1	アコーディオントラップの原理	16
3.1.2	アコーディオントラップ作成方法	17
3.1.3	アコーディオントラップ光学設計	19
3.2	リングビーム	19
3.2.1	リングビーム光学設計	20
<b>第4章</b>	<b>アコーディオントラップ</b>	<b>23</b>
4.1	集光レンズ	27
4.2	ガルバノミラー	29
4.2.1	振動ノイズ	29
4.2.2	パラメトリックヒーティング	32
4.2.3	ガルバノミラー振り遅れ	37
4.3	ピエゾミラー	39
4.4	光双極子トラップ	40
4.5	アコーディオントラップまとめ	41
<b>第5章</b>	<b>リングビーム</b>	<b>43</b>
5.1	DMD について	45
5.1.1	動作	46

---

5.1.2	repeat モードと binary モード	47
5.1.3	ハイパワー耐久	49
5.2	入射角と反射率	49
5.3	ポテンシャル評価	51
5.3.1	立ち上がり	52
5.3.2	dark 領域のノイズ	55
5.3.3	最適なリングの太さ	55
<b>第 6 章</b>	<b>まとめ、今後の展望</b>	<b>60</b>
<b>付 録 A</b>	<b>ガルバノミラーの角度変化–PD 出力電圧対応式の作成</b>	<b>62</b>
<b>付 録 B</b>	<b>DMD の反射率の求め方</b>	<b>65</b>
B.1	平面波の重なり積分による定式化	65
B.2	1 枚の鏡（鏡面反射の条件）	65
B.3	周期 $d$ で並んだ有限幅ミラー（1次元格子）	66
B.4	Blazed grating	67
B.5	本研究の配置（DMD を $45^\circ$ 回転して設置）	68
B.6	実験パラメータの代入	69
<b>付 録 C</b>	<b>アコーディオントラップ解析コード</b>	<b>70</b>
C.1	解析コードの概要	70
C.2	フィットモデル	70
C.3	パラメータ定義	71
C.4	FFT による初期値推定	71
C.5	Ceres によるフィット処理	72
C.6	出力内容	72
C.7	完全版コードについて	72
<b>付 録 D</b>	<b>DMD 自作プログラム</b>	<b>73</b>
	<b>参考文献</b>	<b>80</b>

# 目 次

3.1	計算した擬二次元箱型トラップ、正の離調のレーザー光を用いて 光強度ゼロの暗い領域に原子を閉じ込める . . . . .	15
3.2	平行ビームとレンズ . . . . .	17
3.3	PBS と並行ビーム . . . . .	17
3.4	ガルバノミラー+レンズ系 . . . . .	17
3.5	Thorlabs 社 GVS201 . . . . .	18
3.6	アコーディオントラップ全体の光学系 . . . . .	18
3.7	ビーム径とリング位置のポテンシャル . . . . .	22
4.1	2つの PBS を横に並べた系 . . . . .	24
4.2	PBS を横から見た図 . . . . .	24
4.3	本研究で作成した系 . . . . .	25
4.4	作成したアコーディオントラップ光学系 . . . . .	26
4.5	2つのアコーディオントラップ . . . . .	26
4.6	テストセットアップ . . . . .	28
4.7	beam1,2 の位置変化 . . . . .	28
4.8	beam1,2 の位置変化 . . . . .	28
4.9	各レンズによる横収差 . . . . .	29
4.10	テストセットアップ . . . . .	30
4.11	PD 出力-角度変化換算グラフ . . . . .	30
4.12	ガルバノミラーによる振動 . . . . .	31
4.13	ガルバノミラー応答の比較 . . . . .	32
4.14	揺れの伝搬 . . . . .	33
4.15	トラップ揺らぎによるパラメトリックヒーティング . . . . .	33
4.16	$\sin \theta$ による励起レートの比較 . . . . .	36
4.17	アコーディオン交わり角に対するトラップ周波数とヒーティング レート . . . . .	36
4.18	入力電圧に対する PD の出力電圧 . . . . .	37
4.19	ガルバノ振動周波数に対する出力ピーク時刻の遅れ (3 mrad) . . . . .	38
4.20	ガルバノ振動周波数に対する出力電圧 (3 mrad) . . . . .	38
4.21	異なるガルバノ回転角度での出力ピーク時刻遅れの比較 . . . . .	38

4.22	異なるガルバノ回転角度での出力電圧の比較 . . . . .	39
4.23	ピエゾミラーによる光路長の変化 . . . . .	40
4.24	ピエゾフィールドバック系の概略図、 . . . . .	40
4.25	作成したアコーディオントラップの格子間隔 . . . . .	42
4.26	カメラで撮影した干渉縞のイメージ . . . . .	42
4.27	フィッティングで再現した画像 . . . . .	42
5.1	DMD テスト光学系 . . . . .	44
5.2	ビニング . . . . .	45
5.3	DMD ON/OFF 回転 . . . . .	46
5.4	repeat モードの Dark time 測定 . . . . .	48
5.5	binary モードの Dark time 測定 . . . . .	48
5.6	DMD 正面図 . . . . .	49
5.7	入射角に対する反射角 . . . . .	50
5.8	入射角に対する反射率 . . . . .	51
5.9	撮影したリングビーム . . . . .	52
5.10	立ち上がり評価 . . . . .	53
5.11	リング太さに対する $\gamma$ . . . . .	54
5.12	リングの太さ 1pixel での立ち上がり評価 壁の高さが 2pixel と比べて 1/2 程になっている影響で $\gamma$ も小さい。 . . . .	54
5.13	dark 領域ノイズのヒストグラムにおけるポアソン分布フィッティング中心 . . . . .	56
5.14	各リング太さにおける dark 領域ノイズのヒストグラムとポアソン分布フィッティング . . . . .	59
A.1	三角波入力と PD 出力電圧 . . . . .	63
A.2	入力電圧に対する PD 出力電圧 . . . . .	63
A.3	ガウシアンビームをカットした時の PD 出力 . . . . .	64

# 表 目 次

3.1	ガルバノミラーの仕様、Thorlabs 社のデータシートに基づく [10]。	18
5.1	DMD の仕様、数値は ViALUX 社による [16]。 . . . . .	46



# 1 章

## 背景

### 1.1 レーザー冷却

レーザー冷却とは、原子がレーザー光を吸収・放出する際に生じる運動量の変化を用いて原子を冷却する手法であり、その理論は1975年にT.HänschやA.Schawlowらによって提唱された([1])。そして、1987年にはレーザー光と四重極磁場を組み合わせた磁気光学トラップ(MOT)がE.L.Raabらによって実現された([2])。MOTの実現により、原子気体の冷却と捕獲が同時に行えるようになり、原子温度は100  $\mu$ K オーダーまで低下した。さらに蒸発冷却の導入により、高エネルギーの原子を選択的にトラップから除去することで原子気体の温度は100 nK オーダーにまで到達した。そして、1995年にはRbやNaなどのアルカリ原子気体を用いてボース・アインシュタイン凝縮(BEC)が実験で実現された([3])([4])。BECの実現により冷却原子を用いた物性の探索が広がり、現在まで冷却原子を用いた様々な実験が行われている。

冷却原子系は、外部ポテンシャルや原子間相互作用を高精度に制御できるという点で、固体物理系では実現が困難な量子多体系の実験的プラットフォームとして注目されている。冷却原子系では、フェッシュバッハ共鳴を用いることで原子間相互作用を外部磁場によって連続的に制御することができる。フェッシュバッハ共鳴は1960年代にH.Feshbachによって理論的に提唱され([5])、1998年にInouyeらがNaを用いて初めて実験的に実現した([6])。以降、この高い制御性を活かし、相転移現象や量子多体ダイナミクス、非平衡物理などの分野で冷却原子系を用いた研究が行われている。近年では、冷却原子気体を低次元系や一様密度系、格子系で実現することで、従来の調和トラップでは観測が困難であった物理現象の研究が進められている。このような系は、相分離現象や非平衡ダイナミクスの時間発展を高い空間分解能で直接観測できるという利点がある。

## 1.2 光トラップ

冷却された原子を空間的に閉じ込めるためには、外部ポテンシャルを用いたトラップが必要になる。原子のトラップ手法には、磁場勾配を利用した磁場トラップと、レーザー光による光双極子を利用した光トラップが存在する。光トラップは、レーザー光の強度分布に応じて生じる AC シュタルクシフトを利用して原子を閉じ込める手法であり、原子のスピン状態に依存しないという利点を持つ。周波数  $\omega$  のレーザー光による光双極子ポテンシャル  $U(\mathbf{r})$  は、原子の共鳴周波数  $\omega_0$  からの離調量  $\Delta = \omega - \omega_0$  および光強度  $I(\mathbf{r})$  を用いて

$$U(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3 \Delta} I(\mathbf{r}) \quad (1.1)$$

で与えられる [7]。ここで  $\Gamma$  は自然幅である。赤方離調 ( $\Delta < 0$ ) では原子は強度最大位置に引き寄せられ、青方離調 ( $\Delta > 0$ ) では逆に強度最小位置に閉じ込められる。

光トラップは磁気トラップと異なり、スピン状態に依存しない閉じ込めが可能であるため、スピン混合系にも適用できる。また、レーザー光の空間分布を制御することで、調和ポテンシャルに限らず、箱型ポテンシャルやリング型ポテンシャルなど、任意形状のトラップを設計できる点も大きな特徴である。

近年では、空間光変調器 (SLM) やデジタルマイクロミラーデバイス (DMD) を用いることで、複雑な二次元ポテンシャルを高精度に生成する技術が発展している。これにより、密度一様な原子気体や低次元量子系の実現が可能となり、相転移現象や非平衡ダイナミクスの研究が進められている。

## 1.3 本研究の目的

冷却原子気体を用いた多くの実験では、三次元光トラップ中の原子気体を用いられる。しかし、相分離現象や非平衡ダイナミクスの時間発展を詳細に観測するためには、観測方向に強く圧縮された擬二次元系が望ましい。三次元系では、カメラの観測方向に積分された密度分布が得られるため、空間構造の詳細を正確に捉えることが困難となる。この問題を解決するためには、観測方向に強く閉じ込められた密度一様な原子気体、すなわち擬二次元箱型トラップを実現する必要がある。箱型ポテンシャルを用いることで密度勾配を抑え、一様密度系を実現できる。本研究では  $^{87}\text{Rb}$  閉じ込めに用いるため、鉛直方向の閉じ込めとして格子間隔可変な光アコーディオントラップを、水平方向の閉じ込めとしてリングビームを採用し、それらを組み合わせた擬二次元箱型トラップを構築することを目的とする。さらに、構築した光学系の性能を実験的に評価し、設計目標が達成されているかを検証することで、今後の冷却原子を用いた非平衡ダイナミクスの観測実験に適した実験基盤を確立することを目指す。

## 1.4 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。

第1章では、本研究の背景と本研究の目的について述べた。

第2章では、極低温ボース粒子気体の基礎理論について述べ、単一原子種の BEC の性質や GP 方程式、トーマス・フェルミ近似について説明する。

第3章では、本研究で用いる擬二次元箱型トラップの構成について述べ、アコーディオントラップおよびリングビームの原理と光学設計指針を示す。

第4章では、アコーディオントラップの実験的評価について述べ、格子間隔の制御範囲、振動ノイズ、パラメトリックヒーティング、ガルバノミラーの応答特性などを報告する。

第5章では、リングビームの作成および評価について述べ、DMD の駆動方式、入射角と反射率、ポテンシャル形状、dark 領域のノイズなどを検証する。

第6章では、これまでの結果を総括し、擬二次元箱型トラップとしての達成度を評価するとともに、今後の展望について述べる。

## 2 章

# 極低温ボース粒子気体

本章では、極低温ボース粒子気体の基礎理論について述べる。まず、非相互作用ボース気体におけるボース・アインシュタイン凝縮の統計的性質を説明する。次に、原子間相互作用を取り入れた平均場理論としての Gross-Pitaevskii 方程式を導出し、さらに相互作用が支配的な場合に有効なトーマス・フェルミ近似について述べる。なお、ここでの議論は文献 [8] を参考にしている。

### 2.1 単一原子種のボース・アインシュタイン凝縮

非相互作用ボース粒子からなる系において、単一粒子状態  $\nu$  の平均占有数はボース分布関数

$$f_0(\varepsilon_\nu) = \frac{1}{\exp[(\varepsilon_\nu - \mu)/k_B T] - 1} \quad (2.1)$$

で与えられる。ここで  $\varepsilon_\nu$  は単一粒子エネルギー、 $\mu$  は化学ポテンシャル、 $T$  は温度である。

温度が高い場合には  $\mu \ll \varepsilon_0$  ( $\varepsilon_0$  は基底状態エネルギー) となり、分布関数は古典的なボルツマン分布に近づく。一方、温度を下げると  $\mu$  は次第に  $\varepsilon_0$  に近づく。

全粒子数は

$$N = \sum_{\nu} f_0(\varepsilon_\nu) \quad (2.2)$$

で与えられ、3次元自由粒子の場合、 $\mu \rightarrow \varepsilon_0$  となった後も励起状態に収容できる粒子数  $N_{\text{ex}}$  には上限がある。その結果、

$$N_0 = N - N_{\text{ex}} \quad (2.3)$$

の粒子が基底状態に巨視的に占有される。このように多数の粒子が同一の量子状態を占有する現象がボース・アインシュタイン凝縮である。

実際の原子気体では原子間相互作用が存在する。極低温では原子の運動エネルギーが非常に小さいため、衝突は主に  $s$  波成分によって支配され、 $s$  波散乱長  $a$

によって特徴付けられる。希薄な気体条件  $na^3 \ll 1$  が成り立つ場合には、相互作用は接触相互作用

$$V_{\text{int}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = g \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.4)$$

で近似できる。

ここで

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \quad (2.5)$$

は相互作用の強さであり、 $m$  は原子の質量である。散乱長  $a$  が正の場合は斥力の相互作用、負の場合は引力的相互作用に対応する。

完全に凝縮した状態では、すべての粒子が同一の一粒子状態  $\phi(\mathbf{r})$  を占有すると仮定できる。このとき  $N$  粒子系の波動関数は

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) = \prod_{i=1}^N \phi(\mathbf{r}_i) \quad (2.6)$$

と書ける。

一粒子波動関数は

$$\int d\mathbf{r} |\phi(\mathbf{r})|^2 = 1 \quad (2.7)$$

と規格化されている。

この近似のもとで、系のエネルギーは

$$E = N \int d\mathbf{r} \left[ \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla\phi|^2 + V(\mathbf{r})|\phi|^2 + \frac{N-1}{2} g |\phi|^4 \right] \quad (2.8)$$

となる。

### 2.1.1 Gross-Pitaevskii 方程式

巨視的波動関数

$$\psi(\mathbf{r}) = \sqrt{N} \phi(\mathbf{r}) \quad (2.9)$$

を導入すると、粒子密度は

$$n(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|^2 \quad (2.10)$$

で与えられる。

$1/N$  の項を無視すると、系のエネルギーは

$$E[\psi] = \int d\mathbf{r} \left[ \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla\psi|^2 + V(\mathbf{r})|\psi|^2 + \frac{g}{2} |\psi|^4 \right] \quad (2.11)$$

と書ける。

粒子数

$$N = \int d\mathbf{r} |\psi(\mathbf{r})|^2 \quad (2.12)$$

を保存する条件のもとで  $\psi$  および  $\psi^*$  を独立に変分すると、

$$\delta(E - \mu N) = 0 \quad (2.13)$$

より

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) + g|\psi(\mathbf{r})|^2 \right) \psi(\mathbf{r}) = \mu\psi(\mathbf{r}) \quad (2.14)$$

が得られる。これが時間に依存しない Gross-Pitaevskii 方程式である。第一項は原子の運動エネルギー、第二項はトラップポテンシャルによる位置エネルギー、第三項は原子間相互作用によるエネルギーを表している。この方程式は、これら三つの効果が凝縮体の空間分布をどのように決定するかを示している。

### 2.1.2 トーマス・フェルミ近似

粒子数が十分に多く、相互作用エネルギーが運動エネルギーより支配的な場合、運動エネルギー項を無視できる。この近似をトーマス・フェルミ近似と呼ぶ。この近似のもとでは

$$\mu = V(\mathbf{r}) + gn(\mathbf{r}) \quad (2.15)$$

となり、化学ポテンシャルは外部ポテンシャルと相互作用エネルギーの和として解釈できる。密度分布は

$$n(\mathbf{r}) = \frac{1}{g} [\mu - V(\mathbf{r})] \quad (\mu > V) \quad (2.16)$$

で与えられる。また、BEC の大きさは  $n(\mathbf{r}) = 0$  を式 (2.16) に代入することで

$$V(\mathbf{r}) = \mu \quad (2.17)$$

と決まる。ここで、トラップポテンシャルを

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (2.18)$$

で表される非等方調和トラップとする。各方向の BEC の大きさを半径  $R_i$  とすると、式 (2.18) を式 (2.17) に代入することで

$$R_i = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}} \quad (i = x, y, z) \quad (2.19)$$

と求めることができる。これをトーマス・フェルミ半径と呼び、トラップの強さと化学ポテンシャルによって決まる。

本研究で用いる擬二次元箱型トラップでは、原子密度が空間的にほぼ一様な領域が形成される。そのため、トーマス・フェルミ近似は原子分布を記述する上で有効な近似となる。

## 3 章

# 擬二次元箱型トラップ

通常、BECを用いた実験では三次元光トラップ中の原子気体を用いられる。しかし、三次元 BEC ではカメラの観測方向に沿って密度が積分された像が得られるため、BEC 中に生じる詳細な構造を正確に捉えることが困難となる。

この問題を解決するためには、観測方向に強く閉じ込められた密度一様な BEC、すなわち擬二次元系を実現する必要がある。本研究では、三次元 BEC を観測方向に圧縮することで二次元に近い系を構築し、その中で相分離過程を観測することを目的とする。そのために、鉛直方向の閉じ込めとして格子間隔可変なアコーディオントラップを、水平方向の閉じ込めとしてリングビームを用い、両者を組み合わせた擬二次元箱型トラップを開発した (図 3.1)。

それぞれのトラップは斥力型ポテンシャルを形成し、これにより密度一様な BEC の実現を目指す。本章では、擬二次元箱型トラップの作成方法について述べる。3.1 節ではアコーディオントラップについて、3.2 節ではリングビームについて説明する。

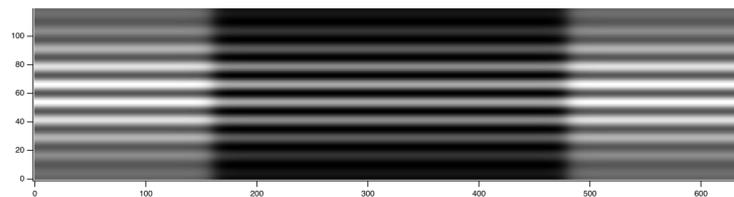


図 3.1: 計算した擬二次元箱型トラップ、正の離調のレーザー光を用いて光強度ゼロの暗い領域に原子を閉じ込める

### 3.1 アコーディオントラップ

アコーディオントラップとは、光の干渉を利用して形成される格子間隔可変な光トラップである。本節では、アコーディオントラップの原理および光学設計について述べる。

### 3.1.1 アコーディオントラップの原理

アコーディオントラップでは、2本のレーザービームの干渉によって形成される干渉縞の一層を原子のトラップとして用いる。2本のビームが交わる角度を変化させることで、干渉縞の格子間隔を連続的に制御することができる。

一般に、アコーディオントラップは2本の平行ビームとレンズを用いて作成される [9]。(図 3.2) に示すように、距離  $D$  だけ離れた2本の平行ビームをレンズによって集光すると、レンズの焦点面に光格子が形成される。2本のビームによる干渉パターンおよび格子間隔はフーリエ光学に基づいて計算することができる。

2本の平行ビームを、焦点距離  $f$  のレンズの前側焦点面において水平方向に  $\pm D/2$  だけシフトさせると、後側焦点面ではそれぞれ位相因子

$$\exp\left(\mp i \frac{\pi D}{\lambda f} x\right) \quad (3.1)$$

を伴った電場分布が得られる。ここで、 $\lambda$  はレーザー光の波長である。

このとき、後側焦点面における電場は

$$U_{+D/2}(x, y, f) = \exp\left(-i \frac{\pi D}{\lambda f} x\right) U_0(x, y, f), \quad (3.2)$$

$$U_{-D/2}(x, y, f) = \exp\left(+i \frac{\pi D}{\lambda f} x\right) U_0(x, y, f) \quad (3.3)$$

と表される。

これら2つの電場を重ね合わせることで、焦点面には干渉パターンが形成され、その強度分布は

$$I(x, y, f) = 2 \left( \cos\left(\frac{2\pi D}{\lambda f} x\right) + 1 \right) I_0(x, y, f) \quad (3.4)$$

で与えられる。ここで  $I_0(x, y, f)$  は単一ビームによる強度分布である。

この干渉パターンの周期、すなわち格子間隔  $d$  は

$$d = \frac{f\lambda}{D} \quad (3.5)$$

と表される。

また、(図 3.2) に示すように、2本のビームの交わり角を  $2\theta$  とすると、

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} \quad (3.6)$$

と書き換えることができる。この式はビームの曲率やウエストサイズに依存せず、ビームが発散している場合や大きなウエストを持つ場合にも成り立つ。そのため、本手法を用いることで任意のサイズの光格子を安定に生成することが可能である。

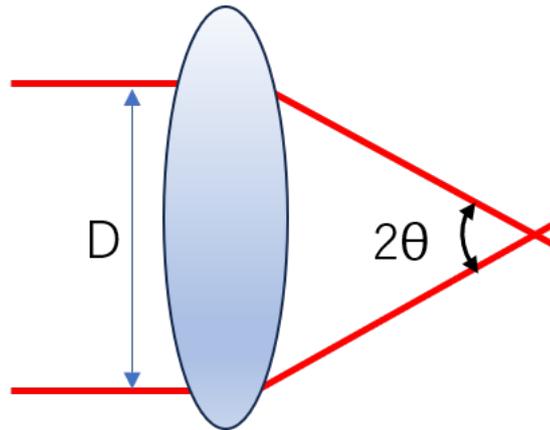


図 3.2: 平行ビームとレンズ

### 3.1.2 アコーディオントラップ作成方法

前節で述べたように、アコーディオントラップは2本の平行ビームとレンズを用いて作成される。2本のビームを1つのレンズに入射し、焦点面に形成される干渉縞の一層に原子をトラップする。平行ビームの間隔を変化させることで、干渉縞の格子間隔を制御することができる。

本研究では、偏光ビームスプリッター (Polarized Beam Splitter, PBS) を2つ用いて2本の平行ビームを生成した (図 3.3)。1本の入射ビームを水平偏光成分と鉛直偏光成分の2本に分離し、PBSを透過する水平偏光成分はミラーで反射させ、 $\lambda/4$ 波長板を計2回通過させることで鉛直偏光に変換し、PBSで反射させた。

2本の平行ビームの間隔は、PBSに入射するビームを平行移動させることで制御することができる。ビームの平行移動方法としては、電動直線ステージ、ペリスコープ、音響光学偏光器、ガルバノミラーなどが考えられるが、本研究では角度の応答範囲が広く、応答速度が速く、かつ連続的な制御が可能であるという利点から、ガルバノミラーとレンズを用いる方法を採用した (図 3.4)。

