

修士論文

異核フェッシェンバツ八分子の
生成・制御に関する研究

指導教員 井上 慎 准教授

2011年2月提出

東京大学工学部物理工学科

37-096543 加藤 宏平

目次

第1章	序論	1
1.1	研究の背景	1
1.2	極低温極性分子	2
1.3	本研究の目的	3
1.4	本論文の構成	4
第2章	理論	5
2.1	光トラップ	5
2.1.1	誘起双極子と光電場の相互作用	5
2.1.2	原子の分極率	6
2.1.3	双極子ポテンシャルと散乱レート	6
2.1.4	ガウシアンビームによる光トラップ	7
2.1.5	重力ポテンシャルによるトラップ位置のシフト	8
2.1.6	光格子	9
2.1.7	超流動モット絶縁体転移	10
2.1.8	Mott 絶縁体状態での Shell 構造	11
2.1.9	ABCD 行列	11
2.2	光と原子の相互作用の半古典論	15
2.3	散乱理論	16
2.3.1	リップマン・シュウィンガー方程式	16
2.3.2	Born 近似	18
2.3.3	部分波展開	18
2.3.4	S 波散乱	19
2.3.5	同種粒子の散乱	21
2.4	Feshbach 共鳴	22
2.4.1	内部自由度をもつ原子の間の散乱	22
2.4.2	Feshbach 共鳴の原理	24
2.4.3	Feshbach 共鳴の定式化	25
2.4.4	Feshbach 共鳴の分類	26
2.4.5	Feshbach 分子の生成効率	27
2.4.6	Feshbach 分子の寿命	29
2.4.7	$^{41}\text{K}^{87}\text{Rb}$ の Feshbach 共鳴	29

第 3 章	極低温極性分子の生成・制御の為の磁気トラップの開発	33
3.1	磁気トラップの概要	34
3.1.1	電流の作る磁場	34
3.1.2	ヘルムホルツコイル	36
3.1.3	クローバーリーフトラップ	36
3.2	磁気トラップの設計	38
3.2.1	設計の考え方	39
3.2.2	数値計算	43
3.2.3	コイルホルダーの設計	44
3.3	磁気トラップの製作	46
3.4	磁場の測定	47
3.4.1	磁気トラップの回路系の概要	47
3.4.2	磁場測定の方法	47
3.4.3	磁場測定の結果	48
3.5	補正コイル	58
3.5.1	設計	58
3.5.2	測定	58
3.6	動作の実証とその結果	59
3.6.1	原子の捕獲	59
3.6.2	蒸発冷却による BEC の実現	61
第 4 章	極低温極性分子の生成・制御の為の光学系の設計	62
4.1	全体の光学配置	62
4.2	光トラップの設計	66
4.2.1	光トラップ P 軸	66
4.2.2	光トラップ A 軸	66
4.3	光格子の設計	68
4.3.1	光格子入射側	68
4.3.2	光格子打ち返し側	69
4.4	Imaging 系の設計	70
4.4.1	TOP Imaging	71
4.4.2	Side Imaging	71
第 5 章	809nm 光トラップによる相対重力サグの解消	73
5.1	概要	73
5.2	光源	74
5.2.1	injection locking system	75
5.2.2	Tapered Amplifier	77
5.2.3	ASE による光散乱	77
5.2.4	グレーティングによる ASE の除去	79

5.3	809nm 光トラップによる混合原子気体のトラップ	79
5.3.1	実験手順	79
5.3.2	トラップ周波数の測定	80
第 6 章	RF 会合	81
6.1	Feshbach 分子の生成手法	81
6.2	実験方法	83
6.3	原子のロスによる束縛エネルギーの測定	84
6.3.1	ボルツマン分布によるフィッティング	85
6.3.2	Feshbach 共鳴点の決定	87
6.4	Feshbach 分子の観測に向けて	88
第 7 章	まとめと今後の展望	89
付 録 A	磁気トラップの水漏れ	91
付 録 B	コイルホルダー及び付属物	94
	謝辞	100
	参考文献	102

目 次

1.1	STIRAP の概要	2
1.2	極低温極性分子の生成方法	3
2.1	光線ベクトル	12
2.2	ABCD 行列を用いた結像関係の導出	14
2.3	s-wave 散乱の模式図	21
2.4	相互作用ポテンシャルの模式図	23
2.5	Feshbach 共鳴形成の様子	24
2.6	^{41}K $ 1, 1\rangle$ と ^{87}Rb $ 1, 1\rangle$ の Feshbach 共鳴	31
3.1	二つのコイルが作る磁場の概念図	36
3.2	原子数 (^{87}Rb) の B' 依存性 ($B_0 = 5.2 \text{ G}$)	40
3.3	原子数 (^{87}Rb) の B_0 依存性 ($B' = 292 \text{ G/cm}$)	41
3.4	磁気トラップコイルの配置の模式図 (水平面)	42
3.5	磁気トラップコイルの配置の模式図 (鉛直面)	43
3.6	磁気トラップコイル	46
3.7	磁場測定の様子	47
3.8	軸方向の磁場 (銅端子変更前)	49
3.9	銅端子 (変更前)	50
3.10	銅端子 (変更後)	51
3.11	軸方向の磁場 (銅端子変更後)	51
3.12	動径方向の磁場、x 方向	52
3.13	動径方向の磁場、y 方向	53
3.14	MOT 磁場、x 方向	54
3.15	MOT 磁場、y 方向	54
3.16	MOT 磁場、z 方向	55
3.17	磁気トラップ移行時の磁場、x 方向	56
3.18	磁気トラップ移行時の磁場、y 方向	56
3.19	磁気トラップ移行時の磁場、z 方向	57
3.20	磁気トラップの寿命測定	60
3.21	磁気トラップのトラップ周波数の測定	60
3.22	磁気トラップ圧縮後の吸収イメージング画像	61
3.23	^{87}Rb の BEC	61

4.1	全体の光学配置の様子	63
4.2	ガラスセル周辺の光学配置（上面図）	64
4.3	ガラスセル周辺の光学配置（正面図）	65
4.4	光トラップ A 軸セットアップ	67
4.5	ODT(A) ビーム半径（計算）	67
4.6	光格子入射側のセットアップの概要	69
4.7	光格子打ち返し側のセットアップの概要	70
4.8	TOP イメージングのセットアップの概要	71
4.9	Side イメージングのセットアップの概要	72
5.1	809nm と共鳴線の関係	74
5.2	809nm 光トラップの概要	75
5.3	injection locking system の概要	76
5.4	Slave Laser の電流値と出力パワーの関係	76
5.5	TA の電流値と出力パワーの関係	77
5.6	TA の ASE の波長分布	78
5.7	グレーティングによる ASE 除去の模式図	79
5.8	トラップ周波数の測定 (K)	80
5.9	トラップ周波数の測定 (Rb)	80
6.1	磁場スイープによる分子の生成	81
6.2	RF 会合による分子の生成	81
6.3	磁場スイープによる分子の観測方法	82
6.4	吹き飛ばしの際のエネルギー準位の模式図	82
6.5	RF 会合による分子の観測方法	83
6.6	原子の共鳴のラビ周波数の測定	84
6.7	分子の束縛エネルギーの測定方法	85
6.8	分子の共鳴における原子数の減少	85
6.9	原子ペアのエネルギー分布の模式図	86
6.10	ボルツマン分布によるフィッティング	86
6.11	温度による RF スペクトルの変化	87
6.12	Feshbach 分子の束縛エネルギー	88
A.1	磁気トラップコイルの水漏れ	91
A.2	単位時間当たりの水漏れ量（水圧低下実験前）	92
A.3	単位時間当たりの水漏れ量	92
A.4	コイルの傷	93
B.1	銅端子の設計図 1	94
B.2	銅端子の設計図 2	95
B.3	銅端子の設計図 3	96

B.4	RF コイル・ITO 固定ホルダー	97
B.5	コイルホルダーの設計図（正面図）	98
B.6	コイルホルダーの設計図（背面図）	99

表 目 次

2.1	良く用いられる光学要素と ABCD 行列	13
2.2	^{41}K $ 1, 1\rangle$ と ^{87}Rb $ 1, 1\rangle$ の Feshbach 共鳴	30
2.3	^{41}K 、 ^{87}Rb の散乱長	32
3.1	磁気トラップと光双極子トラップの利点、不利点	33
3.2	コイル間隔、コイルの巻き数、外径、内径。(計算値)	43
3.3	補正コイルの設計値、実測値	59
4.1	光格子入射側のセットアップ	69
4.2	光格子打ち返し側のセットアップ	70

第1章 序論

1.1 研究の背景

1995年に原子気体のBECが実現され [1, 2]、1999年には ^{40}K Fermionにおけるフェルミ縮退も実現された [3]。以降これらの冷却原子気体を用いた実験が盛んに行われてきた。

冷却原子系の特徴はその高い制御性にある。その一つの例として上げられるのが、Feshbach 共鳴を用いた粒子間相互作用の制御である。低エネルギー領域での粒子間相互作用は散乱長という物理量により記述されるが、Feshbach 共鳴とは外場（多くの場合は磁場）を変化させることにより、散乱長を正の無限大から負の無限大へと共鳴的に変化させることのできる現象である。Feshbach 共鳴は始め原子核物理の分野で理論的には提唱されていたが [4]、冷却原子系では、1998年 ^{23}Na のBECにおいて観測が報告された [5]。以降様々な原子種で Feshbach 共鳴の存在が確認され、その散乱長の制御性を生かした実験が盛んに行われた。また Feshbach 共鳴は2原子が散乱する際の分子状態とのカップリングを起源としているが、それを利用した極低温の分子の生成等も盛んに行われた。2003年には $^{40}\text{K}_2$ のフェルミオン原子対による分子のBECが報告された [6]。

冷却原子系の制御性の高さは、外部ポテンシャルの設計がしやすいことにも表れている。原子の共鳴から十分に離れたレーザー光を用いた光双極子トラップの技術により冷却原子気体を様々な形状のポテンシャルに閉じ込められるようになった。その中でも特に重要な技術が対向する進行波によって形成される定在波を利用した、光格子の技術である。光格子中での原子の振る舞いは物性物理学の分野で良く研究されているボーズ・ハバードモデルによって記述される [7]。ボーズ・ハバードモデルによると粒子の振る舞いは、各格子間の移動（トンネリング）とサイト内の粒子との相互作用（オンサイト相互作用）によって記述されるが、光格子の特筆すべき点は、トンネリングとオンサイト相互作用を光強度を変えるだけで変化させることができるという点である。Greiner らはBECを光格子に入れ、光強度を変化させることによって超流動相からモット絶縁体相への転移を観測した [8]。このように冷却原子系は量子多体系のシミュレーションに非常に適している。

1.2 極低温極性分子

冷却原子の系は、前節で述べたように誕生以来様々な成果をあげてきているが、次なる研究対象として注目されているのが、極低温極性分子の系である。極性分子の大きな特徴は電場をかけることによって、電気双極子が誘起され、新たに双極子・双極子相互作用を持つことである。相互作用ポテンシャル U_{dd} は、以下の様に記述できる。

$$U_{dd}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\mathbf{d}_1 \cdot \mathbf{d}_2}{r^3} - \frac{3(\mathbf{r} \cdot \mathbf{d}_1)(\mathbf{r} \cdot \mathbf{d}_2)}{r^5} \right) \quad (1.1)$$

これは r^{-3} に比例する長距離の相互作用であり、かつ双極子の向きによって正か負が決まるといった異方性を持つ。原子系でも、磁気双極子を持つ Cr の BEC が報告されているが [9]、電気双極子はかける電場によって相互作用の大きさが変えられるといった特徴をもっており、また磁気双極子と比べて非常に大きな双極子モーメントを誘起することができる。加えて、振動・回転といった原子系に比べて豊富な内部自由度を持っていることから、幅広い範囲の物性を研究できる対象として非常に期待できる。

極性分子は、新しい量子多体系の対象として非常に有望であるが、その豊富な内部自由度の為レーザー冷却の適用が困難であり、直接縮退領域まで冷却することは困難であった。しかし、近年直接的な手法にかわり、極低温混合原子気体を用意し、それを上述の Feshbach 共鳴を用いることによって弱く束縛された分子 (Feshbach 分子) に断熱的に会合させ、さらに誘導ラマン断熱遷移 (STIRAP) (図 1.1) を用いて振動基底状態に落とすことで強く束縛された極性分子を高効率に生成するといった手法が開発された (図 1.2)。振動基底状態に落とすことで、大きな双極子モーメントを誘起することができるようになる。実際に JILA ではフェルミ縮退付近まで冷却された、 $^{87}\text{Rb} - ^{40}\text{K}$ 極性分子 (フェルミオン) の生成に成功した [10]。

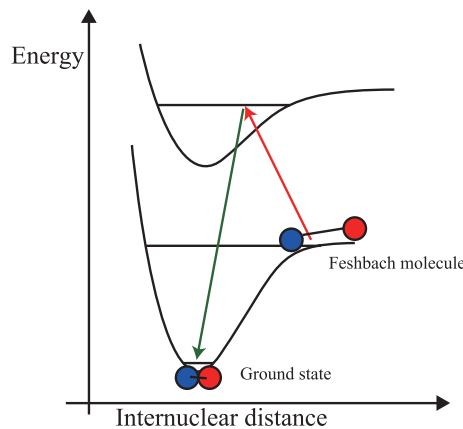


図 1.1: STIRAP の概要

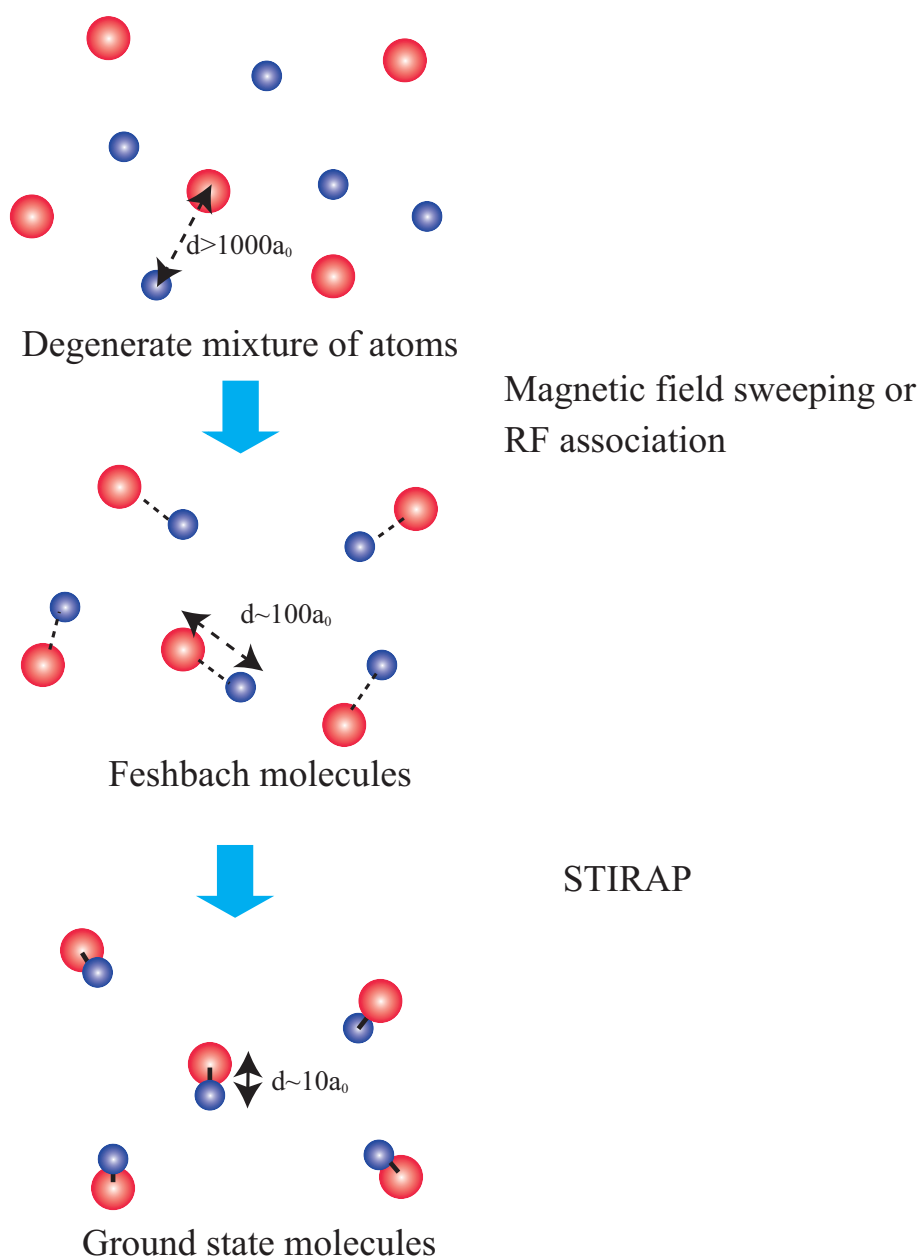


図 1.2: 極低温極性分子の生成方法

1.3 本研究の目的

井上研究室では、 ^{87}Rb と ^{41}K によるボゾンの極低温極性分子の生成に取り組んでいるが、これを実現する為に次の二つの実験が平行に進められている。すなわち、

1. 極低温混合原子気体を生成し、Feshbach 共鳴を用いて Feshbach 分子を生成する。

2. STIRAP を用いる際に使用する適切な中間状態の選定および STIRAP の実践

である。筆者は主に1の実験に携わっており、本研究の目的もそれに付随するものである。極低温極性分子を用いた実験を行う為には、Feshbach 分子を効率よくかつ、安定に生成することが重要である。ここで注意すべきことは、我々の使用している原子はボゾンであることである。ボゾンの場合フェルミオンの場合とは違って、パウリの排他律による衝突の抑制（パウリブロッキング）がないため、Feshbach 分子の寿命が非常に短くなってしまいうという問題がある。そこで我々は三次元光格子を用いて分子を非弾性衝突から保護するといった手法をとった。この手法の優れている所は、Feshbach 分子を効率良く生成し、非弾性衝突によるロスを抑えることで、最終的に得られる振動基底状態の極性分子の数を増やせるだけでなく、振動基底状態の分子をそのまま光格子中に用意できるといった点にある。ただし、三次元光格子に K と Rb をそれぞれ1サイトずつ入れる為には、その前に原子雲の空間的重なりを確保しなければならない。

以上を踏まえて本研究の目的は、Feshbach 分子を安定に生成・制御するための手法や装置を研究することである。具体的に行ったことは主に以下の三つである。

1. 極低温混合原子気体の生成の為の磁気トラップシステムの開発
2. 重力サグの解消の為の 809nm 光トラップの開発
3. RF 会合を用いた Feshbach 分子の生成方法の研究

これらの研究成果について本論文で報告する。

1.4 本論文の構成

本論文は、全七章からなる。まず第二章で本研究の前提となる理論について述べる。第三章では、極低温混合原子気体の生成の為の磁気トラップについて述べ、第四章では光学システムについて述べる。ここまでが新しい磁気トラップシステムの開発に関する章である。以降の章は以前の磁気トラップシステムを用いて実験を行った。第五章では、重力サグの解消の為の 809nm 光トラップについて述べ、第六章では Feshbach 分子を生成する為の RF 会合の実験について述べる。そして最後の第七章で本研究のまとめと今後の展望について述べる。

第2章 理論

この章では本研究の背景となる理論について説明する。

2.1 光トラップ

原子の共鳴周波数に対して離調をつけた周波数のレーザーを原子に当てると原子には電気双極子が誘起される、これと光電場との相互作用により作られたポテンシャルを原子は感じるようになる。このポテンシャルを利用したトラップのことを光双極子トラップ (ODT: Optical Dipole Trap) という。光トラップを作る際には、レーザーの離調、強度を適切に調節することによってポテンシャル深さ、光散乱レート等を制御する必要がある。光トラップに関しては Rudolf Grimm らによって詳しく議論されており [11]、以降はそれを参考にしている。

2.1.1 誘起双極子と光電場の相互作用

周波数 ω の電場 \mathbf{E} によって、双極子 \mathbf{p} が誘起されるとする。このとき、通常 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{e}}\tilde{E}(\mathbf{r})\exp(-i\omega t) + c.c.$ 、 $\mathbf{p}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{e}}\tilde{p}\exp(-i\omega t) + c.c.$ と複素表示で書ける。ここで $\hat{\mathbf{e}}$ は単位分極ベクトルである。双極子の大きさ \hat{p} と電場の大きさ \tilde{E} は、

$$\hat{p} = \alpha \tilde{E} \quad (2.1)$$

と書ける。 α は複素分極率であり、 ω に依存する。

このとき、相互作用ポテンシャルは以下の様に書ける。

$$U_{dip} = -\frac{1}{2} \langle \mathbf{p} \mathbf{E} \rangle = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) I \quad (2.2)$$

ここで $\langle \dots \rangle$ は時間平均を示す。電場強度は $I = 2\epsilon_0 c |\tilde{E}|^2$ であり、 $\frac{1}{2}$ は、誘起された双極子であることを反映している。これより、ポテンシャルは光強度と感受率の実部に依存することが分かる。

一方光散乱について考えると、振動子が電場から吸収するパワーは、

$$P_{abs} = \langle \dot{\mathbf{p}} \mathbf{E} \rangle = 2\omega \text{Im}(\tilde{p} \tilde{E}^*) = \frac{\omega}{\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I \quad (2.3)$$

光をエネルギー $\hbar\omega$ を持った光子の流れであると考え、光子の散乱レートは以下のように書ける。

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{r}) = \frac{P_{abs}}{\hbar\omega} = \frac{1}{\hbar\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I(\mathbf{r}) \quad (2.4)$$

これは光強度と分極率の虚部に依存する量である。

以上により、ポテンシャルと散乱レートは、位置に依存する光強度 $I(\mathbf{r})$ と分極率 $\alpha(\omega)$ によって書けることが分かった。

2.1.2 原子の分極率

原子の分極率は振動子モデルでは、運動方程式 $\ddot{x} + \Gamma_\omega \dot{x} + \omega_0^2 x = -eE(t)/m_e$ から直接求めることができ、

$$\alpha = \frac{e^2}{m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_\omega} \quad (2.5)$$

であるここで ω_0 は原子の共鳴周波数であり、

$$\Gamma_\omega = \frac{e^2\omega^2}{6\pi\epsilon_0 m_e c^3} \quad (2.6)$$

は古典振動子モデルでの減衰率であるが、ここで共鳴周波数における減衰率 $\Gamma \equiv \Gamma_{\omega_0} = (\omega_0/\omega)^2 \Gamma_\omega$ を導入すると、分極率は以下のように書ける。

$$\alpha = 6\pi\epsilon_0 c^3 \frac{\Gamma/\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i(\omega^3/\omega_0^2)\Gamma} \quad (2.7)$$

光トラップに使うような十分離調をとっている場合では、振動子モデルでの減衰率は励起状態からの自然放出レートと置き換えることができ、

$$\Gamma = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} |\langle e | \mu | g \rangle|^2 \quad (2.8)$$

となる。

2.1.3 双極子ポテンシャルと散乱レート

式 2.7 を式 2.2、2.4 を代入することで、

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right) I(\mathbf{r}) \quad (2.9)$$

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^3 \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right)^2 I(\mathbf{r}) \quad (2.10)$$

を得る。ここで $\Delta \equiv \omega - \omega_0$ とすると $|\Delta| \ll \omega_0$ を通常満たすので、 $\omega_0 + \omega$ の項は無視することができて（回転波近似）

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3 \Delta} I(\mathbf{r}) \quad (2.11)$$

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\Delta} \right)^2 I(\mathbf{r}) \quad (2.12)$$

となる。光トラップの基本的な物理は以上の二つの方程式で記述できる。ここで、

$$\hbar\Gamma_{sc} = \frac{\Gamma}{\Delta} U_{dip} \quad (2.13)$$

であるが、これから次のことが分かる。

- $\Delta < 0$ （赤方離調）では、 $U_{dip} < 0$ となり引力ポテンシャルが作られ、 $\Delta > 0$ （青方離調）では斥力ポテンシャルが作られる。
- U_{dip} は $\frac{1}{\Delta}$ に比例し、 Γ_{sc} は $\frac{1}{\Delta^2}$ に比例する。即ち光散乱を抑えて深いポテンシャルを作るには、離調を大きくとって（far-detuned）強度を強くする必要がある。

以上の議論は理想的な二準位系の場合であるが、通常電子の遷移には多数の準位が関与しており、それらの寄与を考える必要がある。特にアルカリ原子の場合スピン軌道相互作用による、D線二重項（D-line doublet）がある。D1線、D2線両方の寄与を考慮したポテンシャル及び散乱レートを以下に示す。

$$U_{dip} = \frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \left(\frac{2 + \mathcal{P}g_F m_F}{\Delta_{2,F}} + \frac{1 - \mathcal{P}g_F m_F}{\Delta_{1,F}} \right) \quad (2.14)$$

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2 \Gamma^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{2}{\Delta_{2,F}^2} + \frac{1}{\Delta_{1,F}^2} \right) I(\mathbf{r}) \quad (2.15)$$

ここで g_F は Landé の g 因子、 ω_0 は D 線二重項の中心周波数、 \mathcal{P} はレーザーの偏光（ $\mathcal{P} = 0, \pm 1$ はそれぞれ直線偏光、 σ^\pm 偏光を示す。） m_F は磁気量子数であり、 $\Delta_{1,F}$ 、 $\Delta_{2,F}$ は、D1 線及び D2 線（基底状態 $^2S_{1/2}, F$ 状態から $^2P_{3/2}, ^2P_{1/2}$ の超微細構造分裂の中心までのエネルギー差に対応）からの離調を示している。

2.1.4 ガウシアンビームによる光トラップ

光トラップには通常集光されたガウシアンビームを使う。 z 方向に伝搬する TEM00 モードのガウシアンビームの強度分布 $I(r, z)$ は、パワーを P 、 $1/e^2$ 半径を $w(z)$ 、動径方向を r として、以下のように書ける。

$$I(r, z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2(z)}\right) \quad (2.16)$$

ここで、

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad (2.17)$$

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right) \quad (2.18)$$

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (2.19)$$

である。 z_R はレイリー長、 w_0 は焦点でのビーム半径、 $R(z)$ は波面の曲率半径を示す。

光強度は、 $(r, z) = (0, 0)$ で最大となり赤方離調をとった光を入射させるとこの点をトラップ中心としたトラップポテンシャルをつくることができる。ポテンシャル深さ $U_0 = U_{dip}(r=0, z=0)$ は、式 2.14 に $I_0 = 2P/\pi w_0^2$ を代入したものとなる。トラップ中心近傍ではポテンシャルは調和型に近似できて、

$$U_{dip}(r, z) \cong -U_0 \left[1 - 2\left(\frac{r}{w_0}\right)^2 - \left(\frac{z}{z_R}\right)^2\right] \quad (2.20)$$

となる。トラップ周波数及びアスペクト比は

$$\omega_r = \sqrt{\frac{4U_0}{mw_0^2}} \quad (2.21)$$

$$\omega_z = \sqrt{\frac{2U_0}{mz_R^2}} \quad (2.22)$$

$$\frac{\omega_r}{\omega_z} = \sqrt{2} \frac{\pi w_0}{\lambda} \quad (2.23)$$

となる。

2.1.5 重力ポテンシャルによるトラップ位置のシフト

実際の実験の場合、原子には光トラップによる調和ポテンシャルに加えて、重力によるリニアポテンシャルが加わる為、重力方向のポテンシャルは以下のように書ける。

$$U(y) = \frac{1}{2}m\omega_y^2 y^2 + mgy = \frac{1}{2}m\omega_y^2 \left(y + \frac{g}{\omega_y^2}\right)^2 - \frac{mg^2}{2\omega_y^2} \quad (2.24)$$

ω_y は光トラップによるポテンシャルを $U_{dip} = m\omega_y^2 y^2/2$ で近似した時のトラップ周波数である。これよりトラップ中心は重力ポテンシャルの影響によりシフトすることが分かる。これを重力サグ (gravitational sag) という。重力サグの大きさ d は、

$$d = -\frac{g}{\omega_y^2} \quad (2.25)$$

となり、重力方向のトラップ周波数で決まることが分かる。質量の異なる二粒子を用いた場合、通常重力サグの大きさに違いが出る為、トラップ中心がずれることになる。その大きさ Δd は、

$$\Delta d = \left| \frac{g}{\omega_{y,1}^2} - \frac{g}{\omega_{y,2}^2} \right| \quad (2.26)$$

となる。 $\omega_{y,1}, \omega_{y,2}$ はそれぞれの粒子の重力方向のトラップ周波数である。

2.1.6 光格子

ここでは、光格子について説明する [12]。

一次元光格子

式 2.14 より $U_{dip} \propto I(\mathbf{r})$ であるから空間的に周期的な強度分布を持つ光を原子集団に照射することで、周期ポテンシャルを形成することができる。もっとも簡単な周期ポテンシャルの作り方は、ガウシアンビームを打ち返す事によって干渉させ、定在波をたてることである。この時のポテンシャルは以下ようになる。

$$V(r, z) = -V_{lat} e^{-2r^2/w_0^2} \cdot \sin^2(kz) \simeq -V_{lat} \cdot \left(1 - 2 \frac{r^2}{w_0^2} \cdot \sin^2(kz) \right) \quad (2.27)$$

中心付近では調和ポテンシャル近似が成り立つ。ここで $k = 2\pi/\lambda$ である。 V_{lat} は光格子のポテンシャル深さである。これは、光トラップの時の 4 倍になる。光格子の深さは、リコイルエネルギー $E_r = \hbar^2 k^2 / 2m$ を単位に表わすと便利である。

三次元光格子

三次元光格子は三つの定在波を直交させることで形成できる。この際互いに偏光を直交させ、波長をずらすことで干渉させないようにする。トラップポテンシャルは以下の様になる。

$$V(x, y, z) = -V_x \cdot e^{-2 \frac{y^2+z^2}{w_x^2}} \cdot \sin^2(kx) - V_y \cdot e^{-2 \frac{z^2+x^2}{w_y^2}} \cdot \sin^2(ky) - V_z \cdot e^{-2 \frac{z^2+x^2}{w_z^2}} \cdot \sin^2(kz) \quad (2.28)$$