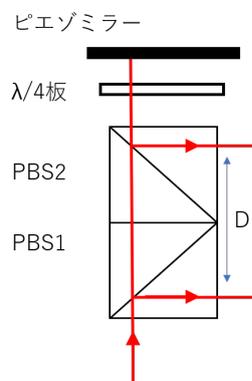


図 3.3: PBS と並行ビーム

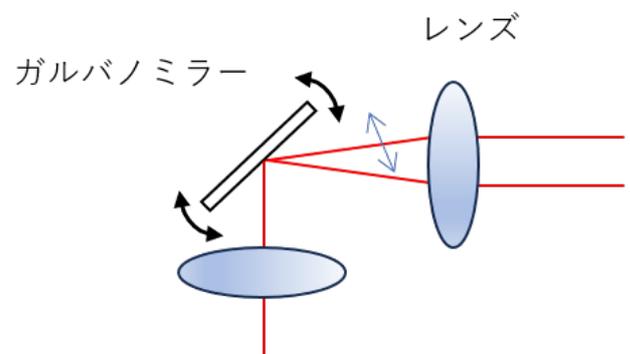


図 3.4: ガルバノミラー+レンズ系

使用したガルバノミラーはThorlabs社製のものである[10]。ガルバノミラーとは、印加電圧によって回転角度を制御できる回転ミラーである(図3.5)。このガルバノミラーとレンズを組み合わせ、印加電圧を変化させることでビーム位置を制御し、アコーディオントラップの格子間隔を連続的に変化させることが可能となる。アコーディオントラップ光学系の全体構成を(図3.6)に示す。



図 3.5: Thorlabs 社 GVS201

表 3.1: ガルバノミラーの仕様、Thorlabs 社のデータシートに基づく [10]。

最大入射ビーム径	5 mm
最大角度	12.5°
フルスケール帯域幅	250 Hz

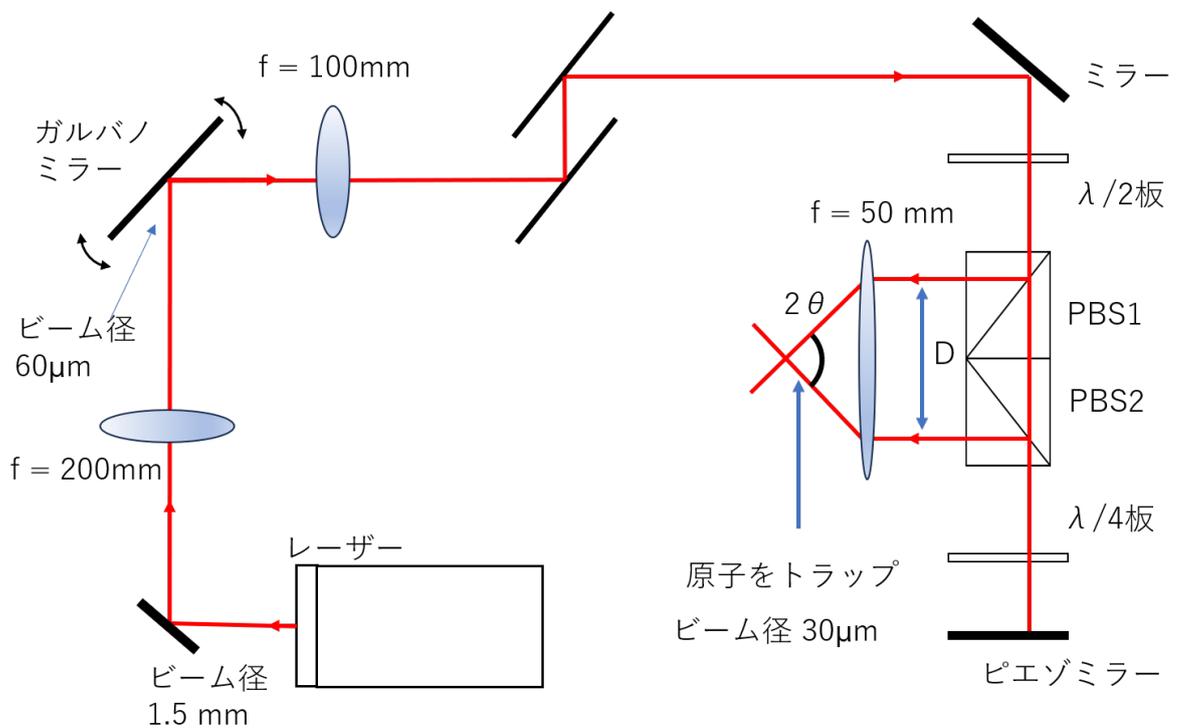


図 3.6: アコーディオントラップ全体の光学系

### 3.1.3 アコーディオントラップ光学設計

本節では、アコーディオントラップの光学設計指針について述べる。光トラップ中の三次元BECを擬二次元系まで圧縮するためには、格子間隔として2~18  $\mu\text{m}$ 程度が必要である。三次元BECのサイズは約10  $\mu\text{m}$ であるため、最大格子間隔はその約2倍程度を確保した。こうすることで一層だけにBECを閉じ込められるようにした。また、最小格子間隔は、鉛直方向に構造ができないよう、トラップ周波数を化学ポテンシャル (~1kHz) より十分大きくすることを考慮して設定した。

使用するビーム径は、先行研究を参考にして [11]、焦点における干渉領域で鉛直方向30  $\mu\text{m}$ 、水平方向300  $\mu\text{m}$ とした。水平方向は、リングビームとの重なりを考慮した設計である。

前節で示したように、格子間隔は

$$d = \frac{f\lambda}{D} \quad (3.7)$$

で与えられる。本研究では干渉縞を形成する集光レンズとして  $f = 50 \text{ mm}$  のレンズを用いた。したがって、格子間隔2~18  $\mu\text{m}$ を実現するためには、平行ビーム間隔  $D$  をおおよそ2~20 mmの範囲で変化させる必要がある。

このため、PBSに入射するビームを  $\pm 10 \text{ mm}$  程度平行移動させる設計とした。ガルバノミラー後のレンズには  $f = 100 \text{ mm}$  のレンズを用いるため、ガルバノミラーの回転角度は  $-0.05 \sim +0.05 \text{ rad}$  の範囲で変化可能なものを選定した。

## 3.2 リングビーム

リングビームは円環状の強度分布を持つビームであり、ガウシアンビームの中心部を空けた強度分布として実現できる。本研究では、DMD (Digital Micromirror Device) を用いてリングビームを作成した。DMDは100万個以上の微小ミラーの集合体であり、各ミラーのON/OFF状態を制御することで入射光を空間的に変調できる。したがって、ガウシアンビームをDMDで反射させることにより、任意形状の光ポテンシャルを形成することが可能である。

本研究で使用したDMDはVialux社製V-6501VISである [16]。解像度は1920  $\times$  1080 pixel、ミラーピッチは7.6  $\mu\text{m}$ であり、素子全体のサイズは14.5 mm  $\times$  8.2 mmである。ミラーの回転軸がミラーの対角線方向に設定されているため、光学系への組み込みに際してはDMDを定盤に対して45°回転させて設置する必要がある。なお、コントローラの型番はV4390である。本節ではリングビームの光学設計指針、特にトラップ深さを効率よく得るためのビーム径条件について述べる。DMDの詳細な動作評価については第5章で詳述する。

### 3.2.1 リングビーム光学設計

水平方向の閉じ込めとして用いるリングビームの半径は、相分離で観測したい数  $\mu\text{m}$  程度の構造を十分に分解できるよう、 $50\sim 200\ \mu\text{m}$  程度の領域を確保することが求められる。半径に幅を持たせるのは、実験条件に応じて原子密度を調整するためである。

リングビームはガウシアンビームから中心部を除去して作成するため、同じパワーを用いた場合に通常の高スリットビームトラップよりもトラップ深さが小さくなる傾向がある。そこで、与えられたパワー  $P$  に対してリング半径  $a$  でのトラップ深さを最大化するガウシアンビームのビーム径条件を求める。

まず、ガウシアンビームのビーム径を  $w$ 、中心強度を  $I_0$  とすると、半径  $r$  での強度分布は

$$I(r) = I_0 \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \quad (3.8)$$

で与えられる。全パワー  $P$  は面積分により

$$\begin{aligned} P &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty I(r) r \, dr \, d\theta \\ &= 2\pi I_0 \int_0^\infty \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) r \, dr \\ &= \frac{\pi}{2} w^2 I_0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

となる。したがって

$$I_0 = \frac{2P}{\pi w^2} \quad (3.10)$$

である。

次に、このガウシアンビームから半径  $a$  の位置に壁を持つリングポテンシャルを形成すると考え、半径  $a$  における光双極子ポテンシャルの大きさ  $U(a)$  を評価する。離調  $\Delta$  が十分大きい場合、ポテンシャルは強度に比例し

$$U(a) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \frac{\Gamma}{\Delta} I(a) \quad (3.11)$$

で与えられる。ここで  $\omega_0$  は共鳴角周波数、 $\Gamma$  は自然幅である。式 (3.10) を用いると

$$U(a) \propto I(a) = I_0 \exp\left(-\frac{2a^2}{w^2}\right) = \frac{2P}{\pi w^2} \exp\left(-\frac{2a^2}{w^2}\right) \quad (3.12)$$

となり、固定したパワー  $P$  のもとでは

$$U(a) \propto \frac{1}{w^2} \exp\left(-\frac{2a^2}{w^2}\right) \quad (3.13)$$

が成立する。

ここで比  $x = a/w$  ( $x > 0$ ) を導入すると、式 (3.13) は

$$U(a) \propto \frac{x^2}{a^2} \exp(-2x^2) \propto x^2 \exp(-2x^2) \quad (3.14)$$

と書ける。これを  $x$  で微分すると

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} [x^2 e^{-2x^2}] &= 2x e^{-2x^2} + x^2 e^{-2x^2} (-4x) \\ &= 2x e^{-2x^2} (1 - 2x^2) \end{aligned} \quad (3.15)$$

となるため、最大条件は

$$1 - 2x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{w} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.16)$$

である。すなわち、固定した光パワーに対してリング半径  $a$  でのトラップ深さを最大化するには、ガウシアンビームのビーム径を  $w = \sqrt{2}a$  とすればよい。

次に、DMD で形成したパターンを 2 枚のレンズで結像し、原子位置でのリング半径を調整する。本研究では縮小結像の倍率を大きくすることで、DMD 上でできる限り大きなリングを描画し、ミラー 1 枚あたりの空間分解能を相対的に高める設計とした。DMD の短辺は 8.2 mm であるため、ガウシアンビームが DMD 上で十分に収まるよう、ビーム径はこの範囲内に設定する必要がある。本研究では、式 (3.16) より  $w = \sqrt{2}a$  であることを用いて、DMD 上のビーム径およびリング半径が素子サイズに収まる条件を満たすように設定した。

具体的には、2 枚のレンズとして  $f = 200$  mm および  $f = 25$  mm を用いた。原子位置でのリング半径を 100  $\mu\text{m}$  程度とすると、縮小倍率は 1/8 であるため、DMD 上ではリング半径 0.8 mm、ガウシアンビーム径  $w \simeq 1.1$  mm となる。このとき、DMD のミラーピッチ 7.6  $\mu\text{m}$  は原子位置で 0.95  $\mu\text{m}$  に相当し、光学系の解像度 1.6  $\mu\text{m}$  よりも小さい。したがって、ミラーの離散が空間分解能の制約となることはなく、十分な解像度でリングポテンシャルを形成できると考えられる。

擬二次元箱型トラップとして用いるため、アコーディオントラップには格子間隔が 2~18  $\mu\text{m}$  で可変でありその過程で加熱されないという要求が、リングビームには中心部分がリング壁ポテンシャルに比べて十分暗くなっている、という要求がある。次章以降では、作成したアコーディオントラップおよびリングビームがこの要求を満たしているかを実験的に評価する。

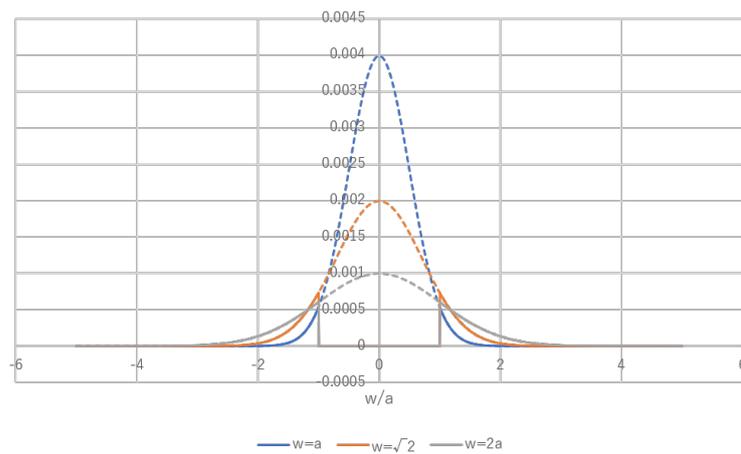


図 3.7: ビーム径とリング位置のポテンシャル

## 4 章

# アコーディオントラップ

前章で述べたように、擬二次元箱型トラップの鉛直方向の閉じ込めとして、ガルバノミラーおよび2つのPBSを用いたアコーディオントラップ光学系を構築した。実際に作成した光学系を(図4.4)に示す。本光学系は、ガルバノミラーとレンズによりビームを平行移動させる系と、PBSおよび集光レンズにより干渉縞を形成する系を組み合わせることで構成される。

当初、2本の平行ビームを生成する部分は、[9]を参考にPBS2つを並べて作成した(図4.1)。しかし、この系では問題が2つ存在する。1つ目が、PBSで反射するビームと透過するビームの光路差が大きくなり、結果としてビーム径に差が生じることである。ビーム径に差があると、干渉縞形成時の強度分布が変化し、トラップとしての対称性や一様性に影響を与える。

2つ目が、PBSの有効径によってアコーディオントラップの格子間隔が大きく制限される点である。アコーディオントラップの格子間隔の最大値及び最小値にはそれぞれ限界がある。式(3.5)より、格子間隔は集光レンズ入射前のビーム間隔 $D$ によって決定される。 $D$ が大きいほど格子間隔 $d$ は小さく、 $D$ が小さいほど $d$ は大きくなる。格子間隔の下限については後述の4.1節で詳述する。一方、格子間隔の上限は、PBSを含む平行ビーム生成系で実現可能な最小ビーム間隔によって制限される。図4.1の平行ビーム生成系で最小ビーム間隔を達成するためには、ビームがPBSの端を通らなければならない。例えば平行ビームの間隔を2mmにするには、PBSの端から1mmの位置を通らなければならない。ここで問題となってくるのがPBSの有効径である。PBSには有効径が存在し、一般にPBS径の約80~90%程度である。ここで有効径ではない部分をdead spaceと呼ぶことにする。dead spaceは両端に存在することに注意すると、80%のPBSなら両端10%ずつ、90%のPBSなら5%ずつがdead spaceになる。そのためPBSの端1mmが有効径であるためには、有効径80%なら10mm、90%なら20mm以下のPBSでなければならない。これに加えて、使用するビームのビーム径も考慮する必要がある。ガウシアンビームは、ビームの端が少しでもdead spaceを通ると形状が崩れてしまう。ビームがdead spaceに被らないようにするために、 $\frac{1}{e^2}$ ビーム半径 $\frac{w}{2}$ の2倍程度dead spaceから離すとする。両端合わせたdead spaceの大

きを  $a$  とすると、PBS が 2 つ存在することを考慮してビーム間隔の下限は

$$\begin{aligned} D_{\min} &= 2 \left( \frac{1}{2} a + w \right) \\ &= a + 2w \end{aligned} \quad (4.1)$$

と見積もられる。本研究で使用するビーム径  $w$  は  $0.75 \text{ mm}$  なので、目標である  $D_{\min} = 2 \text{ mm}$  を達成するには  $a = 0.5 \text{ mm}$  を満たす PBS が必要である。これを満たすのは有効径 80% なら  $5 \text{ mm}$ 、90% なら  $10 \text{ mm}$  以下のサイズの PBS である。一方、本研究では格子間隔  $2 \sim 18 \mu\text{m}$  を達成するため、ビーム間隔  $D$  を  $2 \sim 20 \text{ mm}$  の範囲で変化させる。そのため、PBS の有効径は少なくとも  $10 \text{ mm}$  以上確保しなければならない、有効径 90% の PBS でも  $11 \text{ mm}$  以上のサイズが必要である。

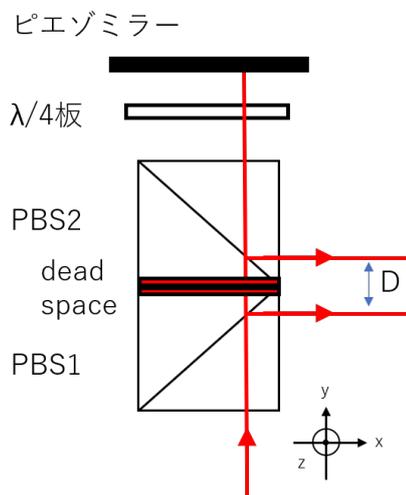


図 4.1: 2つの PBS を横に並べた系

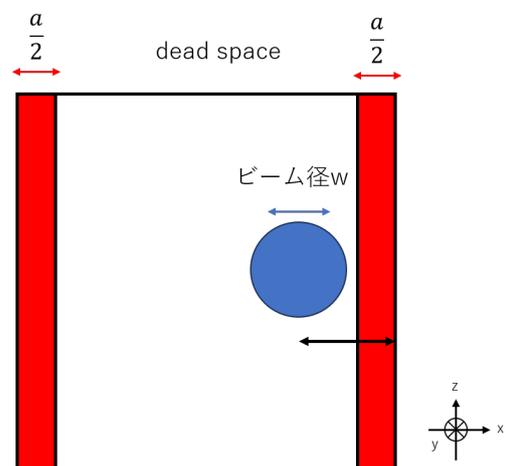


図 4.2: PBS を横から見た図

このように、従来の設計では光路差の問題や PBS に求められる性能が厳しく、余裕がない状態で実験を行う必要があった。これらの問題を解決するため、PBS2 つとミラーおよび三角ミラーを組み合わせた系を作成した (図 4.3)。

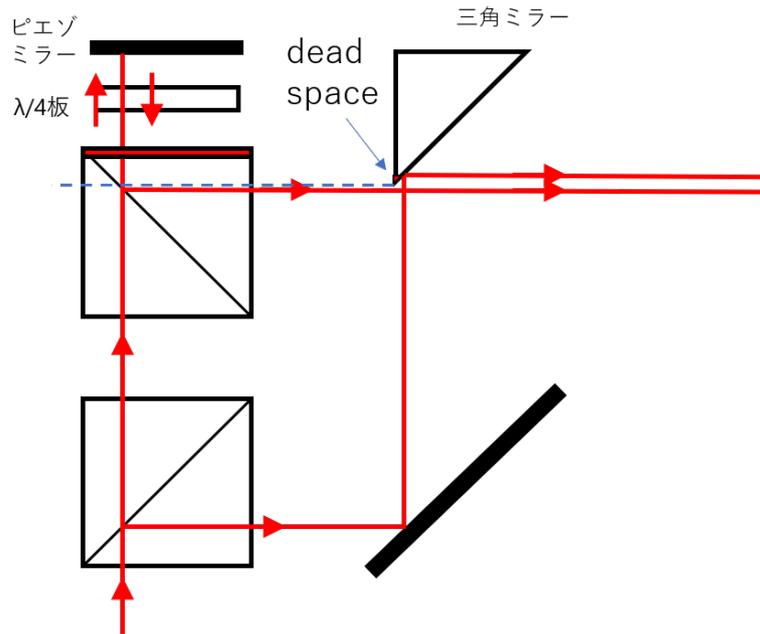


図 4.3: 本研究で作成した系

この系では、ミラーおよび三角ミラーを用いてPBSで反射するビームと透過するビームの光路差を可能な限り抑えるように設計されており、ビーム径の問題を回避することができる。また、三角ミラーは端ギリギリまで使うことを想定している素子である。この三角ミラーをPBSのdead space領域に重ねて配置することで、dead spaceの寄与を2つのPBSから1つの三角ミラーへと変更できる。その結果、PBSのdead spaceによる強い制約が解消されるため、PBS径を必要以上に小さく設計する必要がなくなり、有効径10mm以上という条件を余裕を持って満たすPBSを選定できる。本研究では20mmPBSを用い、ビーム間隔として1.6mmを実現した。これは目標とするビーム間隔2.0mmを満たしている。

さらに本光学系では、(図4.5)に示すようにPBSへ2本のビームをそれぞれ独立に入射させることで、同時に2つのアコーディオントラップを実現できるように設計した。これらは別々のガルバノミラーによって独立に格子間隔を制御でき、トラップ位置において異なる格子間隔を持つポテンシャルを形成することが可能である。このような構成は、相分離の観測に加えて他の実験への応用可能性も有する。

本章では、構築したアコーディオントラップの性能評価を行う。4.1節では格子間隔の下限について述べ、4.2節ではガルバノミラーに起因する加熱について述べる。4.3節では干渉縞の位相制御について述べ、4.4節では本章のまとめを示す。

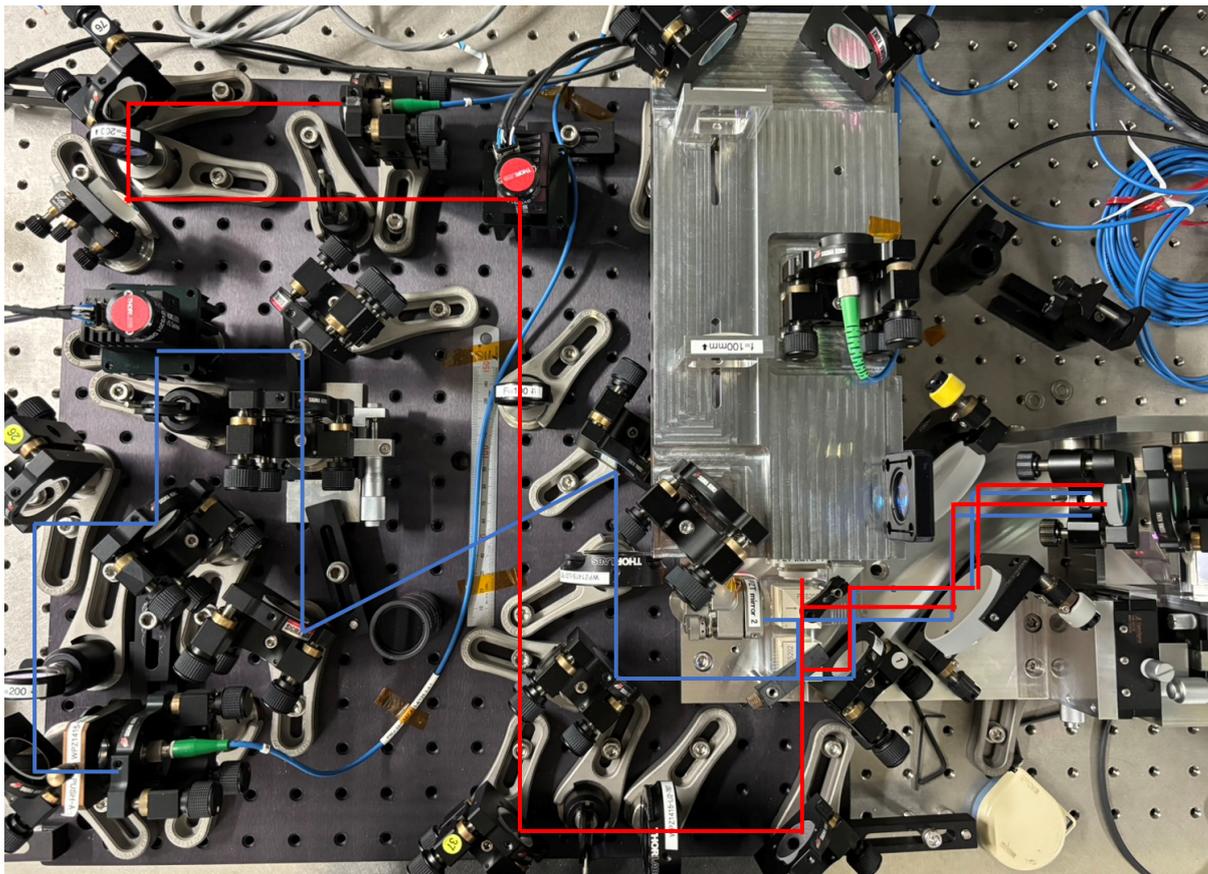


図 4.4: 作成したアコーディオントラップ光学系

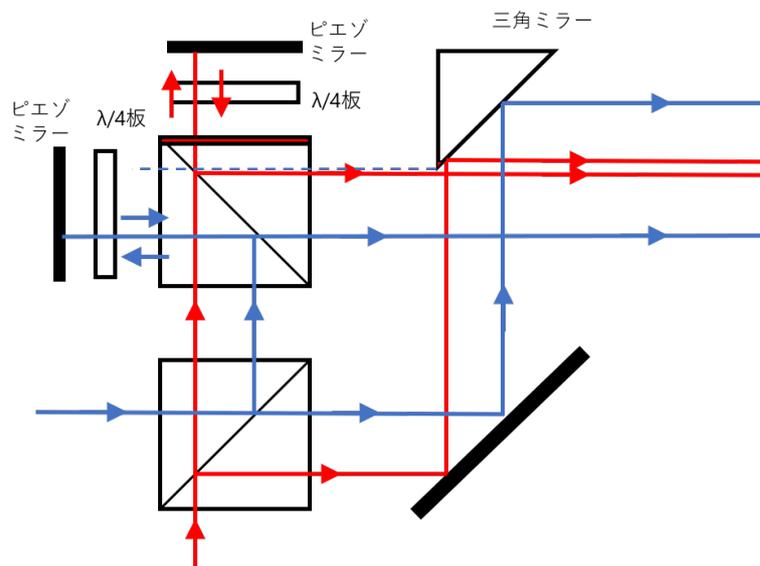


図 4.5: 2つのアコーディオントラップ

## 4.1 集光レンズ

本節では、アコーディオントラップの格子間隔の下限について述べる。格子間隔の上限はPBSの有効径によって制限されるが、これは三角ミラーを用いた光学系設計により緩和した。一方、格子間隔の下限は、2本の平行ビームを集光するレンズの有効開口数（有効NA）によって主に決定される。

2本のビームが集光レンズに入射する状況を考える。本研究でアコーディオントラップ形成に用いるビームは楕円形状であり、水平方向を  $x$ 、鉛直方向を  $y$  とし、ビーム径 ( $1/e^2$  径) を  $w_x = 300 \mu\text{m}$ 、 $w_y = 30 \mu\text{m}$  とした。水平方向に干渉縞を形成するためには、鉛直方向において2本のビームが十分に重なっている必要があり、少なくとも  $30 \mu\text{m}$  程度以内で交差していることが望ましい。

本測定に用いたテストセットアップを (図 4.6) に示す。テスト系では楕円ビームではなく真円ビームを用い、 $w_x = w_y = 30 \mu\text{m}$  とした。集光レンズとしてダブレットレンズ (Thorlabs 社 AC508-075B[12]) を用いた場合の2本のビーム位置の計算結果を (図 4.7) に示す。ビームの交わり角を  $2\theta$  とすると  $\sin \theta = D/f$  であり、格子間隔  $2 \sim 20 \mu\text{m}$  を達成するには  $\sin \theta = 0.2 \sim 0.02$  が必要である。(図 4.7) に示すように、ダブレットレンズでは2本のビームが  $30 \mu\text{m}$  以上離れてしまう領域が存在する。これはダブレットレンズの有効NAが小さく（およそ0.1程度）ビームの重なりを十分確保できないことに由来する (図 4.8)。

そこで、有効NA=0.2の非球面レンズ (Thorlabs 社 AL2550H-B[13]) を用いた結果を合わせて、横収差  $\Delta y = y_1 - y_2$  の比較を (図 4.9) に示す。ダブレットレンズおよび非球面レンズの実測値はいずれも光線追跡の結果と概ね一致し、非球面レンズでは  $\Delta y$  が  $30 \mu\text{m}$  より小さくなることが確認された。実際にカメラで干渉縞を観測した結果、高NA条件でも2本のビームが重なり続けることが確認できた。

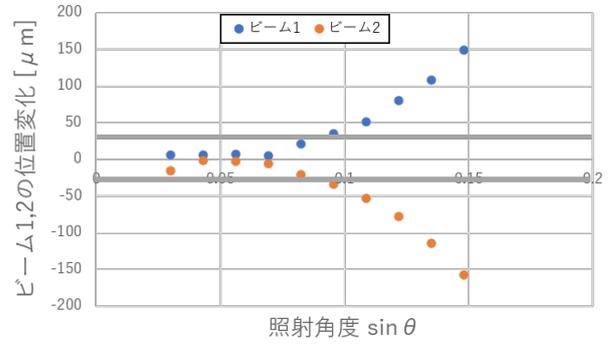
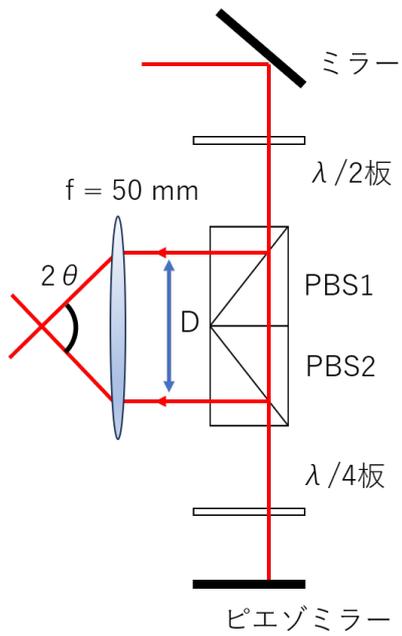


図 4.7: beam1,2 の位置変化

図 4.6: テストセットアップ

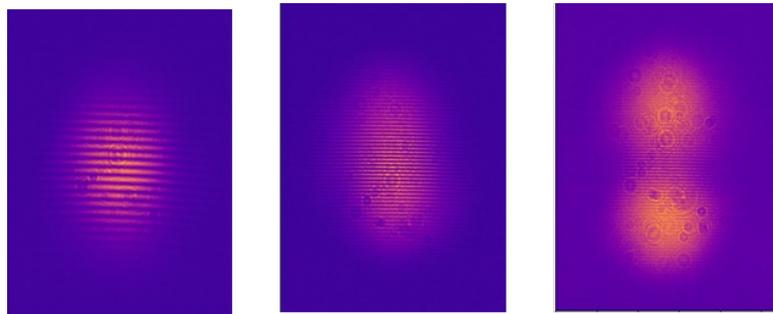


図 4.8: beam1,2 の位置変化

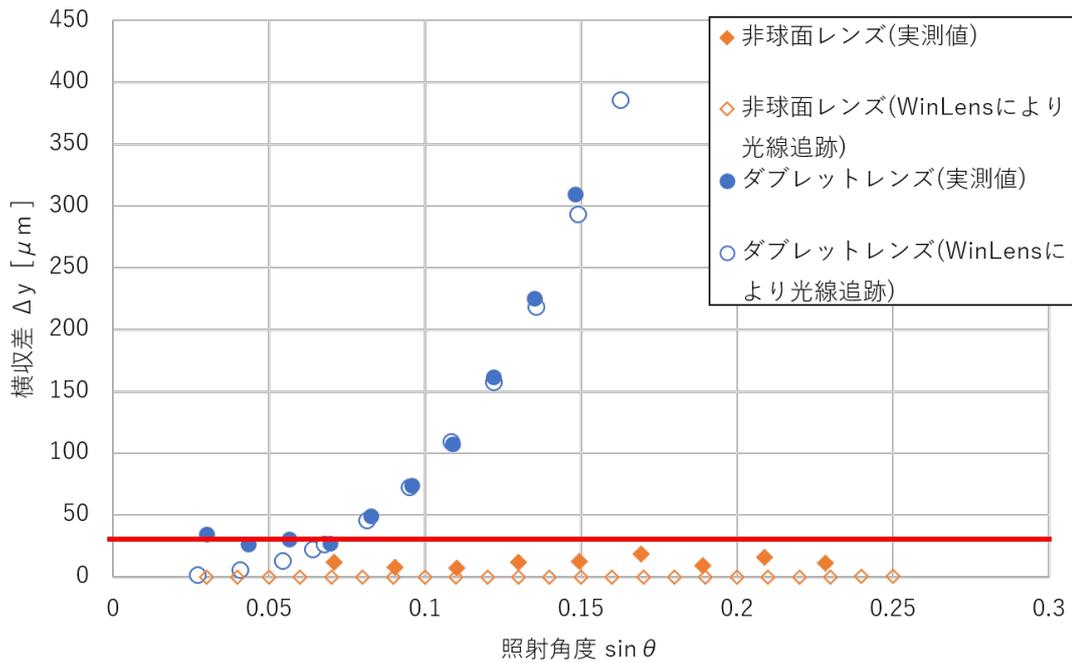


図 4.9: 各レンズによる横収差

## 4.2 ガルバノミラー

本節では、PBSに入射するビームを平行移動させる系に用いたガルバノミラーについて述べる。ガルバノミラーは印加電圧により回転角度を制御できる回転ミラーである(図 3.5)。本研究では、ガルバノミラーを2枚のレンズと組み合わせて使用した(図 3.4)。1枚目のレンズでガルバノミラーの回転中心にビームを集光し、2枚目のレンズでビームをコリメートすることで、ガルバノミラーの角度変化をビームの平行移動として変換する。

ガルバノミラー内部ではPID制御によりミラー角度が決定されている。この制御に起因する振動ノイズが、トラップされた原子に対してパラメトリックヒーティングを引き起こす可能性がある。そこで、振動ノイズを測定し、見積もられるパラメトリックヒーティングを評価することで原子の加熱への影響を調べた。また、入力電圧に対するガルバノミラーの振り遅れも測定し、アコーディオントラップにおける圧縮操作速度の上限を評価した。

### 4.2.1 振動ノイズ

ガルバノミラーの振動ノイズを測定するため、ガルバノミラーで反射したビームをフォトダイオード(PD)で検出する系を構築した(図 4.10)。PDの手前にはスリットを配置し、ガルバノミラーの角度変化に応じてPD出力が変化するよう

にした。スリット直前のビーム径は2500  $\mu\text{m}$ 、スリットのカット幅は500  $\mu\text{m}$ である。本系では、ガルバノミラーの角度変化を約0.1 mradの精度で追跡できる。

三角波入力を用いて、PD出力電圧とガルバノミラー角度変化の換算式をあらかじめ求めた（付録A）。

$$V_{\text{out}} = \frac{V_{\text{ref}}}{A} \left[ \text{erf} \left( a \left( L\theta + \frac{H}{2} \right) \right) - \text{erf} \left( a \left( L\theta - \frac{H}{2} \right) \right) + C \right] \quad (4.2)$$

ここで  $a$  はエラー関数の幅、 $L$  はガルバノミラーとPD間の距離、 $\theta$  はガルバノミラー角度変化、 $H$  はスリットによるカット幅、 $C$  は出力電圧のオフセットである。この換算式を用いて、PD出力電圧からガルバノミラーの角度変化を求めた（図4.11）。

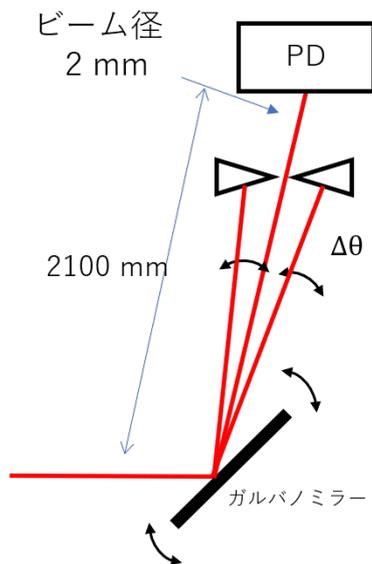


図 4.10: テストセットアップ

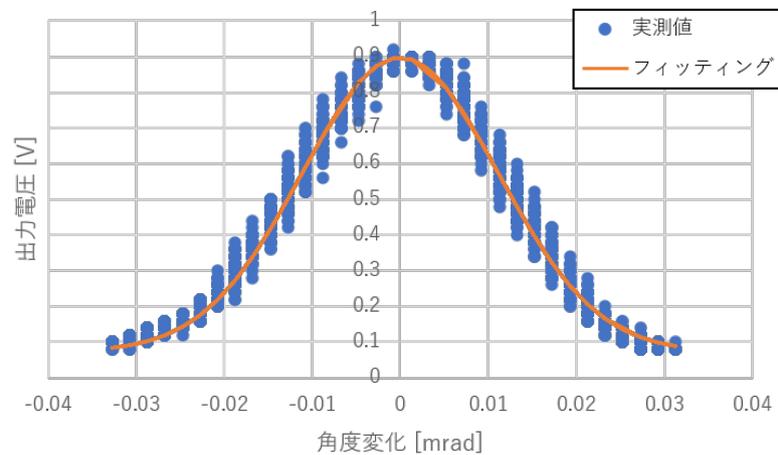


図 4.11: PD出力-角度変化換算グラフ

次に、矩形波のステップ入力を印加してガルバノミラーを回転させ、応答の立ち上がりを測定した。結果を（図4.12）に示す。本測定では目標角度を  $-0.6$  mradに設定した。ステップ入力に対して大きな振動が観測され、目標角度到達後にも微弱な振動が残ることが確認された。矩形波に対する応答時間は600  $\mu\text{s}$ 程度であり、振動が十分に減衰するまでには3 ms程度を要した。大きな振動は入力波形を矩形波ではなく滑らかな波形とすることで低減できると考えられるが、微弱な振動は抑制が難しく、長時間にわたり原子の加熱要因となる可能性がある。そこで以下では、この微弱な振動ノイズが原子の加熱に与える影響を評価する。

まず、観測された振動ノイズがガルバノミラーに由来するかを確認した。ガルバノミラーへの入力信号はファンクションジェネレーターで与えており、ファンクションジェネレーター接続時、ガルバノミラーを (i) ON/(ii) OFFした場合、(iii) 入力を接地した場合、の3条件でノイズスペクトルを比較するためFFTを行った。結果を（図4.13）に示す。ファンクションジェネレーターの有無でスペ

クトルが変化しないことから、入力信号ではなくガルバノミラー内部のフィードバック制御に起因するノイズが支配的であることが分かった。また、ノイズには周波数応答が存在し、2.35 kHz 付近にピークが観測された。以下では、この周波数成分が原子の加熱に与える影響を評価する。

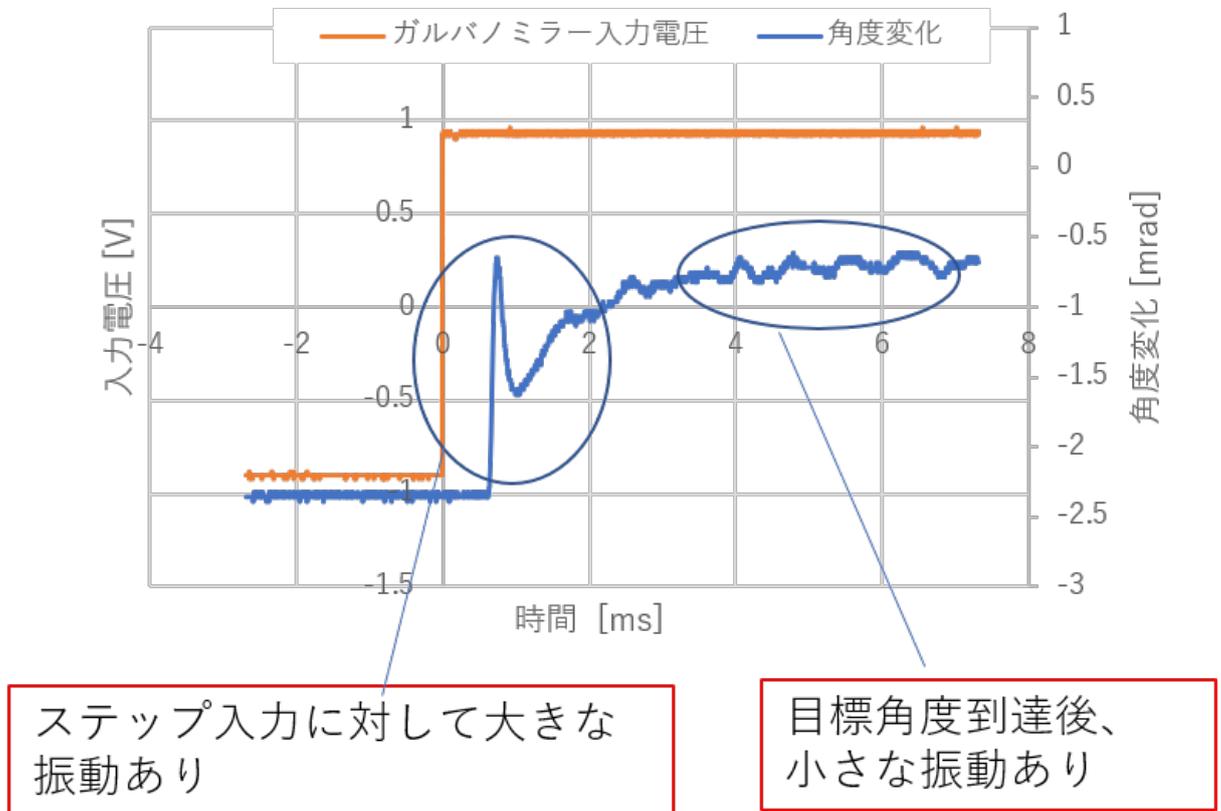
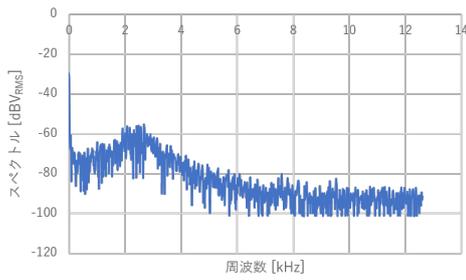
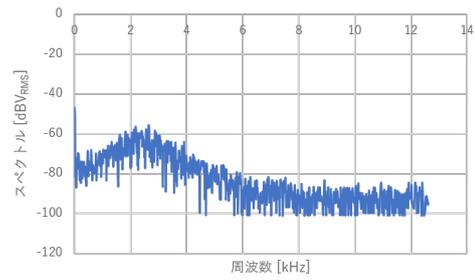


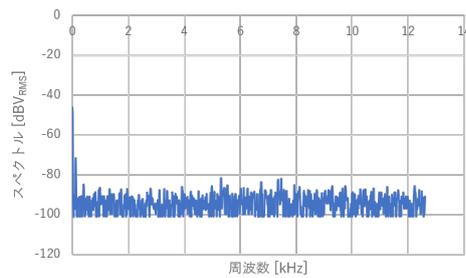
図 4.12: ガルバノミラーによる振動



(a) ガルバノ + ファンジェネ on



(b) ガルバノ on+50Ω 抵抗



(c) ガルバノ off

図 4.13: ガルバノミラー応答の比較

### 4.2.2 パラメトリックヒーティング

ガルバノミラーの角度に揺れ  $\Delta\theta(t)$  が存在すると、2本のビームの交差角が時間的に変動し、式 (3.5) および式 (3.6) より格子間隔  $d$  も時間的に揺らぐ。格子間隔の揺れは

$$\omega \propto \frac{I}{d^2}$$

の関係よりトラップ周波数の揺れとして現れ、結果としてパラメトリックヒーティングを引き起こす可能性がある (図 4.14、図 4.15)。本節では、加熱の影響を原子の励起レート  $\gamma$  で評価する。

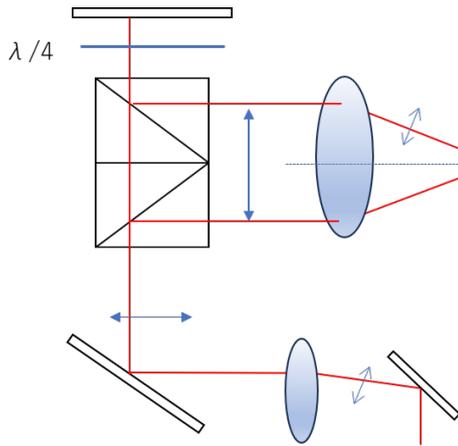


図 4.14: 揺れの伝搬

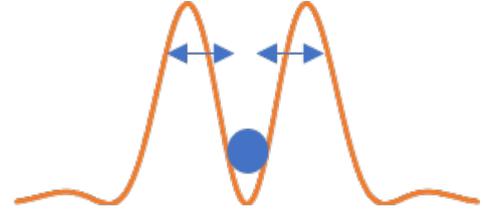


図 4.15: トラップ揺らぎによるパラメトリックヒーティング

パラメトリックヒーティングによる励起レートは、強度揺らぎ  $\epsilon(t)$  のパワースペクトル密度  $S_\epsilon(f)$  を用いて

$$\gamma = \pi^2 f_{\text{trap}}^2 S_\epsilon(2f_{\text{trap}}) \quad (4.3)$$

と表される [14]。ここで  $f_{\text{trap}}$  はトラップ周波数であり、 $S_\epsilon$  の単位は [1/Hz] である。本研究で評価したいのは強度ノイズそのものではなく、角度揺らぎ  $\Delta\theta(t)$  に由来するトラップ周波数の変調であるため、 $\epsilon(t)$  と  $\Delta\theta(t)$  の対応関係を導出する。

式 (3.6) より格子間隔は

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} \quad (4.4)$$

で与えられる。干渉縞の形成方向を  $z$  軸とし、ポテンシャル極小近傍 ( $z \ll d$ ) では

$$\begin{aligned} U(z) &= U_0 \sin^2\left(\pi \frac{z}{d}\right) \simeq U_0 \left(\pi \frac{z}{d}\right)^2 \\ &= U_0 \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \sin^2 \theta z^2 = U_0 k^2 \sin^2 \theta z^2 \end{aligned} \quad (4.5)$$