ここで V_x, V_y, V_z は一次元光格子の時のポテンシャル深さである。中心付近（ビーム半径よりも十分小さい範囲）では、ポテンシャルは一様な周期ポテンシャルと調和型の外部コンファイメントで近似できる。

$$V(x, y, z) \simeq V_x \cdot \sin^2(kx) + V_y \cdot \sin^2(ky) + V_z \cdot \sin^2(kz) + \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (2.29)$$

ここで、外部コンファインメントのトラップ周波数 ω_i ($i = x, y, z$) は以下の式で与えられる。

$$\omega_x^2 = \frac{4}{m} \left(\frac{V_y}{\omega_y^2} + \frac{V_z}{\omega_z^2} \right) = \frac{2\hbar^2 k^2}{m^2} \left(\frac{V_y/E_r}{\omega_y^2} + \frac{V_z/E_r}{\omega_z^2} \right) \quad : \omega_{y,z}^2 = (\text{cycl.perm.}). \quad (2.30)$$

全ての軸のビームウェスト及びポテンシャル深さが等しい時は、

$$\omega_{ext} = \sqrt{2 \cdot \frac{4V_{lat}}{mw_0^2}} = \sqrt{2 \cdot \frac{2\hbar^2 k^2}{m^2 w_0^2} \frac{V_{lat}}{E_r}} \quad (2.31)$$

となる。

光格子の深さが十分深い時は、光格子の各サイトは調和ポテンシャルで近似できる。その時の各サイトのトラップ周波数は、

$$\omega_{lat}^2 = V_{lat} \frac{2k^2}{m} = \frac{V_{lat}}{E_r} \frac{\hbar^2 k^2}{m^2} \quad (2.32)$$

となる。

トラップ中心から遠くなるとこれらのトラップ周波数は修正を受ける [12]。

2.1.7 超流動モット絶縁体転移

ボーズ・ハバードモデル

光格子中の原子の振る舞いはボーズ・ハバードモデルで記述することができる [7]。

光格子ポテンシャルの空間不均一性まで含めたモデルで考えると、ハミルトニアンは以下の様に書ける [13]。

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \sum_i [V(r_i) - \mu] \hat{n}_i + \frac{1}{2} U \sum_i \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1) \quad (2.33)$$

ここで、 $\hat{a}_i^\dagger (\hat{a}_i)$ は i サイトへの生成 (消滅) 演算子、 $\hat{n}_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$ は i サイトでの個数演算子、 $V(r_i)$ は光格子の外部コンファインメントによるサイト i でのエネルギーオフセット、 μ は化学ポテンシャルである。

ここでハミルトニアンの第1項はサイト間のトンネリングを表わす項であり、トンネリングの強さを表わす行列要素 J はサイト i に極在した一粒子ワニエ関数 $w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$ を用いて、

$$J = \int d^3x w^*(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_0(\mathbf{x}) \right] w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \quad (2.34)$$

と書ける。一方第3項は、同一サイトにある粒子間のオンサイト相互作用を表わし、その強さ U は

$$U = \frac{4\pi a_s \hbar^2}{m} \int d^3x |w(\mathbf{x})|^4 \quad (2.35)$$

と書ける。 a_s は散乱長である。以上の様に J 及び U はワニエ関数をバンド計算により求めることによって得られるが、通常は以下の近似式 [14] で十分である。

$$\frac{J}{E_r} \simeq 1.43 \left(\frac{V_{lat}}{E_r} \right)^{0.98} \exp \left(-2.07 \sqrt{\frac{V_{lat}}{E_r}} \right) \quad (2.36)$$

$$\frac{U}{E_r} \simeq 5.97 \left(\frac{a_s}{\lambda_{lat}} \right) \left(\frac{V_{lat}}{E_r} \right)^{0.88} \quad (2.37)$$

上式は、 $V_{lat}/E_r = 8 \sim 30$ の間で誤差が 1% 以下となる近似式である。

相転移点

ボーズ・ハバードモデルにおいてトンネリングの項が支配的な場合 ($J \gg U$)、原子はサイト間に渡って非局在化した超流動状態になり、オンサイト相互作用が支配的な場合 ($J \ll U$)、原子は各サイトに局在化した Mott 絶縁体状態となる。これが、超流動-Mott 絶縁体転移と呼ばれるもので光格子の系で実現できることが予測され [7]、実際に観測された [8]。超流動-Mott 絶縁体転移の転移点は J と U の比が以下を満たす点である [14, 15]。

$$\frac{U}{zJ} = 2n_0 + 1 + 2\sqrt{n_0(n_0 + 1)} \quad (2.38)$$

ここで、 z は最近接サイト数で、 n_0 は Mott 絶縁体状態における各サイトの粒子数である。式 2.36、2.37、2.38 から光格子のビームの波長が 1080 nm の時の相転移点での光格子のポテンシャル深さは $V_{lat}/E_r = 14(^{87}\text{Rb}), 16(^{41}\text{K})$ となる [16]。

2.1.8 Mott 絶縁体状態での Shell 構造

光格子のポテンシャルが外部コンファインメントによる不均一性を持つ為に、光格子中での原子の分布は、光格子の深さに応じて n 個/サイトの Mott 絶縁体状態が共存した Shell 構造をとることが知られている [17, 18, 19]。

本研究では、1 個/サイトのサイト数を最大化することが重要である。得られる 1 個/サイトの個数 N_2 は光格子の外部コンファインメントの平均トラップ周波数 $\bar{\omega}_{ext} = (\omega_{ext,x} \cdot \omega_{ext,y} \cdot \omega_{ext,z})^{1/3}$ で決まり [13]、

$$N_2 = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{m\bar{\omega}_{ext}^2 d^2}{2U} \right)^{-\frac{3}{2}} \quad (2.39)$$

となる。 $d = \lambda/2$ はサイト間隔である。

2.1.9 ABCD 行列

ここでは、光線追跡やガウシアンビームの伝搬に良く用いられる ABCD 行列について述べる。より詳しい内容は専門書 [20] を参照の事。

光線追跡

任意の位置 z における光線を図 2.1 の様な、光軸からの距離 $y(z)$ 及び光軸との成す角 $\gamma(z)$ を要素とする光線ベクトルで表わす。

$$\begin{pmatrix} y(z) \\ \gamma(z) \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

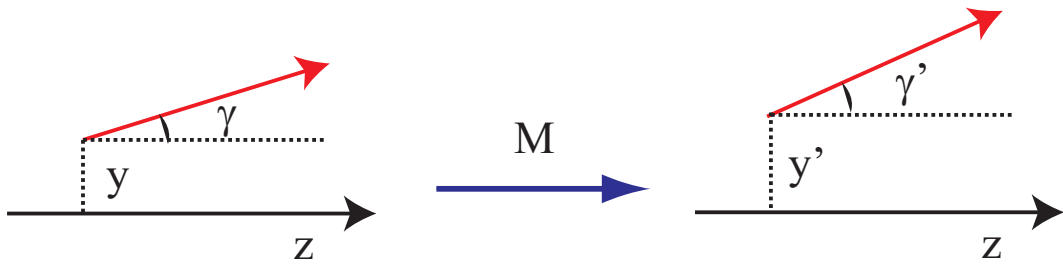


図 2.1: 光線ベクトル

すると、ある光学要素を通過した後の光線ベクトルは次のように書くことができる。

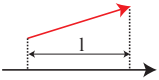
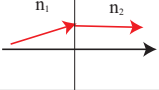
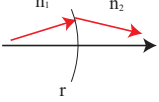
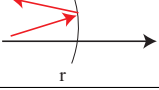
$$\begin{pmatrix} y'(z') \\ \gamma'(z') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y(z) \\ \gamma(z) \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

この時の光線ベクトルの写像を表わす行列

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

を ABCD 行列と呼ぶ。ABCD 行列を用いることによって光線の追跡が可能となる。表 2.1 に良く用いられる光学要素の ABCD 行列を示す。

表 2.1: 良く用いられる光学要素と ABCD 行列

均一な媒質中での長さ l の伝搬	$\begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	
焦点距離 f のレンズ	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$	
屈折率 n_1, n_2 の媒質の界面 (平面)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$	
屈折率 n_1, n_2 の媒質の界面 (曲率半径 r の球面)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_2 r} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$	
曲率半径 r の球面ミラー	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{r} & 1 \end{pmatrix}$	

ガウシアンビームの伝搬

ABCD 行列を用いることによってガウシアンビームの伝搬も記述することができる。まず次のような任意の点 z でのビームパラメータ q を定義する。

$$q(z) \equiv z + iz_R \quad (z_R: \text{レイリー長}) \quad (2.43)$$

ここで q の意味は次のように逆数にすると分かりやすい。

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi n w^2(z)} \quad (2.44)$$

ここで、 $w(z)$ 、 $R(z)$ は式 2.17、2.18 で表わされるビーム半径及び波面の曲率半径である。従って q を知ることができればその点でのガウシアンビームの形状を知ることができる。

q がある光学要素を通過して、 q' に変換されたとき q' は光学要素の ABCD 行列を用いて、

$$q' = \frac{Aq + B}{Cq + D} \quad (2.45)$$

と記述することができる。よって ABCD 行列を用いてガウシアンビームの伝搬を記述することができる。

結像関係式と倍率

光学系の ABCD 行列 M が分かっているとして (大抵は表 2.1 の積で表わすことができる) 結像関係式を導く。すなわち物体の位置が与えられたとして、それから像

の位置を求める。光線は逆向きに走らせることができるので、元の像の位置に物体を置くと、元の物体の位置に像が形成される。このように物体と像の関係は相補的であるとき、物体と像は共役であるという。光学系の共役関係とは、一方の点に物体を置くともう一方の点に像が形成されることをいう。

光学系の ABCD 行列 M が式 2.42 で与えられる時、図 2.2 のように、光学系の入射面から z だけ離れた面から出発する光線ベクトルを (x, u) とし、光学系を通過した後、光学系の最終面から z' だけ離れた面に到達した光線ベクトルを (x', u') とする。出発面と到達面を結ぶ光線行列 \bar{M} は以下ようになる。

$$\begin{aligned}\bar{M} &= \begin{pmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & z' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} A + Cz' & Az + B + Cz z' + Dz' \\ C & Cz + D \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.46)$$

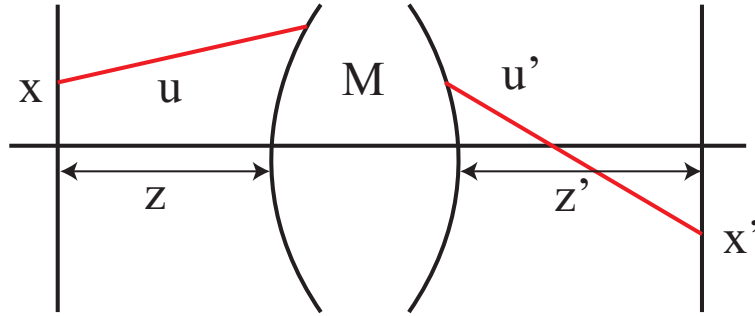


図 2.2: ABCD 行列を用いた結像関係の導出

出発面と到達面は共役であるから、光線が像面を通過する位置 x' は、物体面を出る光線の傾き角 u に依らないはずである。よって $\bar{B} = 0$ となる。従って像の位置は、

$$z' = -\frac{Az - B}{Cz - D} \quad (2.47)$$

となる。

ここで結像の倍率を考察する。物体の高さ x と像の高さ x' の比 β を結像の横倍率といい、

$$\beta = \frac{x'}{x} = \bar{A} = A + Cz' \quad (2.48)$$

で与えられ、 $x = 0$ をでた光線の物体面における光線の傾き u と像面における光線の傾き u' の比 γ を結像の角倍率といい

$$\gamma = \frac{u'}{u} \Big|_{x=0} = \bar{D} = D + Cz \quad (2.49)$$

で与えられる。

以上をまとめると共役面を結ぶ光線行列 \bar{M}_0 は

$$\bar{M}_0 = \begin{pmatrix} \beta & 0 \\ C & \gamma \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

ABCD 行列の行列式はいつも 1 であるから、

$$\beta\gamma = 1 \quad (2.51)$$

すなわち、

$$\beta^{-1} = \gamma = D + Cz \quad (2.52)$$

通常結像関係を求めるには、式 2.52 を用いて倍率を求め、それを式 2.48 に代入して像の位置 z' を求めるのが良い。

2.2 光と原子の相互作用の半古典論

節 2.1 において、古典論により光双極子ポテンシャル及び光散乱レートを求めることができたが、式 2.11 や式 2.12 において、共鳴点 $\omega = \omega_0$ でのポテンシャルや散乱レートを求めようとすると発散してしまい、これは実際にはありえない。古典論と半古典論の大きな違いは飽和が起きるかどうかである。二準位系での厳密なポテンシャルや散乱レートを求めるには、光プロッホ方程式を定常状態で解く必要がある。ここでは結果のみを述べる。詳細は教科書 [21] を参照のこと。

ポテンシャルや散乱レートを表すには飽和パラメーター s を用いると簡単に表現できる。

$$s \equiv \frac{|\Omega|^2}{2|\gamma/2 - i\delta|^2} = \frac{|\Omega|^2/2}{\delta^2 + \gamma^2/4} \equiv \frac{s_0}{1 + (2\delta/\gamma)^2} \quad (2.53)$$

ここで、 $\Omega \equiv -eE_0/\hbar \langle e|r|g \rangle$ はラビ周波数、 γ は自然放出レート、 δ は共鳴周波数からの離調であり、また s_0 は共鳴点での飽和パラメータで、

$$s_0 \equiv |\Omega|^2/\gamma^2 = I/I_s \quad (2.54)$$

である。 I_s は飽和強度で

$$I_s \equiv \pi\hbar c/3\lambda^3\tau \quad (2.55)$$

である ($\tau \equiv 1/\gamma$)。光散乱レートは、

$$\gamma_p = \frac{s_0\gamma/2}{1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2} \quad (2.56)$$

となる。

2.3 散乱理論

本節では散乱理論の基礎を概観し、散乱長を導入する。これは粒子間の低エネルギー相互作用を特徴づけるものである。さらに詳しい扱いは教科書 [22, 23] に譲る。

2.3.1 リップマン・シュウィンガー方程式

質量 m の粒子のポテンシャル $V(\mathbf{r})$ による散乱を考える解くべきシュレーディンガー方程式は以下ようになる。

$$[\mathcal{H}_0 + V] |\phi\rangle = E |\phi\rangle \quad (2.57)$$

ここで、 $\mathcal{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta$ は自由粒子のハミルトニアンで、 μ は換算質量である。自由粒子の場合の解を $|\phi^{(0)}\rangle$ とすると、

$$\mathcal{H}_0 |\phi^{(0)}\rangle = E |\phi^{(0)}\rangle \quad (2.58)$$

を満たす。これを波数ベクトル \mathbf{k} の入射平面を表すとして、

$$\langle \mathbf{r} | \phi^{(0)} \rangle \equiv \phi(\mathbf{r})^{(0)} = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad (2.59)$$

となる。解を（入射波）＋（散乱波）という形で示すことを考える。ここで考えるべき解は $V \rightarrow 0$ のとき、 $|\phi\rangle \rightarrow |\phi^{(0)}\rangle$ とならなければならないので、

$$|\phi^{(\pm)}\rangle = |\phi^{(0)}\rangle + \frac{1}{E - \mathcal{H}_0 \pm i\epsilon} V |\phi^{(\pm)}\rangle \quad (2.60)$$

で与えられる。 ϵ は無限小の数であり、後の積分計算を可能にするための処方である。 $|\phi^{(+)}\rangle$ のみが意味のある解となる。式 2.60 をリップマン・シュウィンガー方程式と呼ぶ。

式 2.60 に左から $\langle \mathbf{r} |$ をかけると、

$$\langle \mathbf{r} | \phi^{(+)} \rangle = \langle \mathbf{r} | \phi^{(0)} \rangle + \int d^3 r' \langle \mathbf{r} | \frac{1}{E - \mathcal{H}_0 + i\epsilon} | \mathbf{r}' \rangle \langle \mathbf{r}' | V \phi^{(+)} \rangle \quad (2.61)$$

ここで右辺の積分を計算する。まず

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{r} | \frac{1}{E - \mathcal{H}_0 + i\epsilon} | \mathbf{r}' \rangle &= \int d^3 p' \int d^3 p'' \langle \mathbf{r} | \mathbf{p}' \rangle \langle \mathbf{p}' | \frac{1}{E - \frac{\mathbf{p}'^2}{2\mu} + i\epsilon} | \mathbf{p}'' \rangle \langle \mathbf{p}'' | \mathbf{r}' \rangle \\ &= \int d^3 p' \int d^3 p'' \frac{\exp\left(\frac{i\mathbf{p}' \cdot \mathbf{r}}{\hbar}\right) \delta^{(3)}(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'') \exp\left(\frac{-i\mathbf{p}'' \cdot \mathbf{r}'}{\hbar}\right)}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}} E - \frac{\mathbf{p}'^2}{2\mu} + i\epsilon} \frac{1}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}}} \\ &= \int \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\exp\left[\frac{i\mathbf{p}' \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\hbar}\right]}{\frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} - \frac{p'^2}{2\mu} + i\epsilon} \\ &= \frac{2\mu}{\hbar^2} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 q \frac{\exp[i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] }{k^2 - q^2 + i\epsilon} \\ &= \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[-\frac{1}{4\pi} \frac{e^{ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right] \end{aligned} \quad (2.62)$$

ここで、

$$(\Delta + k^2)G_+(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r}) \quad (2.63)$$

を満たすグリーン関数 G_+ を導入すると、解は

$$G_+(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{ikr}}{r} \quad (2.64)$$

となり、式 2.62 より

$$\langle \mathbf{r} | \frac{1}{E - \mathcal{H}_0 + i\epsilon} | \mathbf{r}' \rangle = \frac{2\mu}{\hbar^2} G_+(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.65)$$

一方 V が \mathbf{r}' 表示で対角的、即ち

$$\langle \mathbf{r}' | V | \mathbf{r}'' \rangle = V(\mathbf{r}') \delta^{(3)}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'') \quad (2.66)$$

であるとする、

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{r}' | V | \phi^{(+)} \rangle &= \int d^3 r'' \langle \mathbf{r}' | V | \mathbf{r}'' \rangle \langle \mathbf{r}'' | \phi^{(+)} \rangle \\ &= V(\mathbf{r}') \langle \mathbf{r}' | \phi^{(+)} \rangle \end{aligned} \quad (2.67)$$

となる。式 2.65、2.67、2.64 より、

$$\phi^{(+)}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} - \frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int d^3 r' \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(\mathbf{r}') \phi^{(+)}(\mathbf{r}') \quad (2.68)$$

を得る。今、式 2.68 の右辺の積分は $V(\mathbf{r})$ が有意な値を持つ範囲内で行えば良い。その様な範囲からずっと離れた位置 \mathbf{r} での波動関数を考える、即ち $|\mathbf{r}| \gg |\mathbf{r}'|$ とする。この時 $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \cong r - \mathbf{e}_r \cdot \mathbf{r}'$ という近似が成り立ち、式 2.68 より、

$$\begin{aligned} \phi^{(+)}(\mathbf{r}) &= e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} - \frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{ikr}}{r} \int d^3 r' e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') \phi^{(+)}(\mathbf{r}') \\ &= e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + \frac{e^{ikr}}{r} f(\mathbf{k}') \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$f(\mathbf{k}') = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int d^3 r' e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') \phi^{(+)}(\mathbf{r}') \quad (2.70)$$

ここで、 $f(\mathbf{k}')$ を散乱振幅といい、微分断面積 $d\sigma/d\Omega$ は入射粒子数に対する微小立体角 $d\Omega$ に散乱される粒子数の比で定義され、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\mathbf{k}')|^2 \quad (2.71)$$

で表される。全断面積は

$$\sigma = \int |f(\mathbf{k}')|^2 d\Omega \quad (2.72)$$

で求められる。

2.3.2 Born 近似

式 2.70 の右辺の積分には、未知関数 $\phi^{(+)}(\mathbf{r}')$ が含まれており、このままでは計算することができない。そこで、入射波の振幅に対して、散乱波の振幅が十分小さいとして、積分の中に含まれる $\phi^{(+)}(\mathbf{r}')$ を入射波の波動関数で近似 (Born 近似) をすると、

$$f(\mathbf{k}') = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int d^3r' e^{-i(\mathbf{k}'-\mathbf{k})\cdot\mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') \quad (2.73)$$

となる。式 2.73 より Born 近似の散乱振幅は、運動量の変化 $\Delta\mathbf{k} \equiv \mathbf{k}' - \mathbf{k}$ に関するフーリエ変換に比例することが分かる。散乱ポテンシャル $V(\mathbf{r}')$ の広がり、入射波の波長に比べて無視できるほど小さい時、 $e^{-i(\mathbf{k}'-\mathbf{k})\cdot\mathbf{r}'} \cong 1$ と近似でき、

$$f(\mathbf{k}') \cong -\frac{\mu}{4\pi\hbar^2} V_0 \quad (2.74)$$

$$V_0 = \int d^3r' V(\mathbf{r}') \quad (2.75)$$

となる。散乱振幅は散乱方向に依存しなくなり、ポテンシャルの空間積分のみに依存するようになる。この状況は節 2.3.4 で説明する S 波散乱の状態に対応する。

2.3.3 部分波展開

波数ベクトル \mathbf{k} の入射平面波はルジャンドル多項式 $P_l(\cos(\theta))$ によって以下のように書ける。

$$e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = e^{ikr\cos\theta} = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)i^l j_l(kr) P_l(\cos\theta) \quad (2.76)$$

j_l は l 次の球ベッセル関数であり、 $u_l(r) = r \cdot j_l(kr)$ は、動径方向の自由粒子のシュレーディンガー方程式

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 u_l(r)}{dr^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} u_l(r) = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} u_l(r) \quad (2.77)$$

の解である。 $j_l(kr)$ は r が大きいとき

$$j_l(kr) \cong \frac{1}{kr} \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2}\right) \quad (r \rightarrow \text{大}) \quad (2.78)$$

と表すことができる。散乱ポテンシャルが球対称のとき、 $f(\mathbf{k}')$ は \mathbf{k} と \mathbf{k}' のなす角 θ にのみ依存するので、ルジャンドル多項式によって、

$$f(\mathbf{k}') \equiv f(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) f_l P_l(\cos\theta) \quad (2.79)$$

と書くことができる。 f_l を部分波振幅という。

式 2.70、2.79 より $\phi^{(+)}(\mathbf{r})$ もルジャンドル多項式によって級数展開できて、

$$\phi^{(+)}(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^l \frac{1}{2ik} \left[(1 + 2ikf_l) \frac{e^{i(kr-l\pi/2)}}{r} - \frac{e^{-i(kr-l\pi/2)}}{r} \right] P_l(\cos\theta) \quad (2.80)$$

となる。式 2.80 よりそれぞれの l について外向き球面波と内向き球面波の和に分解できるが、粒子の湧き出し、吸い込みはないのでこれらの振幅は等しくならなければならない。よって

$$1 + 2ikf_l = e^{2i\delta_l} \quad (2.81)$$

と表されなければならない。これを式 2.80 に代入すると、

$$\phi^{(+)}(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^l \frac{e^{i\delta_l}}{kr} \sin(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l) P_l(\cos\theta) \quad (2.82)$$

となる。これは、式 2.78 の球ベッセル関数の位相を δ_l だけシフトさせたものである。つまり球対称のポテンシャルによって、動径方向の波動関数 $u_l(r)$ の位相が δ_l だけシフトしたと考えることができる。この位相シフトを計算するには、動径方向のシュレーディンガー方程式

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r) + k^2 \right] u_l(r) = 0 \quad (2.83)$$

を解かなければならない。位相のずれを求めることができれば、部分波振幅は

$$f_l(k) = \frac{e^{i\delta_l} \sin\delta_l}{k} \quad (2.84)$$

と求めることができ、断面積は、

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2\delta_l \quad (2.85)$$

となる。

2.3.4 S 波散乱

式 2.83 より、 l 番目の動径波動関数 $u_l(r)$ に対する有効ポテンシャルは、

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2} + V(r) \quad (2.86)$$

である。今、力の中心から入射運動量 \mathbf{p} までの距離を b (衝突パラメータという) とすると、 b の最も確からしい値は、半古典的に考えると

$$\hbar\sqrt{l(l+1)} = \hbar k b_l \quad (2.87)$$

を満たす値の程度である。従ってポテンシャルの及ぶ領域 α のときは、 $b_l < \alpha$ でのみ反応が起こるので、十分低いエネルギーの散乱では s-波の散乱のみを考えれば十分である。散乱断面積は、

$$\sigma = 4\pi \left(\frac{\sin \delta_0}{k} \right)^2 \quad (2.88)$$

となる。

散乱断面積を簡単に計算できる例として、半径 R の剛体球での散乱を考える。即ち、

$$V(r) = \begin{cases} \infty & (r < R) \\ 0 & (r > R) \end{cases} \quad (2.89)$$

による s-波散乱を考える。 $r = R$ で波動関数は必ず 0 になり、 $r > R$ で自由粒子の粒子のシュレーディンガー方程式に従う。従って、波動関数は単に原点が R だけずれたものになり (図 2.3)

$$\delta_0 = -kR \quad (2.90)$$

となる。 R が入射波の波長 λ に対して十分小さいとき、 $\delta_0 \ll 1$ となり、式 2.88 より、

$$\sigma = 4\pi \lim_{\delta_0 \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \delta_0}{k} \right)^2 = 4\pi R^2 \quad (2.91)$$

となる。これは剛体の幾何学的断面積 πR^2 の 4 倍である。

ここで剛体球とのアナロジーで s-波の位相のずれ δ_0 が実行的に動径波動関数 $u_0(r)$ の原点をどれだけずらすかを考える。式 2.82 より、

$$u_0(r) \cong e^{i\delta_0} \frac{\sin(kr + \delta_0)}{k} \quad (r \rightarrow \text{大}) \quad (2.92)$$

よって $k \rightarrow 0$ (低エネルギー極限) では、

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow 0} e^{i\delta_0} \frac{\sin(kr + \delta_0)}{k} &= e^{i\delta_0} \cos \delta_0 \lim_{k \rightarrow 0} \left(\frac{\sin kr}{k} + \frac{\tan \delta_0}{k} \cos kr \right) \\ &= e^{i\delta_0} (\cos \delta_0) (r - a) \end{aligned} \quad (2.93)$$

ここで、

$$a \equiv - \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\tan \delta_0}{k} \quad (2.94)$$

とした。この a を散乱長とよぶ。式 2.93 より、 $u_0(r)$ は、 $r = a$ で軸を横切ることが分かる (図 2.3)。s-波散乱の散乱振幅 f_0 は散乱半径 a の符号を変えたものになる。

$$\lim_{k \rightarrow 0} f_0 = \lim_{k \rightarrow 0} \left(\frac{e^{i\delta_0} \sin \delta_0}{k} \right) = -a \quad (2.95)$$

よって散乱断面積は、

$$\sigma = 4\pi a^2 \quad (2.96)$$

となる。これは剛体球での散乱断面積と同じ形をしている。

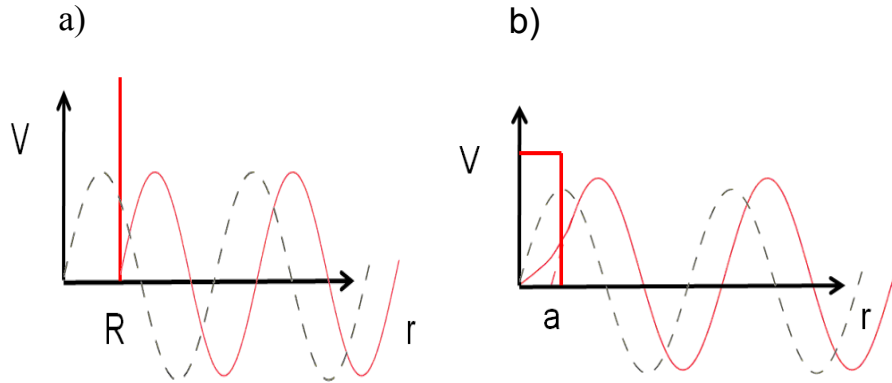


図 2.3: s-wave 散乱の模式図：a) 剛体球での散乱、b) s-波散乱

ところで、Born 近似において $k \rightarrow 0$ とすると式 2.74 のように散乱振幅は表されることになる。式 2.74 と式 2.95 は仮定が同じなので一致するはずであり、それより、

$$V_0 = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \quad (2.97)$$

ここで換算質量 μ と粒子の質量 m の関係 $\mu = m/2$ を用いた。これより斥力ポテンシャルの時は $a > 0$ 、引力ポテンシャルの時は $a < 0$ となることが分かる。

2.3.5 同種粒子の散乱

2つの同種粒子が散乱する場合、Pauli の原理によって2つの粒子の入れ替えに関して、波動関数は対称 (Boson) か反対称 (Fermion) でなければならない。従って波動関数の漸近形は式 2.69 に変わり、

$$e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \pm e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + [f(\mathbf{k}') \pm f(-\mathbf{k}')] \frac{e^{ikr}}{r} \quad (r \rightarrow \infty) \quad (2.98)$$

と書かれなければならない。特に s-波散乱の場合 $f(\mathbf{k}') = f(-\mathbf{k}') = -a$ なので、二粒子合わせた散乱断面積

$$\sigma_{12} = \begin{cases} 4\pi(-a - a)^2 = 16\pi a^2 & (Boson) \\ 4\pi(-a + a)^2 = 0 & (Fermion) \end{cases} \quad (2.99)$$

となる。即ち Boson の一粒子当たりの散乱断面積は $8\pi a^2$ となり異種粒子の場合の二倍となり、Fermion では s-波散乱は起こらない。

2.4 Feshbach 共鳴

節 2.3 にて、低エネルギー散乱は散乱長で記述できることを示した。Feshbach 共鳴とは外部パラメータ（多くは磁場）によって散乱長を正の無限大から負の無限大へと変化させることができる現象の事である。Feshbach 共鳴の定式化の詳細等は多くの文献 [22, 24] に記述されている。以下では Feshbach 共鳴の概要について説明する。

2.4.1 内部自由度をもつ原子の間の散乱

節 2.3 では、核や電子スピンに起因する原子の内部自由度を考慮しなかった。散乱長は、原子間の相互作用ポテンシャルによって決定されるが、それは原子の内部自由度に依存する。また、散乱の過程でそれらの原子間相互作用は内部状態間の遷移を引き起こす。散乱の始状態と終状態の内部状態はスピン、原子種、励起状態等の量子数で記述されるが、それらの量子数の組の事を”チャンネル”とよぶ。

アルカリ原子の基底状態は、超微細構造分裂やゼーマン分裂に起因する多くの内部状態をもつ。従って、アルカリ原子の散乱は一般的には多チャンネル問題である。

アルカリ原子間の相互作用ポテンシャル

アルカリ原子は最外殻に s 軌道電子を一つ持つ。二原子間の相互作用はそれぞれの価電子のスピンの向きが等しいか異なるかで大きく異なる。スピンの向きが異なる状態をシングレット状態とよび、等しい状態をトリプレット状態とよぶ。原子間の相互作用はボルン・オッペンハイマー近似を用いて、核間距離に依存したポテンシャルとして記述できる。図 2.4 にシングレット状態とトリプレット状態のポテンシャルの様子を模式的に示す。核間距離が遠いところでは、二つのポテンシャルはほぼ同一で、Van der Waals 力による $-C_6/r^6$ の項が支配的である。二つのポテンシャルが大きな違いは、電子雲が重なる核間距離が小さい領域に現れる。これは、スピンの異なる二つの電子は軌道を占有することができることに起因しており、これは化学的な共有結合を生む効果に対応する。

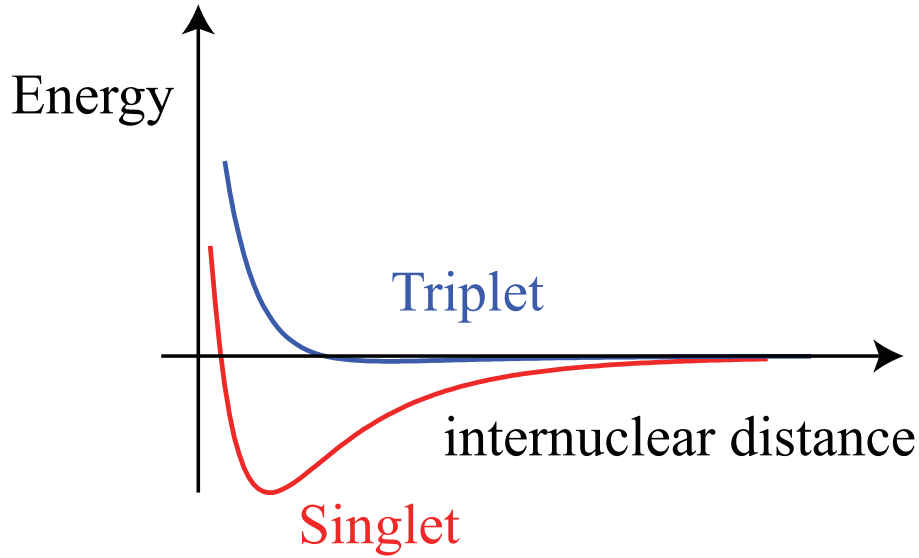


図 2.4: 相互作用ポテンシャルの模式図

さらにアルカリ原子は電子スピンだけではなく、核スピンも持っている。我々が使用する ^{41}K や ^{87}Rb の核スピンは $3/2$ であり、結果としてそれぞれ 8 個の基底状態を持っている。各チャンネルは二原子のスピン状態の組によって表現される。

異なる内部状態間の散乱

異なる内部状態への遷移を起こすような散乱について考える。始めチャンネル $|\alpha\beta\rangle$ (α, β は二原子のスピン状態を示す。) にある二つの原子が相互作用によりチャンネル $|\alpha'\beta'\rangle$ へ散乱するとする。これは多チャンネル問題となるが、この時の相対運動のハミルトニアンは単一チャンネルの散乱を拡張して以下のように書ける。

$$\mathcal{H}_{rel} = \mathcal{H}_0 + V \quad (2.100)$$

$$\mathcal{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + \mathcal{H}_{spin}(1) + \mathcal{H}_{spin}(2) \quad (2.101)$$

ここで $\mathcal{H}_{spin}(1)$ および、 $\mathcal{H}_{spin}(2)$ は原子 1 および 2 のスピン状態を指定するハミルトニアンでアルカリ原子の基底状態ではゼーマン相互作用と超微細相互作用からなる。 V は原子間相互作用を示す。 \mathcal{H}_0 の固有状態を $|\alpha\beta, \mathbf{k}\rangle$ ($\hbar\mathbf{k}$ は相対運動量) と表す。スピンハミルトニアンの固有値が

$$\mathcal{H}_{spin} |\alpha\rangle = \epsilon |\alpha\rangle \quad (2.102)$$

で与えられるとすると。 H_0 の固有状態のエネルギーは

$$E_{\alpha\beta}(k_{\alpha\beta}) = \frac{\hbar^2 k_{\alpha\beta}^2}{2\mu} + \epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\beta} \quad (2.103)$$

となる。

散乱振幅は式 2.70 を一般化することで得られる。

$$|\phi\rangle = i\mathbf{k}_{\alpha\beta} \cdot \mathbf{r} |\alpha\beta\rangle + \sum_{\alpha'\beta'} f_{\alpha\beta}^{\alpha'\beta'}(\mathbf{k}_{\alpha\beta}, \mathbf{k}'_{\alpha'\beta'}) \frac{e^{ik'_{\alpha'\beta'}r}}{r} |\alpha'\beta'\rangle \quad (2.104)$$

$\hbar\mathbf{k}_{\alpha\beta}$ は入射状態の相対運動量である。これを入射チャンネルとよぶ。散乱は別の内部状態 α', β' の成分をもつ。これを出射チャンネルとよぶ。

エネルギー保存より、

$$\frac{\hbar^2 k_{\alpha'\beta'}'^2}{2\mu} = \frac{\hbar^2 k_{\alpha\beta}^2}{2\mu} + \epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\beta} - \epsilon_{\alpha'} - \epsilon_{\beta'} \quad (2.105)$$

である。もし $k_{\alpha'\beta'}'^2 < 0$ ならば、そのような散乱状態は存在できず、そのチャンネルは閉じているという (closed channel)。一方 $k_{\alpha'\beta'}'^2 > 0$ ならば、そのチャンネルは開いているという (open channel)。

open channel 間の結合は、非弾性衝突につながり、トラップ損失になる。

2.4.2 Feshbach 共鳴の原理

チャンネル間の結合は Feshbach 共鳴も与える。あるチャンネルの弾性散乱はそのそばに分子の束縛状態を持った閉じたチャンネルがあると劇的に変わる。

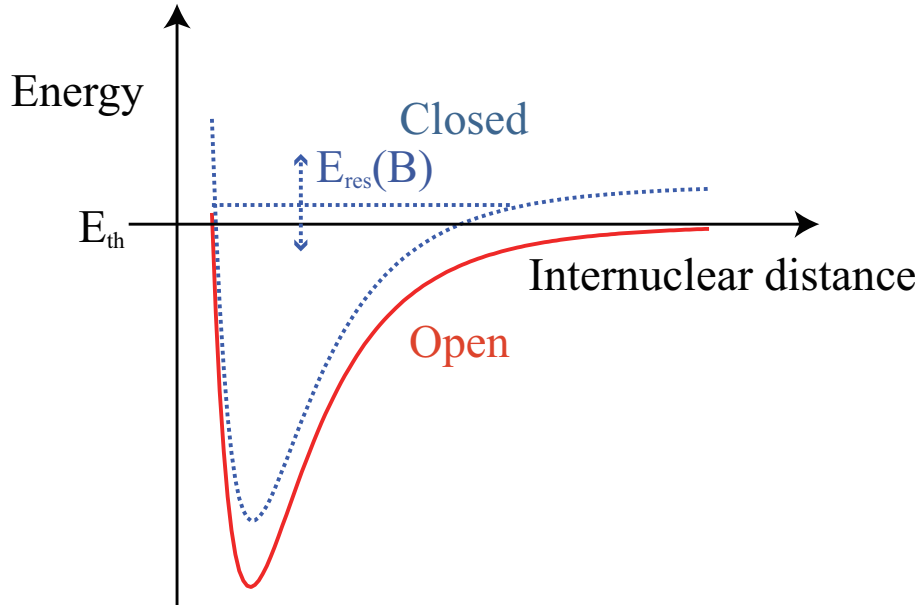


図 2.5: Feshbach 共鳴形成の様子

図 2.5 に示すように、開チャンネルの全エネルギー E_{th} が、閉チャンネルの束縛状態のエネルギーと一致した時、Feshbach 共鳴が現れる。閉チャンネルは散乱の終状態になりえないので、開と閉チャンネル間の結合について一次までのオーダーで散乱は変わらない。しかし二次の過程、すなわち開チャンネル \rightarrow 閉チャンネル \rightarrow 開チャンネルといった閉チャンネルを中間状態にとった散乱は起きうる。従って摂動論から

$$a \sim \frac{C}{E_{th} - E_{res}} \quad (2.106)$$

のタイプの項の和を持つ散乱長への寄与が期待できる。入射チャンネルのエネルギーが束縛状態のエネルギーに近いほど効果は大きくなる。エネルギー変化に対する二次摂動論から予測されるように、チャンネル間結合は散乱粒子のエネルギーが束縛エネルギーより大きければ斥力相互作用であり、散乱粒子のエネルギーが束縛エネルギーより小さければ引力相互作用である。状態のエネルギーは磁場の様な外部パラメータによって決定されるから、状態間のエネルギーは外部パラメータによって調整可能である。従って上述の様な共鳴を用いることによって、粒子間の相互作用を外部パラメータによって調整することができる。

2.4.3 Feshbach 共鳴の定式化

Feshbach 共鳴を一般的に定式化する為には、開チャンネルと閉チャンネルの結合を考えなければならない。状態空間を開チャンネルを含む P と閉チャンネルを含む Q に分割して考える。状態ベクトル $|\phi\rangle$ は二つの部分空間の射影の和

$$|\phi\rangle = |\phi_P\rangle + |\phi_Q\rangle \quad (2.107)$$

で書くことができる。ここで $|\phi_P\rangle = \mathcal{P}|\phi\rangle$ 、 $|\phi_Q\rangle = \mathcal{Q}|\phi\rangle$ であり、 \mathcal{P} 、 \mathcal{Q} は二つの部分空間の射影演算子であり、 $\mathcal{P} + \mathcal{Q} = 1$ 、 $\mathcal{P}\mathcal{Q} = 0$ を満たす。シュレーディンガー方程式は次のような連立方程式になる。

$$(E - \mathcal{H}_{PP})|\phi_P\rangle = \mathcal{H}_{PQ}|\phi_Q\rangle \quad (2.108)$$

$$(E - \mathcal{H}_{QQ})|\phi_Q\rangle = \mathcal{H}_{QP}|\phi_P\rangle \quad (2.109)$$

ここで、 $\mathcal{H}_{PP} = \mathcal{P}\mathcal{H}\mathcal{P}$ 、 $\mathcal{H}_{QQ} = \mathcal{Q}\mathcal{H}\mathcal{Q}$ 、 $\mathcal{H}_{PQ} = \mathcal{P}\mathcal{H}\mathcal{Q}$ 、 $\mathcal{H}_{QP} = \mathcal{Q}\mathcal{H}\mathcal{P}$ 、であり上式を解くことに帰着する。

ここでは結果のみを示す [22, 24]。散乱長は共鳴項のエネルギー依存性を考慮して、

$$\frac{4\pi\hbar^2}{m}a = \frac{4\pi\hbar^2}{m}a_{bg} + \frac{|\langle\phi_{res}|\mathcal{H}_{QP}|\phi_0\rangle|}{E_{th} - E_{res}} \quad (2.110)$$

と書ける。ここで $|\phi_{res}\rangle$ 、 $|\phi_0\rangle$ はそれぞれ、共鳴している分子的束縛状態と相対速度 0 の散乱状態を示す。 a_{bg} は非共鳴時の散乱長である。上式のエネルギー依存性は Feshbach 共鳴特有のエネルギー依存性である。

原子間相互作用は状態のエネルギーが外部パラメータに依っているという事実を用いて調節可能である。ここでは、外部磁場を考える。式 2.110 のエネルギー分母が $B = B_0$ でゼロになるとする。この点の周りで展開すると、

$$E_{th} - E_{res} \sim (\mu_{res} - \mu_\alpha - \mu_\beta)(B - B_0) \quad (2.111)$$

を得る。ここで $\mu_\alpha = -\partial\epsilon_\alpha/\partial B$, $\mu_\beta = -\partial\epsilon_\beta/\partial B$, $\mu_{res} = -\partial E_{res}/\partial B$ はそれぞれ開チャンネル二つの原子の磁気モーメントと分子的束縛状態の磁気モーメントである。従って散乱長は

$$a = a_{bg} \left(1 + \frac{\Delta B}{B - B_0} \right) \quad (2.112)$$

で与えられる。幅パラメータ ΔB は

$$\Delta B = \frac{m}{4\pi\hbar^2 a_{bg}} \frac{|\langle \phi_{res} | \mathcal{H}_{QP} | \phi_0 \rangle|^2}{(\mu_{res} - \mu_\alpha - \mu_\beta)} \quad (2.113)$$

である。

また分子の束縛エネルギーは、

$$E_b = -\frac{\hbar^2}{m[-a_{bg}\Delta B/(B - B_0)]^2} \quad (2.114)$$

のように書ける。

2.4.4 Feshbach 共鳴の分類

Feshbach 共鳴は大きく分けて二つに分類することができる [24, 25]。これは Feshbach 分子を閉チャンネルの分子に近い状態として記述すべきなのか、開チャンネルの原子ペアに近い状態で記述すべきかに対応する。それぞれの共鳴を Closed-channel-dominated resonance 及び Open-Channel-dominated resonance とよぶ。これは Feshbach 分子から振動基底状態へと移行する際の STIRAP の移行効率に関係してくる。STIRAP の実験に関しては本研究室の他の学位論文に詳しく記載されている。移行効率を高くするためには、いわゆるより分子らしい Feshbach 分子を作る必要があるが、その指標となる値が Closed-Channel Fraction と呼ばれる値である。Closed Channel Fraction は Closed-channel-dominated resonance では、共鳴点近傍で次のように書ける。

$$Z(B) \underset{B \rightarrow B_0}{\sim} \frac{2a\hbar^2/ma}{\mu_{res}\Delta B a_{bg}} \quad (2.115)$$

よって共鳴点から離れることによって、1 に近づくことになる。一方 Open-channel-dominated resonance では Closed Channel Fraction は次の様に書ける。

$$Z(B) = \frac{2a\hbar^2/ma}{\mu_{res}\Delta B a_{bg}} \frac{(1 - a_{bg}/a)^2}{(1 - \bar{a}/a)^3} \quad (2.116)$$

ここで \bar{a} は van der Waals length $l_{vdW} = 1/2(mC_6/\hbar^2)^{1/4}$ (C_6 : van der Waals dispersion coefficient, m : 換算質量の二倍) に関係する量で、ガンマ関数を用いて

$$\bar{a} = \frac{l_{vdW}}{\sqrt{2}} \frac{\Gamma(3/4)}{\Gamma(5/4)} \approx 0.95598 l_{vdW} \quad (2.117)$$

と書ける。式 2.115 と 2.117 を比較すると、Open-channel-dominated resonance では共鳴から離れても、Closed Channel Fraction が 1 より大分小さい値のままであることが分かる。従って、STIRAP の移行効率を考えると Closed-channel-dominated resonance の方が有利であることが分かる。二つの分類は次の無次元量 η の大きさによって分けることができる。

$$\eta = \frac{\bar{a}}{a_{bg}} \frac{\hbar^2/m\bar{a}^2}{\mu_{res}\Delta B} \quad (2.118)$$

$\eta \gg 1$ ならば closed-channel-dominated resonance であり、 $\eta \ll 1$ ならば open-channel-dominated resonance である。 η の大きさは、共鳴の幅 ΔB に大きく依存する。従って幅の狭い共鳴が closed-channel-dominated resonance である。

2.4.5 Feshbach 分子の生成効率

Feshbach 共鳴を用いることによって分子を生成することができるが、分子の寿命が無視できる状況では、分子の生成効率は以下の要素で決定される。

1. 位相空間密度
2. 断熱条件
3. 空間的重なり (異種原子)

Feshbach 分子の生成効率は磁場スweepによる生成方法において詳しく調べられている [26]。磁場のスweepが速い条件、すなわち非断熱過程では分子の生成確率は Landau-Zener の現象論的遷移確率 [27, 28] に従うことが知られている。Landau-Zener の公式から原子状態 $|\phi_0\rangle$ から分子状態 $|\phi_{res}\rangle$ への遷移確率は以下の様に書ける [24]。

$$p_{0,res} = 1 - e^{-2\pi\delta_{LZ}} \quad (2.119)$$

ここで δ_{LZ} は Landau-Zener パラメータと呼ばれ、結合の強さと共鳴を通過する速さを用いて以下の様に書ける。

$$\delta_{LZ} = \frac{|\langle\phi_{res}|W|\phi_0\rangle|^2}{\hbar|\dot{E}_{res}|} \quad (2.120)$$

従ってトラップ中の原子集団から磁場スweepにより分子を生成する場合、生成した分子の個数を N_{mol} とすると以下の様に書ける [26]。

$$N_{mol} = N_{max}(1 - e^{-\beta/\dot{B}}) \quad (2.121)$$

ここで N_{max} は十分ゆっくり磁場をスweepした時の分子数の収束値であり、 \dot{B} は磁場のスweep速さである。Landau-Zener パラメータ $2\pi\delta_{LZ,trap} = \beta/\dot{B}$ は、原子集団の平均密度 n 、Feshbach 共鳴の幅 Δ 、バックグラウンドの散乱長 a_{bg} 、 \dot{B} 及び定数 α を用いて直感的に以下の様に見える。

$$2\pi\delta_{LZ,trap} = \alpha n \Delta a_{bg} / \dot{B} \quad (2.122)$$

Landau-Zener の公式に当てはまる振る舞いをする為には値 $n/\dot{B}_{1/e}$ ($1/e$ スweep速度) は密度に依存せず一定値になるはずである ($\dot{B} = \dot{B}_{1/e}$ の時、 $2\pi\delta_{LZ,trap} = 1$ となり、 $N_{mol}/N_{max} = 63\%$ となる [26])。このことから α は実験的に決定され、 $\alpha = 4.5(4) \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ となる [26]。

また、三次元光格子の各サイトの基底状態に原子が二つずつ入っていると仮定すると Landau-Zener パラメータは、理論的に求めることができ、

$$\delta_{LZ,Lattice} = \frac{\sqrt{6}\hbar}{\pi m a_{ho}^3} \left| \frac{a_{bg}\Delta}{\dot{B}} \right| \quad (2.123)$$

となる [29]。ここで $a_{ho} = \sqrt{\hbar/m\omega_{ho}}$ であり、 m は換算質量 ω_{ho} は光格子の各サイトのトラップ周波数である。これは既に実験的に確かめられている [30]。

磁場スweepによる断熱条件は以上の式から見積もることができる。十分ゆっくりな磁場スweepでは、変換レート N_{mol}/N は N_{max}/N に収束する。それでは収束値は、何によって決まるのであろうか。これは、密度が非常に高い状況等 [31, 32, 33] を除いて位相空間密度のみで決まると考えて良いということが分かっている [26]。これは断熱過程では、原子対の波動関数は滑らかに変化していくが、位相空間における位置は変化しない為、断熱過程が開始された時に位相空間上で十分近いところにある原子対のみが分子になると考えることで理解できる。Monte Carlo シミュレーションによるとその距離はボゾンでは $0.44h$ 、フェルミオンでは $0.38h$ 程度である [26]。この観点から考えると縮退状態では、断熱条件を満たしている限りは分子の変換効率は 100% となる。また光格子の各サイトの基底状態に原子を二つずつ入れることで理論的には 100% の変換効率が得られると考えられる。実際に $^{87}\text{Rb}_2$ の系三次元光格子を用いることで 100% に近い変換効率が達成されている [30]。

磁場スweepによる Feshbach 分子の生成方法の他に近年 RF 会合による Feshbach 分子の生成が行われている [34, 35]。RF 会合については第6章でも述べるが、高速に分子を観測でき、かつ束縛エネルギーを正確に測定する手法として有用である。RF 会合による分子の生成効率は、照射する RF の周波数をスweepすることにより断熱過程となり、磁場スweepによる時と同様の手法で生成効率を評価できることが確かめられている [35]。この場合の Landau-Zener パラメータの分子はラビ周波数となる為、照射する RF の強度及び原子状態と分子状態の波動関数の重ね合わせの程度に依存すると考えられる。実際に RF 会合時の磁場での原子状態と分子状態の波動関数の重ね合わせを計算し、生成効率を評価した実験が行われている [34, 36]。

また、RF 会合による方法に似た方法として Feshbach 磁場自体に変調をかけることにより、分子を生成するといった手法があり [37, 38]、理論的にも研究されている [39]。分子の生成効率は、原子ペアの相対運動エネルギーに依存する。

以上の要素の他に異種原子の場合には、重力サグによって原子雲の重なりが現象する為、それも生成効率に関わってくる事が知られている [40, 35]。

2.4.6 Feshbach 分子の寿命

Feshbach 分子は浅く束縛された分子であるので、低エネルギー側に多数の振動状態を持っている。従って衝突の際に振動緩和により、下の振動状態に移ると同時に、束縛エネルギーの差分の分だけ運動エネルギーを得て、トラップから外れていってしまう。従って、Feshbach 分子の寿命は非常に短くなる。 ^{40}K と ^{87}Rb の分子の場合、寿命は 100 ms 程度であるが [41]、我々の使用する原子はボソンの為更に短くなる可能性がある。 Na_2 の Feshbach 分子の場合、特定の状況下において寿命が $106\ \mu\text{s}$ になるという報告がある [42]。単純には比較できないが、寿命が非常に短くなる可能性がある。

三次元光格子による長寿命化

フェッシュバッハ分子を長寿命化する方法に三次元光格子を用いる方法がある。これは三次元光格子の各サイトに分子を一つずつ入れることによって分子を衝突から保護する方法である。実際に $^{87}\text{Rb}_2$ の分子の長寿命化が成功している [30]。この時の分子の寿命は原子もしくは分子のトンネリングレートによって決まる。光格子を十分高くし、さらに原子を吹き飛ばすことによって 700 ms 以上の寿命を得ている。ボゾンの場合モット絶縁体状態にすることで強くトンネリングを抑制することができると期待される。

2.4.7 $^{41}\text{K}^{87}\text{Rb}$ の Feshbach 共鳴

ここでは、本研究で用いる ^{87}Rb と ^{41}K の Feshbach 共鳴の特性について説明する。本研究では ^{87}Rb 、 ^{41}K 共に $|F = 1, m_F = 1\rangle$ 状態を用いることにした。この共鳴の利点は以下のとおりである。

1. 原子の基底状態であり、混合系において 2 体の非弾性散乱がなく安定である。
 $^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle + ^{41}\text{K} |1, 1\rangle$ から他の状態への散乱チャンネルは存在しない。
2. Feshbach 共鳴点が実験的に比較的アクセスしやすい位置にある。

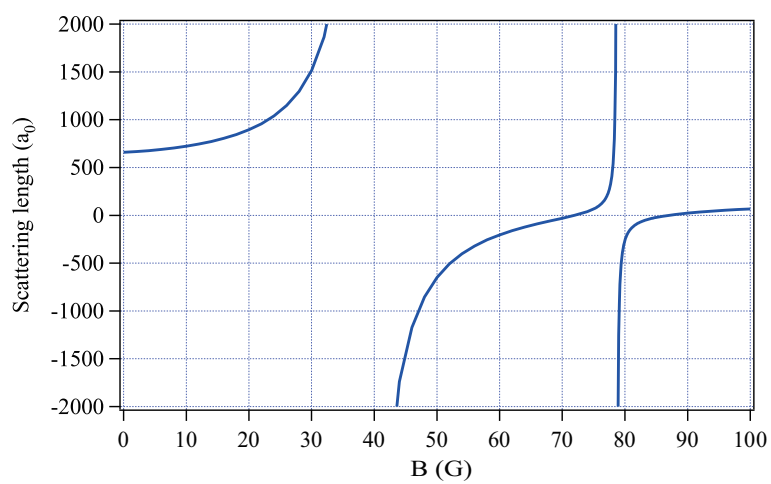
$^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle - ^{41}\text{K} |1, 1\rangle$ の Feshbach 共鳴は、G. Thalhammer らの先行研究によって観測されている [43, 24, 44]。図 2.6 に $^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ と $^{41}\text{K} |1, 1\rangle$ の間の散乱長の理論計算を示す [45]。これらの先行研究の結果から、100 G 以下の領域では、35 G 付近に幅

37 G 程度の幅の広い共鳴があり、79 G 付近に幅 1.2 G 程度の幅の狭い共鳴がある。79 G 付近の共鳴は節 2.4.4 にて述べた Closed-channel-dominated resonance に分類され STIRAP の移行効率が十分確保できることが分かっている [46]。実際に式 2.118 の η を理論値 [45, 44] から計算すると、 $\eta_{79\text{ G}} = 1.2$ 、 $\eta_{39\text{ G}} = 4.0 \times 10^{-2}$ となり、それぞれ Closed-channel-dominated resonance と Open-channel-dominated resonance に分類されることが分かる。従って我々は 79 G 付近の共鳴を使用する。

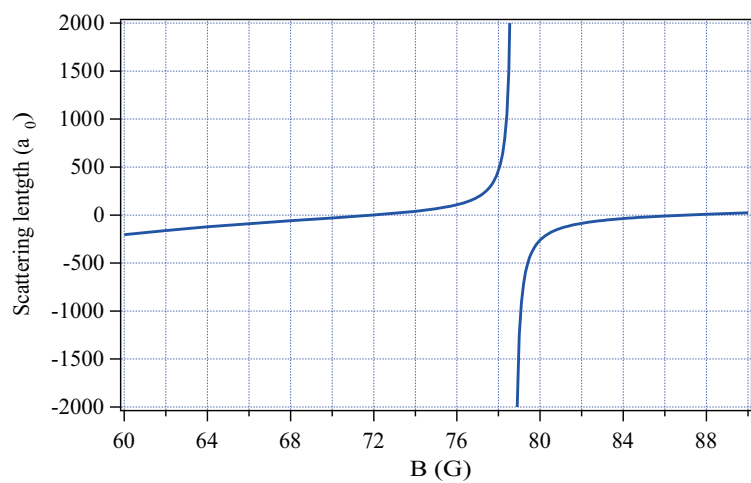
表 2.3 に ^{87}Rb と ^{41}K の散乱長をまとめる。 ^{87}Rb と ^{41}K の BEC を混合させる為には、条件 $a_{41\text{K}-87\text{Rb}}^2 < a_{41\text{K}-41\text{K}} \cdot a_{87\text{Rb}-87\text{Rb}}$ を満たさなければならない。従って混合の際には Feshbach 共鳴を用いて $a_{41\text{K}-87\text{Rb}} \approx 0$ となるように磁場を調整する。

表 2.2: $^{41}\text{K} |1, 1\rangle$ と $^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ の Feshbach 共鳴

Experiment		Theory			zero-cross (Theory)	
B_0 (G)	Ref.	B_0 (G)	ΔB (G)	Ref.	B (G)	da/dB (a_0/G)
38.4	[38]	39.4	37	[45]	72.18	16.8
78.67	[38]	78.92	1.2	[45]	87.19	8.9



(a) 0~100 G



(a) 60~90 G

図 2.6: $^{41}\text{K} |1, 1\rangle$ と $^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ の Feshbach 共鳴 : (a) $0 \sim 100$ G (b) $60 \sim 90$ G

表 2.3: ^{41}K , ^{87}Rb の散乱長

State	Scattering length (a_0)	Ref.
$^{87}\text{Rb} 2, 2\rangle + ^{87}\text{Rb} 2, 2\rangle$	109 ± 10	[47]
$^{41}\text{K} 2, 2\rangle + ^{41}\text{K} 2, 2\rangle$	$25 < a < 60$	[48]
$^{87}\text{Rb} 2, 2\rangle + ^{41}\text{K} 2, 2\rangle$	163^{+57}_{-12}	[49]
$^{87}\text{Rb} 1, 1\rangle + ^{87}\text{Rb} 1, 1\rangle$	100.4	[50, 51]
$^{41}\text{K} 1, 1\rangle + ^{41}\text{K} 1, 1\rangle$	60 ± 2	[52]
$^{87}\text{Rb} 1, 1\rangle + ^{41}\text{K} 1, 1\rangle$	$a_{bg} = 284a_0$	[45, 43]

第3章 極低温極性分子の生成・制御の 為の磁気トラップの開発

BECの生成には従来から、レーザー冷却により原子をある程度冷却した後に、蒸発冷却によって更に冷却し、縮退まで到達させるといった手法が用いられてきた。蒸発冷却の際には原子をトラップに入れる必要があるが、トラップとして主に光双極子トラップと磁気トラップがある。磁気トラップと光双極子トラップの利点、不利点を表3.1に示す。

表 3.1: 磁気トラップと光双極子トラップの利点、不利点

	磁気トラップ	光双極子トラップ
利点	<ul style="list-style-type: none"> ・深いトラップを作ることが容易 	<ul style="list-style-type: none"> ・全てのスピン状態をトラップ可能 ・光学アクセスが取りやすい ・磁場を自由に利用できる
不利点	<ul style="list-style-type: none"> ・使用できるスピン状態に限られる ・磁場を自由に利用できない ・光学アクセスが取りづらい 	<ul style="list-style-type: none"> ・深いトラップを作ることが困難

レーザー冷却後の原子はまだ温度が高く、必要な数の原子を確保するためには、ある程度のトラップの深さが必要である。しかし、原子及び分子の相互作用の制御等には磁場を自由に制御でき、様々なスピン状態を利用する必要がある。そこで我々は、レーザー冷却後の原子をまず磁気トラップに捕獲して蒸発冷却を行い、縮退もしくは縮退近くまで冷却したのちに、光双極子トラップに移行させるといった手法をとった。これにより、十分な数の原子を確保しつつ、磁場及びスピン状態を自由に利用することができる。以下に磁気トラップの設計及び実装について詳細に述べる。