と近似できる。ここで  $k = 2\pi/\lambda$  である。一方、調和近似により

$$U(z) = \frac{1}{2} m \omega^2 z^2 \quad (4.6)$$

と書けるため、トラップ角周波数  $\omega$  は

$$\frac{1}{2} m \omega^2 = U_0 k^2 \sin^2 \theta \quad (4.7)$$

を満たす。したがって

$$\omega^2 \propto \sin^2 \theta \quad (4.8)$$

である。

ここで、強度揺らぎを  $\omega^2(t) = \omega_0^2\{1+\epsilon(t)\}$  として定義し、角度が  $\theta(t) = \theta_0 + \Delta\theta(t)$  と揺らぐ場合と対応させる：

$$\omega_0^2\{1+\epsilon(t)\} \propto \sin^2(\theta_0 + \Delta\theta(t)). \quad (4.9)$$

$\Delta\theta(t)$  が十分小さいとして一次まで展開すると、

$$\begin{aligned} \sin(\theta_0 + \Delta\theta) &\simeq \sin\theta_0 + \Delta\theta \cos\theta_0, \\ \sin^2(\theta_0 + \Delta\theta) &\simeq \sin^2\theta_0 + 2\sin\theta_0 \cos\theta_0 \Delta\theta, \end{aligned} \quad (4.10)$$

したがって

$$\frac{\sin^2(\theta_0 + \Delta\theta)}{\sin^2\theta_0} \simeq 1 + 2\cot\theta_0 \Delta\theta. \quad (4.11)$$

よって、強度揺らぎは

$$\epsilon(t) \simeq 2\cot\theta_0 \Delta\theta(t) = \frac{2\cos\theta_0}{\sin\theta_0} \Delta\theta(t) \quad (4.12)$$

で与えられる。式(4.3)に代入すると、角度揺らぎのパワースペクトル密度  $S_{\Delta\theta}(f)$  を用いて

$$\gamma = \pi^2 f_{\text{trap}}^2 \left( \frac{2\cos\theta_0}{\sin\theta_0} \right)^2 S_{\Delta\theta}(2f_{\text{trap}}) \quad (4.13)$$

と書ける。

次に、トラップ位置における角度揺らぎのパワースペクトル密度  $S_{\Delta\theta}$  を実験データから求める。手順を以下に示す。

1. フォトダイオード出力電圧に対してFFTを行い、振幅スペクトルを得る。FFTの出力が  $\text{dBV}_{\text{RMS}}$  表記で与えられている場合は、電圧に戻して

$$V(f) = 10^{(\text{dBV}_{\text{RMS}}/20)} \quad [\text{V}] \quad (4.14)$$

とする。次に、式(4.2)の  $V-\theta$  関係を、動作点近傍で接線近似し、傾き  $dV/d\theta$  からその逆数  $d\theta/dV$  を求める。これにより、ガルバノミラー角度の振幅スペクトルを

$$\theta_{\text{gal}}(f) = \frac{d\theta}{dV} V(f) \quad [\text{rad}] \quad (4.15)$$

として得る。

2. ガルバノミラー角度  $\theta_{\text{gal}}$  から、アコーデオントラップにおける交わり角の揺らぎ  $\theta_{\text{acc}}$  へ換算する。(図 4.14) の 2 枚レンズ系について光線追跡 (行

列光学) を用いると

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} y \\ \theta_{acc} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & f_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \theta_{gal} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \theta_{gal} \\ \theta_{gal} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \theta_{gal} \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} f_1 \theta_{gal} \\ -\frac{f_1}{f_2} \theta_{gal} \end{pmatrix} \tag{4.16}
 \end{aligned}$$

より、

$$\theta_{acc}(f) = \frac{f_1}{f_2} \theta_{gal}(f) \tag{4.17}$$

が得られる。

3. 得られた角度スペクトルからパワースペクトル密度を算出する。サンプル間隔を  $\Delta t$  とすると、角度揺らぎのパワースペクトル密度は

$$S_{\Delta\theta}(f) = \frac{(2\theta_{acc}(f))^2}{\Delta t} \quad [\text{rad}^2/\text{Hz}] \tag{4.18}$$

として求める。

4. 式 (4.13) に  $S_{\Delta\theta}(2f_{\text{trap}})$  を代入し、励起レート  $\gamma$  を算出する。

以上の手順に従って解析を行い、ヒーティングレートを見積もった。結果を (図 4.16) に示す。ヒーティングレートはトラップ周波数に依存して変化し、また交わり角  $\theta_0$  (すなわち  $\sin \theta_0$ ) によっても大きく変化する。例えば  $\sin \theta_0 = 0.2$  と  $\sin \theta_0 = 0.02$  の条件では、見積もられるヒーティングレートに約 2 桁の差が生じた。また、2.5 kHz 付近にヒーティングレートのピークが見られる。

ここで注意すべき点として、トラップ周波数  $f_{\text{trap}}$  と  $\sin \theta_0$  は独立ではなく、この光学系では相関を持つ。本研究で用いた条件では、レーザーパワー 200 mW のときトラップ深さは 9.63  $\mu\text{K}$  であり、トラップ周波数は

$$f_{\text{trap}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\pi^2 U_0}{m_{\text{Rb}} d^2}} \tag{4.19}$$

で与えられる。さらに  $d = \lambda / (2 \sin \theta_0)$  を用いると、 $f_{\text{trap}}$  は  $\sin \theta_0$  によって決まる。これらの関係をまとめた結果を (図 4.17) に示す。ヒーティングレートは  $\sin \theta_0 = 0.05$  付近で最大となり、 $\gamma = 0.0277 [\text{s}^{-1}]$  をとる。このとき  $1/\gamma \approx 36.1 \text{ s}$  であり、実験全体の時間スケールに対して十分長い。したがって、本研究で用いた条件ではガルバノミラー由来の加熱は無視できる。

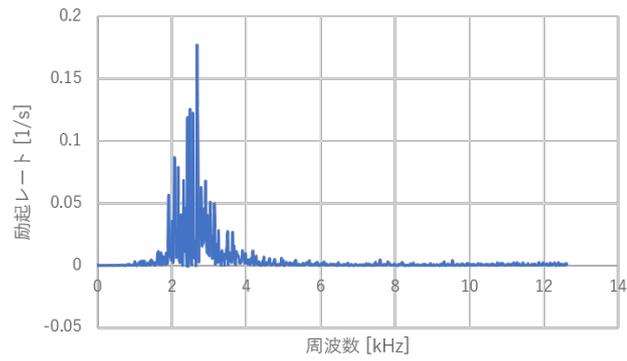
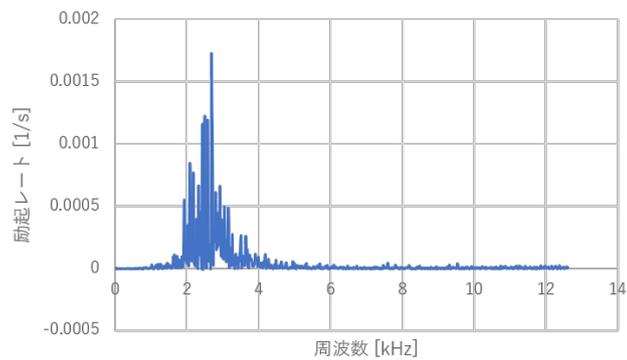
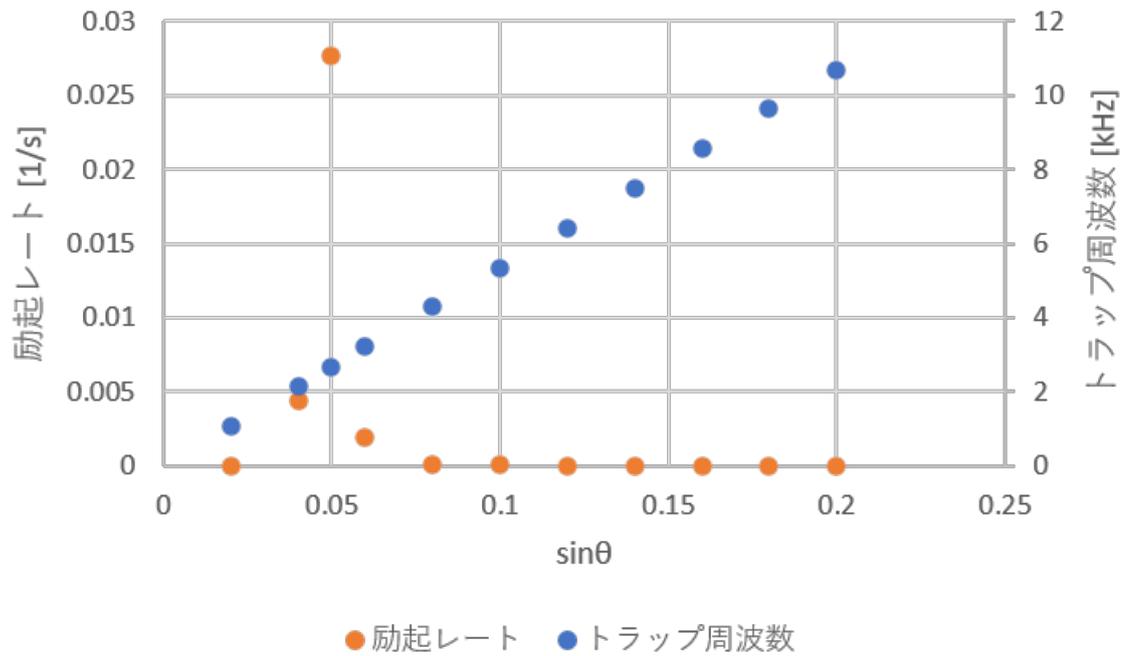
(a)  $\sin \theta = 0.02$ (b)  $\sin \theta = 0.2$ 図 4.16:  $\sin \theta$  による励起レートの比較

図 4.17: アコーディオン交わり角に対するトラップ周波数とヒーティングレート

### 4.2.3 ガルバノミラー振り遅れ

同一の測定系を用いて、ガルバノミラーの振り遅れ（位相遅れ）についても評価を行った。周波数を変化させた正弦波入力を印加し、入力信号に対する出力（角度変化）の遅れを測定した。本測定では、ガルバノミラー角度 3 mrad に相当する入力電圧を用いた。スリットがビームを両端でカットするため、入力正弦波の 1 周期あたりフォトダイオード出力には 2 つのピークが現れる（図 4.18）。本研究では 1 つ目のピーク時刻を抽出し、規格化時刻  $t/\tau$  として整理した。

実験条件から、振り遅れが無い場合にはピークは  $t/\tau = 0.264$  に現れる。そこで各周波数について、ピーク時刻のずれ ( $t/\tau - 0.264$ ) をプロットした結果を（図 4.19）に示す。入力周波数に概ね比例して遅れが増大することが確認された。また、高周波では出力電圧の波形が鈍り、追従性が低下する様子が観測された。これを定量化するため、出力振幅  $\Delta V = V_{\max} - V_{\min}$  を周波数に対してプロットした結果を（図 4.20）に示す。これよりカットオフ周波数は約 1.2 kHz と見積もられる。

同様の測定を回転角度を変え、ガルバノミラー角度 50 mrad に相当する入力電圧でも行い比較した（図 4.21）、（図 4.22）。このグラフから、回転角度の大きさによらず遅れの時間スケール、出力電圧の鈍りは同程度であるため、追従性は 3 mm ～ 50 mm の範囲では回転角度によらないことが確認された。

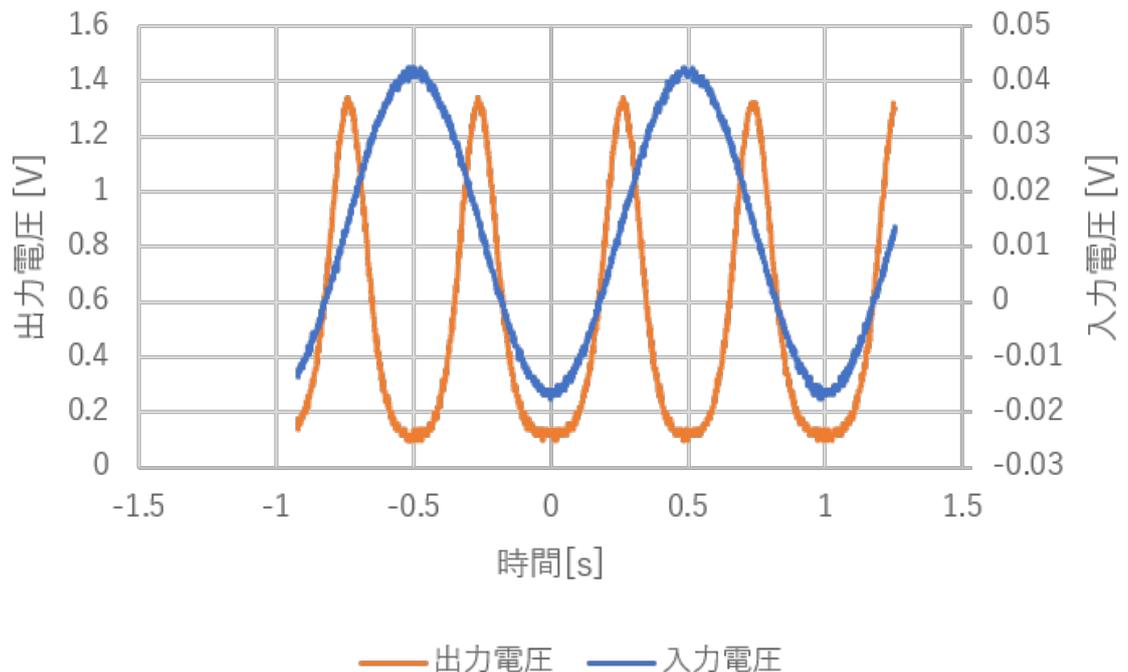


図 4.18: 入力電圧に対する PD の出力電圧

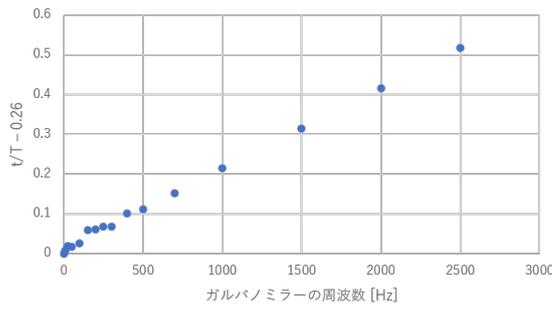


図 4.19: ガルバノ振動周波数に対する出力ピーク時刻の遅れ (3 mrad)

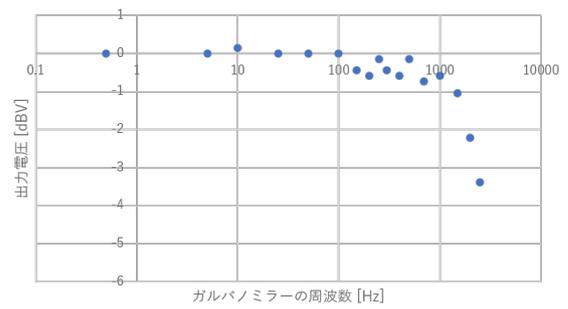


図 4.20: ガルバノ振動周波数に対する出力電圧 (3 mrad)

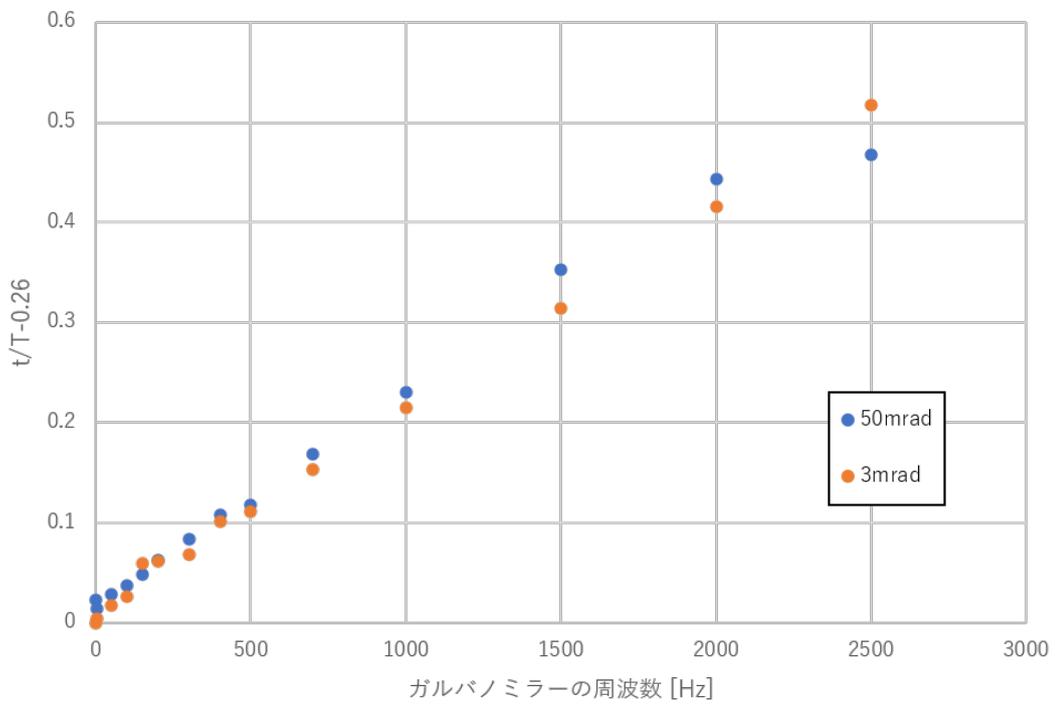


図 4.21: 異なるガルバノ回転角度での出力ピーク時刻遅れの比較

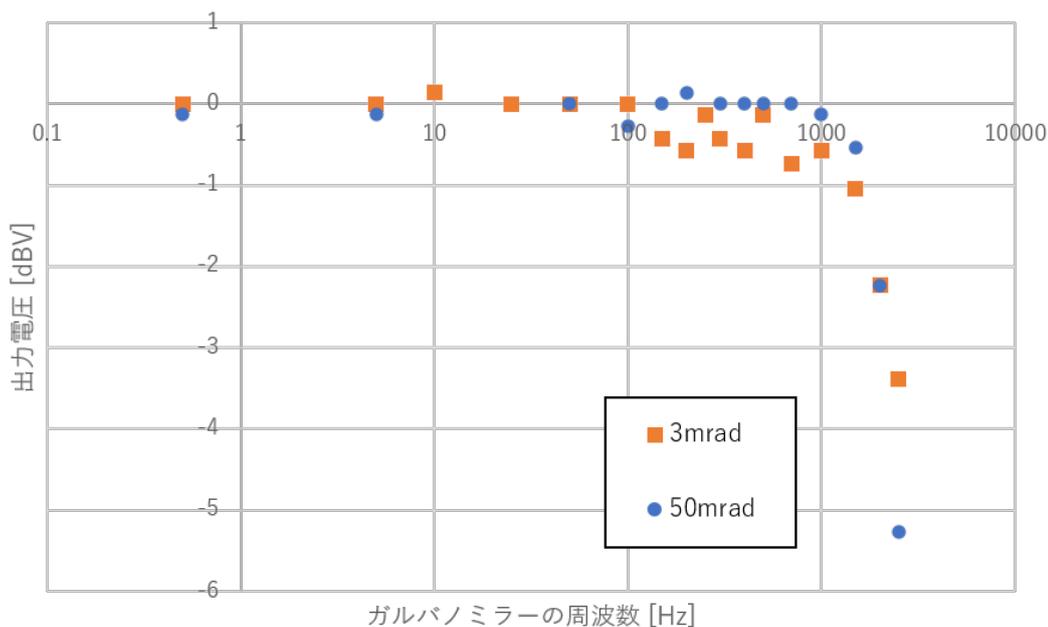


図 4.22: 異なるガルバノ回転角度での出力電圧の比較

### 4.3 ピエゾミラー

アコーデオントラップの干渉縞の位相は、干渉する 2 本のビーム間の光路差によって決定される。(図 4.23) に示すように、PBS の後に配置したミラーの位置を変化させることで光路差を制御できる。必要な変位量は波長程度で十分であるため、本研究ではステージではなくピエゾミラーを用いてミラー位置を前後方向に微小変位させた。

ピエゾミラーの変位量はフィードバック電圧によって制御する。干渉縞をカメラでリアルタイムに観測し、フィッティングにより縞の位相を推定した上で、位相が一定となるようにフィードバック電圧を決定する。制御系には Raspberry Pi を用い、カメラ起動、フィッティング、電圧出力を行った。制御機構の概略を(図 4.24) に示す。フィッティング結果に基づき、ピエゾミラーに印加する電圧およびガルバノミラーに印加する電圧を決定した。

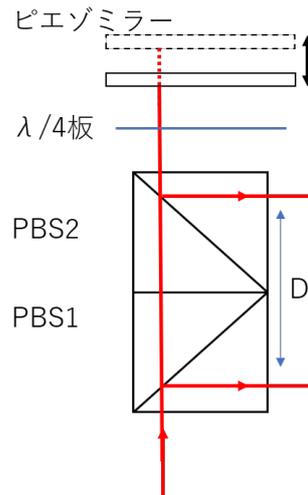


図 4.23: ピエゾミラーによる光路長の変化

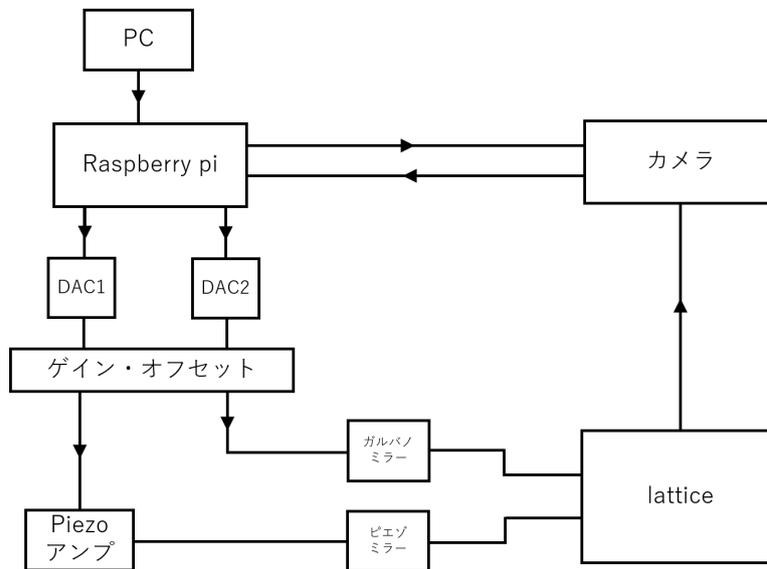


図 4.24: ピエゾフィードバック系の概略図、

## 4.4 光双極子トラップ

アコーディオントラップに導入する前段として、原子を保持するための光双極子トラップ (Optical Dipole Trap, ODT) を構築した。波長 1064 nm のレーザービームを用いる引力型トラップである。アコーディオントラップ焦点面におけるビーム径 ( $1/e^2$  径) は、水平方向  $x$ 、鉛直方向  $y$  に対してそれぞれ  $\omega_x = 197 \mu\text{m}$ 、 $\omega_y = 23.6 \mu\text{m}$  である。