3.1 磁気トラップの概要

磁気トラップは原子の磁気モーメントと外場である磁場の相互作用を利用する。磁気モーメントを μ 、磁場を B とすると相互作用ポテンシャルは、以下の様に書ける。

$$V = -\mu \cdot B \quad (3.1)$$

ここで、全スピンの大きさを F 、磁場の方向を量子化軸とした磁気量子数を m_F 、ボーア磁子を μ_B g 因子を g_F とすると、以下の様に書きかえることができる。

$$V = -g_F m_F \mu_B |B| \quad (3.2)$$

ここでは、原子が運動して磁場の向きが変わっても、スピンの向きが磁場の向きに断熱的に追従するという仮定をしている。この仮定は、磁場の方向の変化率 $d\theta/dt$ が、原子の歳差運動の周波数（ラーモア周波数） ω_{Larmor} より十分小さい時に成り立つ。ラーモア周波数は、以下の様に書ける。

$$\omega_{Larmor} = \frac{g_F \mu_B B}{\hbar} \quad (3.3)$$

以上の条件が満たされない時、運動する原子の磁気量子数 m の値は変化する（マヨラナ遷移）ので注意が必要である。

式 3.2 より、 $g_F m_F > 0$ を満たすスピン状態（"weak field seeking state"）は磁場の極小点に集まり、 $g_F m_F < 0$ を満たすスピン状態（"strong field seeking state"）は磁場の極大点に集まることが分かる。静磁場では磁場の極大点を作ることはいないので（アーンショウの定理）、weak field seeking state のみがトラップ可能である。我々の用いる ^{41}K および、 ^{87}Rb では $|F, m_F\rangle = |1, -1\rangle, |2, 2\rangle, |2, 1\rangle$ がトラップ可能である。ただし磁場が大きくなると、ポテンシャルが式 3.2 のように線形でなくなり（パッシェンバック効果）トラップできなくなることがある。 ^{41}K で特にその問題は顕著であり、 $|1, -1\rangle$ 状態では十分に深いトラップを作ることができず、トラップすることができない。また $|2, 1\rangle$ 状態も原理的にはトラップ可能であるが、 $|2, 2\rangle$ と比べて磁気モーメントが半分になり、トラップ力が半減するので不利である。また $|2, 1\rangle$ 状態はスピンを変化させる衝突が起こるので問題となる。

3.1.1 電流の作る磁場

電流 I の流れている任意の回路 C が作る磁場 $B(\mathbf{r})$ は、以下で与えられる（ビオ・サバールの公式）

$$B(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{l} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \quad (3.4)$$

ここで、 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [\text{H/m}]$ は真空の透磁率である。

式 3.4 を、 z 軸に平行で円筒座標上 $\rho = S, \phi = \alpha$ にある無限に長い導線の場合に適用すると、 $B_z = 0$ であり、その他の成分は、

$$B_\rho = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{S \sin(\phi - \alpha)}{[S^2 + \rho^2 - 2S\rho \cos(\phi - \alpha)]} \quad (3.5)$$

$$B_\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{S \cos(\phi - \alpha) - \rho}{[S^2 + \rho^2 - 2S\rho \cos(\phi - \alpha)]} \quad (3.6)$$

となる [53]。特に $\rho = 0$ の場合には、

$$B_z = B_\rho = 0 \quad (3.7)$$

$$B_\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \quad (3.8)$$

となる。

次に、 $z = A$ 平面上にある半径 R のコイルを考えると、コイルの中心が円筒座標上 $\rho = 0$ 上にあるとすると、 $B_\phi = 0$ であり、その他の成分は、

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(R + \rho)^2 + (z - A)^2}} \left[K(k^2) + \frac{R^2 - \rho^2 - (z - A)^2}{(R - \rho)^2 + (z - A)^2} E(k^2) \right] \quad (3.9)$$

$$B_\rho = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{z - A}{\sqrt{(R + \rho)^2 + (z - A)^2}} \left[-K(k^2) + \frac{R^2 + \rho^2 + (z - A)^2}{(R - \rho)^2 + (z - A)^2} E(k^2) \right] \quad (3.10)$$

$$k^2 = \frac{4R\rho}{(R + \rho)^2 + (z - A)^2} \quad (3.11)$$

となる [53]。ここで $K(k^2)$ 、 $E(k^2)$ はそれぞれ、第一種、第二種楕円積分であり、

$$K(k^2) \equiv \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} \quad (3.12)$$

$$E(k^2) \equiv \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi} d\phi \quad (3.13)$$

である。特に $\rho = 0$ の場合、 $K(0) = E(0) = \pi/2$ となり、 $B_\rho = 0$ であり、

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{[R^2 + (z - A)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.14)$$

となる。

さらに長方形電流が軸上に作る磁場について以下に示す。 $z = 0$ 平面上にある $2a \times 2b$ の長方形電流が軸上に作る磁場は軸方向成分のみで、

$$B_{\text{square}}(z) = \frac{\mu}{\pi} \frac{Iab}{\sqrt{a^2 + b^2 + z^2}} \left(\frac{1}{a^2 + z^2} + \frac{1}{b^2 + z^2} \right) \quad (3.15)$$

となる。

今日 Mathematica (Wolfram Research 社製) 等の数値計算ソフトウェアにより、これらの楕円積分を高速に計算することができる。よってこれらの式から実際にできる磁場を数値的にシミュレートすることができる。

3.1.2 ヘルムホルツコイル

式 3.14 より z 方向の 1 階微分と 2 階微分が計算できて、

$$\frac{dB_z}{dz} = -\frac{3\mu_0 IR^2(z-A)}{2[R^2 + (z-A)^2]^{\frac{5}{2}}} \quad (3.16)$$

$$\frac{d^2B_z}{dz^2} = -\frac{3\mu_0 IR^2}{2[R^2 + (z-A)^2]^{\frac{5}{2}}} \left\{ 1 - 5\frac{(z-A)^2}{R^2 + (z-A)^2} \right\} \quad (3.17)$$

となる。今二つのコイルを $z \pm A$ に置き、同じ向きに電流 I を流したとする (図 3.1.a)。このとき、式 3.16、3.17 より、 $A = R/2$ とおけば $z = 0$ で、 $B'_z = B''_z = 0$ となることが分かる。このようなコイル配置の事を、ヘルムホルツ配置とよび、できるだけ一様な磁場を生成したいときに用いる。実験ではコイルの設置場所の制約等により、ヘルムホルツ配置を実現できないこともあるが、これを基準に考えると分かりやすい。

一方二つのコイルに逆向きに電流を流すと (図 3.1.b)、二つのコイルの中間で磁場が 0 となり、そこから全ての方向に対して、磁場の絶対値が線形に立ち上がる磁場が発生する。この配置のことをアンチヘルムホルツ配置と呼び、MOT を作る際等に利用される。

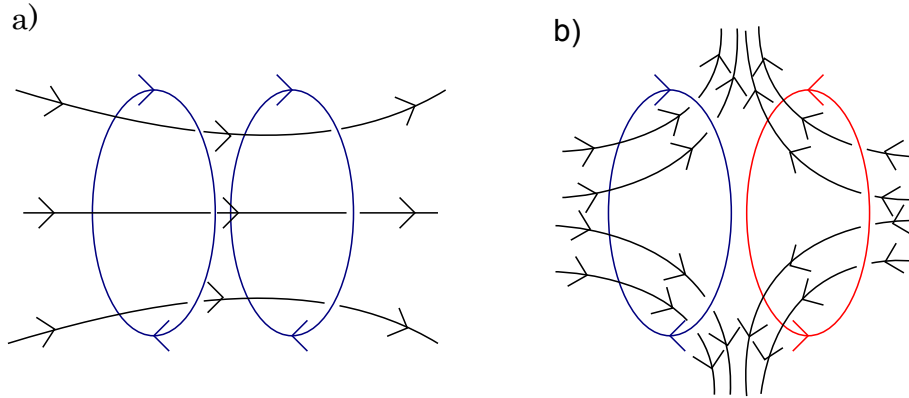


図 3.1: 二つのコイルが作る磁場の概念図 : a) ヘルムホルツコイル、b) アンチヘルムホルツコイル

3.1.3 クローバーリーフトラップ

磁気トラップの最も簡単な作り方は、二つのコイルをアンチヘルムホルツ配置にすることであるが、こうして作った磁気トラップには大きな欠点がある。それは磁場の極小点で磁場の大きさが 0 になってしまうという点である。このとき、式 3.3 で表されるラーモア周波数は 0 となり、マヨラナ遷移によりスピン状態が変化し、トラップできない状態に変化してしまう。すなわち $B = 0$ 付近の最も冷却された原子

が選択的に排除されることになり、これは縮退を目指す上で深刻なロスとなる。従ってこのような四重極子トラップは実用的でない。

以上の問題により磁場の0点が無いような磁気トラップを作ることが重要となる。対策として一つにはTOPトラップ[1]と呼ばれる、AC磁場を用いたものがある。これは四重極子トラップに高速で回転するバイアス磁場を重ねることで、時間平均的には磁場の0点が存在しないようにするものである。これは、後述のクローバリーフトラップに比べて拘束力の点でやや劣る。また青方離調したレーザーを四重極子トラップの中心に当てることで、穴を塞ぐといった方法も試みられた。これは、plugged trap[2]と呼ばれる。これはトラップ形状が複雑になる(ドーナツ状になる))といったことや、その為のレーザーが必要といった問題がある。また、極小点の磁場の大きさを大きくしづらいといった問題がある。

今日、磁場の0点が無いもので、最も一般的に用いられているトラップは、ヨッフエ・プリチャード(IP:Ioffe-Pritchard)型トラップ[54]と呼ばれるものである。もともとのIPトラップは、四つの平行な棒(Ioffe bar)により軸方向に成分のない四重極磁場を発生させる。それに加えて二組のコイルがあり、一組はCurvatureコイルと呼ばれ、純粋なヘルムホルツ配置よりも十分に径が小さいコイルの組であり、バイアス磁場に加えて軸方向に曲率を発生させる。もう一組は、Anti-Biasコイルと呼ばれ、ヘルムホルツ配置(もしくはそれに近い)のコイルの組であり、Curvatureコイルが作った大きすぎるバイアス磁場を調整するコイルである。これらにより発生させられた磁場は、磁場の極小値をとる点(トラップ中心)を原点とすると、原点付近で以下の様を書くことができる。

$$\mathbf{B}_{IP} = B_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + B' \begin{pmatrix} x \\ -y \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{B''}{2} \begin{pmatrix} -xz \\ -yz \\ z^2 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

ここでトラップ形状を特徴づける値として、磁場の極小値のバイアス磁場 B_0 、動径方向の磁場勾配 B' 、軸方向の磁場曲率 B'' が現れる。 $B_0 \gg B'r$ ($r \equiv \sqrt{x^2 + y^2}$) の時(原子が低温で $k_B T \ll |\mu|B_0$ の時に対応) $|\mathbf{B}_{IP}|$ は次の様に近似できる。

$$|\mathbf{B}_{IP}| \cong \frac{1}{2}[\tilde{B}''r^2 + B''z^2] + B_0 \quad (3.19)$$

$$\tilde{B}'' = \frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2} \quad (3.20)$$

これは、 z 軸を回転軸とする非等方な三次元調和型となる。

B_0 、 B' 、 B'' はそれぞれコイルの巻き数や形状及び流す電流の大きさによって独立に制御することができる。 B_0 の値によって、トラップ形状は大きく分けて以下の三つに分類できる。

- $B_0 = (2B'^2)/(3B'')$: トラップ形状は等方で共通の曲率 B'' をもった調和型になる。この形状は主に MOT 等のレーザー冷却された原子を磁気トラップに移行

させる際に、モードマッチをとるために使用される。トラップ周波数は以下のようになる。

$$\omega_{com} = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{M} B''} \quad (3.21)$$

- $B_0 > 0$ で小さい値 (数 G 程度): トラップ形状は動径方向に強く圧縮されたシガーシェイプ型のトラップになる。動径方向は中心から離れるところでは線形で、中心付近では調和型となる。主に蒸発冷却の時に使用され、動径方向の勾配を強くすることによって衝突レートを上げ、蒸発冷却の効率を高める。中心付近の軸方向、動径方向のトラップ周波数はそれぞれ以下ようになる。

$$\omega_{ax} = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{M} B''} \quad (3.22)$$

$$\omega_{ax} = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{M} \tilde{B}''} \quad (3.23)$$

- $B_0 < 0$: 軸方向に 0 点が二つでき、トラップ中心は磁場の極大値になる。high field seeking state のトラップ等を使用されることがある。

以上が IP 型トラップの概要であるが、その派生の一つとして今日多く使用されているものが、クローバーリーフトラップ [55] とよばれるもので、Ioffe bar の代わりに四組のアンチヘルムホルツ配置のコイルを組み合わせた、クローバーリーフコイルを用いるものである。これは、動径方向に 2π のオプティカルアクセスを確保できることに加え、強力な動径方向の磁場勾配を発生させることができる、非常に優れたトラップである。我々もこのトラップを元にして磁気トラップを設計した。

IP 型トラップには他に、QUIC トラップ [56] 等がある。これは、三つのコイルからなるトラップで小さい電流で十分深いトラップを作ることができるという利点があるが、三つ目のコイルを原子のすぐそばに配置しなければならず、オプティカルアクセスが制限されたり、電場をかける際に影響を及ぼすと考えられる為、我々は採用しなかった。

3.2 磁気トラップの設計

ここでは磁気トラップの設計について述べる。以降磁気トラップの軸方向を z 軸、鉛直方向を y 軸、 z 軸及び y 軸に直行する水平方向を x 軸とする。

我々は、 ^{41}K と ^{87}Rb の極低温混合原子気体を用意した後、それらを三次元光格子に導入し、そこで極低温極性分子を生成することを計画している。また極低温極性分子の制御には電場を用いる予定である。従って磁気トラップの設計の際には、三次元光格子のオプティカルアクセスの確保や高電圧用電極の設計についても考える必要がある。空間的配置の制約等があることから始めに全体像を考えてからセットアップを組み始める必要がある。なお光学的配置の詳細については、章 4 にて詳しく述べる。

3.2.1 設計の考え方

磁気トラップの設計において、達成すべき事柄は主に以下の3点である。

1. ^{41}K と ^{87}Rb の十分な数 (5×10^4 個程度) の混合 BEC
2. 三次元光格子、光トラップのオプティカルアクセスの確保
3. 十分な高電場 (11kV/cm 以上) をかけられる電極の設置スペースの確保

この中でこれまでの当研究室で今まで使用していた磁気トラップ [57] から改善する必要があったのは、2、3に関してである。1の要求と2、3の要求は競合しあう関係にある。即ち1の条件に対しては、コイルをできるだけ原子に近く密に配置する必要があり、2、3の条件に対しては、それらの為のスペースを空ける必要がある。よって各条件の許容範囲を考えながら設計をする必要がある。

今回の設計は、今まで使用していた磁気トラップの設計 [57] を元に行っている。コイルは前回と同じく 1/8 インチ四角中空銅管を使用することにした。これを用いることにより、コイルを十分に精度よく巻くことができることが分かっている。

以前の設計との変更点を以下に述べる。条件3に関して、当研究室では既に高電場用 ITO 透明電極を設計、実験を行っているが [58]、11 kV/cm 以上の高電場をかける為には、絶縁の為に電極のサイズを大きくすることがその後の実験により判明している。よってその為のスペースを空けかつクローバーリーフコイルが最も原子に近づく距離としてコイル間隔 39mm を採用した。これは以前のトラップから 5 mm コイルを離れたものに相当する。

次に条件2に関してであるが、我々は元々 MOT のパスに光格子のパスを重ねることによって三次元光格子を実現していたが [59, 16]、これでは、電場のかかる方向 (重力方向) に対して光格子が斜めに入ることになる。電場による実験を効果的に行うには、光格子の1軸を重力方向にして、光格子が作る平面に垂直に電場をかけることが重要であると考えられる [58]。よってその為には、鉛直方向に光格子を1軸入れ、水平方向に光格子を2軸入れることによって三次元光格子を実現する必要がある。しかし、クローバーリーフトラップは通常、動径方向に 2π のオプティカルアクセスはあるが水平方向には二方向しかオプティカルアクセスがない。そして一方は原子を導入するのに必要である。真空チャンバー全体を傾けることによって原子の導入方向を斜めにして、水平方向に2軸オプティカルアクセスを確保する方法もあるが、それには真空チャンバーを含めて大幅に設計変更する必要がある。加えて、電場を鉛直方向にかけることも難しくなる。従って、新たに二軸水平方向にオプティカルアクセスを確保するために、クローバーリーフコイルどうしの間隔を空けることにした (図 3.4、3.5 参照、コイルホルダーにスリットを入れた)。この時鉛直方向及び水平方向に均等にコイルを離すと磁場勾配が下がり大幅に下がってしまう。よって鉛直方向のみに間隔をあけることにした。この時トラップ形状に非対称性が生じるが、実験上問題ない範囲であることが分かっている (詳細な数値計算は第 3.2.2 小節にて述べる)。この時必要な間隔はビームウェスト $300 \mu\text{m}$ の波長 1

μm のレーザーで光格子を形成することを考えると、 5 mm 程度あれば十分である。また、Curvature コイルや Anti-Bias コイルにレーザーがぶつからないようにする必要がある。この時セルでの屈折によってレーザーのパスがずれることに注意する必要がある。これらによって Curvature コイルや Anti-Bias コイルの位置や外径、内径が決まることになる。

また以上の条件に基づいてコイルを原子から離していくと、必然的に磁場勾配が小さくなるので、どの程度の磁場勾配までなら、安定に BEC ができるかどうか、確かめておく必要がある。図 3.2、3.3 に B' 、 B_0 を以前使用していた磁気トラップで変化させた際に原子数 (^{87}Rb) がどの様になるかを示す。測定は、温度 500 nK で行った。

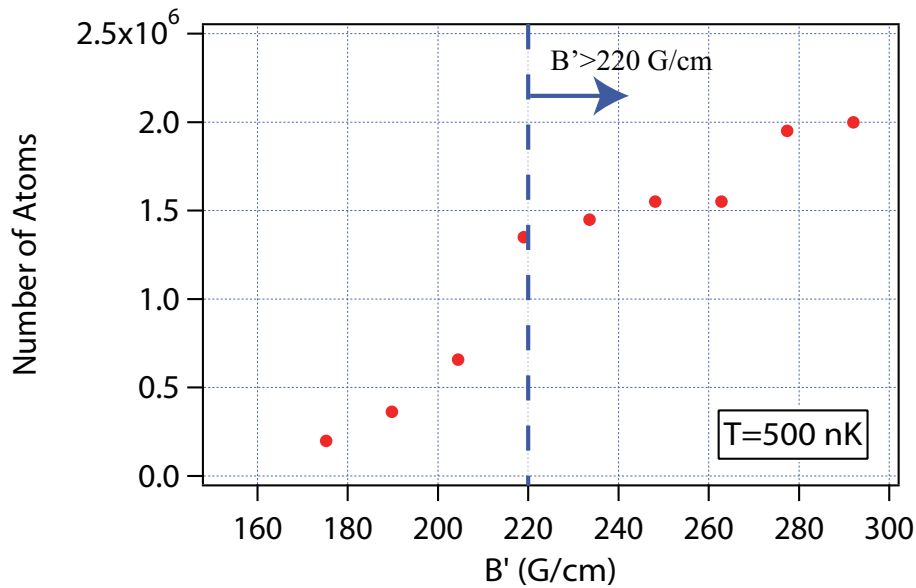


図 3.2: 原子数 (^{87}Rb) の B' 依存性 ($B_0 = 5.2\text{ G}$)

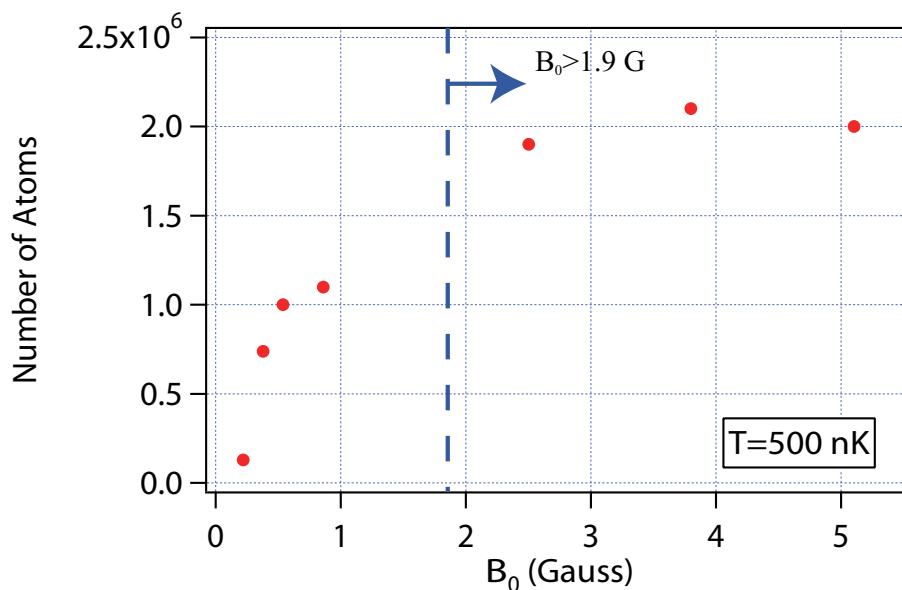


図 3.3: 原子数 (^{87}Rb) の B_0 依存性 ($B' = 292 \text{ G/cm}$)

B' に対して線形に下がっているのは、蒸発冷却の効率が下がっていると思われる。また、 B_0 が 1.9 G 以下になるころから、原子数が下がっていているが、これはバイアス磁場が低い領域では RF ノイズ等の影響でスピン状態が変化しやすくなり、非弾性衝突が増えていると思われる。ただし以上の結果は単純に Max の電流値を変化させているだけなので、実際には、その他の条件（磁気トラップ移行時の磁場、蒸発冷却の時間等）も変わる可能性があり、この通りの結果になるとは限らない。実際に最適化を行えば、最低でも上記の原子数は達成できると思われる。

以上を踏まえた設計をすると、図 3.4、3.5 のようになる。コイル間隔、コイルの巻き数、内径は表 3.2 のとおりである。この時、 $B_0 = 1.9 \text{ G}$ 、 $B' = 234.3 \text{ G/cm}$ 、 $B'' = 54.9 \text{ G/cm}^2$ ($I_{\text{clover}} = 200 \text{ A}$ 、 $I_{\text{curvature}} = I_{\text{Anti-Bias}} = 150 \text{ A}$) となる。この時のトラップ周波数は、 $\omega_{\text{rad}}/2\pi = 217(^{87}\text{Rb}), 316(^{41}\text{K}) \text{ Hz}$ 、 $\omega_{\text{ax}}/2\pi = 9.5(^{87}\text{Rb}), 13.8(^{41}\text{K}) \text{ Hz}$ となる。従って設計の条件では、 B_0 を少し調整すれば（Curvature コイルに流す電流値を少し増やすことで可能）最低でも以前の設計の $3/4$ 程度の原子数が確保できると考えられ、十分 BEC が生成できることが分かるので以上の設計で磁気トラップを生成することに決定した。ただし、これらの値は実際の製作の際に工作精度等によりずれる可能性があり、ずれの許容範囲等を見積もっておくことが大事である。

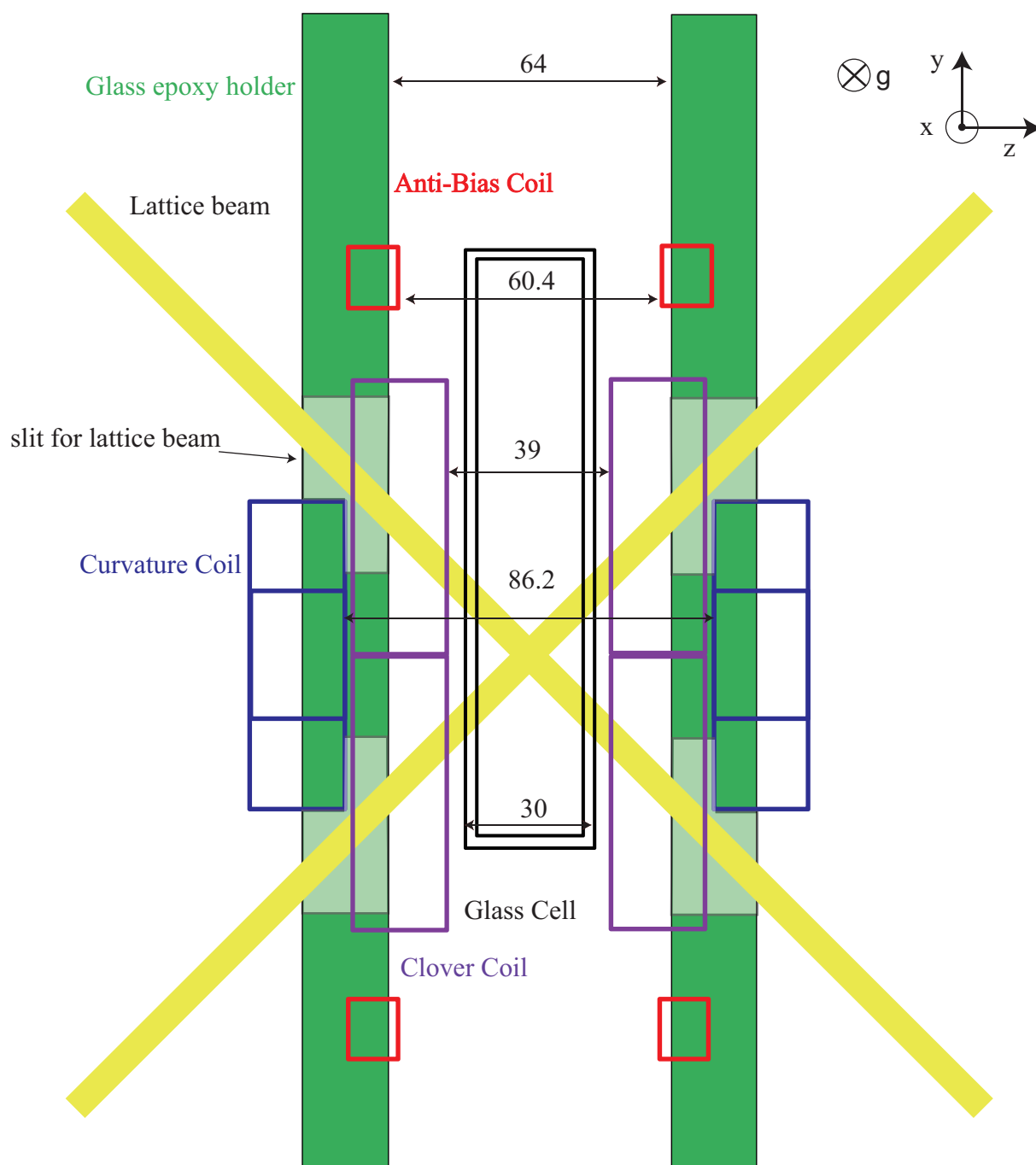


図 3.4: 磁気トラップコイルの配置の模式図 (水平面): コイルの配置を上から見たもの。距離は単位 mm で一部のみ記載してある。光格子用の光が通るようにガラスエポキシホルダーに穴を空けてある。

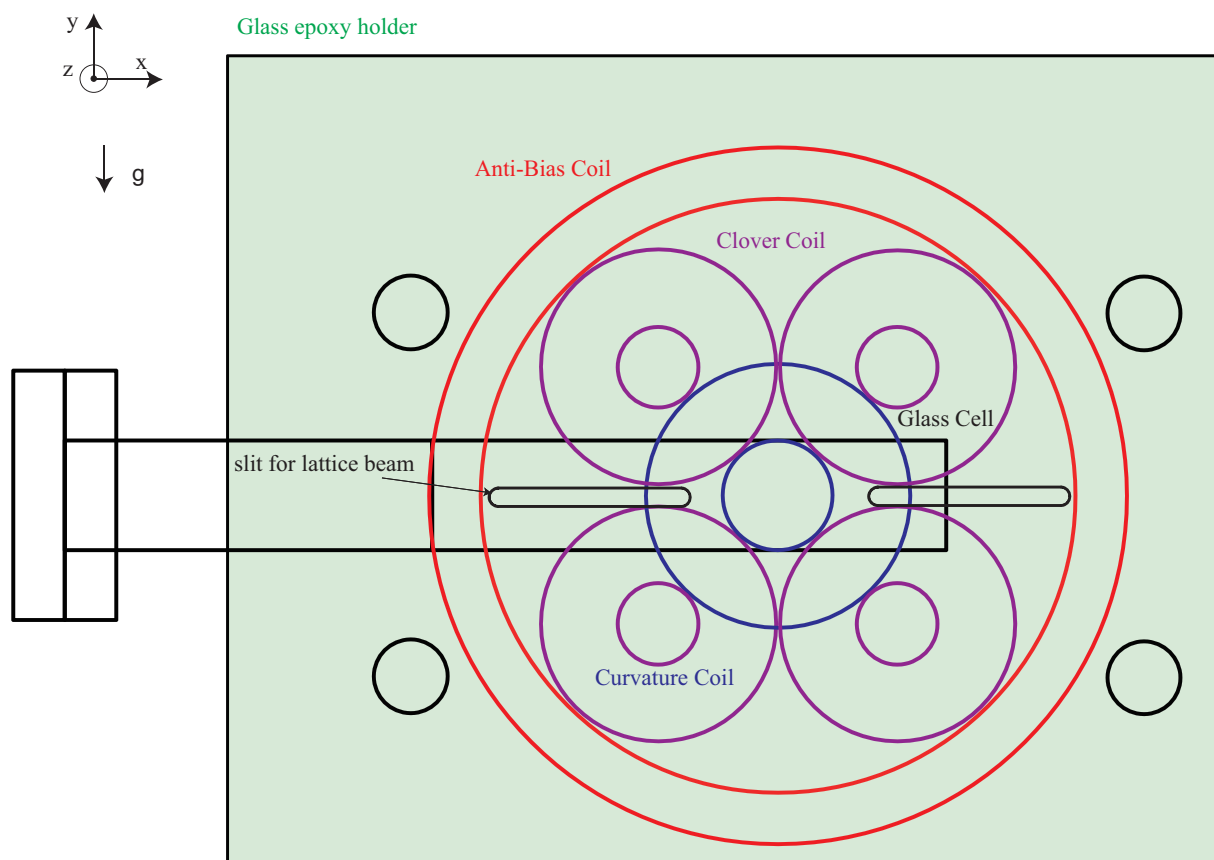


図 3.5: 磁気トラップコイルの配置の模式図 (鉛直面): コイルの配置を横から見たもの。光格子用の光が通るように Clover コイルを上下に離し、ガラスエポキシホルダーに穴を空けてある。

表 3.2: コイル間隔、コイルの巻き数、外径、内径。(計算値: 実測値は後述)

	コイル間隔	巻き数 (動径方向 × 軸方向)	外径	内径
Clover	39.0 mm	$6 \times 6 = 36$	64 mm	22 mm
Curvature	86.2 mm	$6 \times 6 = 36$	72 mm	30 mm
Anti-Bias	60.4 mm	$4 \times 3 = 12$	190 mm	162 mm

3.2.2 数値計算

磁気トラップコイルを製作する前に磁場プロファイルの計算を行った。コイルを円電流の組み合わせで近似して計算を行った。電流は銅管断面の中心を流れている

と仮定した。また実際のコイルは銅管が有限の太さを持っている為、理想的な同軸円からずれが生じて最終的な巻数が減少する（理想的同軸円では $6 \times 6 = 36$ 巻きだが実際に巻けたのは 35 巻き等）[57]。よって巻き数減少の補正をかけている（“コイルが作る磁場” \times “実際の巻き数” \div “理想的同軸円の巻き数”）。以上の計算で十分実測値と一致することが分かっている[57]。また磁場プロファイルからトラップ形状に問題がないことを確認している（Contour plot 等を利用）。またずれに対して、どの程度磁場が変化するかも見積もった。

3.2.3 コイルホルダーの設計

コイルに電流を通じると、互いに発生する磁場によってコイルにローレンツ力がかかる。磁場の変化は数 ms で数 100 G にもなり、この時コイルが受ける力は瞬間的に巨大になる。この力によってコイルの位置が変化するとトラップ中心がずれ、原子の加熱等につながる。よってトラップ中心位置を安定にするためには、強い剛性を持ったホルダーにコイルを固定する必要がある。また温度変化によりホルダー自身が変形すると、これもまたトラップ中心のずれにつながるので、ホルダーの熱膨張率等にも注意する必要がある。以上の理由によりコイルホルダーの材質は強度や熱膨張率に優れる、ガラスエポキシに決定した。ガラスエポキシの板 2 枚（以下ホルダー本体と呼ぶ）にコイルを埋め込む為の溝を掘り、エポキシ接着材によってコイルを接着することで、固定を実現した。ガラスエポキシの加工には、硬度が高いものに適したエンドミルやドリルが必要である。また繊維質の為、切削していくうちに刃が駄目になってしまうという問題がある。以上を考慮してホルダー本体は業者に製作を依頼することにした。その際コイルの嵌め合わせ等を考慮して、公差を適切に設定する必要がある。また実際に使用する際に多少修正する必要があることも考慮してどの面を基準にするか等も考えて設計図を書く必要がある。

ホルダー本体にはコイル固定用の溝の他に、種々の付属物（後述）固定用のネジ穴や溝、及びレーザーを通す為の穴等も加工する必要がある。また電氣的接続や冷却水の配水等も考慮して設計をする必要がある。付録 B に実際のコイルホルダーの設計図を示す。

● コイルホルダーの付属物

以下にコイルホルダー本体に固定する付属物について説明する。

ステンレスロッド

ガラスエポキシホルダー 2 枚の相対位置の調整は、20 mm の穴をそれぞれ四つ空けそこに 20 mm のステンレスロッドを通すことで実現した。動径方向は、ホルダー本体の穴の相対位置によって決定され、軸方向に可動にすることで調整を

実現している。材質はステンレスの中でも磁化のしにくいSUS316である。ホルダー本体とステンレスロッドの嵌め合わせは最も精度を要するところである。軸方向の調整をスムーズにかつ、がたつかないように行うには注意すべきことが多々ある。ホルダー本体の穴の径の公差を $+0.1\text{ mm}$ とし、ステンレスロッドに公差 -0.1 mm のものを使用し、実際に $\phi = 19.97 \pm 0.01\text{ mm}$ 程度のものを用意できたが、ホルダー本体の歪みの為当初スムーズな調整が実現できなかった。よってホルダー本体の追加加工（穴の拡大及びホルダー下面の平行度を確保する為の再切削）を行わざるを得なかった。

ポストスタンド

ホルダー本体の光学定盤への固定はソーラボ社製のポストスタンド及びクランピングフォークを用いたが、交差の範囲で高さのずれがあり、がたつきが生じるので注意が必要である。

銅端子

コイル同士や電源との電氣的接続はなるべく抵抗が小さいもので行うことが望ましい。電氣的接続は、コイル本体である $1/8$ インチ四角中空銅管から銀口ウ接着により $1/4$ 丸銅管へと接続し（間にさらにつなぎ用の銅管を挟んでいる）、 $1/4$ 銅管を厚み 10 mm の銅板から作った銅端子で挟みこむ。そして銅端子に圧着端子を取り付けた平編み線及び 100 mm^2 銅線を取り付けることで実現している。ここで銅端子は $1/8$ 四角銅管での電圧降下を防ぐ為にコイルの側に固定されることから、余分な磁場の発生源になったりオプティカルアクセスの制限につながる所以で設計に注意が必要である。特にその後の磁場測定（節3.4）で無視できない磁場を作っていることが分かったので、一度設計を変更している。設計図を付録Bに示す。

補正コイル

節3.5で説明する補正コイル固定用の溝や穴をホルダー本体に加工してある。

アンテナ及びITO電極固定用ホルダー

原子の側には、磁気準位制御用のRF及びマイクロ波アンテナや高電場発生用ITO電極等を固定する必要がある。特にITO電極は、高電場をかけたときに瞬間的に力がかかり動く可能性がある所以で固定の方法を考える必要がある。絶縁性や磁化しにくさ、強度等を考えホルダー本体と同じガラスエポキシにて自作した。付録Bに設計図を示す。

オプティクス

コイルホルダー周辺の空間的制約により、一部のオプティクス（MOT用ミラー、波長版等）をホルダー本体に固定している。

● コイルの配水

コイルへの配水は、1/4 インチ丸銅管から SWAGELOK によって 1/4 インチプラスチックチューブに接続することによって行った。この時配管がオプティカルアクセスの邪魔にならないようにエルボー型とストレート型の SWAGELOK を使い分けたり、1/4 丸銅管をパイプベンダーによって適切な方向に曲げたりした。

以上の付属物及び配水、工作精度等を考慮してホルダー本体の設計を行った。

3.3 磁気トラップの製作

磁気トラップの製作方法については、当研究室の学位論文 [57] に詳しく記述されている。製作の際にはコイルに傷を付けないように注意する（付録 A 参照）。実際に製作した磁気トラップコイルを以下に示す（図 3.6）。十分精度よく作ることができる。

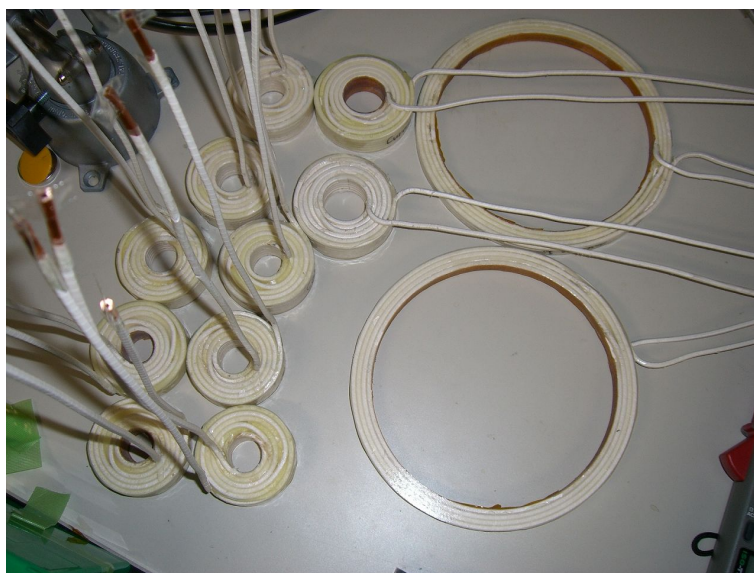


図 3.6: 磁気トラップコイル

3.4 磁場の測定

実際に製作したコイルに電流を流し、磁場の強さと形状を測定して計算通りの磁場が得られているかどうか確認する。また必要に応じてコイルホルダー間隔を調整して磁場を調整する。

3.4.1 磁気トラップの回路系の概要

磁気トラップの電流系については、当研究室の学位論文 [57, 59] に詳しく書いてある。コイルには最大で 220A 流すことができる。また Curvature コイル及び Anti-Bias コイルはそれぞれ最大で 30A 及び 75A の電流を加えることができる。これによってバイアス磁場を調整することができる。

3.4.2 磁場測定の方法

磁場の測定には三軸測定可能なホールプローブ素子を用いる。図 3.7 の様にマイクロメーターにホールプローブ素子を取りつけることによって各点での磁場を測定する。地磁気等のバックグラウンドの磁場は適時磁気トラップに流す電流を切って測定し、補正した。

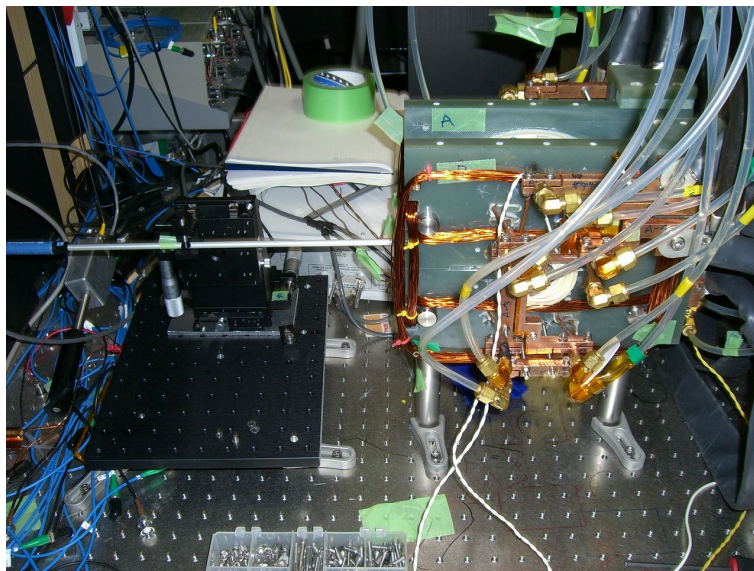


図 3.7: 磁場測定の様子

磁場測定の手順は以下の通りである。

1. Curvature コイルと Anti-Bias コイルに電流を逆向きに流し (MOT 動作)、磁場が 0 になる点から磁気トラップの中心位置の目安を付ける。
2. Clover、Curvature、Anti-Bias コイル全てに電流を流す。動径方向の中心は Clover コイルによって決定され (z 方向以外の磁場成分が 0)、それに沿って軸方向の磁場を測定することで、磁場中心、 B_0 、 B'' を測定する。
3. 2 の結果に従ってコイルホルダー間隔を調整する。判断基準は主に B_0 の値 (特に $B_0 < 0$ にならないように)、コイルホルダー間隔の実測値 (内側に ITO 電極を入れるスペースを確保する。) による。
4. x 方向、 y 方向の B' を測定する。
5. MOT 動作時の磁場勾配及び中心位置の正確な測定
6. その他今後の実験に有用なデータを取っておく。

なお、測定が長時間に及ぶことが多いので、コイルに通じる電流はトラップ動作時よりも小さい電流を流して測定を行う。またコイル接着前にコイル及びコイルホルダーを仮固定し、低電流 (5 A 程度) で測定を行い、ほぼ期待通りの動作をしていることを確認している。上記の手順は必要ならば、順番を前後させて測定を行い、おかしい事が起きていないか確認する。

3.4.3 磁場測定の結果

以下に磁場測定の結果を示す。主にコイル接着後の測定について述べる。手順は前節を参照のこと。

軸方向の磁場測定

まず手順 1、2 に従って軸方向の磁場を測定したところ、銅端子による無視できない磁場成分を発生しているのを確認したので、それについて示す。図 3.8 に軸方向の磁場成分の測定結果を示す。流した電流は Clover コイルに 20 A、Curvature、Anti-Bias コイルに 15 A (実際のオペレーションの 1/10) である。

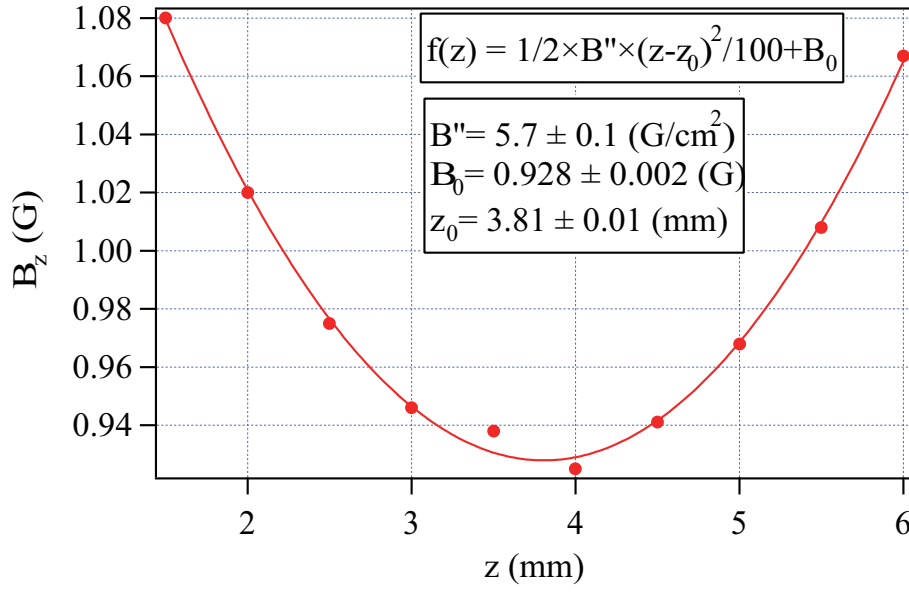


図 3.8: 軸方向の磁場 (銅端子変更前) : $I_{\text{clover}} = 20 \text{ A}$, $I_{\text{curvature}} = I_{\text{Anti-Bias}} = 15 \text{ A}$

この結果より実際のオペレーションでは、 $B'' = 57 \text{ G/cm}^2$ 、 $B_0 = 9.28 \text{ G}$ となる。 B'' は大体計算に一致するが、 B_0 は計算よりも大幅に大きくなっていることが分かる。これを調べたところ、本来 z 方向のバイアス磁場を作らないはずの Clover コイルが大体 6 G 程度の磁場を発生させていることが分かった。このバイアス磁場の発生原因は Clover コイルに付属している銅端子 (図 3.9) がヘルムホルツ配置のコイルのように働いてバイアス磁場を発生させていると考えられる。実際に銅端子の作る磁場を長方形電流で近似して、式 3.15 より計算すると 200 A で 5.5 G となる。

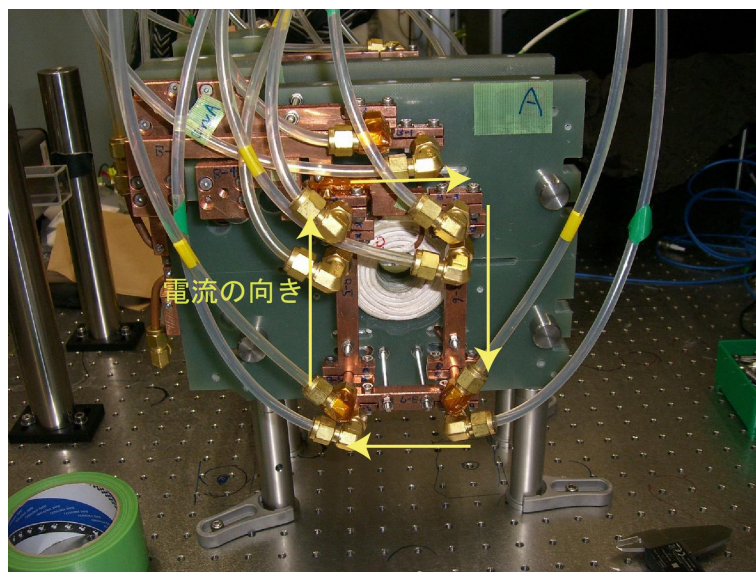


図 3.9: 銅端子（変更前）:図の反対側にも同じ構造があり、ヘルムホルツ配置のコイルの用に働いていると考えられる

そこで、銅端子の形状を図 3.10 のように変更して銅端子が作る磁場を打ち消すことを狙った。これにより仮想的に反対向きのコイルが加わったと考えると大体 200 A で 4.9 G の逆向きの磁場を発生させると見積もれる。これにより、Clover コイルが発生する磁場は、0.6 G 程度となることが期待される。

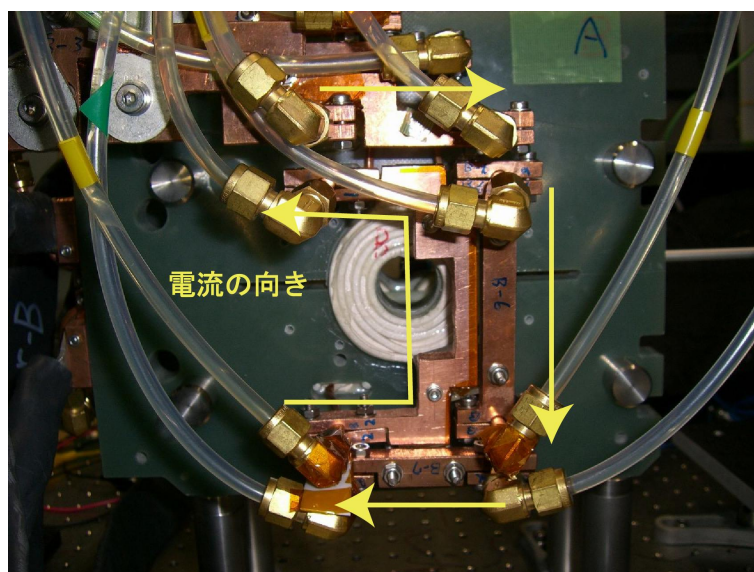


図 3.10: 銅端子（変更後）:図のように形を変更することで発生する磁場を打ち消すようにした

銅端子変更後の軸方向の磁場成分の測定結果を図 3.11 に示す。

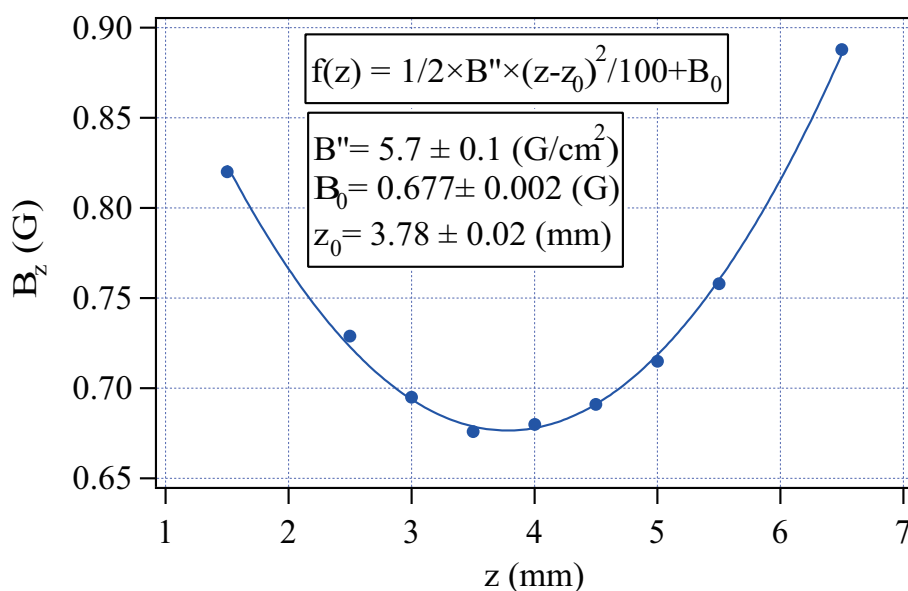


図 3.11: 軸方向の磁場（銅端子変更後）: $I_{clover} = 20 \text{ A}$, $I_{curvature} = I_{Anti-Bias} = 15 \text{ A}$

以上の結果より、銅端子の形状の変更によって $B_0 = 9.28 \text{ G}$ から $B_0 = 6.77 \text{ G}$ となり一応は減少してはいるものの、期待してたほどは減少していないことが分かる。

この原因には打ち消しの磁場の大きさが過大評価であったことや、銅端子以外の部分でバイアス磁場が発生していることが考えられる。この調整の為にホルダー間隔の調整も検討したが、実測値で 65.0 mm になっており、計算通りであることから、ホルダー内側のスペース等を考慮して変更しないことに決定した。 B_0 の調整は Curvature もしくは Anti-Bias コイルに余分に電流を流すことによって達成することにする。

なお、Clover コイルの配線を逆向きにした時の磁場の測定から、Clover コイルの作る磁場を計算すると、 $B_{0,clover} = 3.86 \text{ G}$ ($I_{clover} = 200 \text{ A}$) となる。実際の実験上で、Clover コイルに流す電流を変化させる時等はこれに十分注意しないといけない。

また B'' は計算値よりやや大きいがこれは、Curvature コイル及び Anti-Bias コイルの中心と Clover コイルの中心が異なっている事によると考えられる。実際予備測定により、Curvature 及び Anti-Bias コイルそれぞれ、逆向きに電流を流して (Anti-Helmholtz 配置) 中心を測定したところ Clover コイルの中心 (動径方向のみ) がずれていることが分かっており、その影響であると考えられる。 B'' が大きくなる方向に計算と異なっており、磁場プロファイルも特に問題がなさそうであるので、特にホルダー間の変更等は行わなかった。なお MOT 磁場中心と磁気トラップ中心の位置のずれに関しては後述する。

動径方向の磁場測定

動径方向の測定は軸方向の測定により得られた磁気トラップ中心から、マイクロメーターを x 方向及び y 方向に動かすことによって測定した。この時ホールプローブ素子及びマイクロメーターの軸が x 軸、y 軸とずれている可能性があるが誤差の範囲内であると考えた。測定結果を図 3.12、3.13 に示す。流す電流値は軸方向の測定と同じである。

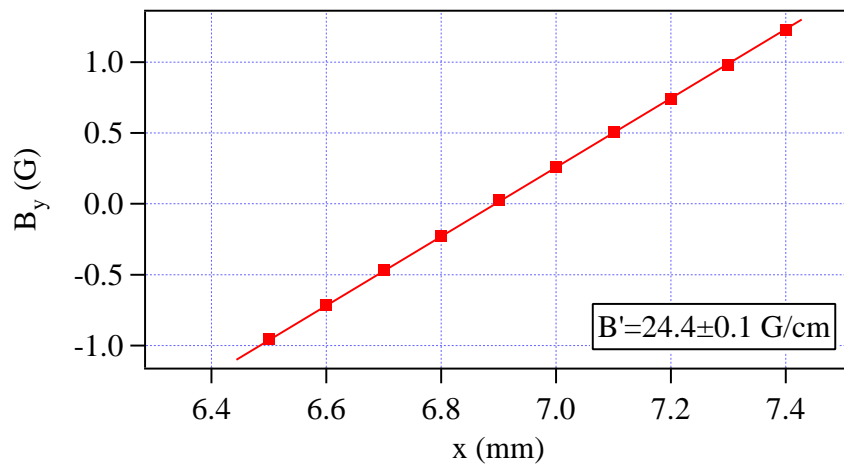


図 3.12: 動径方向の磁場、x 方向: $I_{clover} = 20 \text{ A}$ 、 $I_{curvature} = I_{Anti-Bias} = 15 \text{ A}$

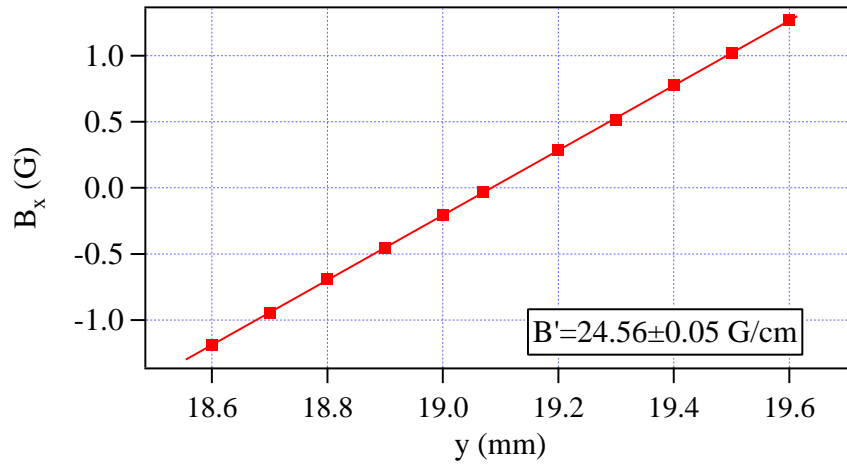


図 3.13: 動径方向の磁場、y 方向: $I_{\text{clover}} = 20 \text{ A}$ 、 $I_{\text{curvature}} = I_{\text{Anti-Bias}} = 15 \text{ A}$

測定結果は $B'_y = 244 \text{ G/cm}$ 、 $B'_x = 246 \text{ G/cm}$ となった (200A 換算)。計算値よりやや大きい、これは Clover コイルの外径が想定より大きくなった為であり、外径の実測値より計算し直すと $B' = 247 \text{ G/cm}$ となる。また B'_y がやや小さいがこれは、測定誤差の範囲であると考えられる (x 方向の方が y 方向よりマイクロメーターの軸がずれ易い)。 B'_y の方が真値に近いとこれは、計算値に良く一致している。

MOT 磁場測定

MOT 磁場は Curvature コイルと Anti-Bias コイルに逆向きに流すことで発生させる予定である。15 A 程度の電流を流す事を想定しているので実際に 15 A 流して測定した。それぞれの方向の磁場勾配を図 3.14、3.15、3.16 に示す。

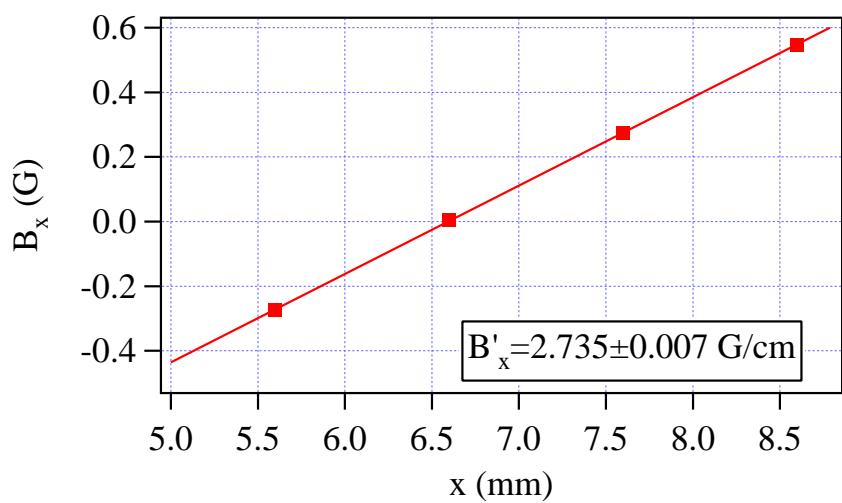


図 3.14: MOT 磁場、x 方向: $I_{curvature} = I_{Anti-Bias} = 15$ A

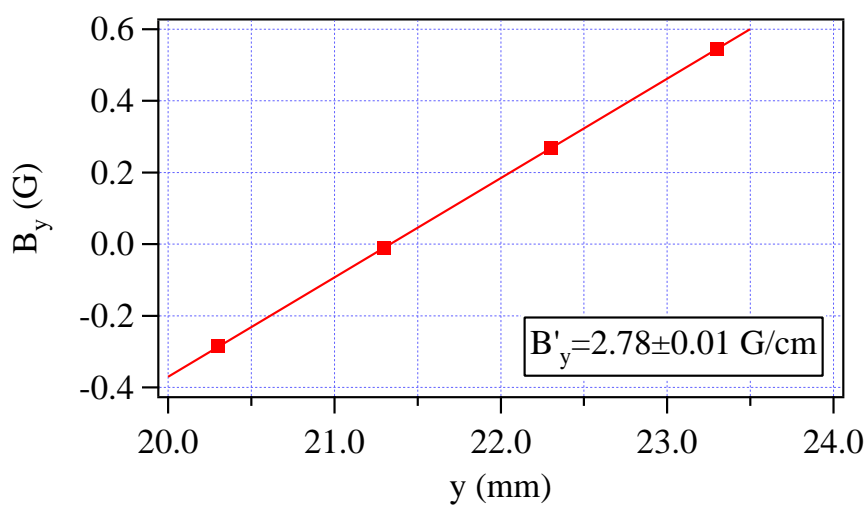


図 3.15: MOT 磁場、y 方向: $I_{curvature} = I_{Anti-Bias} = 15$ A

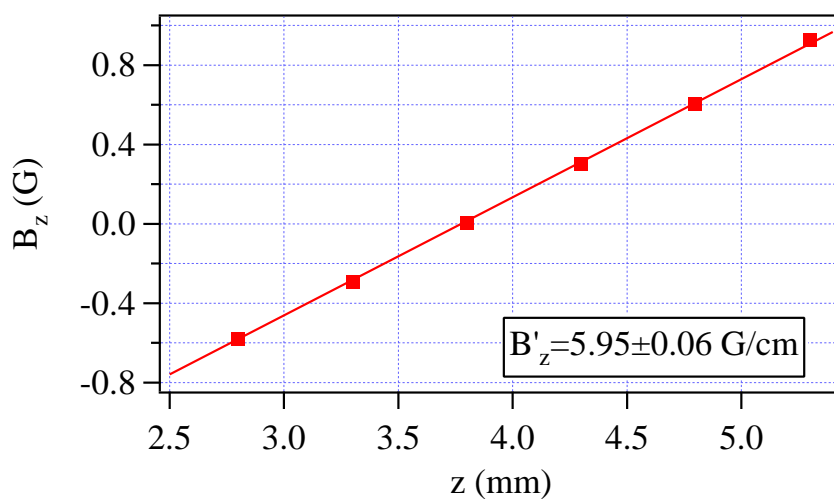


図 3.16: MOT 磁場、z 方向: $I_{curvature} = I_{Anti-Bias} = 15$ A

これより磁場勾配 $B'_x = 2.7$ G/cm、 $B'_y = 2.7$ G/cm、 $B'_z = 5.9$ G/cm を得る。これは MOT を行う上で十分な磁場勾配である。