(図 4.5) に示すように PBS へ 2 本のビームをそれぞれ独立に入射させることで、同時に 2 つのアコーディオントラップを実現できるように設計した。これらは別々のガルバノミラーによって独立に格子間隔を制御でき、トラップ位置におい

て異なる格子間隔を持つポテンシャルを形成することが可能である。このような構成は、相分離の観測に加えて他の実験への応用可能性も有する。

## 4.5 アコーディオントラップまとめ

(図 4.5) に示すように PBS へ 2 本のビームを入射させて、同時に 2 つの独立なアコーディオントラップを実現した。それぞれを Pass1(赤線)、Pass2(青線) とする。作成した 2 つのアコーディオントラップについて、格子間隔と交わり角の関係を (図 4.25) に示す。いずれも理論式 (3.6) と一致する振る舞いを示し、格子間隔の制御範囲はそれぞれ

$$\text{Pass1 : } 1.85 \sim 30.5 \mu\text{m},$$

$$\text{Pass2 : } 1.87 \sim 28.2 \mu\text{m}$$

であった。これは目標とする  $2 \sim 18 \mu\text{m}$  を十分に満たしている。また、ODT の鉛直方向ビーム径  $\omega_y = 23.6 \mu\text{m}$  より格子間隔が十分大きいため、アコーディオントラップの単一層へ BEC を導入できると考えられる。

さらに、実験で用いる領域 (例として  $d = 1.8 \mu\text{m}$ ) において、反時計回りを正として、干渉縞の傾き  $\phi$  をフィッティングにより求めたところ [付録 C]、

$$\text{Pass1 : } \phi = -1.16 \text{ mrad},$$

$$\text{Pass2 : } \phi = -1.25 \text{ mrad}$$

であった。縞の傾きの絶対値は磁場補正をかけることによって緩和できる一方、2 つのトラップ間の傾き差は実験配置により決まるため重要である。本研究で得られた傾き差は  $0.09 \text{ mrad}$  であり、十分小さく抑制されている。

以上より、本研究では擬二次元箱型トラップに必要な要求を満たすアコーディオントラップを構築できた。

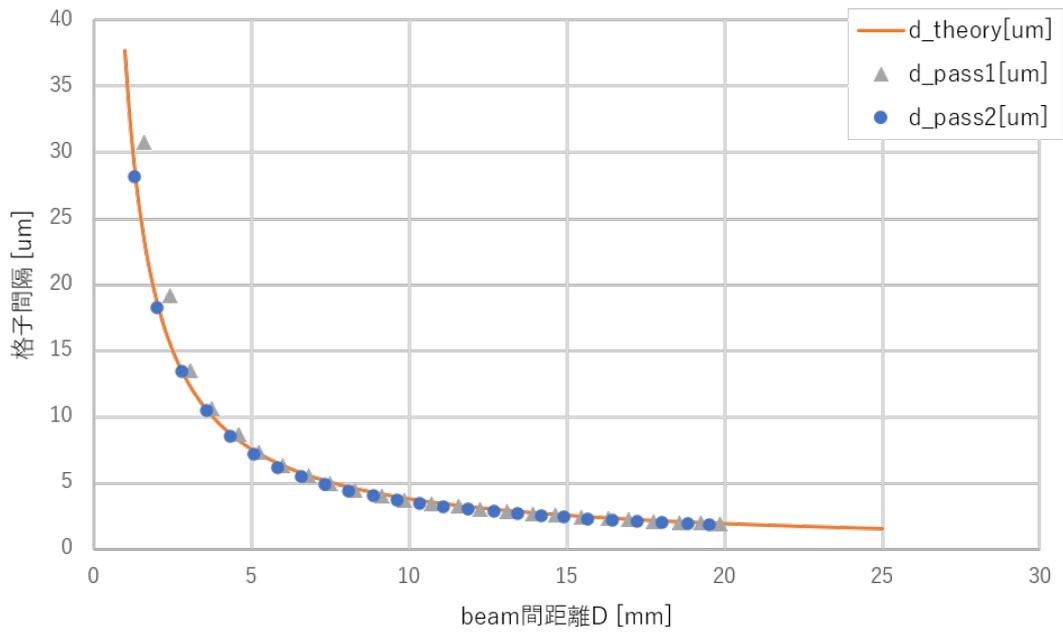


図 4.25: 作成したアコーディオントラップの格子間隔

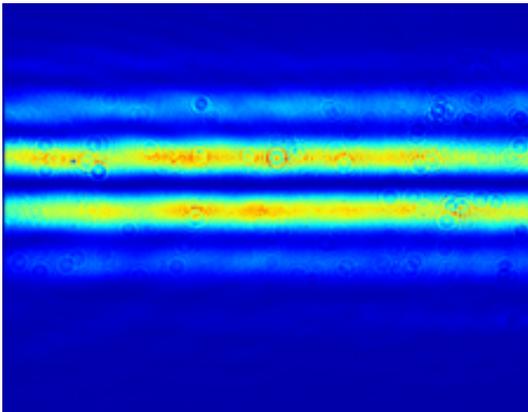


図 4.26: カメラで撮影した干渉縞のイメージ

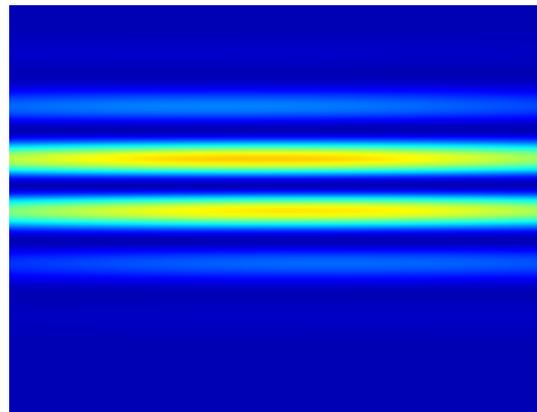


図 4.27: フィットティングで再現した画像

## 5 章

# リングビーム

第3章で述べたように、擬二次元箱型トラップの水平方向の閉じ込めとして、DMD (Digital Micromirror Device) を用いてリングビームを作成した。本章では、DMD を用いたリングビーム形成のための評価結果を述べる。はじめに、ビーム整形に用いる素子としてDMDを選択した理由を示し、その後、テスト光学系を用いて行ったDMDの動作評価およびリングビーム形成に関わる条件（投影モード、耐久性、入射角と反射率）を議論する。

ビーム整形には液晶を用いた空間光変調器 (Spatial Light Modulator, SLM) も広く用いられており、冷却原子実験への適用例も存在する。一方で、SLMは液晶の損傷を避けるため交流電場で駆動される。その駆動周波数帯が原子のトラップ周波数 (数 kHz) に近接することが多いため、加熱が問題となり得る。これに対し、DMDは機械的なマイクロミラーのON/OFF制御に基づくため、SLMのような交流駆動に由来する周期的強度変調の問題を回避できる。

一方で、DMDは基本的にON/OFF制御であり、256階調のSLMと比較すると強度・位相制御の自由度は小さい。したがって、レーザーパワーが制限されていて無駄にできない場合や、複雑な強度分布を形成したい場合にはSLMが有利である。しかし本研究では、比較的共鳴に近い755 nmのblue-detunedの光を用いて斥力型の箱型ポテンシャルを形成し、単純なリング形状が得られれば要求を満たす。必要なレーザーパワーも比較的小さく、DMDの像を原子位置に結像する構成により十分な閉じ込めが実現できると判断した。以上の理由から、本研究ではDMDを採用した。

実験本番では、DMD上に描画したリングを $f = 200$  mm および  $f = 25$  mm の2枚のレンズで結像し、約1/8に縮小して原子位置に投影する。 $f = 25$  mm レンズの有効NAは0.2であり、このときの光学解像度は $2.2 \mu\text{m}$ 程度である。DMDのミラーピッチ $7.6 \mu\text{m}$ は縮小後に $0.95 \mu\text{m}$ に相当するため、実空間では複数のミラーが解像度によって広がり、隣接ミラーの効果が重ね合わさる条件となっている。そこで本研究では、この状況を模擬するテスト光学系を構築し、リングビームの評価を行った (図5.1)。

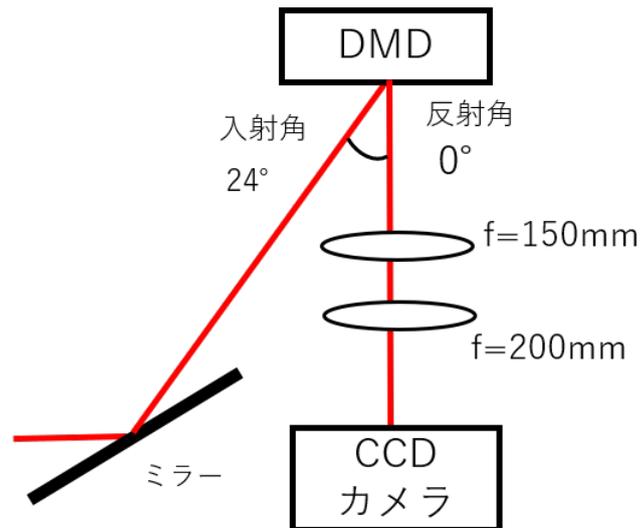


図 5.1: DMD テスト光学系

テスト系では  $f = 150 \text{ mm}$  および  $f = 200 \text{ mm}$  のレンズを用いて、DMD 像を  $4/3$  に拡大して CCD カメラで測定した。CCD カメラの画素サイズは  $4.4 \mu\text{m}/\text{pixel}$  であり、 $4 \times 4$  のビニングを行った。ビニングとは複数画素を 1 画素として加算する処理である。この条件では、DMD の 1 ミラーは  $(4/3) \times 7.6 \mu\text{m} = 10.1 \mu\text{m}$  に対応し、ビニング後の 1 画素は  $17.6 \mu\text{m} \times 17.6 \mu\text{m}$  に相当するため、1 画素で複数ミラーの重ね合わせを観測できる (図 5.2)。本章では、このテスト系を用いて得られた評価結果を報告する。

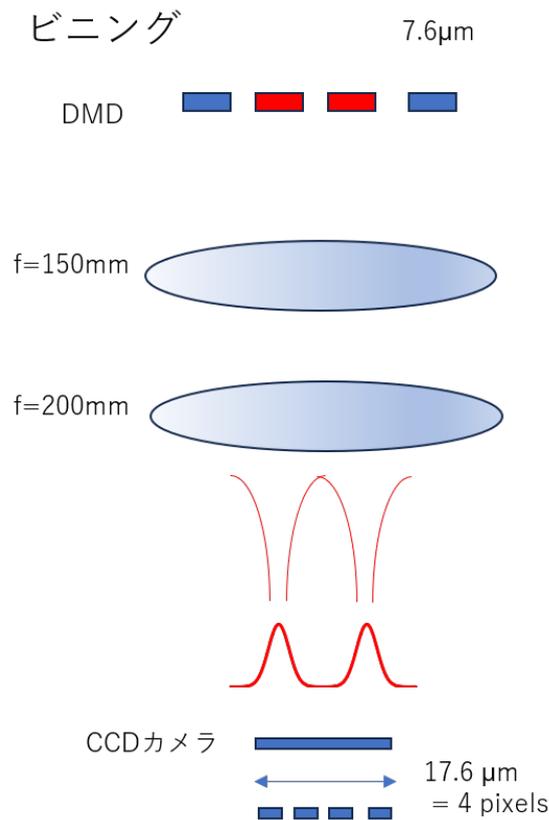


図 5.2: ビニング

## 5.1 DMD について

本節では、リングビーム形成に用いる DMD の動作評価を行う。DMD を使用するためには、DMD チップ本体に加えて、画像送信を行う PC、制御ボード、および接続用ケーブルが必要である。DMD の主要な供給元として Texas Instruments (TI) および ViALUX が挙げられる。

TI 製 DMD では、一定周期（典型的には 100  $\mu\text{s}$  程度）でミラーが自動的に一時 OFF となる動作（一般に “Flicker” と呼ばれる）が仕様として存在する。これはミラー固着を防ぐ保護動作であり、ユーザー側で完全に解除することは容易ではない。Flicker を停止するために制御基板上の特定箇所を MOSFET 等で短絡する実装例も報告されている [15] が、安定運用の観点から本研究では採用しなかった。代わりに、本研究ではソフトウェア制御により Flicker を止められる ViALUX 製 DMD を採用した。

本研究で使用した DMD は ViALUX 社製 V-6501VIS であり、ミラーは ON/OFF に応じて  $\pm 12^\circ$  回転する (図 5.3)。DMD の主な仕様を表 5.1 に示す。

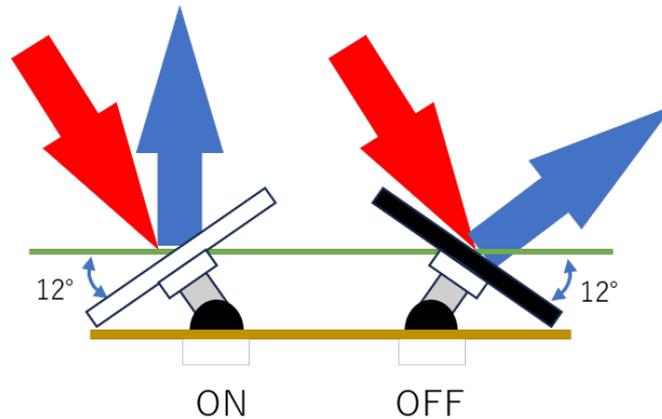


図 5.3: DMD ON/OFF 回転

表 5.1: DMD の仕様、数値は ViALUX 社による [16]。

Chipset	DMLP6500&DLPC910
DLP Format	0.65" 1080p
Windows Options	VIS
Micromirrors	1920 × 1080
Pitch	7.6 $\mu\text{m}$
DLP Area	14.5 × 8.2 $\text{mm}^2$
Controller Board	V4390

### 5.1.1 動作

DMD を駆動するためには、ViALUX が提供する ALP (Application Programming Interface) を用いる必要がある。本研究では V-6501 用の ALP-4.3 を導入し、付属ライブラリ (例: alp4395.lib) を用いて制御プログラムを構築した。付属ソフトウェア “EasyProj” により、DMD との通信および基本的な投影動作の確認が可能であるが、詳細な設定 (投影時間の精密制御、複数画像の連続投影、中心位置補正など) を行うには不十分である。

そこで本研究では、提供される Sample Program を基に制御プログラムを自作し、DMD への接続、BMP 画像の転送、投影の開始・終了、およびデバイス解放を行う一連の処理を実装した [付録 D]。この実装により、複数画像の連続投影、BMP 中心位置の補正、投影時間の設定が可能となった。さらに、投影モードを repeat モードから binary モードへ切り替えることで、意図せずミラーが OFF になる時間 (Dark time) の問題を解消した。以下でこの点を詳述する。

### 5.1.2 repeat モードと binary モード

付属ソフト “EasyProj” および Sample Program では、一般に repeat モードが用いられる。Sample Program および本研究で自作した制御プログラムでは、投影時間を最大 10s まで設定することができる。しかし repeat モードでは、設定した投影時間が終了するたびに全ミラーが一度 OFF となり、その後同一画像の投影が再開される。このとき画像切り替えに伴うミラーが OFF になる時間 (Dark time) が不可避となる。

Dark time は、画像開始から次画像開始までの時間 *Picture time* と、画像の表示時間 *Illuminate time* を用いて

$$Dark\ time = Picture\ time - Illuminate\ time \quad (5.1)$$

と表される。これらを調整することで Dark time を短縮できるが、仕様上の下限が存在し、仕様書では  $Dark\ time \simeq 97\ \mu\text{s}$  とされている。本研究ではフォトダイオードにより repeat モード投影時の dark time を測定した。その結果を (図 5.4) に示す。測定値は  $Dark\ time = 98.6\ \mu\text{s}$  であり、仕様と概ね一致した。したがって repeat モードでは、 $100\ \mu\text{s}$  程度の Dark time を避けることはできない。

一方で、ALP の設定を用いて投影モードを repeat から binary へ切り替えることで、この Dark time を解消できる。具体的には、制御関数の設定を

```
AlpSeqControl(nDevId, nSeqId, ALP_SEQ_REPEAT)
```

から

```
AlpSeqControl(nDevId, nSeqId, ALP_BIN_MODE, ALP_BIN_UNINTERRUPTED)
```

へ変更することで binary モードを指定できる。変更後に同様の測定を行った結果を (図 5.4) に示す。画像切り替えに伴う Dark time が消失し、意図しないタイミングでミラーが OFF になる問題が解決された。

ただし binary モードでは、同一画像を長時間連続して表示した場合にミラー固着のリスクがあるため、運用時には照射条件や投影時間に注意する必要がある。

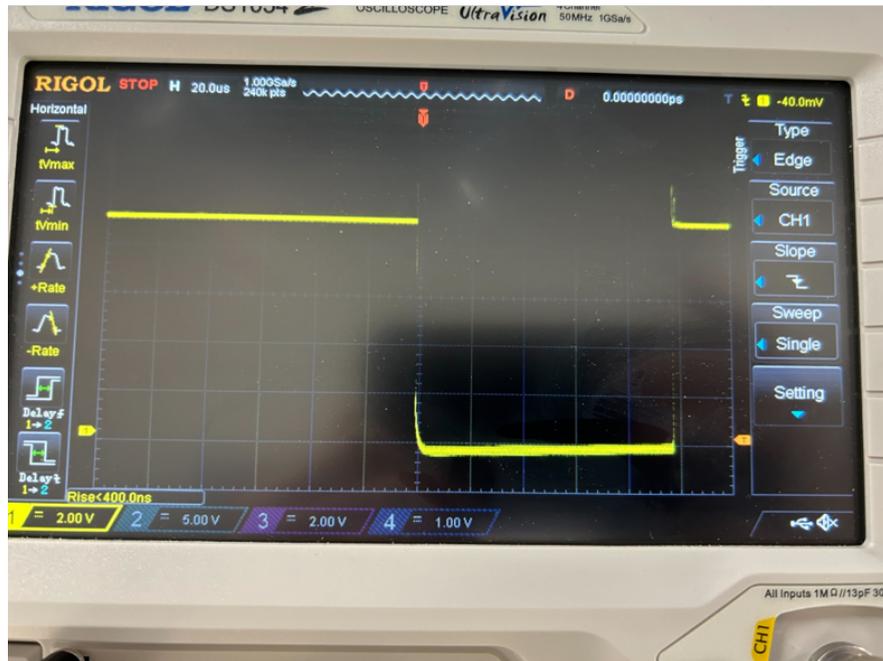
20 $\mu$ s/Div

図 5.4: repeat モードの Dark time 測定

20 $\mu$ s/Div

図 5.5: binary モードの Dark time 測定

### 5.1.3 ハイパワー耐久

本研究では、最大で 300 mW 程度のレーザーを DMD に照射する。この照射によりミラーが加熱され、固着が生じる可能性があるため、ハイパワー照射に対する耐久試験を行った。実験運用では 60 秒周期で 1 秒程度の照射を繰り返すことを想定している。そこで本試験では、より厳しい条件として 30 秒のうち 15 秒の照射を行う操作を 5 セット繰り返し、ミラー固着の有無を評価した。

その結果、上記条件においてもミラー固着は観測されず、正常に投影が継続できることを確認した。したがって、本研究で想定する実験条件において DMD は十分な耐久性を有すると考えられる。

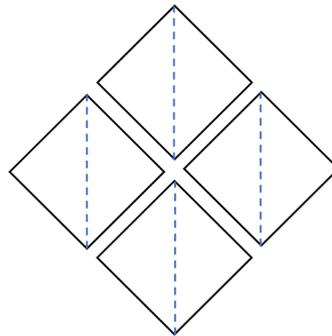


図 5.6: DMD 正面図

## 5.2 入射角と反射率

本節では、DMD を光学系に組み込む際に重要となる入射角と反射率の関係について述べる。DMD は微小ミラーが周期的に配列された構造を持ち、各ミラーは ON/OFF により  $\pm 12^\circ$  回転する (図 5.3)。通常は、ミラーの回転角に対応して正面方向へ反射光を得るため、正面から  $24^\circ$  傾いた方向から光を入射し、ON 状態で正面方向へ反射させる条件で用いる。この条件は、DMD 像を原子位置に結像する際のレンズ収差を小さくできる利点を持つ。

一方で、DMD は周期構造であるため回折格子として振る舞い、回折効率により有効反射率が低下する。回折効率は波長および入射角に依存するため、収差を抑える観点での入射角最適化と、反射率を確保する観点での入射角最適化は必ずしも一致しない。したがって、両者の競合を考慮した入射角選定が必要である。

まず、与えた波長と入射角に対して、どの次数の回折光が観測方向に存在するかを確認する。入射角を  $\theta_1$ 、反射角を  $\theta_2$ 、ミラー周期を  $d$  とすると、隣接ミラーからの経路差が  $m\lambda$  となる条件より

$$m = \frac{d}{\lambda} (\sin \theta_1 - \sin \theta_2) \quad (5.2)$$

が得られる。

本研究では波長  $\lambda = 755 \text{ nm}$  を用い、収差の観点から入射角  $\theta_1 = 24^\circ$ 、観測方向として反射角  $\theta_2 = 0^\circ$  を採用する。さらに、DMD の回転軸は対角線方向であるため、DMD は定盤に対して  $45^\circ$  回転して設置される (図 5.6)。このとき有効な周期は  $d/\sqrt{2}$  となるため、 $d = 7.6 \mu\text{m}$  を用いて

$$\begin{aligned} m &= \frac{d}{\sqrt{2}\lambda} (\sin \theta_1 - \sin \theta_2) \\ &= \frac{7.6 \mu\text{m}}{\sqrt{2} \times 755 \text{ nm}} (\sin 24^\circ - 0) \sim 2.90 \end{aligned} \quad (5.3)$$

を得る。一般に、この値が整数に近いほど回折条件を満たしやすく、半整数(2.5, 3.5, ...)に近いほど回折効率が低下する傾向がある。本研究の条件では  $m \simeq 3$  に近く、入射角  $24^\circ$  でも十分な回折効率が期待できる。

入射角に対する回折光の反射角の測定結果を図 5.7 に示し、入射角に対する反射率の測定結果を図 5.8 に示す。ここでは複数存在する回折光のうち、反射率が最大となる回折光を選択して測定している。図中の各曲線は回折次数ごとの理論式に対応し、回折ではない鏡面反射の理論式も併せて示した (付録 B)。鏡面反射の理論式に近い回折光ほど実現しやすく、反射率が高くなる傾向がある。

測定結果より、入射角  $55^\circ$  付近で最大反射率を与える回折次数が切り替わることが分かる。また、反射率は  $50^\circ$  付近で最小となり、その後  $55^\circ$  付近から 3 次回折光へ遷移する。測定値は理論と定量的に一致しない部分もあるが、次数の切り替わりや反射率の角度依存性といった定性的な振る舞いは理論と整合している。反射率の 50% という数字も先行研究 [17] の値 61% から大きく外れていない。以上より、入射角  $24^\circ$ 、反射角  $0^\circ$  の条件を用いた場合でも、反射率として約 50% を確保できることが確認された。