磁気トラップ移行時の磁場測定

MOT から磁気トラップに移行する時には、MOT の原子雲サイズが数 mm 程度と大きく、ロスなく磁気トラップに移行する為には、より等方的で緩い磁気トラップを作る必要がある。この時のトラップ周波数は、次のモードマッチの条件から算出することができる。

$$\frac{1}{2}k_B T_{MOT} = \frac{1}{2}m\omega^2\sigma^2 \quad (3.24)$$

今 ^{87}Rb の MOT (偏光勾配冷却後) の温度を $50 \mu\text{K}$ 程度で大きさ 1 mm 程度と考えるとトラップ周波数は 11 Hz 程度となる。実際のオペレーションでは、Clover コイルに電流 74.5 A、Curvature コイルに 180 A、Anti-Bias コイルに電流 150 A を流して、軸方向にトラップ周波数、動径方向にトラップ周波数程度の磁気トラップを作る予定である。尚実際には、MOT の条件に応じて電流を調整する。またこの時の磁気トラップの中心を測定することで、後述の MOT 磁場中心とのずれを見積もることができる。

測定は実際の電流値の $1/5$ ($I_{clover} = 14.9$ A、 $I_{curve} = 36$ A、 $I_{Anti-Bias} = 30$ A)で行った。図 3.17、3.18、3.19 に測定結果を示す。等方的なトラップになるので、磁場の絶対値で評価する。3.15、3.16 に示す。

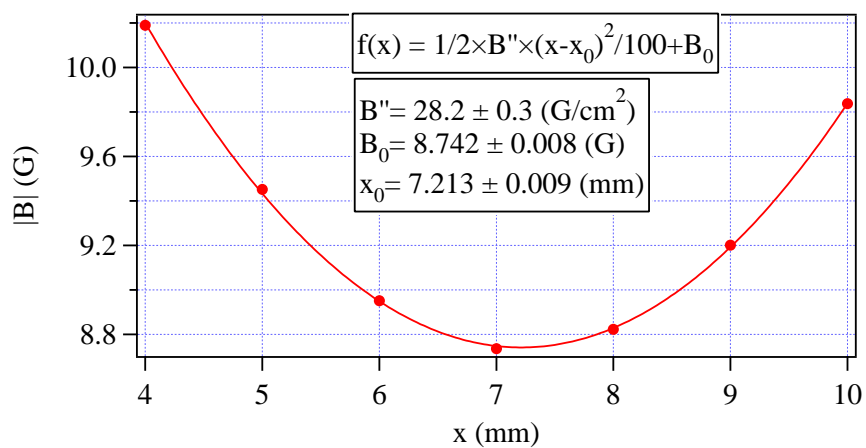


図 3.17: 磁気トラップ移行時の磁場、 x 方向: $I_{clover} = 14.9$ A、 $I_{curve} = 36$ A、 $I_{Anti-Bias} = 30$ A

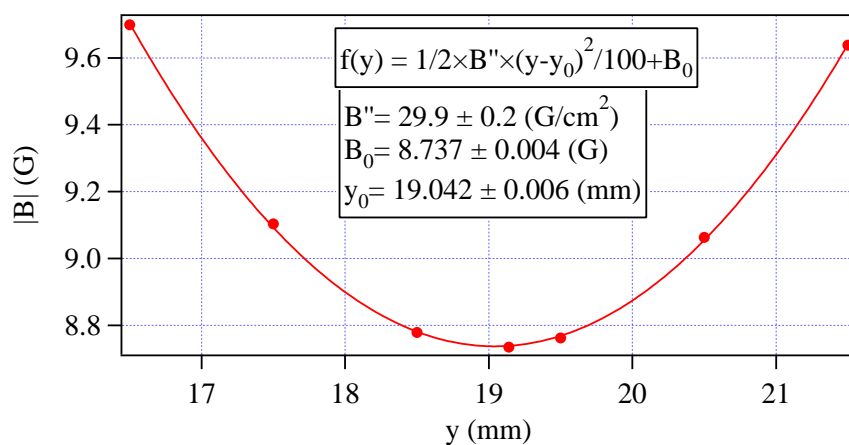


図 3.18: 磁気トラップ移行時の磁場、 y 方向: $I_{clover} = 14.9$ A、 $I_{curve} = 36$ A、 $I_{Anti-Bias} = 30$ A

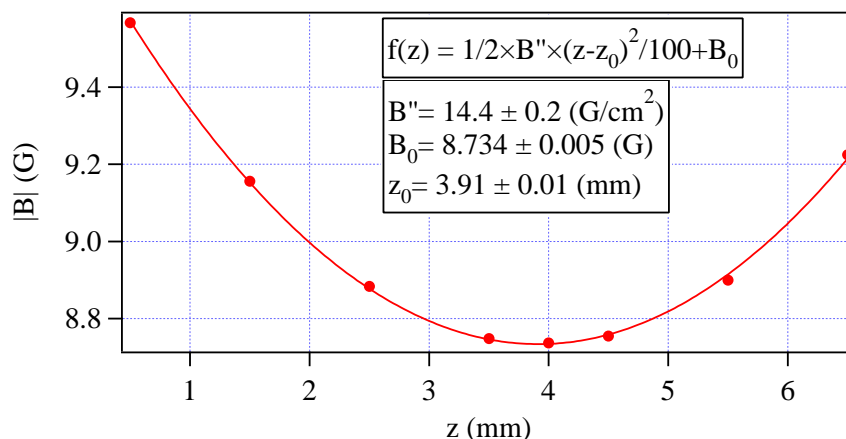


図 3.19: 磁気トラップ移行時の磁場、 z 方向: $I_{clover} = 14.9$ A、 $I_{curve} = 36$ A、 $I_{Anti-Bias} = 30$ A

磁場曲率は $B''_x = 28.2$ G/cm²、 $B''_y = 29.9$ G/cm²、 $B''_z = 14.4$ G/cm² となりこれから ⁸⁷Rb のトラップ周波数を計算すると ($I_{clover} = 74.5$ A、 $I_{curve} = 180$ A、 $I_{Anti-Bias} = 150$ A の時) $\omega_x/2\pi = 15.1$ Hz、 $\omega_y/2\pi = 15.5$ Hz、 $\omega_z/2\pi = 10.8$ Hz となりほぼ期待通りの磁場が形成できている。

MOT 磁場中心と磁気トラップ中心のずれ

MOT 磁場中心と磁気トラップ移行時の磁場中心のずれは、 x 方向、 y 方向、 z 方向それぞれ $\Delta x = 0.26$ mm、 $\Delta y = 2.42$ mm、 $\Delta z = 0.50$ mm となっている。鉛直方向の位置関係は、磁気トラップが上側、MOT が下側となっている。 y 方向 (鉛直方向) のずれが大きいがこのずれの原因は分かっていない。恐らくコイルの形状が理想的でないことに起因すると思われる。以前の磁気トラップでもこの方向に同程度のずれが生じており、なんらかの原因があると思われる。定盤の磁化の影響を考え、予備測定時に測定場所を変更して測定したが、変化は見られなかった。Back ground の磁場は毎回補正しており影響を排除している。MOT を加熱なく磁気トラップに移行するには、このずれを補正することが重要である。MOT の磁場中心を動かすことでこれを補正すると考えると、最大で 1.5 G 程度のバイアス磁場が必要である。これを考慮して、補正コイルの巻数等を決定する (節 3.5 参照)。

バイアス磁場

Feshbach 共鳴等に使用するバイアス磁場は、Anti-Bias コイルを用いて発生させる予定である。発生する磁場は 1.37 G/A である。完全なヘルムホルツ配置でない為、磁場の不均一性が問題になる可能性があるが、実際に磁場を測定したところ、

動径方向に中心で極小値となり、単位電流辺りの磁場曲率は $B''_{AB,rad}/I = 6.2 \pm 0.1 \times 10^{-3} \text{ G/cm}^2 \cdot \text{A}$ 、軸方向に中心で極大値となり、単位電流辺りの磁場曲率は、 $B''_{AB,ax}/I = 1.48 \pm 0.04 \times 10^{-2} \text{ G/cm}^2 \cdot \text{A}$ であった。Feshbach 共鳴を利用する際に 100 G 程度のバイアス磁場をかけると考えると磁場曲率は最大で 1.48 G/cm^2 となるがこれは十分無視できる範囲である。

まとめ

最終的に磁気トラップの圧縮時に $B'_x = 246 \text{ G/cm}$ 、 $B'' = 57 \text{ G/cm}^2$ 、 $B_0 = 6.77 \text{ G}$ を得た ($I_{clover} = 200 \text{ A}$ 、 $I_{curve} = 150 \text{ A}$ 、 $I_{Anti-Bias} = 150 \text{ A}$)。また MOT 磁場勾配は $B'_x = 2.7 \text{ G/cm}$ 、 $B'_y = 2.7 \text{ G/cm}$ 、 $B'_z = 5.9 \text{ G/cm}$ ($I_{MOT} = 15 \text{ A}$) となった。以上により十分期待通りの磁気トラップが製作できた。

3.5 補正コイル

補正コイルは光ポンピングの時の量子化磁場の発生や MOT と磁気トラップの位置調整等に使用する。ポリアミドイミド皮膜銅線 $\phi = 1 \text{ mm}$ を用いて製作した。これは、絶縁性、耐熱性、耐摩耗性等に優れている。これを長方形に巻いたものを二つつつ組み合わせることで、均一なバイアス磁場を作り出す。

3.5.1 設計

磁場の計算は長方形電流で近似して、式 3.15 により計算する。原子から遠いところに設置する為大ざっぱな見積りで問題はない。設置位置の制約により大きさ及び原子からの距離は固定であるので、巻数を x、y、z 方向にそれぞれ、1 A で数 G 程度になるように決定する。MOT 中心と磁気トラップ中心のずれが数 mm 程度であり、MOT 磁場勾配が 6 G/cm 程度であるので、数 A 程度で十分位置を補正できる。巻き数は x、y、z 方向にそれぞれ、 $N_x = 45$ 、 $N_y = 20$ 、 $N_z = 20$ に決定した。この時得られる磁場は $B_x = 1.03 \text{ G/A}$ 、 $B_y = 2.34 \text{ G/A}$ 、 $B_z = 1.66 \text{ G/A}$ となる。

3.5.2 測定

実際に補正コイルを製作し、磁気トラップ中心での補正磁場を測定したところ、 $B_x = 1.19 \text{ G/A}$ 、 $B_y = 2.37 \text{ G/A}$ 、 $B_z = 1.45 \text{ G/A}$ だった。測定誤差の範囲内でほとんど均一なバイアス磁場がかかっていることを確認した。値は計算値より多少ずれているが、流す電流によって調整できるので問題はないと結論した。補正コイルの設計値及び実測値を表 3.3 にまとめる。

表 3.3: 補正コイルの設計値、実測値: a (mm) \times b (mm) の長方形電流を仮定、コイル間隔を d (mm) とする。

	d (mm)	巻き数	a (mm)	b (mm)	B (計算) (G/A)	B (実測) (G/A)
x	115	45	65	52.5	1.03	1.19
y	35	20	115	52.5	2.34	2.37
z	105	20	110	90	1.66	1.45

3.6 動作の実証とその結果

現在、実際に新磁気トラップを用いて原子を捕獲し、蒸発冷却により ^{87}Rb の BEC が実現されている。以下ではその経過を報告する。

3.6.1 原子の捕獲

既に ^{87}Rb 、 ^{41}K 共に MOT に成功しており蛍光を観測している。 ^{87}Rb を蒸発冷却によって冷却し、 ^{41}K を協同冷却によって冷却する予定であるので、 ^{87}Rb に対してまずパラメータを最適化することが重要である。よって以下では ^{87}Rb に対して実験を行っている。

MOT 後に磁場勾配を下げ、離調を離すことによって、偏光勾配冷却を行い更に冷却した後に、光ポンピングを行い $|F = 2, m_F = 2\rangle$ 状態に遷移させる。その後磁気トラップを立ち上げ原子を捕獲する。

この時の磁場（磁気トラップ移行時の磁場）においての寿命を測定する。原子数は吸収イメージングにより観測できるので、捕獲時間を変えて原子数をプロットすると、図 3.20 のようになる。寿命は 90 秒前後であり、蒸発冷却に十分な時間が確保されている。

またこの時の磁場において Sloshing mode を測定することによってトラップ周波数を測定する。捕獲時間毎の中心位置をプロットすると図 3.21 の様になる。イメージング画像における x 、 y 方向はそれぞれ軸方向、動径方向に対応するのでトラップ周波数は ^{87}Rb に対して $\omega_{ax} = 2\pi \times 9.5 \text{ Hz}$ 、 $\omega_{rad} = 2\pi \times 13.4 \text{ Hz}$ となり磁場測定の値とほぼ同程度の測定結果を得ることができた。よって期待通りの動作をしていると考えられる。

捕獲後には、磁気トラップの勾配を強くし、蒸発冷却に十分な密度が得られる様に原子を圧縮する。図 3.22 に圧縮後の原子の吸収イメージング画像を示す。

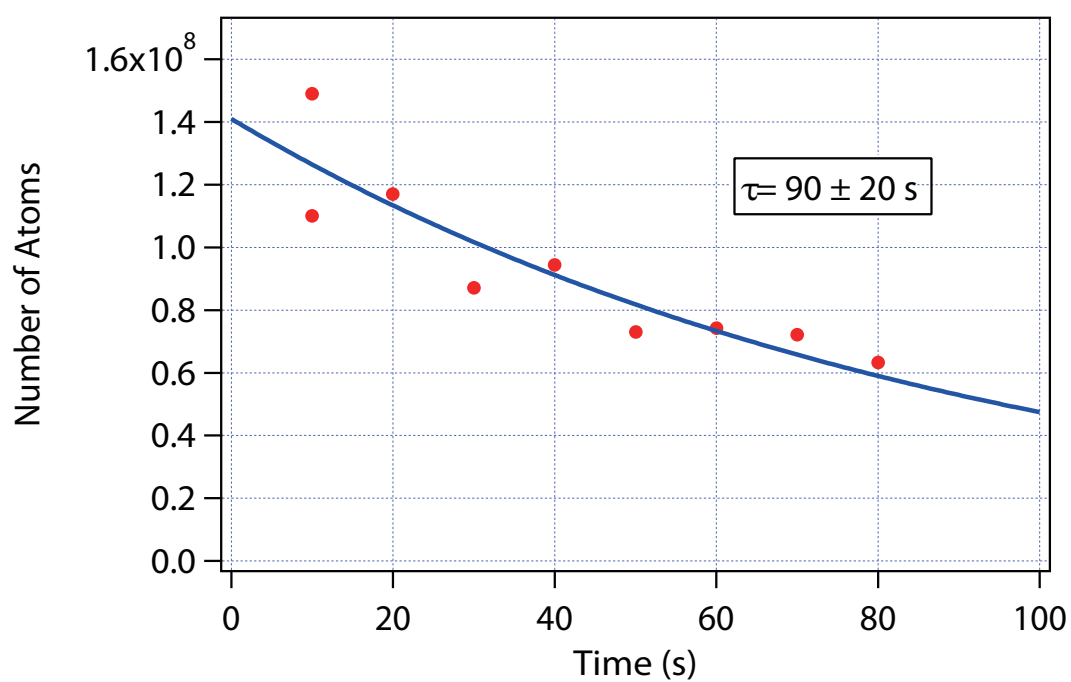


図 3.20: 磁気トラップの寿命測定

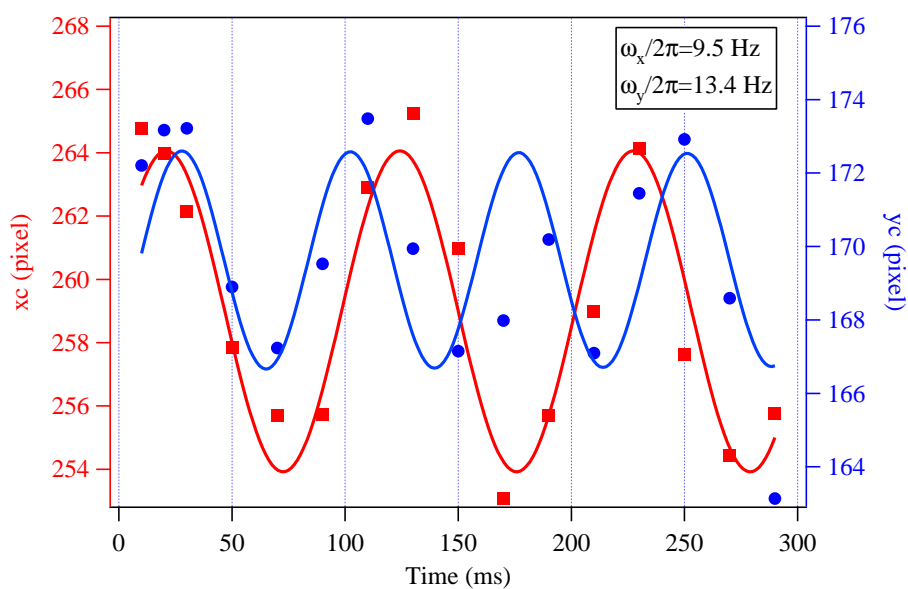


図 3.21: 磁気トラップのトラップ周波数の測定

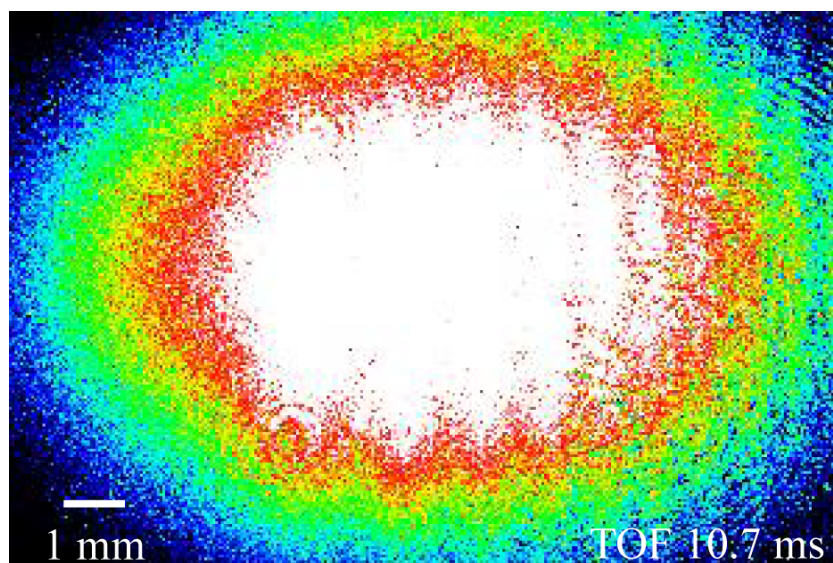
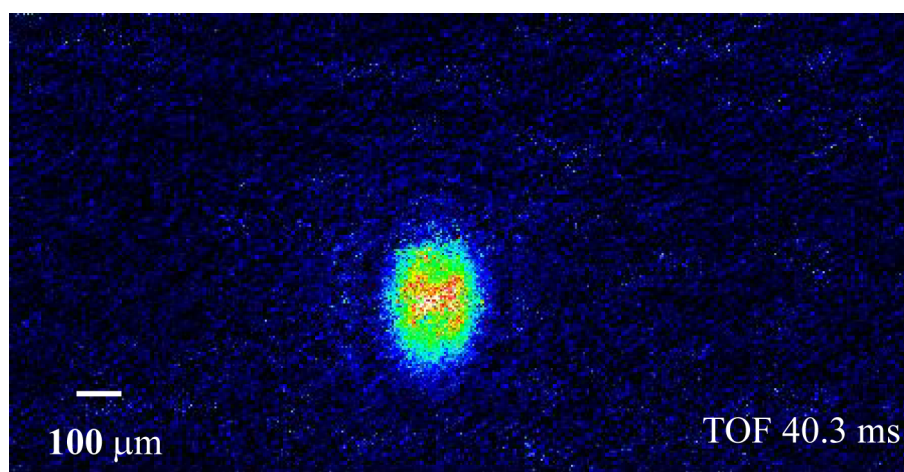


図 3.22: 磁気トラップ圧縮後の吸収イメージング画像

3.6.2 蒸発冷却による BEC の実現

原子集団の圧縮後、DDS システムを用いて [58] 蒸発冷却を行い BEC を生成した。図 3.23 に実際の BEC のイメージング画像を示す。原子数は現在 1×10^5 個程度である。

図 3.23: ^{87}Rb の BEC

第4章 極低温極性分子の生成・制御の 為の光学系の設計

ここでは、極低温極性分子の生成・制御の為の光学系の設計について述べる。空間的配置の制約があるので、最初から実験の全体を考慮した設計をすることが重要である。なお、設計の中心である、磁気トラップの設計については、章3にて述べた。

4.1 全体の光学配置

光学配置の全体の様子を図 4.1 に示す。実際のオブティクスサイズを考慮して配置を決定した。光学系の構成要素を以下に示す。

- MOT (3 軸)
- Imaging (Side, Top)
- 交差型光トラップ (Main, Cross) λ 2 波長 ($1\mu m$ 、809 nm)
- 三次元光格子 (水平 2 軸、垂直 1 軸)

以上の他に、将来的には STIRAP 用の光 (波長 641 nm 及び 875 nm[60]) を導入する予定である。図 4.2、4.3 にガラスセル周辺の配置について示す。パスが重なっている所は波長 (dichroic mirror: CVI Melles Griot 社製、1064 nm & 1080 nm: 反射、767 nm & 780 nm & 809 nm: 透過) 及び偏光 (PBS) によって分岐及び重ね合わせを行っている。dichroic mirror に円偏光を斜めに透過させると、偏光が崩れてしまうので、 $1/4$ 波長板と $1/2$ 波長板を用いて楕円偏光を適切な角度で入射させることで、透過後の偏光がきれいな円偏光になるように調整してある。多数の要素が重なっている軸は特に設計が難しくなる。V 軸は Imaging (TOP) 及び光格子 (垂直)、A 軸は Imaging (Side)、光トラップ (Cross)、MOT が重なっている。また光格子の水平 2 軸 (B 軸、C 軸) には、アライメントの為の Imaging を重ねる予定である。また P 軸には二つの波長の光トラップ及び将来的には STIRAP 用の光源を重ねる予定である。設計は光格子を中心に行った。個々の構成要素について節 4.4、4.2、4.3 にて詳細に説明する。尚、今回の光トラップ、光格子の設計は以前の当研究室の設計 [16] と共通なところが多いのでそちらも参照して頂きたい。

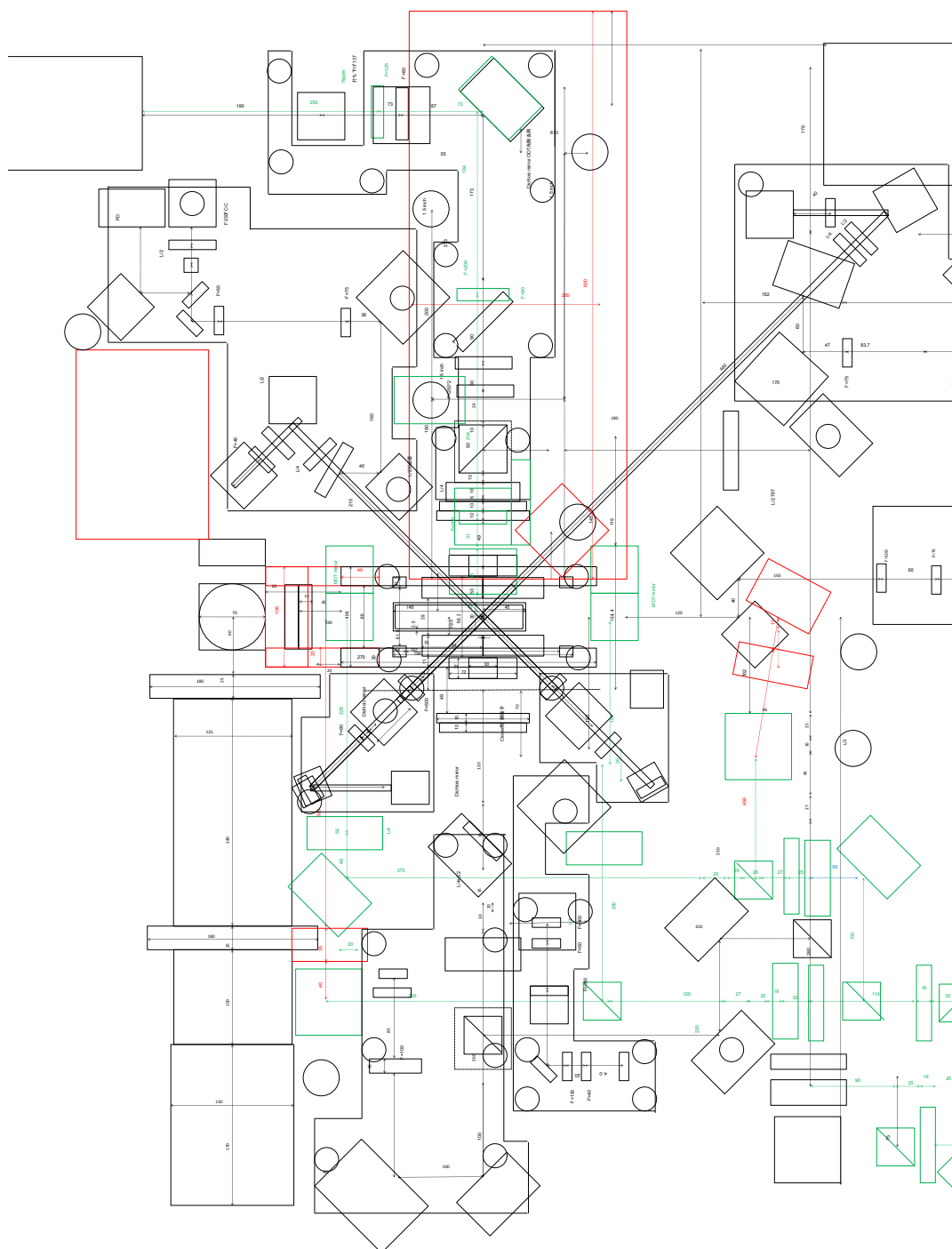


図 4.1: 全体の光学配置の様子

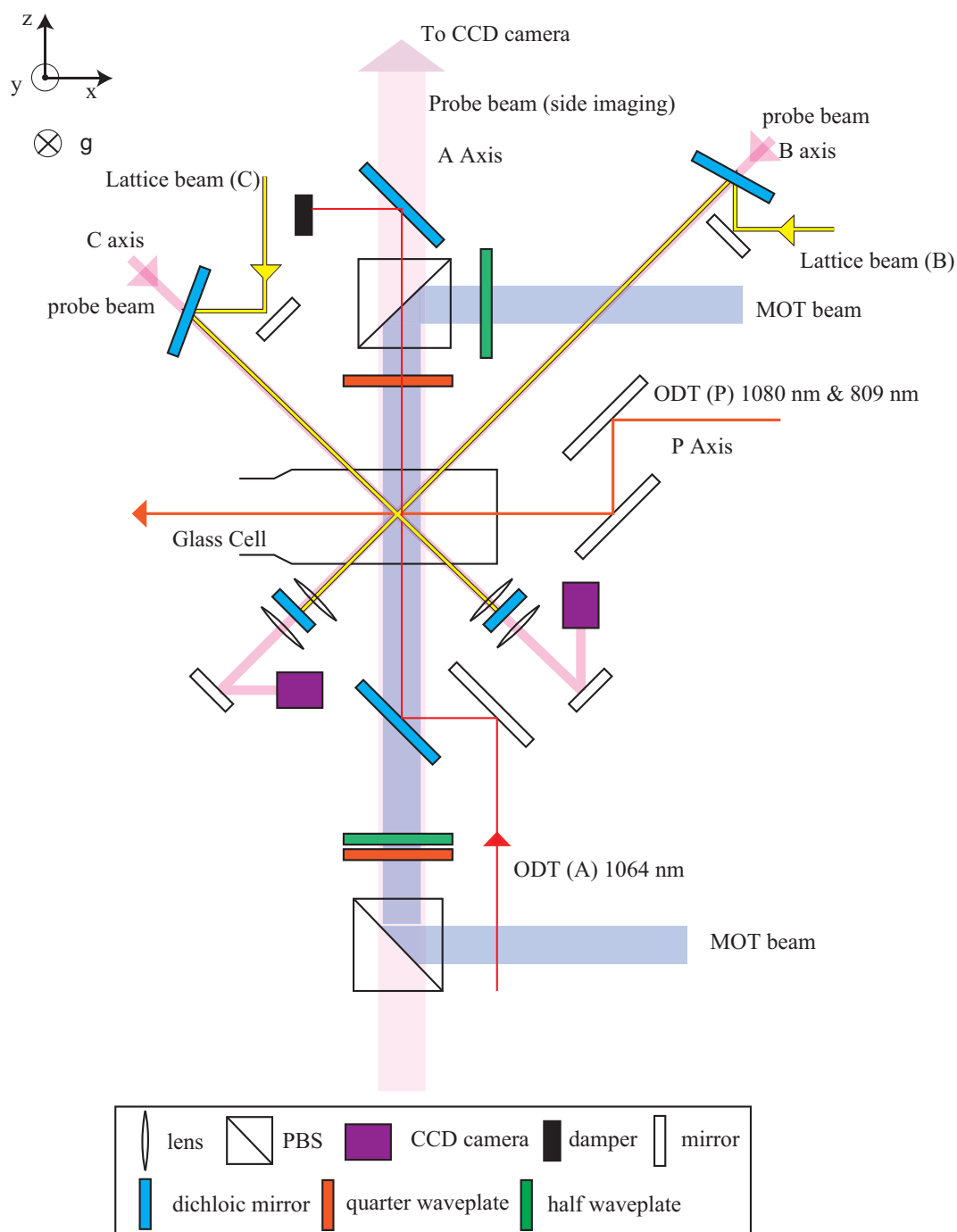


図 4.2: ガラスセル周辺の光学配置 (上面図)

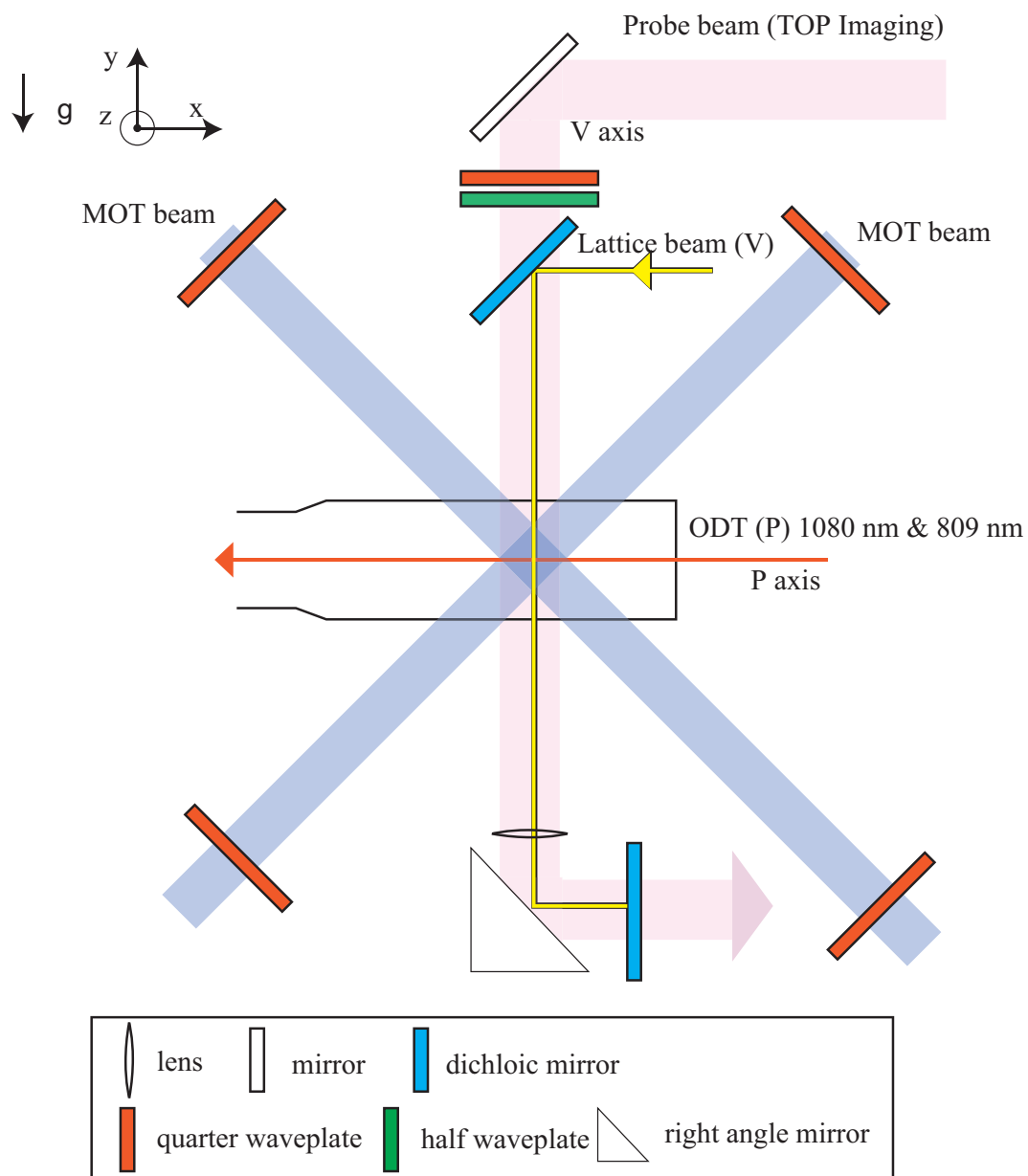


図 4.3: ガラスセル周辺の光学配置 (正面図)

4.2 光トラップの設計

本研究で用いる光トラップは交差型光トラップである。すなわち重力を支える為の強い光トラップ(Main)と軸方向のコンファインメントを補助する光トラップ(Cross)の2本からなる光トラップである。Mainの光トラップをP軸から、Crossの光トラップをA軸から照射する予定である。実験手順としてまず2本とも波長1064 nmもしくは1080 nmの光トラップで温度1 μ K程度の原子雲をトラップする。そこで蒸発冷却を行い、Dual BECを生成した後に、Mainの光トラップを波長809 nmの光に移行することで、 ^{41}K と ^{87}Rb 間の相対重力サグを補正する。その後光格子へと移行することで ^{41}K 、 ^{87}Rb 共に1個/サイトを実現する。よって以下の点を考慮してそれぞれの光トラップのビーム半径を決定し、それに応じた光学系を組む。

1. 使用できるレーザーの出力
2. 重力を支える事の出来るポテンシャル深さ
3. 1個/サイトを最大化する
4. 空間的制約

以下でP軸、A軸それぞれの設計について説明する。

4.2.1 光トラップP軸

この軸は以前の設計[16]とほぼ同じであるので、概要だけを述べる。使用できるレーザーの出力は1064 nmもしくは1080 nmが2 W程度、809 nmが100 mW程度を想定している。重力を支えつつ、1個/サイトをできるだけ増やす為水平方向に扁平させビーム半径が最終的に $2w_y \times 2w_z = 80 \mu\text{m} \times 800 \mu\text{m}$ になるようにする。原子までの距離が500 mm程度なのでそれによってレンズ系はある程度決定される。扁平したビームはアライメントを調整するのが難しいので、扁平度をシリンドリカルレンズにて調整できるようにしてある。扁平度は、ABCD行列を用いて計算することができる(A軸の設計にて後述)。ここで1064 nmもしくは1080 nmと809 nmは色収差により焦点位置がずれるので注意する。今回の設計では、2波長独立にアライメントを合わせることができるようにした。二波長の重ね合わせはDichloic Mirrorにて実現される。

4.2.2 光トラップA軸

図4.4にA軸のセットアップを示す。基本的には以前の設計[16]と同じであるが、空間的制約から入射方向及び、レンズ系が変更されている。A軸には500 mW程度を照射する予定である。図4.4のようにMOTとImaging(Side)の軸にDichloic Mirrorで重ねる予定である。その後CCDカメラに光が届かないように、Dichloic Mirror

で除去する。ビーム半径としては $2w_x = 144 \mu m$ で P 軸の軸方向のコンファインメントを補助しつつ重力方向には影響を与えないように、 $2w_y = 144 \sim 1000 \mu m$ まで変化できるようにする。これを計算するには、ABCD 行列を用いて縦方向のビーム半径を実際に計算すればよい。最初の焦点までは、平行光を仮定して焦点の位置に $w_0 = 9 \mu m$ のビームウェストができるとする。結果として原子の位置での縦方向のビーム半径は図 4.5 のようになる。

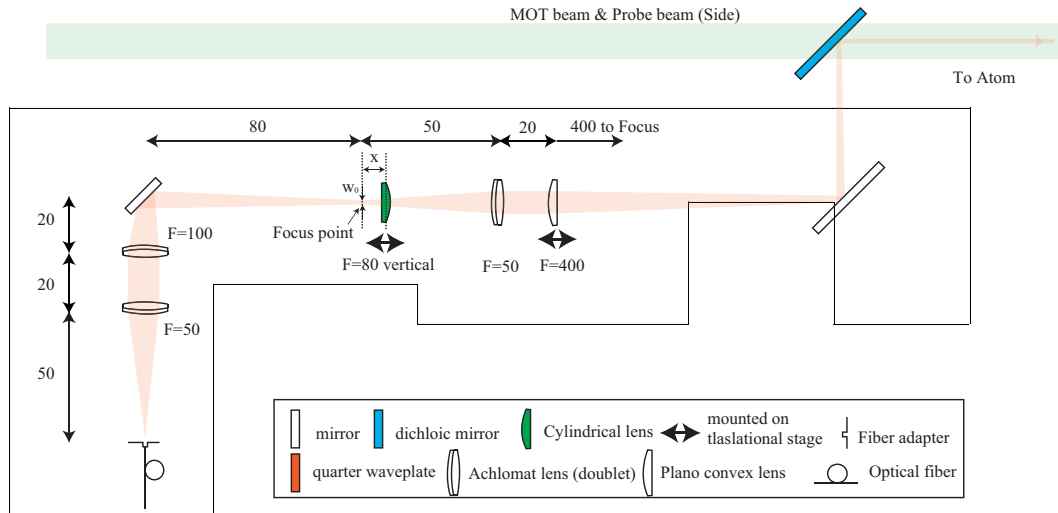


図 4.4: 光トラップ A 軸セットアップ: ビーム径を調整してから組み込めるように台の上にセットアップを組む。下にもオプティクスがあるので、避けるように配置する。

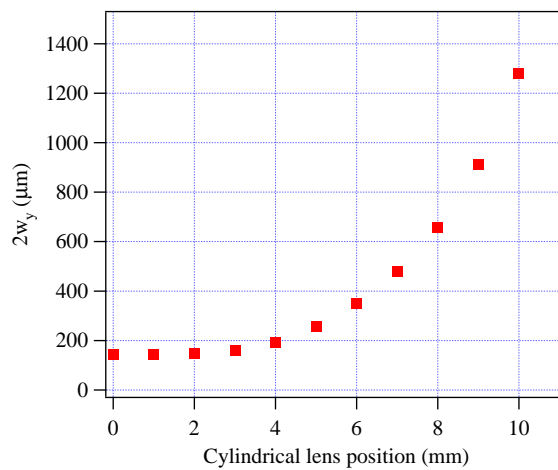


図 4.5: ODT(A) ビーム半径 (計算)

4.3 光格子の設計

光格子の設計のポイントは以下のとおりである。

1. 1 個/サイトを最大化する。
2. Feshbach 分子の寿命を十分長くする為に十分深いポテンシャル。

1 の条件の為にビーム半径 $w_0 = 300 \mu m$ を設定した。また 2 の条件を満たす為に光源を増強し、ガラスセルでの反射等も考慮して、 ^{41}K に対して確実に $30E_r$ の深さの光格子を実現できるように設計した (^{87}Rb に対しては同じ条件で $72E_r$ となり十分深くなる)。これはモット絶縁体転移点を十分越えており [14, 15]、十分トンネリングが抑制されると考えられる。モット絶縁体を考慮しなくても、この時の ^{41}K のトンネリングレートは $2\pi \times 2 \text{ Hz}$ 程度になり、十分長い寿命 ($\geq 80 \text{ ms}$) が得られると考えられる。また Imaging 光と重なっているので、Dichroic mirror にて光を重ね合わせた。光格子を作る方法は、lens 及び平面ミラーによる方法と凹面ミラーによる方法があるが、今回は lens 及び平面ミラーによる方法を採用した。以下に光格子の入射側及び打ち返し側の光学系についてそれぞれ述べる。

4.3.1 光格子入射側

入射側のセットアップの概要を図 4.6 に示す。空間的制約から原子から最後の lens までの距離がそれぞれ 451 mm(V)、587 mm(B)、451 mm(C) となるので、それに合わせたレンズ系を組む。図 4.6 の様に一度焦点を持たせてレンズの位置を調整することによって原子の位置で $w_0 = 300 \mu m$ を得ている。レンズの焦点距離等の値は表 4.1 を参照のこと。偏光をクリーニングする為に PBS を入れその後将来的に強度安定化が必要になる可能性があるので Beam sampler を用いて一部を取り出し、フォトダイオードで検出することを計画している。

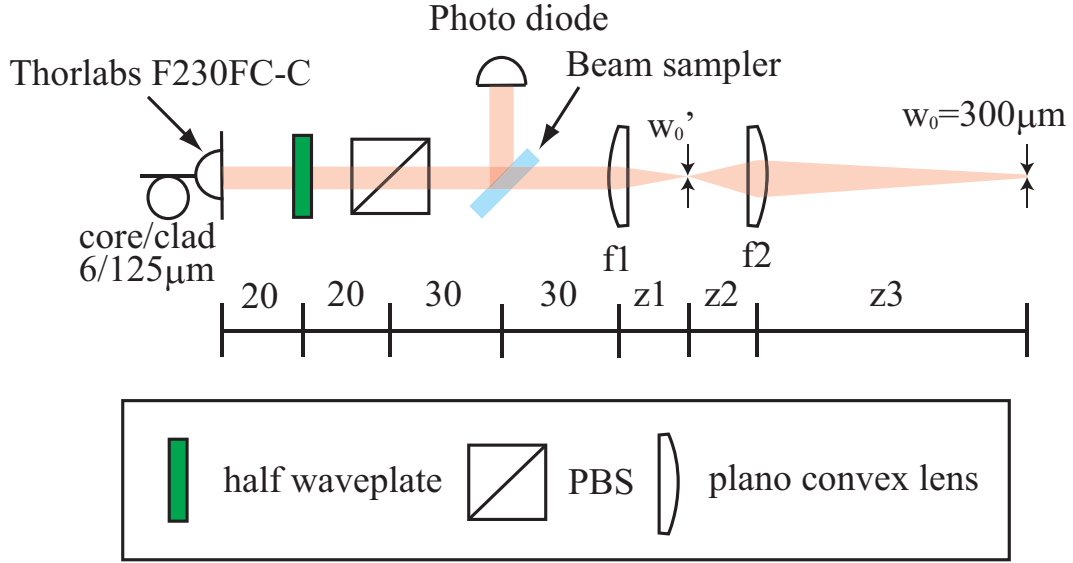


図 4.6: 光格子入射側のセットアップの概要: $f1, f2, z1, z2, w_0'$ の値に関しては表 4.1 を参照

表 4.1: 光格子入射側のセットアップ: 単位は w_0' を除いて全て mm

	f1	f2	z1	z2	z3	$w_0' (\mu m)$
(V)	50	75	50	85.1	451	49
(B)	50	75	50	85.1	451	49
(C)	40	75	40	83.7	587	39

4.3.2 光格子打ち返し側

図 4.7 に打ち返し側のセットアップを示す。原子の位置から広がってきたビームをレンズで受け、焦点を持たせる。この時焦点の位置で打ち返すことによって行きと同じビーム半径の光を打ち返すことができる。なお我々が使用する光格子は、ビームウエストが大きい ($300 \mu m$) 為レイリー長が長い ($\simeq 260 mm$)。レイリー長の範囲内でレンズに入るとビーム径は直感とは反した振る舞いをする。例えば図の設計の様にビームウエストから距離 100 mm のところで $F=500 mm$ のレンズで受けると直感的にはビームは広がっていきってしまうように感じられるが、実際にはレンズ後に緩く焦点を持つようになる。このような幾何光学が成り立たない領域では、ABCD 行列を計算してビーム半径の変化を追う必要がある。また光格子の軸はどの軸もイメージングの軸と重なっているので注意が必要である。V 軸は TOP イメージングと

重なっており、B、C軸にもアライメント用のイメージングを重ねる予定である。光を分離する為に dichloic mirror で打ち返しを行う。この時 V 軸に関しては、スペースの都合上最終的に打ち返しミラー (Dichloic mirror) を調整できなくなる可能性がある。打ち返しミラーのマウントには電動のミラーマウントを使用した (First Mechanical Design 社製)。安定性は特に問題はないと思われる。打ち返しの dichloic mirror の後ろにレンズを置き CCD Camera に結像するようにする。TOP イメージングに関しては後述する。B、C 軸に関しては倍率 1 倍で $NA=0.05$ 程度のイメージングを組む。

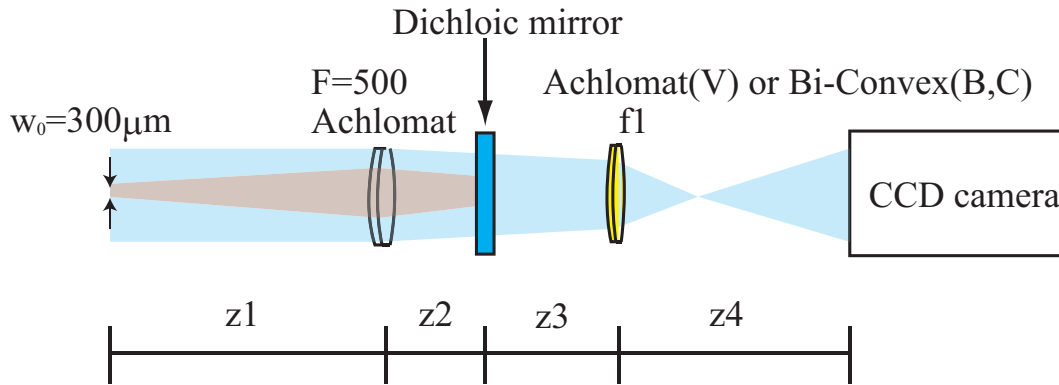


図 4.7: 光格子打ち返し側のセットアップの概要: $f1, z1, z2, z3, z4$ の値に関しては表 4.2 を参照

表 4.2: 光格子打ち返し側のセットアップ: 単位は全て mm

	f1	z1	z2	z3	z4
(V)	200	100	62	75	845
(B,C)	90	105	60	15	160

4.4 Imaging系の設計

Imaging は TOP と Side の二軸を作る予定である。Imaging の切り替えには着脱式のミラーを使用する。TOP は、二つの倍率を使い分ける予定である。Imaging 系は倍率と、解像度に注意して設計する。解像度は NA 及び波長によって決まり $NA=0.2$ 以上になるように設計する。それぞれの設計について述べる。

4.4.1 TOP Imaging

TOP Imaging のセットアップを図 4.8 に示す。着脱式のレンズを追加することで二つの倍率を使い分けることができる。レンズを追加しない時は、倍率 4 倍（拡大イメージング）であり、レンズを追加すると倍率 0.35 倍（縮小イメージング）となる。縮小イメージングは、MOT 等をイメージングする時に用い、拡大イメージングは、BEC をイメージングする時に用いる。拡大イメージングの $NA=0.25$ である。

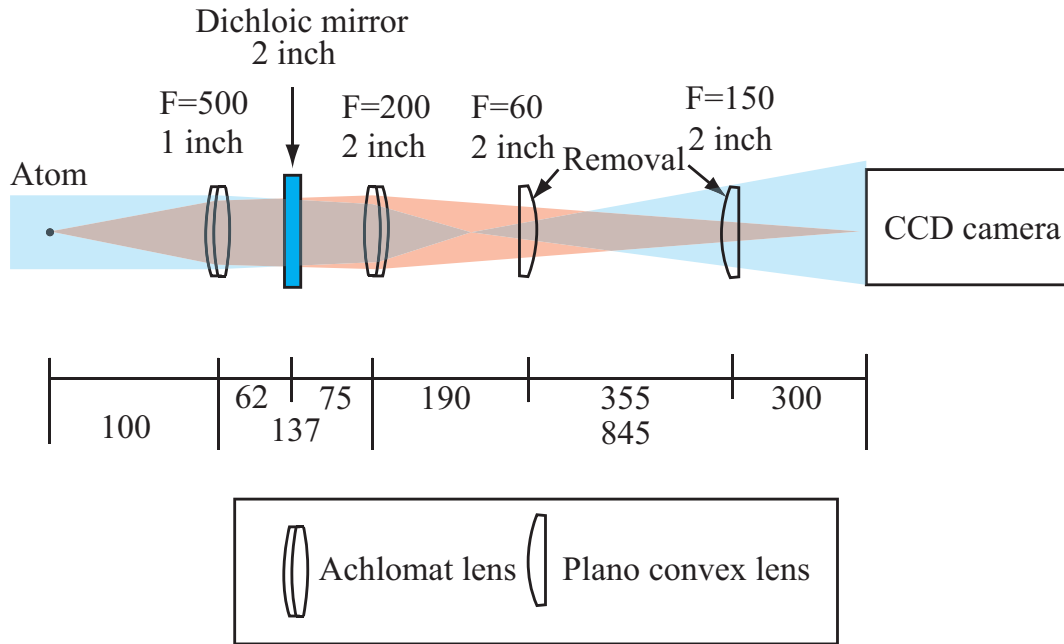


図 4.8: TOP イメージングのセットアップの概要：着脱式のレンズを用いることによって二つの倍率を使い分けることができる。ミラーが間に入っているが図では省略している。この軸はさらに光格子の垂直軸が重なっている。光線は拡大イメージングの時の Probe beam（青）と原子の影（赤）の focus の様子を表わしたものである。

4.4.2 Side Imaging

Side Imaging のセットアップを図 4.9 に示す。倍率は 4 倍で $NA=0.22$ となる。NA をできるだけ大きくする為に MOT との重ね合わせ用の PBS に 50mm 角の通常より大きな PBS（edmund 社製）を使用した。NA は PBS によって決まっている。

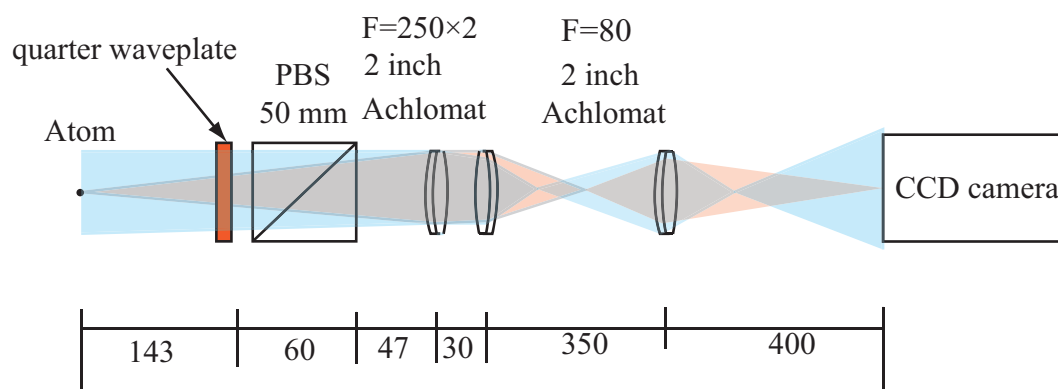


図 4.9: Side イメージングのセットアップの概要：ミラーが間に入っているが図では省略している。光線は Probe beam（青）と原子の影（赤）の focus の様子を表わしたものである。

第5章 809nm光トラップによる相対重力サグの解消

ここでは、 ^{41}K 、 ^{87}Rb 間の相対重力サグの解消方法及び実際に行った実験について述べる。なおこの実験は前章までに述べた新しい磁気トラップシステムではなく井上研にあった以前の磁気トラップシステムを用いて行った。実験の詳細なセットアップについては本研究室の学位論文 [57, 59, 16, 61] が詳しい。

5.1 概要

三次元光格子の各サイトに ^{41}K 、 ^{87}Rb を一つずつ入れて、Feshbach 分子を高効率に生成する為には、三次元光格子にロードする前に ^{41}K 原子雲と ^{87}Rb 原子雲の空間的重なりを十分にとる必要があるが、 ^{41}K と ^{87}Rb の質量が異なる為、通常良く使われる波長 $1\ \mu\text{m}$ 付近の光トラップでは、トラップ周波数に差が生じ、2.1.5 節で述べた重力サグの効果により式 2.24 のようにトラップ位置がずれてしまう。このずれ（相対重力サグ）は BEC の Thomas-Fermi 半径と同程度である為、 ^{41}K と ^{87}Rb は空間的にほぼ完全に分離してしまうことになる。そこでこの相対重力サグを無くす光トラップとして、以下の二つが考えられる。

1. 重力方向に強く偏平した光トラップ（パンケーキ型トラップ）
2. 重力サグが等しくなるような波長の光トラップ

まず 1 の方法であるが、これは重力方向のビームウエストを小さくし、トラップ周波数を共に大きくすることで相対重力サグを小さくする方法である。しかし、この方法では密度が高くなりすぎてしまい、非弾性衝突によって原子数が大きく減少してしまうという問題がある [61]。

一方 2 の方法であるが、これは既に ^{40}K と ^{87}Rb の混合原子気体の実験で実践されている [62]。式 2.21 より、

$$\frac{\omega_{^{41}\text{K}}}{\omega_{^{87}\text{Rb}}} = \sqrt{\frac{U_{^{41}\text{K}}}{U_{^{87}\text{Rb}}}} \sqrt{\frac{m_{^{87}\text{Rb}}}{m_{^{41}\text{K}}}} \quad (5.1)$$

であるから、 $\omega_{^{41}\text{K}}/\omega_{^{87}\text{Rb}} = 1$ となる為には、

$$\frac{U_{^{41}\text{K}}}{U_{^{87}\text{Rb}}} = \frac{m_{^{41}\text{K}}}{m_{^{87}\text{Rb}}} = \frac{87}{41} \cong 2.1 \quad (5.2)$$

となるような波長があれば良い。 ^{41}K の D_1 、 D_2 線はそれぞれ 770 nm 、 767 nm であり、 ^{87}Rb の D_1 、 D_2 線はそれぞれ 795 nm 、 780 nm である。ポテンシャル深さは離調に反比例し、質量の大きい ^{87}Rb の共鳴線の方が長波長側にあるので、式 5.2 を満たす波長は赤方離調側に存在する (図 5.1)。

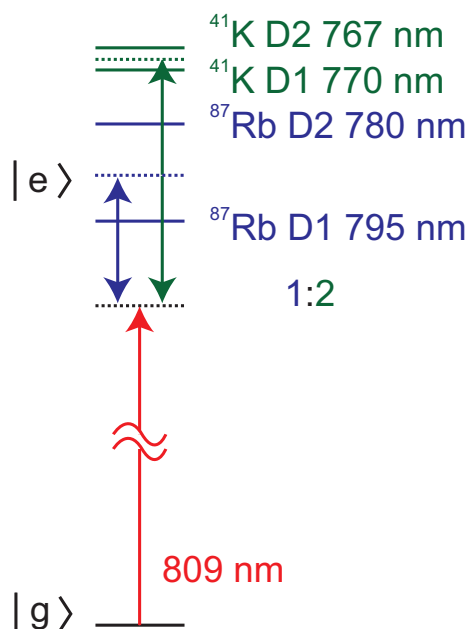


図 5.1: 809nm と共鳴線の関係

式 2.14 より、波長を求めると $\lambda = 808.8\text{ nm}$ となる。ここで、 808.8 nm は共鳴線、特に ^{87}Rb の D_1 線 795 nm に近い為に、光散乱が起きやすいことに注意しなければならない。半導体レーザーの自然発光等により、共鳴をたたいてしまうと光散乱によって原子が加熱されてしまう。よって光源には十分注意する必要がある。節 5.2 で光源の処理について説明する。

5.2 光源

809 nm 光トラップ用の光源は半導体レーザーである。最終的に必要な光のパワーは 100 mW 程度であるので [16] 必要なパワーが得られる様に二段階の増幅を行い、パワーを確保している。種光には 809 nm に調整された外部共振器レーザー (ECDL: Extra Cavity Laser Diode) を用い、それを Slave Laser に injection lock することで増幅し、更に Tapered Amplifier (TA) で増幅することにより最終的な出力 100 mW 以上を確保している。増幅の際に発生する自然発光はグレーティングを用いることによって空間的に分離している。図 5.2 に光源の概要を示す。なお ECDL

や TA のデザインについては当研究室の学位論文 [63] が詳しいのでそちらを参照のこと。

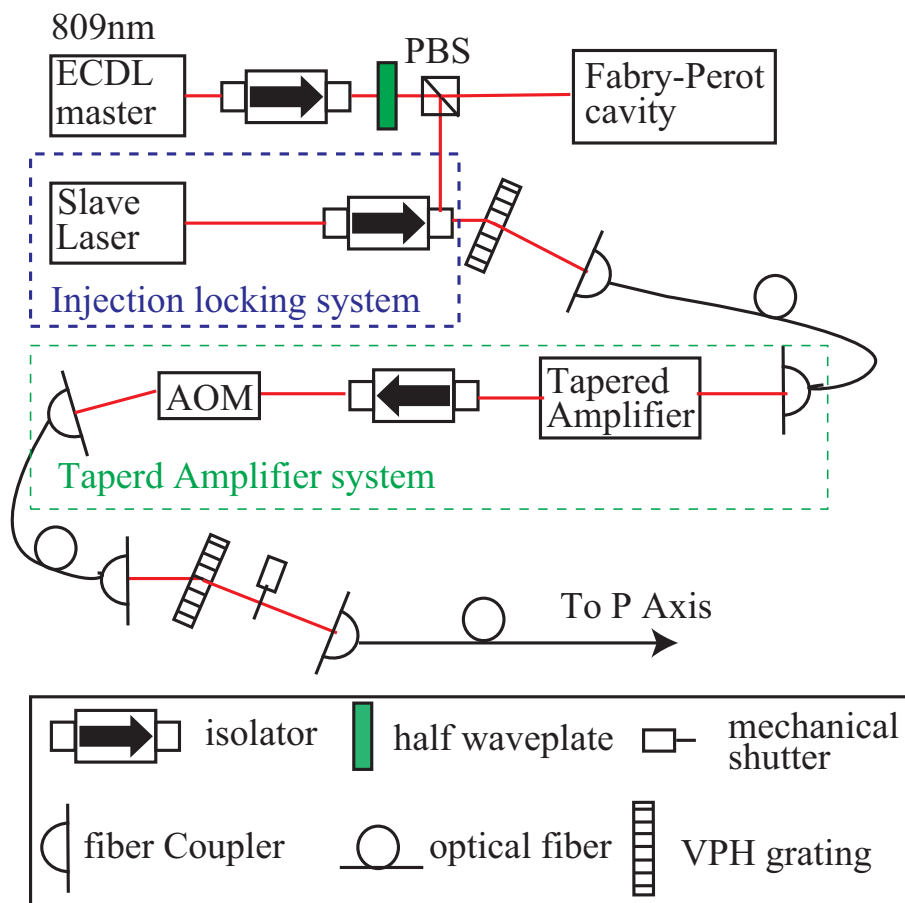


図 5.2: 809nm 光トラップの概要：全てのオプティクスは記載されていない。Master laser がシングルモード発振しているかどうかは、Fabry-Perot cavity にて確認している。パワー調整は AOM で行い、光を完全に切る為に mechanical shutter を使用している。