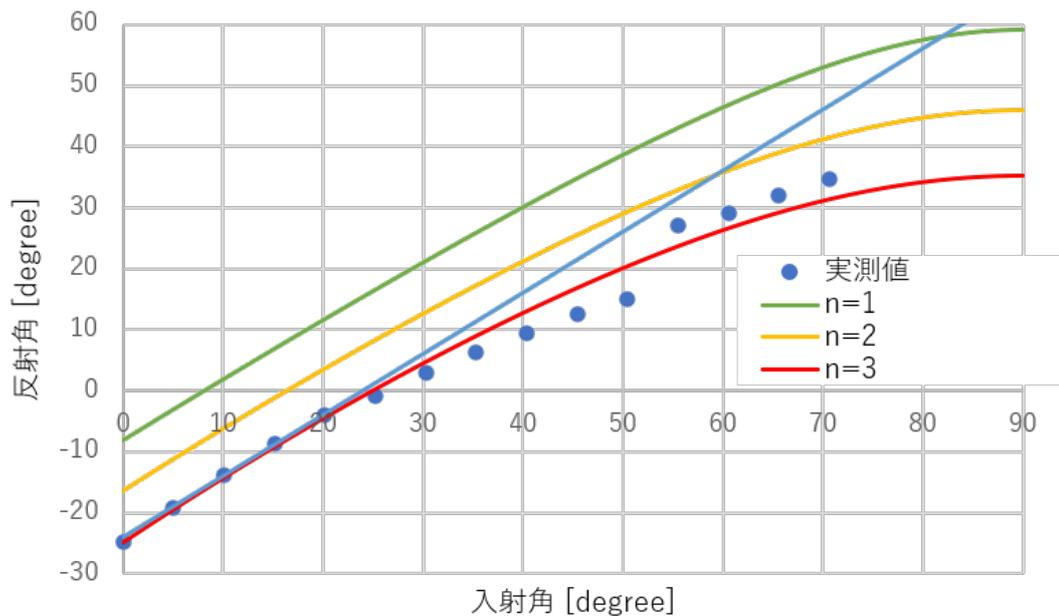


図 5.7: 入射角に対する反射角

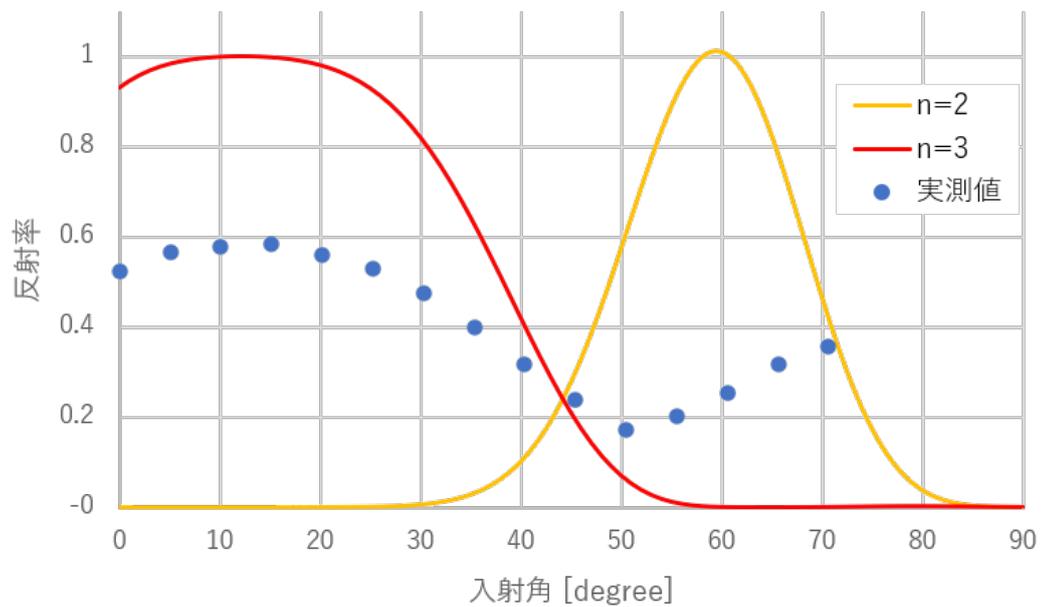


図 5.8: 入射角に対する反射率

### 5.3 ポテンシャル評価

密度一様な BEC 系を実現するためには、リングビームが形成する斥力ポテンシャルの形状が最も重要である。リングビームは斥力型トラップであるため、リング内部 (dark 領域) の強度が十分に低いこと、および dark 領域に空間的な強度パターンや過大な強度ノイズが存在しないことが要求される。本節では、リングビームポテンシャルの評価を行い、リングの太さ (DMD 上の pixel 数) に対する特性の変化を調べ、最適条件について述べる。

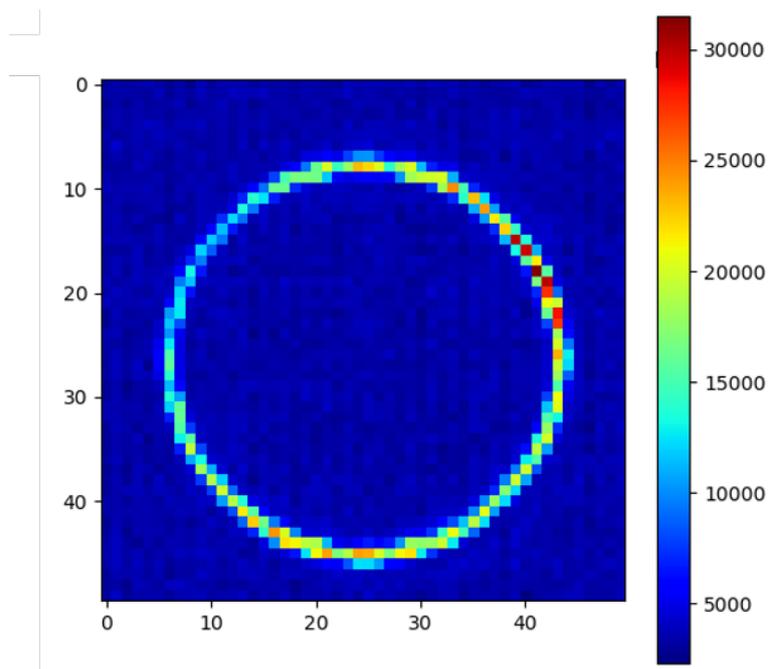


図 5.9: 撮影したリングビーム

### 5.3.1 立ち上がり

はじめに、リング内側から壁へ向かう強度の立ち上りを評価する。リング内側では強度が低く、半径方向にリングへ近づくにつれて強度が増加する。このとき立ち上がりが急峻であるほど、壁が鋭い箱型ポテンシャルに近づき、密度一様領域を広く確保できると期待される。

テスト光学系においてDMDにリングパターンを投影し、得られた像からリング中心を推定した上で、中心からの距離 $r$ に対する強度分布を抽出した(図5.10)。

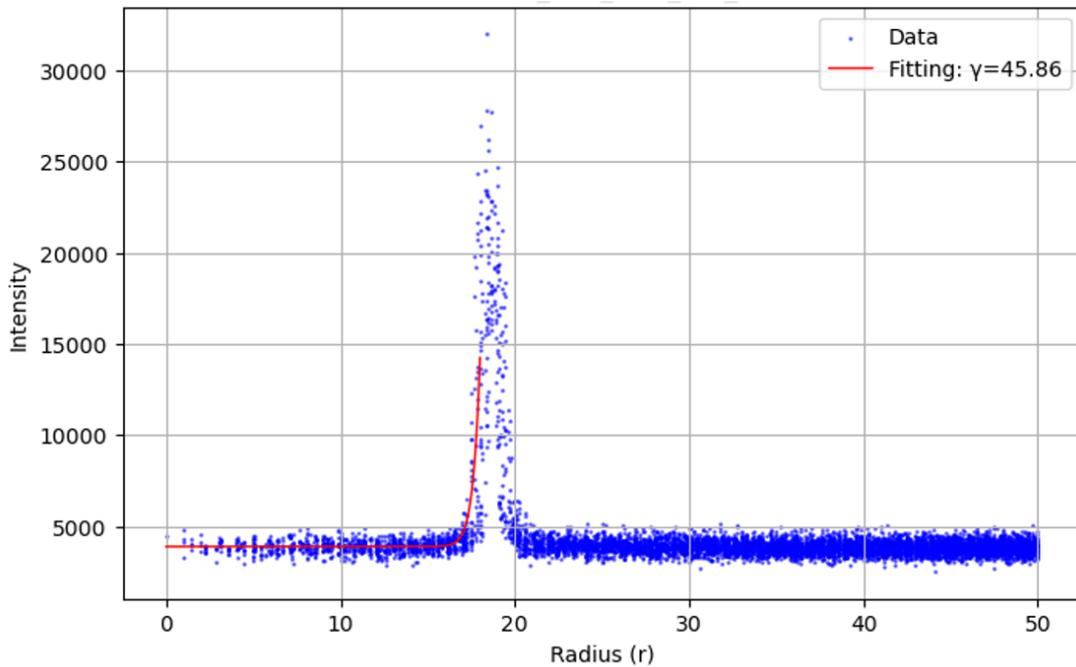


図 5.10: 立ち上がり評価

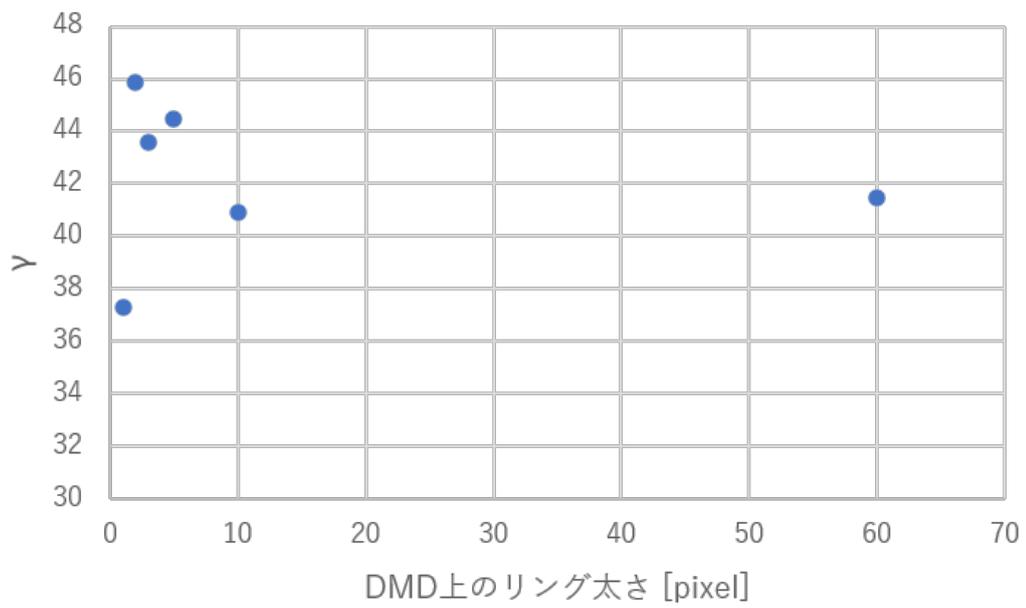
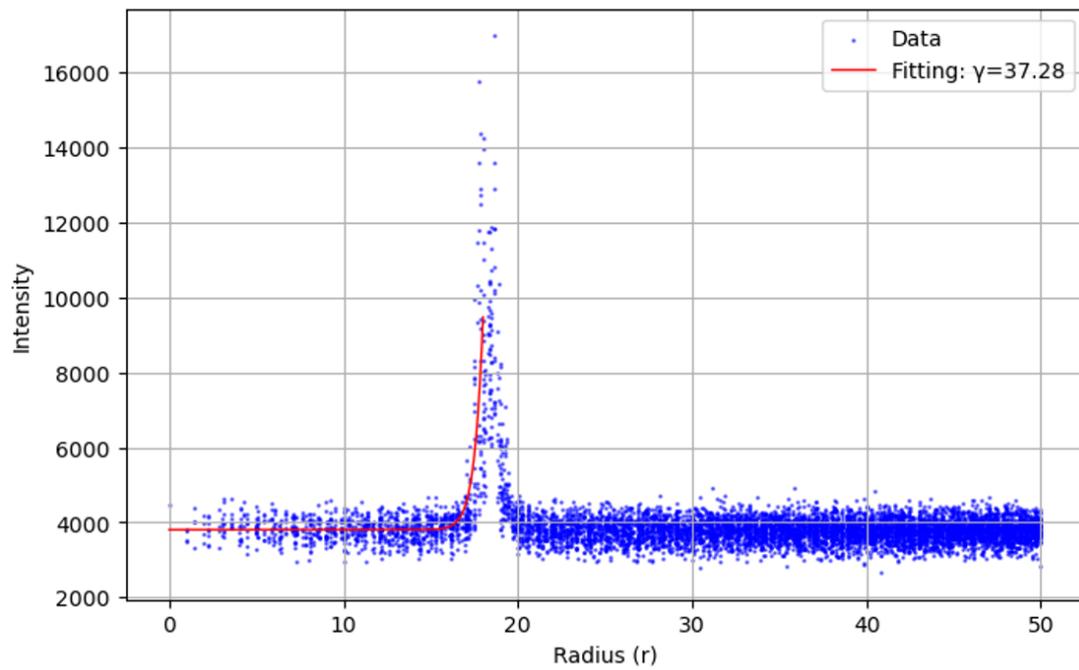
立ち上がり形状の指標として、半径方向に対して

$$U(r) = Ar^\gamma + C \quad (5.4)$$

の関数でフィッティングを行い、立ち上がりの急峻さを表す指数 $\gamma$ を求めた [18]。ここで  $A$  および  $C$  はフィットパラメータである。

この測定を、DMD 上で投影するリングの太さ (pixel 数) を変化させて行った。リング太さごとに得られた $\gamma$ を (図 5.11) にまとめる。いずれの条件でも $\gamma \simeq 40$ 程度が得られ、リング太さが 2 pixel の条件で $\gamma$ が最大となった。一方で、リング太さが 1 pixel の場合のみ $\gamma$ が明確に小さく、さらに壁の高さ (ポテンシャルの大きさ) も他条件と比べて低いことが確認された (約 1/2 程度)。

この原因として、光学解像度による像のぼけにより、単一ミラーに対応する空間スケールよりも大きく像が広がり、隣接ミラー由来の光が重なっていることが考えられる。本研究のテスト系は、実験本番における結像条件を再現する目的でビニングを用いており、結果として「ミラー 1 枚」の情報が空間的に十分分解されず、壁が薄い (1 pixel) 場合には有効な壁の高さが低下すると解釈できる。また、CCD カメラ上で半径 18 pixel のリングに対して、中心から半径 11 pixel の範囲では強度がほぼ一定であり、密度一様な BEC を実現できる有効領域が十分に広いことが確認された。したがって、本研究の条件ではリング太さの下限は 2 pixel 程度であり、3 pixel 以上で安定した箱型ポテンシャルが得られる。

図 5.11: リング太さに対する  $\gamma$ 図 5.12: リングの太さ 1pixel での立ち上がり評価  
壁の高さが 2pixel と比べて 1/2 程になっている影響で  $\gamma$  も小さい。

### 5.3.2 dark 領域のノイズ

次に、リング内部の dark 領域がどの程度暗くなるか、ならびに空間的な強度パターンや強度ノイズの有無を評価した。CCD カメラで低強度領域を測定する際にはカメラノイズの影響が相対的に大きくなるため、露光条件を変えて測定を行った。まず通常の露光時間でリング壁の強度スケール（ポテンシャル高さに対応）を測定し、その後、露光時間を 400 倍として dark 領域の微小信号を強調して取得した。

得られた dark 領域の画像について、特定の空間パターン（周期構造や局在的なホットスポット等）が存在しないかを確認した上で、中心付近の領域の強度をリング壁の強度スケールで規格化し、その分布をヒストグラムとして評価した（図 5.14）。この測定をリング太さを変えて繰り返し、条件間で dark 領域の相対強度ノイズを比較した。

その結果、dark 領域に顕著な固定パターンは観測されず、空間的には概ね一様であることが確認された。また、リング太さが 3 pixel の場合において、壁の高さの 0.5% 以下に抑えられていることが確認された。一方で、ヒストグラムの幅（規格化強度ゆらぎ）はリングが太いほど大きくなる傾向が見られた。これは、リング形成のために ON 状態にしているミラー数が増えるほど、散乱光がリング内部へ回り込みやすくなり、dark 領域のバックグラウンドの強度およびゆらぎが増大するためであると考えられる。したがって、dark 領域のノイズを低減する観点では、可能な限り細いリングが有利である。

### 5.3.3 最適なリングの太さ

以上の結果より、リングの太さは「壁の高さ（立ち上がりの確保）」と「dark 領域の低ノイズ化」のトレードオフで決定される。本研究のテスト系においては、1 pixel では壁の高さの低下が顕著であり、2 pixel 以上が必要である。一方で、リングが太くなるほど dark 領域の強度ノイズが増大する傾向がある。

これらを踏まえると、壁の高さを十分に確保しつつ dark 領域ノイズを抑制する条件として、DMD 上で 3 pixel 程度のリング太さが最適であると結論づけられる。このとき、CCD カメラ上で半径 18 pixel のリングに対して中心から 11 pixel の範囲で一様な領域が確保され、かつ dark 領域の強度が壁の 0.5% 以下に抑えられることが確認できた。

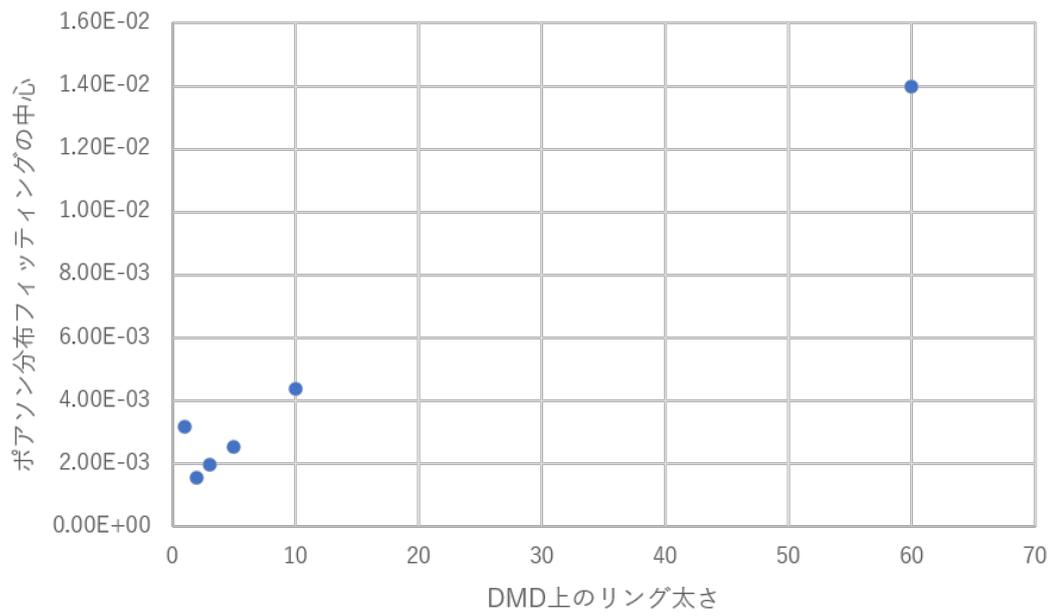
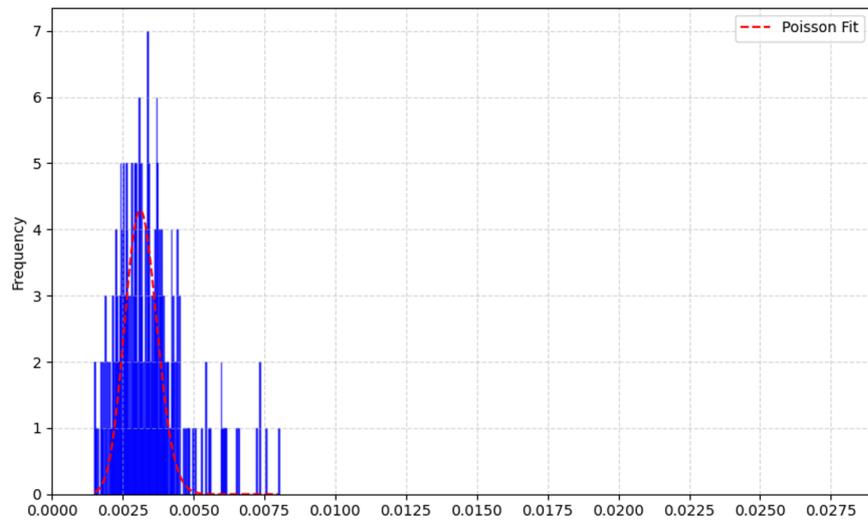
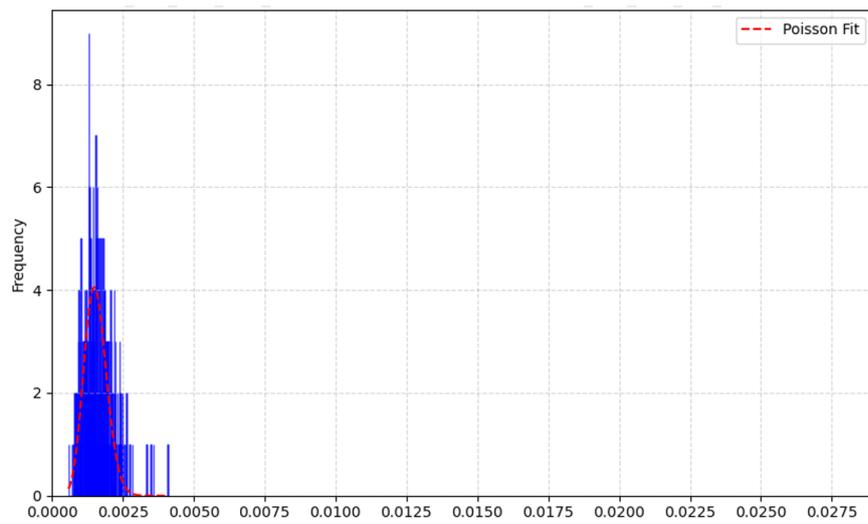


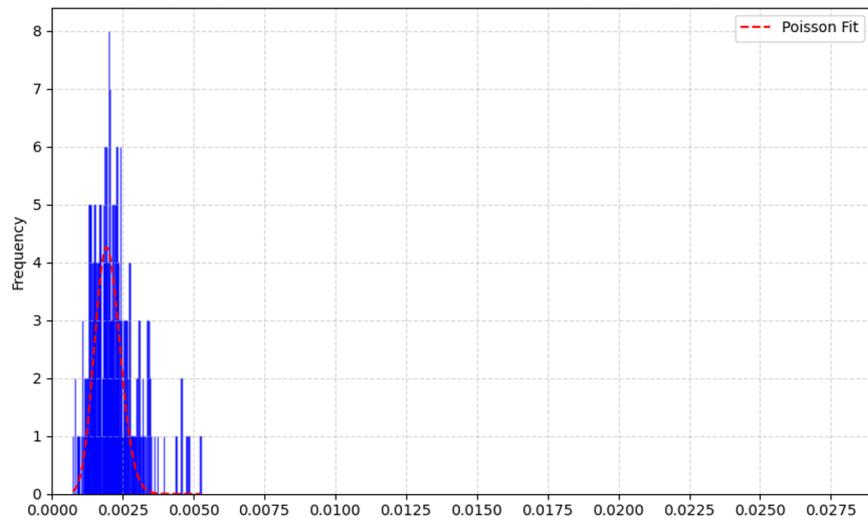
図 5.13: dark 領域ノイズのヒストグラムにおけるポアソン分布フィッティング中心



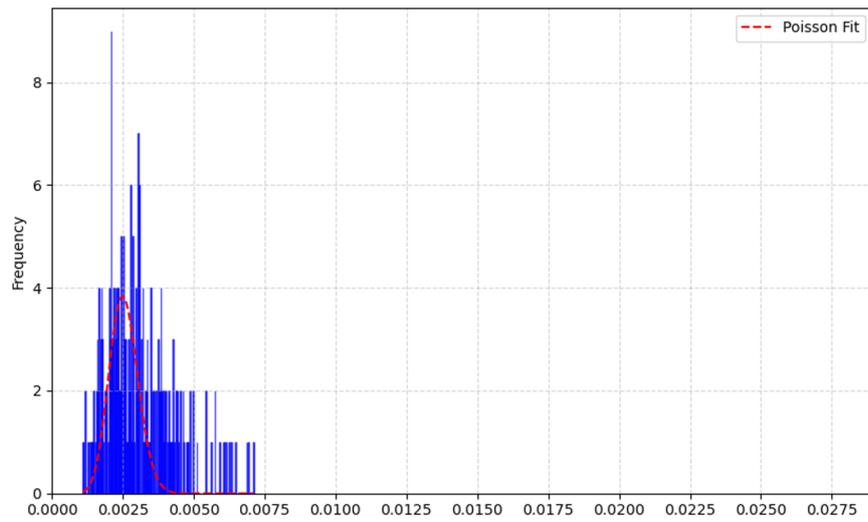
(a) リング太さ 1pixel、縦軸 カウント数、横軸 リング壁の高さで規格化された強度



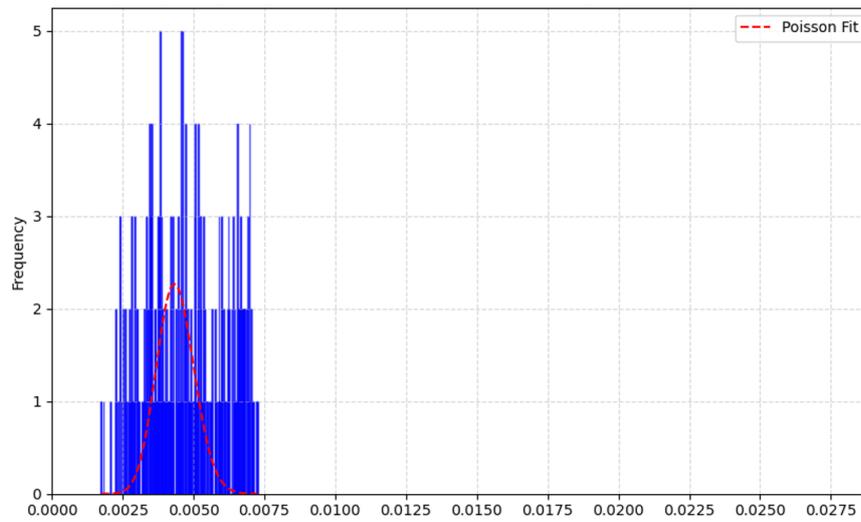
(b) リング太さ 2pixel、縦軸 カウント数、横軸 リング壁の高さで規格化された強度



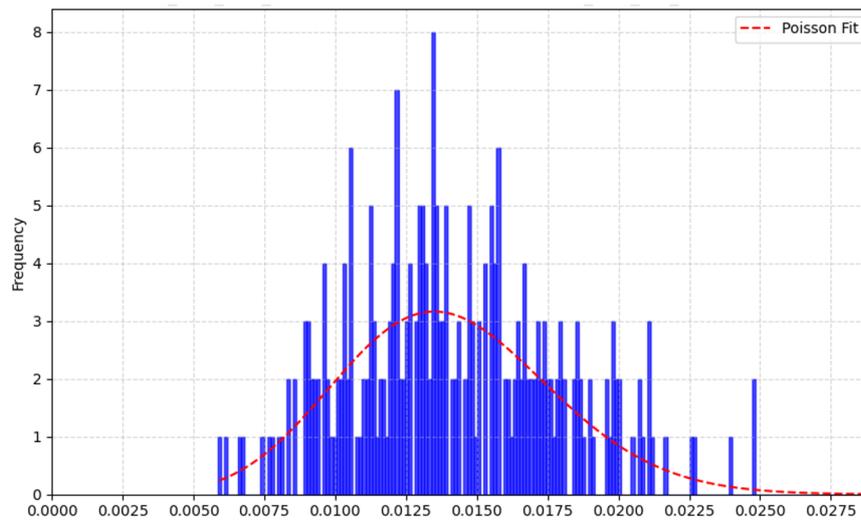
(c) リング太さ 3pixel、縦軸 カウント数, 横軸 リング壁の高さで規格化された強度



(d) リング太さ 5pixel、縦軸 カウント数, 横軸 リング壁の高さで規格化された強度



(e) リング太さ 10pixel、縦軸 カウント数、横軸 リング壁の高さで規格化された強度



(f) リング太さ 30pixel、縦軸 カウント数、横軸 リング壁の高さで規格化された強度

図 5.14: 各リング太さにおける dark 領域ノイズのヒストグラムとポアソン分布フィッティング

## 6 章

### まとめ、今後の展望

本研究では、擬二次元箱型トラップの実現を目的として、鉛直方向の閉じ込めにアコーディオントラップ、水平方向の閉じ込めにDMDを用いたリングビームを組み合わせた光学系の設計・構築・評価を行った。第3章では光学設計指針を示し、第4章および第5章では実験的な評価を通してその妥当性を検証した。本章では、それらの結果を総括し、設計目標が達成されていることを確認するとともに、今後の展望について述べる。

鉛直方向の閉じ込めとしてアコーディオントラップを用い、格子間隔2~18  $\mu\text{m}$ の制御を目標とした光学設計を行った。第4章の評価により、Pass1およびPass2においてそれぞれ1.85~30.5  $\mu\text{m}$ 、1.87~28.2  $\mu\text{m}$ の範囲で格子間隔の制御が可能であることが確認され、設計目標を十分に満たしていることが示された。また、干渉縞の傾きの差は0.09 mradと小さく、2つのトラップを同時に用いた実験にも支障がないことが分かった。さらに、ガルバノミラー由来の振動ノイズによるヒーティングレートは最大でも約0.03  $\text{s}^{-1}$ 程度であり、実験時間スケールに対して十分小さい。応答遅れについても、圧縮操作に必要な時間スケールでは問題とならないことが確認された。以上より、アコーディオントラップ光学系は擬二次元箱型トラップの鉛直方向閉じ込めとして十分な性能を有している。

水平方向の閉じ込めには、DMDを用いたリングビームを採用した。第5章の評価により、binaryモードを用いることでDark timeが解消され、安定したビーム投影が可能であることが確認された。また、300 mWレーザー照射に対してもミラーの固着は生じず、十分な耐久性が示された。入射角24°、反射角0°の条件において約50%の反射率が得られ、光学収差の観点からも適切な条件であることが確認された。さらに、リング壁の立ち上がり勾配は $\gamma \simeq 40$ と十分に急峻であり、半径18 pixelのリングに対して中心から11 pixelの範囲で一様な領域が確保された。また、DMD上のリング太さを3 pixelとした場合、dark領域の強度は壁の高さの0.5%以下に抑えられており、低ノイズな箱型ポテンシャルが実現されている。以上より、リングビームは擬二次元箱型トラップの水平方向閉じ込めとして十分な性能を有している。

アコーディオントラップとリングビームを組み合わせることで、鉛直・水平方

向の両方において擬二次元箱型トラップに必要な閉じ込め条件が実現された。鉛直方向では三次元 BEC を単一の干渉縞に導入できる強い閉じ込めが可能であり、水平方向では急峻な壁と低ノイズな dark 領域を持つリングポテンシャルが形成されている。これにより、観測方向への強い圧縮が可能となり、三次元的な積分効果を抑えた二次元的観測が実現できる実験基盤が確立された。

本光学系を用いることで、擬二次元系における相分離現象の時間発展や非平衡ダイナミクスを高い空間分解能で観測することが可能である。今後は、DMD に投影する画像を改良することでリングビーム内部に壁構造を形成し、異常トンネル効果の実験的観測へ応用することが期待される。さらに、格子間隔やポテンシャル形状を時間的に変調することで、量子クエンチや集団励起などの非平衡現象の研究へと発展させることができる。また、2つのアコーディオントラップを独立に制御して観測方向への閉じ込めをさらに強めることや、単層ではなく二層構造を形成することで、位相欠陥や層間相互作用の研究への応用も期待される。

本研究で構築した光学系への BEC 導入は現在準備段階にある。従来の磁場トラップでは大電流を必要とするためコイルの熱的負荷が課題となっており、これを回避するため、光プラグトラップの導入を進めている。大電流に依存しない蒸発冷却系を構築することで、より安定な BEC 生成を実現し、本研究で確立した擬二次元箱型トラップと統合することを目指す。

本研究では、アコーディオントラップとリングビームを組み合わせた擬二次元箱型トラップ光学系を構築し、その設計目標が実験的に達成されていることを示した。鉛直方向では格子間隔  $2\sim 18\ \mu\text{m}$  の制御が可能であり、ガルバノミラー由来のノイズも無視できる。一方、水平方向では安定した DMD 駆動と高品質なリングポテンシャルが実現された。以上より、本研究は擬二次元量子気体実験に適した光学基盤を確立したと言える。今後の実験研究によって、動的スケーリング則や量子多体系の理解がさらに深まることが期待される。

## 付録 A

# ガルバノミラーの角度変化–PD 出力電圧対応式の作成

第4章でも述べた通り、ガルバノミラーの振動を評価するため、ガルバノミラーで反射したビームをフォトダイオード (PD) で測定する系を作成した (図 4.10)。スリット前のビーム径は 2500  $\mu\text{m}$  であり、スリットのカット幅は 500  $\mu\text{m}$  である。ここでは、フォトダイオードの出力電圧とガルバノミラーの角度の対応式を求める方法について述べる。

三角波をガルバノミラーに入力し (図 A.1)、ガルバノミラーの入力電圧とフォトダイオードの出力電圧の関係を調べた結果を図 A.2 に示す。一方、ビームの中心位置を 0 としたとき、スリット前のビーム径 2500  $\mu\text{m}$  を幅 500  $\mu\text{m}$  でカットした場合の出力は図 A.3 のようになる。出力電圧は規格化されている。

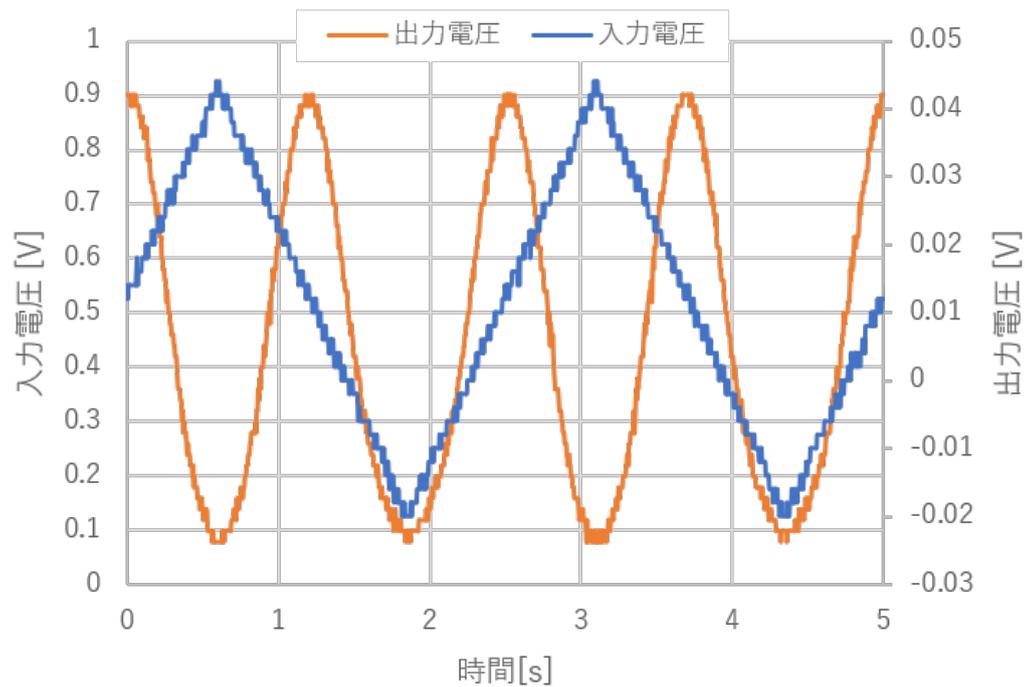


図 A.1: 三角波入力と PD 出力電圧

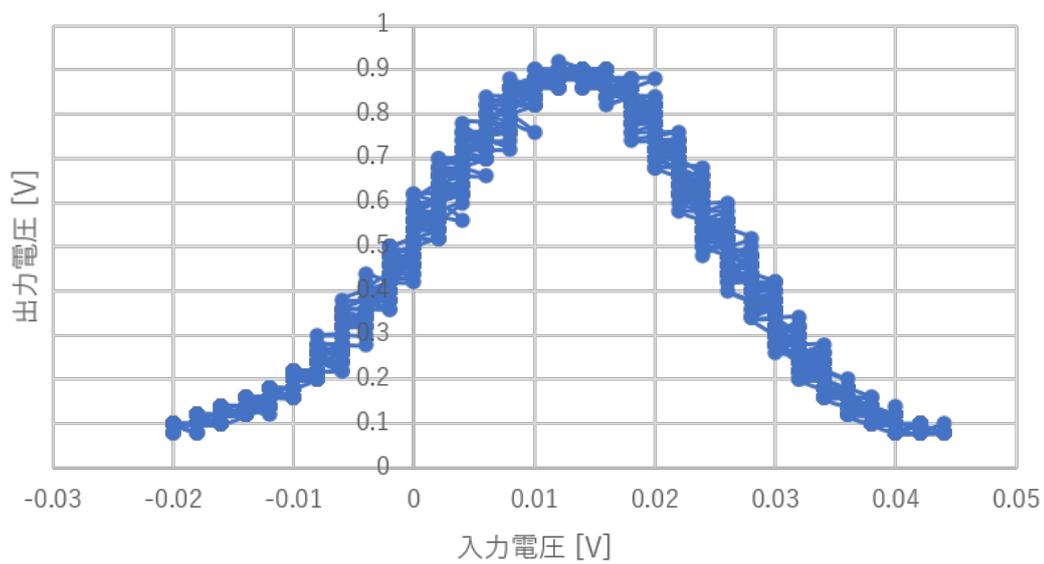
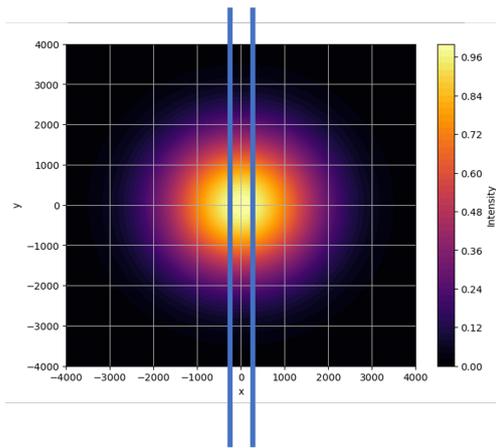
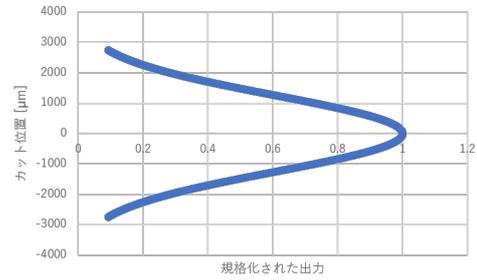


図 A.2: 入力電圧に対する PD 出力電圧



(a) ガウシアンビーム



(b) ガウシアンビームをカットしたときのパワー

図 A.3: ガウシアンビームをカットした時の PD 出力

これらの図 A.2 および図 A.3 の結果から、最小二乗誤差が最小となるように、入力電圧と位置の変換係数  $M$  をフィッティングによって求めた。さらに、実測値の規格化定数  $V_{\text{規}}$  を掛けることで、フォトダイオードの出力電圧と位置の関係を求めた (図 4.11)。ガルバノミラーとフォトダイオードの距離を  $L$  とすると、位置を角度に変換することができる。

このグラフに対してフィッティングを行う。ガウシアンビームをスリットで積分しているため、モデル関数はエラーファンクションの差で表される。まず、フォトダイオードの出力電圧とビーム位置の関係を次式で表す。

$$V_{\text{out}} = \frac{V_{\text{規}}}{A} \left[ \operatorname{erf} \left( a \left( \frac{V - V_0}{M} + \frac{H}{2} \right) \right) - \operatorname{erf} \left( a \left( \frac{V - V_0}{M} - \frac{H}{2} \right) \right) + C \right] \quad (\text{A.1})$$

ここで、 $a$  はエラーファンクションの幅、 $V_0$  はフォトダイオード出力が最大となる入力電圧、 $H$  はスリットによるカット幅、 $C$  は出力電圧のオフセットである。この式をガルバノミラーの角度  $\theta$  を用いて書き換えると、

$$V_{\text{out}} = \frac{V_{\text{規}}}{A} \left[ \operatorname{erf} \left( a \left( L\theta + \frac{H}{2} \right) \right) - \operatorname{erf} \left( a \left( L\theta - \frac{H}{2} \right) \right) + C \right] \quad (\text{A.2})$$

となる。この変換式を用いることで、フォトダイオードの出力電圧からガルバノミラーの角度変化を求めることができる。また、パラメトリックヒーティングの評価に必要な  $\frac{dV}{d\theta}$  も、この式を微分することで求められる。

## 付録B

# DMDの反射率の求め方

本付録では、本文中で用いる DMD の反射角および反射率の理論式の導出過程をまとめる。DMD は周期構造をもつ回折格子として扱い、入射角と観測方向に対する回折条件、ならびに強度反射率の角度依存性を導く。内容が段階的に理解できるよう、まず単一の平面鏡、次に周期  $d$  の一次元格子、続いてミラーが角度  $\alpha$  だけ傾いた blazed grating、最後に本研究で用いる DMD の配置、という順に説明する。なお偏光依存性はここでは考えず、スカラー波として議論する。

### B.1 平面波の重なり積分による定式化

入射平面波と出射平面波を

$$\phi_{\text{in}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}_{\text{in}} \cdot \vec{r}} \quad (\text{B.1})$$

$$\phi_{\text{out}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}_{\text{out}} \cdot \vec{r}} \quad (\text{B.2})$$

とする。このとき反射率は、ミラー表面上での重なり積分として

$$R \propto \left| \int_{\text{ミラー表面}} e^{i(\vec{k}_{\text{in}} - \vec{k}_{\text{out}}) \cdot \vec{r}} d\vec{r} \right|^2 \quad (\text{B.3})$$

で与えられる。以下では、この式を各モデル（鏡、格子、DMD）に適用して整理する。

### B.2 1枚の鏡（鏡面反射の条件）

ミラー表面を  $(x, 0, 0)$  とし、入射角を  $\theta_1$ 、出射角を  $\theta_2$  とする。このとき

$$\phi_{\text{in}} = e^{ikx \sin \theta_1} \quad (\text{B.4})$$

$$\phi_{\text{out}} = e^{ikx \sin \theta_2} \quad (\text{B.5})$$

となる。したがって

$$e^{ikx(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)} \quad (\text{B.6})$$

を得る。ここで位相が  $x$  に依存しないとき、表面全体で寄与が同位相となり反射が最大となる。よって

$$\sin\theta_1 = \sin\theta_2 \quad (\text{B.7})$$

が導かれ、これは鏡面反射の条件に対応する。

### B.3 周期 $d$ で並んだ有限幅ミラー (1次元格子)

次に、幅  $a$  のミラーが周期  $d$  で  $N$  個並ぶ1次元格子を考える。ミラー表面の座標を

$$(x' + nd, 0, 0) \quad -\frac{a}{2} \leq x' \leq \frac{a}{2}$$

とする。

積分 (B.3) は、各ミラー位置 (格子点) に由来する和と、各ミラーの有限幅に由来する積分に分離できる。

$$\begin{aligned} \int_{\text{ミラー表面}} \phi_{\text{out}}^* \phi_{\text{in}} d\vec{r} &= \sum_{n=0}^{N-1} \int_{-a/2}^{a/2} e^{ik(x'+nd)(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)} dx' \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} e^{ikd(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)n} \int_{-a/2}^{a/2} e^{ik(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)x'} dx' \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} e^{in\eta} \int_{-a/2}^{a/2} e^{ik(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)x'} dx' \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

ただし

$$\eta \equiv kd(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) \quad (\text{B.9})$$

と定義した。

このとき、

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{N-1} e^{in\eta} &= \frac{1 - e^{i\eta N}}{1 - e^{i\eta}} \\ &= \frac{e^{i\eta N/2} - e^{-i\eta N/2}}{e^{i\eta/2} - e^{-i\eta/2}} \frac{e^{i\eta N/2}}{e^{i\eta/2}} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

であり、右辺に現れる位相因子は絶対値を取ることで消える (強度に寄与しない)。したがって

$$\left| \sum_{n=0}^{N-1} e^{in\eta} \right|^2 = \frac{\sin^2(N\eta/2)}{\sin^2(\eta/2)} \quad (\text{B.11})$$

となる。  
さらに

$$x' = au, \quad -\frac{1}{2} \leq u \leq \frac{1}{2}$$

と変数変換すると

$$\int_{-a/2}^{a/2} e^{ik(\sin \theta_1 - \sin \theta_2)x'} dx' = a \int_{-1/2}^{1/2} e^{i\xi u} du, \quad (\text{B.12})$$

$$\xi \equiv ka(\sin \theta_1 - \sin \theta_2). \quad (\text{B.13})$$

この積分は

$$\int_{-1/2}^{1/2} e^{i\xi u} du = \frac{2 \sin(\xi/2)}{\xi} \quad (\text{B.14})$$

となる。以上より反射率は

$$R \propto \left( \frac{\sin(N\eta/2)}{\sin(\eta/2)} \right)^2 \left( \frac{\sin(\xi/2)}{\xi/2} \right)^2 \quad (\text{B.15})$$

と表される。ここで

- $\eta = kd(\sin \theta_1 - \sin \theta_2)$  (格子周期に由来する因子：回折ピークの角度を決定)
- $\xi = ka(\sin \theta_1 - \sin \theta_2)$  (単一ミラーの幅に由来する因子：各回折次数の強度を決定)

である。

格子周期に由来する因子が最大となる条件は  $\eta = 2\pi m$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ) であり、

$$kd(\sin \theta_1 - \sin \theta_2) = 2\pi m \quad \Rightarrow \quad \sin \theta_2 = \sin \theta_1 - m \frac{\lambda}{d} \quad (\text{B.16})$$

を得る。

## B.4 Blazed grating

DMD の各マイクロミラーは角度  $\alpha$  だけ傾いており (ON 状態で  $\alpha \simeq 12^\circ$ )、ミラー表面の座標は

$$(x' + nd, 0, 0), \quad -\frac{a}{2} \leq x' \leq \frac{a}{2}$$

である。

このとき、入射波および出射波の波数ベクトルは

$$\vec{k}_{\text{in}} = k \begin{pmatrix} \sin \theta_1 \\ -\cos \theta_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.17})$$

$$\vec{k}_{\text{out}} = k \begin{pmatrix} \sin \theta_2 \\ \cos \theta_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.18})$$

と表される。

ミラーの傾きを考慮すると、表面上での位相は

$$\phi_{\text{in}} = e^{ikx \sin(\theta_1 - \alpha) + ikdn \sin \theta_1}, \quad (\text{B.19})$$

$$\phi_{\text{out}} = e^{ikx \sin(\theta_2 + \alpha) + ikdn \sin \theta_2} \quad (\text{B.20})$$

となる。

したがって反射率は

$$R \propto \frac{1}{N^2} \left( \frac{\sin(N\eta/2)}{\sin(\eta/2)} \right)^2 \left( \frac{\sin(\xi/2)}{\xi/2} \right)^2 \quad (\text{B.21})$$

で与えられる。ただし

$$\eta \equiv kd(\sin \theta_1 - \sin \theta_2), \quad (\text{B.22})$$

$$\xi \equiv ka[\sin(\theta_1 - \alpha) - \sin(\theta_2 + \alpha)] \quad (\text{B.23})$$

と定義している。一次元格子の場合と比べると、回折ピーク的位置を決める  $\eta$  は同じ形のまま、ミラーの傾きにより強度を決める因子  $\xi$  の角度依存性のみが変化する。このため回折角は式 (B.16) で与えられる一方、blaze 条件に近い回折次数が相対的に強く観測される。

## B.5 本研究の配置 (DMD を 45° 回転して設置)

本研究では、DMD の回転軸が対角線方向となるよう、DMD を定盤に対して 45° 回転して設置している。このとき有効周期は  $d/\sqrt{2}$  となり、回折条件は

$$\sin \theta_2 = \sin \theta_1 - m \frac{\sqrt{2}\lambda}{d} \quad (\text{B.24})$$

で与えられる。したがって、与えた  $(\lambda, \theta_1, \theta_2)$  に対して

$$m = \frac{d}{\sqrt{2}\lambda} (\sin \theta_1 - \sin \theta_2) \quad (\text{B.25})$$

が整数に近いほど回折条件を満たしやすい。

また DMD の blaze 条件として、ミラー傾き  $\alpha$  により最も強い回折光は

$$\theta_2 \simeq \theta_1 - 2\alpha \quad (\text{B.26})$$

付近に現れ、それ以外の次数は相対的に弱い。

DMD は  $x$  および  $y$  の両方向に周期構造を持つ二次元格子であるため、一次元の場合に現れた  $\text{sinc}^2$  因子が二方向分だけ現れる。したがって、本研究の配置における二次元の反射率は

$$R_{(2D)} \propto \text{sinc}^4\left(\frac{\xi}{2}\right) \quad (\text{B.27})$$

と表される。

以上より、回折次数 (角度) は式 (B.24) で決まり、その次数の反射率は式 (B.27) の  $\text{sinc}^4$  包絡で評価できる。

## B.6 実験パラメータの代入

$\lambda = 750 \text{ nm}$ ,  $d = 7.6 \mu\text{m}$  を代入すると

$$\sin \theta_2 = \sin \theta_1 - 0.138 m \quad (\text{B.28})$$

となる。

一方、反射率最大条件は

$$\theta_2 \simeq \theta_1 - 24^\circ \simeq \theta_1 - 0.419 \quad (\text{B.29})$$

であるため、初期条件では  $m = 3$  の回折次数が最も強くなる。

反射率は

$$R = \left[ \text{sinc}\left(\frac{\xi}{2}\right) \right]^4 \quad (\text{B.30})$$

を用いて評価でき、入射角の変化に伴い最大回折次数が切り替わる。

# 付録C

## アコーディオントラップ解析コード

### C.1 解析コードの概要

本研究では、DMD により形成された干渉縞付きガウシアン強度分布を、非線形最小二乗法によりフィッティングすることで、格子間隔  $d$  および干渉縞の傾き  $\theta$  を評価した。

入力は 16-bit TIFF 形式の画像であり、出力として以下を生成する：

- フィットパラメータ (CSV, TXT)
- 元画像およびフィット結果のカラーマップ画像

解析手順は以下の通りである：

1. FFT により  $d, \theta$  の初期値を推定
2. Ceres Solver による全体フィット
3. フィット不良画像の再フィット
4. 結果を CSV / TXT に出力

### C.2 フィットモデル

画像強度分布は次式でモデル化した：

$$z(x, y) = C + G(x', y') \cdot \left[ B \sin^2 \left( \frac{\pi}{d} (\cos \theta (y - y_a) + \sin \theta (x - x_a)) \right) \right]$$

ここで、 $G(x', y')$  は回転楕円ガウシアン：

$$G(x', y') = A \exp \left[ - \left( \frac{x'^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y'^2}{2\sigma_y^2} \right) \right]$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - \mu_x \\ y - \mu_y \end{pmatrix}$$

## C.3 パラメータ定義

フィットパラメータは以下の 12 個である：

番号	意味
0	振幅 $A$
1	ガウシアン幅 $\sigma_x$
2	ガウシアン幅 $\sigma_y$
3	中心位置 $\mu_x$
4	中心位置 $\mu_y$
5	格子間隔 $d$
6	干渉縞中心 $y_a$
7	干渉縞中心 $x_a$
8	傾き角 $\theta$ (deg)
9	干渉縞振幅 $B$
10	オフセット $C$
11	ガウシアン回転角 $\phi$ (deg)

角度パラメータは計算時に radian に変換して使用した。

## C.4 FFT による初期値推定

干渉縞の空間周波数ピークを FFT により求め、格子間隔  $d$  と傾き角  $\theta$  を初期値として与えた。

Listing C.1: FFT による初期値推定 (主要部)

```

1 cv::dft(complexI, complexI);
2 cv::split(complexI, planes);
3 cv::magnitude(planes[0], planes[1], mag);
4
5 cv::minMaxLoc(mag, nullptr, &maxVal, nullptr, &maxLoc);
6
7 double fx = maxLoc.x - cx;
8 double fy = maxLoc.y - cy;
9 double kx = fx / img.cols;
10 double ky = fy / img.rows;
11
12 double d = 1.0 / sqrt(kx*kx + ky*ky);
13 double theta = atan2(kx, ky) * 180.0 / M_PI;
14
15 params[5] = d;
16 params[8] = theta;

```

## C.5 Ceres によるフィット処理

全画素を用いて以下の残差を最小化した：

Listing C.2: 残差計算 (主要部)

```
1 T gauss = A * exp(-(xp*xp/(2*sigma_x*sigma_x)
2                   + yp*yp/(2*sigma_y*sigma_y)));
3
4 T wave = B * pow(sin((M_PI/d) *
5                 (cos(theta_rad)*(y-ya) +
6                 sin(theta_rad)*(x-xa))), 2);
7
8 T z_pred = C + gauss * wave;
9 residual[0] = (z_pred - T(z_)) / T(scale_);
```

## C.6 出力内容

各画像について以下を出力した：

- フィットパラメータ (CSV, TXT)
- 元画像およびフィット画像 (カラーマップ)
- FFT スペクトルおよび 1D 周波数断面

CSV ファイルの列構成は以下である：

Voltage,  $A$ ,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\mu_x$ ,  $\mu_y$ ,  $d$ ,  $y_a$ ,  $x_a$ ,  $\theta$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $\phi$

## C.7 完全版コードについて

本付録には解析コードの主要部分のみを掲載した。

## 付録D

# DMD 自作プログラム

binary モードを使用するための DMD 自作プログラムを紹介する。

```
1
2 #include <TCHAR.h>
3 #include <windows.h>
4 #include <conio.h>
5 #include <stdio.h>
6 #include "alp.h"
7
8 #include <iostream>
9 #include <fstream>
10 #include <vector>
11 #include <cstdint>
12 #include <cstdlib>
13 #include <thread>
14 #include <atomic>
15
16 // =====
17 // DMD projection program (Vialux ALP API)
18 // Input : 8-bit BMP (1920x1080)
19 // Option : Shift pattern by (mx, my) pixels
20 // Mode : b = binary (uninterrupted), r = repeat
21 // Stop : press any key to stop projection
22 // =====
23
24 // =====
25 // BMP header structures
26 // =====
27 #pragma pack(push, 1)
28 struct BMPHeader {
29     uint16_t fileType;
30     uint32_t fileSize;
31     uint16_t reserved1;
32     uint16_t reserved2;
33     uint32_t offsetData;
34 };
35
36 struct DIBHeader {
37     uint32_t size;
38     int32_t width;
39     int32_t height;
40     uint16_t planes;
41     uint16_t bitCount;
42     uint32_t compression;
43     uint32_t sizeImage;
44     int32_t xPelsPerMeter;
45     int32_t yPelsPerMeter;
46     uint32_t colorsUsed;
```

```

47     uint32_t colorsImportant;
48 };
49 #pragma pack(pop)
50
51 // =====
52 // Read BMP file (1920x1080, 8bit)
53 // =====
54 int readBMPFile(const std::string& filePath,
55                std::vector<uint8_t>& bImage,
56                BMPHeader& bmpHeader,
57                DIBHeader& dibHeader)
58 {
59     std::ifstream file(filePath, std::ios::binary);
60     if (!file) {
61         std::cerr << "Error: cannot open BMP file: " << filePath << std::endl;
62         return 1;
63     }
64
65     file.read(reinterpret_cast<char*>(&bmpHeader), sizeof(BMPHeader));
66     file.read(reinterpret_cast<char*>(&dibHeader), sizeof(DIBHeader));
67
68     if (bmpHeader.fileType != 0x4D42) {
69         std::cerr << "Error: invalid BMP signature" << std::endl;
70         return 1;
71     }
72
73     if (dibHeader.width != 1920 || dibHeader.height != 1080 ||
74         dibHeader.bitCount != 8) {
75         std::cerr << "Error: BMP must be 1920x1080, 8-bit" << std::endl;
76         return 1;
77     }
78
79     file.seekg(bmpHeader.offsetData, std::ios::beg);
80     bImage.resize(dibHeader.sizeImage);
81     file.read(reinterpret_cast<char*>(bImage.data()), dibHeader.sizeImage);
82
83     return 0;
84 }
85 // =====
86 // Shift image by (mx, my) pixels
87 // =====
88 void shiftImage(std::vector<uint8_t>& image, int width, int height, int mx, int
89                my)
90 {
91     std::vector<uint8_t> shiftedImage(width * height, 0);
92
93     for (int y = 0; y < height; y++) {
94         for (int x = 0; x < width; x++) {
95             int newX = x + mx;
96             int newY = y + my;
97             if (newX >= 0 && newX < width && newY >= 0 && newY < height) {
98                 shiftedImage[newY * width + newX] = image[y * width + x];
99             }
100         }
101     }
102     image = shiftedImage;
103 }
104 // =====
105 // Binary projection mode
106 // =====
107 int binary(int& PicTime, int& numImages, int& mx, int& my,
108           std::vector<std::string>& bmpFiles)
109 {
110     ALP_ID nDevId, nSeqId;
111     long nSizeX, nSizeY;
112
113     AlpDevAlloc(ALP_DEFAULT, ALP_DEFAULT, &nDevId);
114     AlpDevInquire(nDevId, ALP_DEV_DISPLAY_WIDTH, &nSizeX);

```

```

115     AlpDevInquire(nDevId, ALP_DEV_DISPLAY_HEIGHT, &nSizeY);
116     AlpSeqAlloc(nDevId, 1, numImages, &nSeqId);
117
118     std::vector<uint8_t> pImageData(nSizeX * nSizeY * numImages);
119
120     for (int i = 0; i < numImages; i++) {
121         std::vector<uint8_t> bImage;
122         BMPHeader bh; DIBHeader dh;
123         readBMPFile(bmpFiles[i], bImage, bh, dh);
124         shiftImage(bImage, nSizeX, nSizeY, mx, my);
125
126         for (long p = 0; p < nSizeX * nSizeY; p++) {
127             pImageData[i * nSizeX * nSizeY + p] =
128                 (bImage[p] == 0) ? 0x00 : 0x80;
129         }
130     }
131
132     AlpSeqPut(nDevId, nSeqId, 0, numImages, pImageData.data());
133     AlpSeqControl(nDevId, nSeqId, ALP_BIN_MODE, ALP_BIN_UNINTERRUPTED);
134     AlpSeqTiming(nDevId, nSeqId, PicTime, PicTime,
135                 ALP_DEFAULT, ALP_DEFAULT, ALP_DEFAULT);
136
137     std::atomic<bool> stopRequested(false);
138     std::thread inputThread([&]() {
139         while (!stopRequested.load()) {
140             if (_kbhit()) {
141                 _getch();
142                 stopRequested.store(true);
143             }
144             Sleep(10);
145         }
146     });
147
148     AlpProjStart(nDevId, nSeqId);
149
150     while (!stopRequested.load()) Sleep(10);
151
152     AlpDevHalt(nDevId);
153     inputThread.join();
154     AlpDevFree(nDevId);
155     return 0;
156 }
157
158 // =====
159 // Repeat projection mode
160 // =====
161 int repeat(int& PicTime, int& numImages, int& mx, int& my,
162           std::vector<std::string>& bmpFiles)
163 {
164     ALP_ID nDevId, nSeqId;
165     long nSizeX, nSizeY;
166
167     AlpDevAlloc(ALP_DEFAULT, ALP_DEFAULT, &nDevId);
168     AlpDevInquire(nDevId, ALP_DEV_DISPLAY_WIDTH, &nSizeX);
169     AlpDevInquire(nDevId, ALP_DEV_DISPLAY_HEIGHT, &nSizeY);
170     AlpSeqAlloc(nDevId, 1, numImages, &nSeqId);
171
172     std::vector<uint8_t> pImageData(nSizeX * nSizeY * numImages);
173
174     for (int i = 0; i < numImages; i++) {
175         std::vector<uint8_t> bImage;
176         BMPHeader bh; DIBHeader dh;
177         readBMPFile(bmpFiles[i], bImage, bh, dh);
178         shiftImage(bImage, nSizeX, nSizeY, mx, my);
179
180         for (long p = 0; p < nSizeX * nSizeY; p++) {
181             pImageData[i * nSizeX * nSizeY + p] =
182                 (bImage[p] == 0) ? 0x00 : 0x80;
183         }
184     }

```

```

185
186     AlpSeqPut(nDevId, nSeqId, 0, numImages, pImageData.data());
187     AlpSeqControl(nDevId, nSeqId, ALP_SEQ_REPEAT, 1);
188     AlpSeqTiming(nDevId, nSeqId, ALP_DEFAULT, PicTime,
189                 ALP_DEFAULT, ALP_DEFAULT, ALP_DEFAULT);
190
191     AlpProjStart(nDevId, nSeqId);
192     _getch();
193
194     AlpDevHalt(nDevId);
195     AlpDevFree(nDevId);
196     return 0;
197 }
198
199 // =====
200 // main
201 // Usage:
202 // <exe> <mx> <my> <mode> <PicTime(us)> <BMP1> <BMP2> ...
203 // =====
204 int main(int argc, char* argv[])
205 {
206     if (argc < 6) {
207         std::cerr << "Usage: " << argv[0]
208                 << " <mx> <my> <mode> <PicTime(us)> <BMP1> <BMP2> ..."
209                 << std::endl;
210         return 1;
211     }
212
213     int mx = std::atoi(argv[1]);
214     int my = std::atoi(argv[2]);
215     std::string mode = argv[3];
216     int PicTime = std::atoi(argv[4]);
217
218     int numImages = argc - 5;
219     std::vector<std::string> bmpFiles;
220     for (int i = 0; i < numImages; i++) {
221         bmpFiles.push_back(argv[5 + i]);
222     }
223
224     if (mode == "b") return binary(PicTime, numImages, mx, my, bmpFiles);
225     if (mode == "r") return repeat(PicTime, numImages, mx, my, bmpFiles);
226
227     std::cerr << "Error: invalid mode" << std::endl;
228     return 1;
229 }

```



# 謝辞

本論文は、大阪公立大学大学院理学研究科物理学専攻レーザー量子物理学研究室における前期博士課程の2年間の研究をまとめたものです。本研究を行うにあたって、多くの方々にご指導ならびにご助力をいただきましたことを、心より感謝申し上げます。まず初めに、指導教員である井上慎教授に深く感謝の意を表します。研究内容について物理学の基礎から丁寧にご指導いただいただけでなく、研究や仕事に対する心構え、取り組み方についても多くのことを教えていただきました。特に、成果や考えを周囲と共有することの重要性、そして自分の仕事を簡潔に説明できることの大切さをご指導いただいたことは、今でも強く印象に残っています。また、研究分野に限らず、分野外の最新技術についてもお話しいただき、進路を考える上で大変参考になりました。今後も先生に教えていただいたことを忘れず、精進してまいります。堀越宗一准教授には、研究室ミーティングの際に私の発表に真摯に向き合ってください、多くのご質問や改善点をご指摘いただきました。その経験を通して、発表では何を伝えるべきかを常に意識することの大切さを学びました。また、発表内容に関する物理や実験手法について議論を重ねる中で、行き詰まっていた実験の方向性を定めることができました。研究や教育に対する情熱、そして計画的に物事を進める姿勢からも多くの刺激を受け、人としても見習いたいと感じております。感謝申し上げます。2025年にご栄転された加藤宏平特任教授には、研究を進める上で大変お世話になりました。実験を始めた当初、基礎的な知識も十分でなかった私に対し、物理学の内容から実験機器の扱い方まで丁寧にご指導いただきました。日頃から進捗を気にかけてくださり、困っていることがないか声をかけていただいたことにも深く感謝しております。行き詰まった際には相談に乗っていただき、多くのことを学ばせていただきました。同じ部屋で研究を行う中で、考え続け、地道に実践することの大切さを実感することができました。心より感謝申し上げます。2024年に前期博士課程を修了された米田光佑氏には、研究室に配属された当初、右も左も分からなかった私に研究室のことを丁寧に教えていただきました。そのおかげで研究室の雰囲気は早く馴染むことができました。心より感謝申し上げます。2024年に学部を卒業された和佐尚澄氏には、教授と堂々と議論を交わす姿から大きな刺激を受けました。また、解析で用いたPythonのプログラミングについて多くのアドバイスをいただき、その知識は研究を進める上で大きな力となりました。感謝申し上げます。博士1年の藪内雄大氏には、私や後輩たちにいつも明るく接

---

していただき、研究室の雰囲気をも温かくしてくださいました。ドイツ留学までの8か月という短い期間ではありましたが、大変お世話になりました。留学先でのさらなるご活躍を心よりお祈りしております。学部4年の佐々木悠介氏とは、同じルビジウム BEC のメンバーとして議論を重ねました。その中で、自分の理解が十分でない点に気づくことができ、多くの学びを得ることができました。ありがとうございました。また、学部4年の荒木太朗氏、田中照瑛氏、平山陸氏、近畿大学から来られている織田琉平氏には、研究室ミーティングで真剣に発表に取り組む姿から刺激を受け、研究を進める励みとなりました。特に荒木太朗氏には、解析のプログラミングで行き詰まった際に相談に乗っていただき、大変助けられました。ここに感謝申し上げます。最後に、これまでの学生生活を支え、温かく見守ってくれた家族に心より感謝申し上げます。

## 参考文献

- [1] T. W. Hansch and A. L. Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. *Optics Communications*, **13**, pp. 68 – 69, (1975).
- [2] E. L. Raab, M. Prentiss, Alex Cable, Steven Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, pp. 2631 – 2634, (1987).
- [3] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Observation of Bose-Einstein Condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, **269**, No. 5221, pp. 198 – 201, (1995).
- [4] M. R. Andrews M. J. van Druten D. S. Durfee D. M. Kurn K. B. Davis, M.-O. Mewes and W. Ketterle. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, p. 3969, (1995).
- [5] H.Feshbach. *Ann. Phys.*, **19**, p. 287, (1962).
- [6] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle. Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate. *Nature*, **392**, pp. 151-154 (1998).
- [7] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov, “Optical dipole traps for neutral atoms,” *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics* **42**, 95–170 (2000).
- [8] C. J. Pethick and H. Smith. *Bose–Einstein Condensation in Dilute Gases*, 2nd ed. Cambridge University Press, (2008).
- [9] T. C. Li, H. Kelkar, D. Medellin, and M. G. Raizen, “Real-time control of the periodicity of a standing wave: an optical accordion,” *Optics Express* **16**, pp. 5465–5470 (2008).
- [10] Thorlabs 社, “GVS201 Small Beam Diameter Scanning Galvo Mirror System,” <https://www.thorlabs.co.jp/item/GVS201> (2026 年 1 月 15 日アクセス).

- 
- [11] J. L. Ville, T. Bienaime <sup>´</sup>, R. Saint-Jalm, L. Corman, M. Aidelsburger, L. Chomaz, K. Kleinlein, D. Perconte, S. Nascimbene, J. Dalibard, and J. Beugnon, “Loading and compression of a single two-dimensional Bose gas in an optical accordion,” *Physical Review A* **95**, p. 013632 (2017).
- [12] Thorlabs 社, “AC508-075-B, Ø50.8 mm Achromatic Doublet, f = 75 mm, B Coating,” <https://www.thorlabs.co.jp/item/AC508-075-B> (2026 年 1 月 15 日アクセス).
- [13] Thorlabs 社, “AL2550H-B, Lens Tube Accessory/Light Guide Component,” <https://www.thorlabs.co.jp/item/AL2550H-B> (2026 年 1 月 15 日アクセス).
- [14] M. E. Gehm, K. O’Hara, T. A. Savard, and J. E. Thomas, “Dynamics of noise-induced heating in atom traps.” *Physical Review A* **58**, pp. 3914 (1998).
- [15] K. Hueck, *et al.*, “Suppression of kHz-frequency switching noise in digital micro-mirror devices.” *Review of Scientific Instruments* **88**, No. 016103 (2017).
- [16] ViALUX GmbH, “V-6501-VIS, Digital Light Processing (DLP) Subsystem,” <https://www.vialux.de/ViALUX-Website/dlp-subsystem-v-6501-vis.html> (2026 年 1 月 15 日アクセス).
- [17] E. Perego, “Generation of arbitrary optical potentials for atomic physics experiments using a Digital Micromirror Device,” Master Thesis, University of Florence (2015), p. 20.
- [18] P. Christodoulou, “Superfluidity in a uniform two-dimensional Bose gas,” Ph.D. Thesis, University of Cambridge (2021), p. 79.