5.2.1 injection locking system

injection lock とは周波数の安定化されたレーザー（master laser）からの光（seed 光）を他の半導体レーザー（slave laser）に導入することによって誘導放出を引き起こし、周波数を保ったまま増幅する方法である。slave laser には master laser と同じ種類の LD が使用される。ゲインは slave laser に流す電流によって調整される。ここで、seed 光と増幅光の光路を一致させると同時に seed 光と増幅光の進行方向を反対にしなければならない。これは、通常下図 5.3 のように Faraday isolator を用いて偏光によって分離することで実現される。slave laser を使用する上で注意

すべきことは、ゲインは slave laser の電流を大きくすることで上げることができるが、slave laser の電流によって発振しやすい周波数が異なっており、特定の電流（図 5.4）以外では、master laser の光が上手く増幅されずに出力が不安定になり自然発光（ASE: Amplified Spontaneous Emission）が増大するといった問題がある。よって常に電流の調整には注意する必要がある。また、後述するように電流値を調整したとしても ASE がわずかに発生し、後段の TA によって増幅されてしまう可能性があるので注意する。図 5.4 に電流と出力パワー関係を示す。出力パワーにいくつかピークがあるのが分かる。これらのピークの位置に電流値をあわせることが重要である。

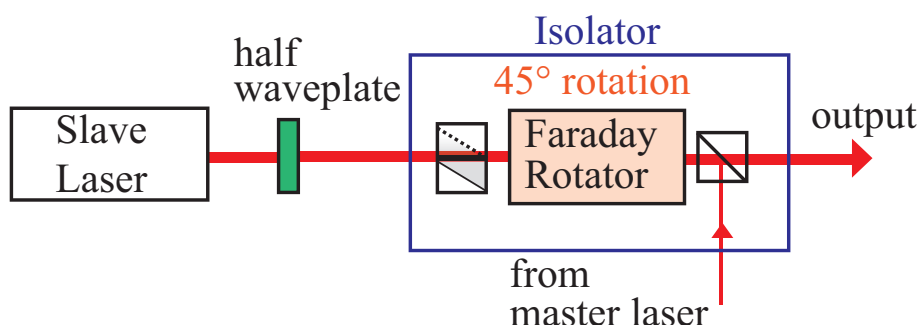


図 5.3: injection locking system の概要：Faraday rotator と PBS を用いて偏光により一方通行を実現している。

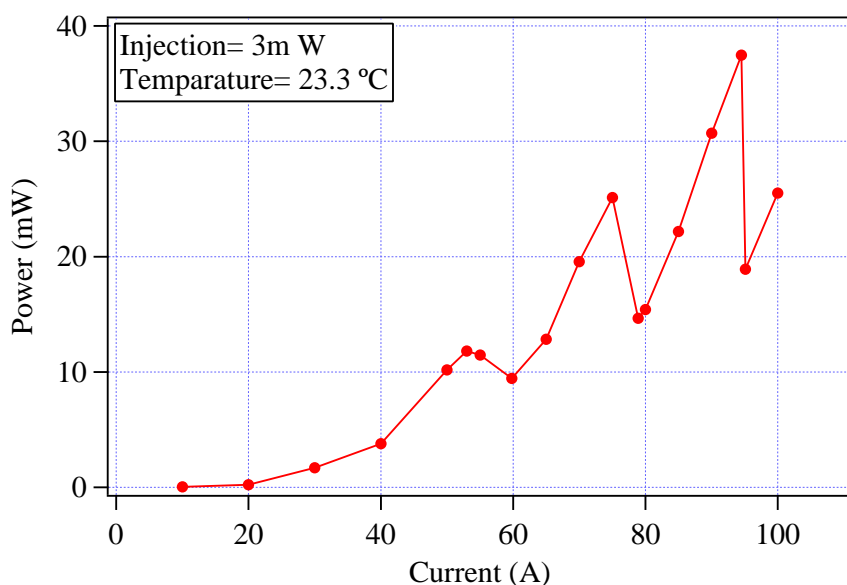


図 5.4: Slave Laser の電流値と出力パワーの関係

5.2.2 Tapered Amplifier

TA (Tapered Amplifier) は半導体レーザーの一種であり、レーザーの増幅に主に使われる。通常の LD との違いは素子の形にテーパーがついているということである。半導体レーザーの出力の限界の多くは素子内のエネルギー密度が高くなり過ぎて素子が焼けてしまうことによって決まっていることが多い。TA は入射面から出射面に向かって段々面積を広げていくことによって (すなわちテーパーをつけることによって) その問題を克服している。TA によって 500mW 以上の出力を得ることができる。

TA を使う際に注意すべきことは、通常の LD よりも出射光の空間モードが汚いということである。従って実際に使用できる、きれいなガウシアンモードの成分のパワーは実際の出力よりも大幅に減少するという問題がある。また、自然発光も多く発生する為、余分な波長成分を除去する必要がある。図 5.5 に TA の電流値とパワーの関係について示す。

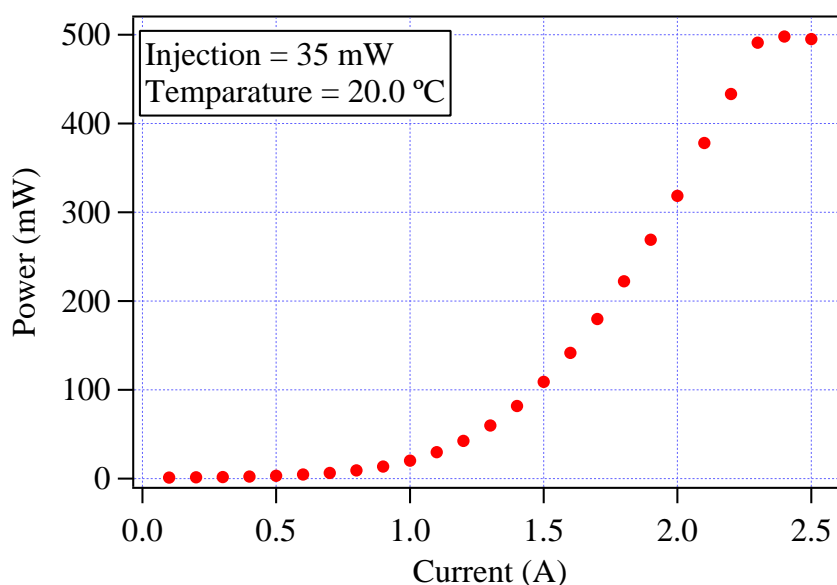


図 5.5: TA の電流値と出力パワーの関係

5.2.3 ASE による光散乱

809 nm 光トラップの光の最終出力は、TA から得られるが、これには Slave Laser の出力を増幅した 809 nm の成分の他に、自然発光成分 (ASE) が含まれる。光スペクトラムアナライザによって、ASE の波長分布を観測すると図 5.6 赤線に示すように自然発光成分が ^{87}Rb の D_1 線 795 nm まで広がっていることが分かる。ここで、自然発光成分による光散乱レートを大ざっぱに見積もってみる。共鳴での光散乱レー

トは、式 2.56 から求めることができる。ASE 成分のパワーは 20 mW 程度である。これが図 5.6 赤線から幅 6.7×10^{12} Hz 程度の間分布している。よって波長 795 nm の付近における ^{87}Rb の自然幅 6 MHz 程度に含まれるパワーは図よりピークの 40dB 下がっている程度なので、

$$P_{795\text{nm}} \simeq 20 \text{ mW} \times \frac{6 \times 10^6 \text{ Hz}}{6.7 \times 10^{12} \text{ Hz}} \times 10^{-4} \simeq 1.8 \times 10^{-9} \text{ mW} \quad (5.3)$$

となる。ここで飽和強度 $I_s = 1.6 \text{ mW/cm}^2$ であり、ビームウェスト $w_z = 400 \mu\text{m}$ 、 $w_y = 40 \mu\text{m}$ 程度に絞ると考えると光散乱レートは、

$$\begin{aligned} \Gamma_s &\simeq \frac{I_{795\text{nm}}}{I_s} \Gamma \\ &\simeq \frac{1}{1.6 \text{ mW/cm}^2} \times \frac{1.8 \times 10^{-9} \text{ mW}}{\pi \times 400 \times 10^{-4} \text{ cm} \times 40 \times 10^{-4} \text{ cm}} \times 2\pi \times 6 \times 10^6 \text{ Hz} \\ &\simeq 80 [1/\text{s}] \end{aligned} \quad (5.4)$$

となる。809 nm の光トラップに数 100 ms 程度トラップすると考えると光散乱レートは、1 [1/s] 以下になることが望ましい。よって ASE の成分を 20 dB 程度下げる必要がある。

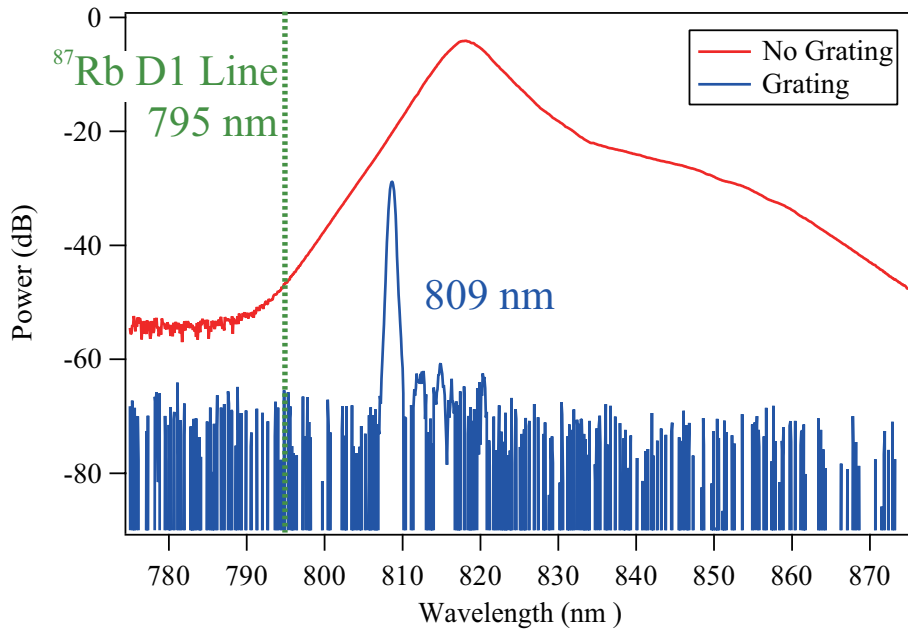


図 5.6: TA の ASE の波長分布：ASE が ^{87}Rb の D1 線にかかっていることが分かる（赤線）。グレーティングによる除去後（青線）は検出限界以下まで下がっている。

5.2.4 グレーティングによる ASE の除去

ASE の除去は、グレーティングを用いて ASE を空間的に分離し、809 nm 成分だけを光ファイバーにカップルすることで行っている（図 5.7）。ここで用いたグレーティングは、VPH グレーティング（edmund 社製）と呼ばれる透過型グレーティングで、非常に高い回折効率（90 % 程度）を持つ。まず余分な成分を TA で増幅しないように、Slave laser の後にグレーティングを入れ、一端波長をクリーニングした後、TA で増幅しそれでもまだ TA 自体の ASE が残っているので TA の後にグレーティングを入れ、更に波長をクリーニングするといった手法をとっている。図 5.6 の赤線が TA 後にグレーティングを入れない場合であり、青線がグレーティングを入れた場合である。グレーティングにより測定限界（ ~ -70 dB）以下まで ASE が除去できていることが分かる。実際にトラップとして使用するには更に 10dB 程度下がっていることが望ましいが、これ以上は実際に原子をトラップして確かめる必要がある。節 5.3 にて 809nm 光トラップによる原子のトラップについて説明する。

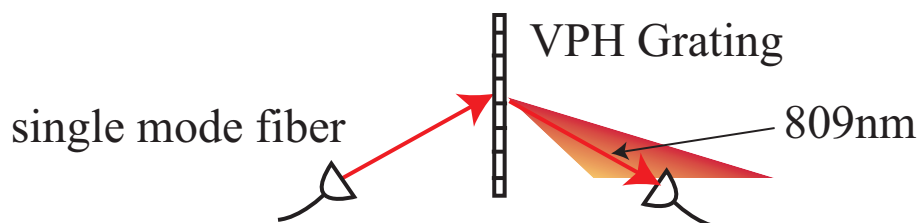


図 5.7: グレーティングによる ASE 除去の模式図：回折格子によって波長成分を空間的に分離し Single mode fiber にメインの成分だけをカップルさせることで ASE を除去している。

5.3 809nm 光トラップによる混合原子気体のトラップ

ここでは、実際に 809 nm の光トラップによって原子をトラップし、相対重力サグの解消の確認の実験の詳細について述べる。混合 BEC を 809 nm 光トラップに用意するまでは、当研究室の学位論文 [59, 16] が詳しい。

5.3.1 実験手順

まず波長 $1\ \mu\text{m}$ のクロスビーム光トラップ中に ^{41}K の $|F = 1| m_F = 1\rangle$ 状態、 ^{87}Rb の $|F = 1| m_F = 1\rangle$ 状態の混合 BEC を用意する。ここから、809 nm 光トラップに移行させる。移行の際に注意すべきことは、

1. 原子ロスや加熱がない様に、断熱的にロードすること

2. 混合 BEC の相分離が起こらないように、Feshbach 共鳴を用いて Rb-K 間の散乱長を 0 付近にすること

の 2 点である。以上を実現する為に光トラップのアライメントや移行のシーケンスを調整した [16]。809 nm 光トラップ中での Rb BEC の寿命は 1s 以上であり三次元光格子への移行に十分な時間 (100 ms 程度) を確保している。このことから十分光散乱を抑制できていることが分かる。

5.3.2 トラップ周波数の測定

^{41}K 、 ^{87}Rb 間の相対重力サグが解消されているかどうかは、式 2.26 より、トラップ周波数が一致しているかどうかを観測すれば良い。トラップ周波数の測定には原子の sloshing mode を観測することによって行った。即ち原子をトラップ中心から少しずらしたところにロードすることによってトラップ中での振動を励起し、原子の重心位置の移り変わりを各時間で観測することによってトラップ周波数を測定する。

測定結果を図 5.8、5.9 に示す。フィッティングによって得られたトラップ周波数はそれぞれ、 $\omega_{^{41}\text{K}} = 2\pi \times (406 \pm 7) \text{ Hz}$ 、 $\omega_{^{87}\text{Rb}} = 2\pi \times (415 \pm 9) \text{ Hz}$ であり、フィッティング誤差を相対重力サグに直すと $0.2 \mu\text{m}$ となり、十分小さい値である。よって相対重力サグの解消に成功しているといえる。

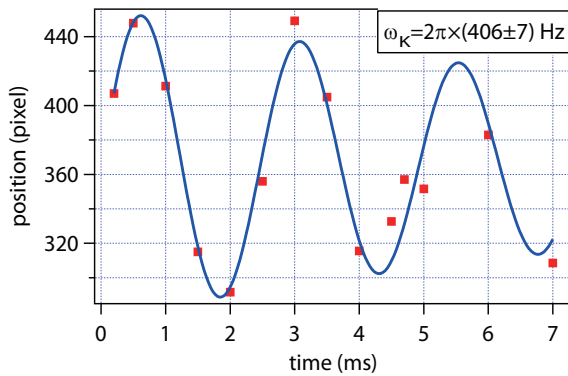


図 5.8: トラップ周波数の測定 (K)

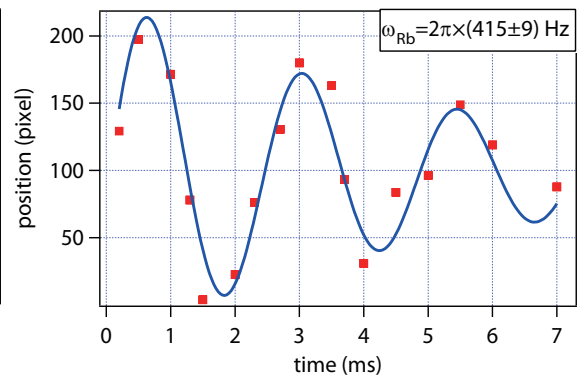


図 5.9: トラップ周波数の測定 (Rb)

第6章 RF 会合

この章では、極低温極性分子の生成の為に重要な中間状態である、フェッシュバッハ分子の生成の為に実験の一つである。RF 会合の実験について詳細に述べる。なおこの実験は第4章までに述べた新しい磁気トラップシステムではなく井上研にあった以前の磁気トラップシステムを用いて行った。実験の詳細なセットアップについては本研究室の学位論文 [57, 59, 16, 61] が詳しい。

6.1 Feshbach 分子の生成手法

フェッシュバッハ分子の生成する手法として磁場スweepによるものと、RF 会合 [34] によるものがある。磁場スweepによる方法はその名の通り、磁場をスweepすることによって原子状態から分子状態へと断熱的に遷移させる方法である（図 6.1）。一方 RF 会合とは片方の原子をスピン状態が異なる状態（我々の実験では ^{41}K の $|F=1, m_F=0\rangle$ 状態）にしておき、そこに RF を照射することによってスピンを反転させると同時に直接分子状態へと遷移させる方法である（図 6.2）。

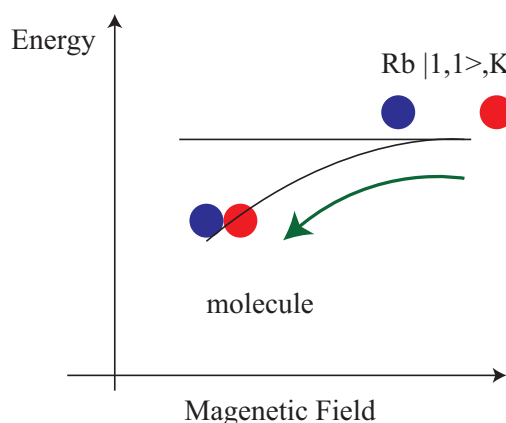


図 6.1: 磁場スweepによる分子の生成

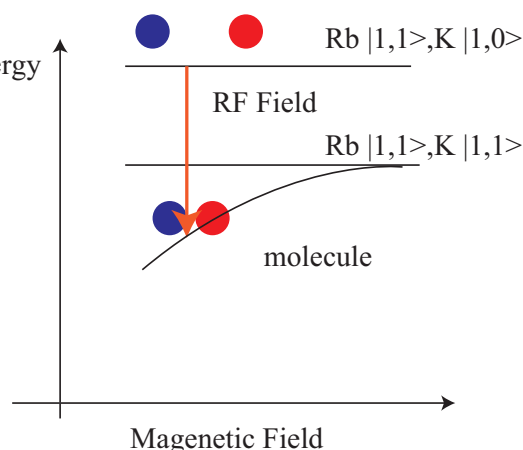


図 6.2: RF 会合による分子の生成

どちらの方法も断熱遷移を利用している為、条件（位相空間密度、空間的重なり、断熱条件等）を満たせば、高効率に分子を生成できると考えられる。実際の実験では強力な RF を発生させる際のノイズの問題で磁場スweepによる方法の方が最終的な分子生成の効率は高くなる可能性がある [64]。二つの方法で一番異なることは分子を観測するまでの時間である（生成時間ではない）。我々は三次元光格子を用い

て分子の寿命を長くすることを計画しているが、現在のところその試みは成功していない[16]。原因としては光格子の光源の ASE による光散乱や振動、強度ノイズによる加熱等が考えられる。従ってそれらの原因を探るためにも、分子を高速で観測する手法を確立することが重要である。二つの方法による分子の観測方法を以下に述べる。

まず磁場スイープによる方法では、一度 Feshbach 共鳴を横切って分子を生成し、そこで残っている原子のみを吹き飛ばす、そして再度 Feshbach 共鳴を横切って分子を原子に戻してその原子数を観測するという方法を用いる（図 6.3）。原子のみを吹き飛ばすには、原子状態と分子状態のエネルギーが数 10k ~ 数 100kHz 程度しか離れていないため、RF かマイクロ波で原子のみを遷移させてから、その後光によって吹き飛ばす必要がある（図 6.4）。この RF もしくはマイクロ波の遷移の為の磁場の安定化に現在数 10ms 必要とする。

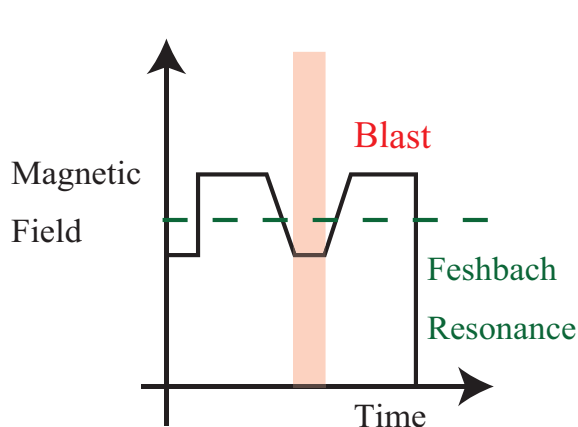


図 6.3: 磁場スイープによる分子の観測方法

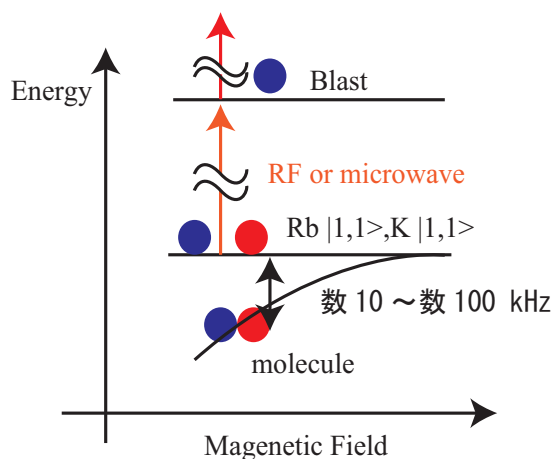


図 6.4: 吹き飛ばしの際のエネルギー準位の模式図

一方 RF 会合による方法（図 6.5）では、RF 強度にもよるが、数 100 μ s 程度での分子の生成が期待でき、また原子準位と分子準位が数 10 MHz 程度離れているため、光学遷移によって分子のみを直接イメージングすることが可能となる。よって RF 会合による分子の観測は非常に有望であると考えられる。

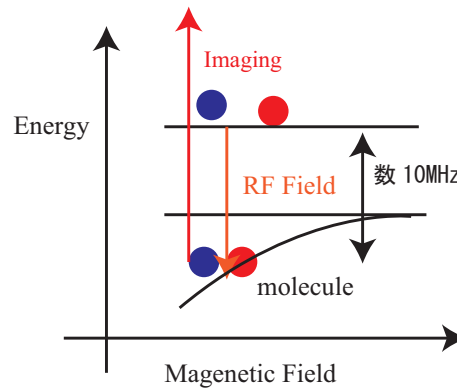


図 6.5: RF 会合による分子の観測方法

また RF 会合を用いると RF の周波数から束縛エネルギーを精度よく測定することができる。Feshbach 分子を生成する際に深いところで生成すると、より分子状態に近づくので、Vibrational quenching が起きやすくなり、寿命が短くなる。また浅すぎると、RF で原子状態と分子状態を区別できなくなってしまう。よって束縛エネルギーの値を正確に知ることによって分子の生成を適切な磁場で行うことが可能となる。

6.2 実験方法

真空系等の実験のより詳細な情報は当研究室の学位論文を参照のこと [16, 59]。

まず MOT と蒸発冷却により磁気トラップ中に温度 $1\ \mu\text{K}$ 程度の ^{41}K の $|F=2|_{m_F=2}\rangle$ 状態、 ^{87}Rb の $|F=2|_{m_F=2}\rangle$ 状態の原子気体を用意する。そこからクロスビーム光トラップへと断熱的に移行し、さらに蒸発冷却を行う事で、会合時の温度を調整する。その後 ARP (Adiabatic Rapid Passage) によりスピン状態を操作し、 ^{41}K の $|F=1|_{m_F=0}\rangle$ 状態、 ^{87}Rb の $|F=1|_{m_F=1}\rangle$ 状態を用意する。用いる Feshbach 共鳴は、 ^{41}K の $|F=1|_{m_F=1}\rangle$ 状態と ^{87}Rb の $|F=1|_{m_F=1}\rangle$ 状態の Feshbach 共鳴なので、 ^{41}K のスピンを操作することで RF 会合を行うことができる。会合時の条件は光トラップのパワーを $1.2\ \text{W}$ まで下げた時、平均トラップ周波数は $2\pi \times 95\ \text{Hz}$ (^{87}Rb) \wedge $2\pi \times 133\ \text{Hz}$ (^{41}K) となり、温度はともに $300\ \text{nK}$ 。原子数は ^{87}Rb 、 ^{41}K とともに 4×10^4 個程度で、この時の密度は $3.6 \times 10^{12}\ [1/\text{cm}^3]$ (^{87}Rb) \wedge $3.1 \times 10^{12}\ [1/\text{cm}^3]$ (^{41}K) となり位相空間密度は 0.14 (^{87}Rb) \wedge 0.38 (^{41}K) となる。また原子の共鳴でのラビ周波数は、高磁場で ^{41}K の $|F=1|_{m_F=0}\rangle$ 状態のみをイメージングし、RF 照射時間を変えながら、原子数を観測することで得ることができる (図 6.6)。測定されたラビ周波数は、 $2\pi \times 14\ \text{kHz}$ である。

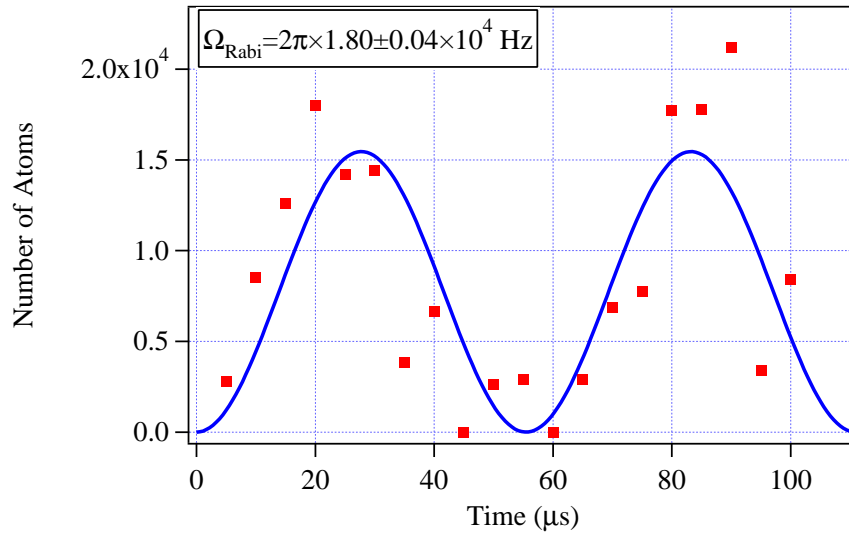


図 6.6: 原子の共鳴のラビ周波数の測定

6.3 原子のロスによる束縛エネルギーの測定

我々の目標は分子の直接イメージングを利用した分子の高速な観測であるが、まずそれよりも遅い測定によって Feshbach 分子の束縛エネルギーの測定を行った。具体的には、まず RF 会合により分子を生成する。ここで十分時間をかけると分子は他の束縛状態へと decay する。従って分子の共鳴では、原子数が減少することになる。よってこれにより分子の共鳴の周波数が分かるので、原子の共鳴と比較することによって、その差分が束縛エネルギーとして測定できる (図 6.7)。実際には、RF を 50 ~ 200 ms 照射し、その後原子数を RF 周波数に対してプロットすることにより、図 6.8 のようなスペクトルを得ることができる。この時の磁場の較正は、 ^{41}K の $|F = 1| m_F = 0\rangle$ 状態から $|F = 1| m_F = 1\rangle$ 状態への遷移の周波数から Breit-Rabi の公式 [65] を用いることによって行っている。この時得られる磁場は、 ^{87}Rb の $|F = 1| m_F = 1\rangle$ 状態と $|F = 2| m_F = 2\rangle$ 状態の遷移から得られる磁場と一致していることを確認している。磁場の精度は 40mG 程度であり、これによって精度が決まっている。以上によって各磁場における Feshbach 分子の束縛エネルギーを測定することができる。

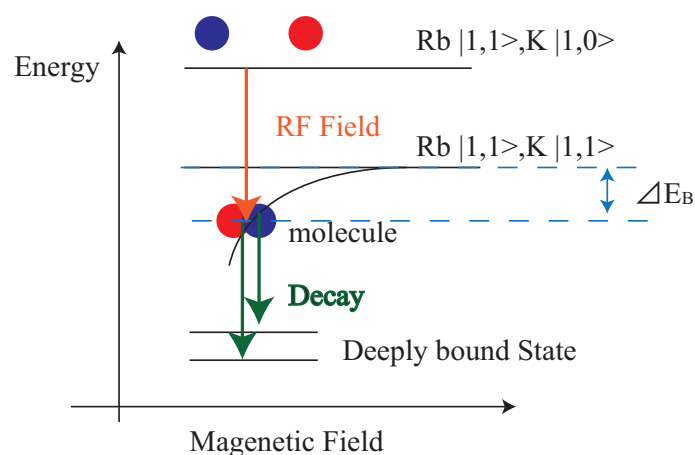


図 6.7: 分子の束縛エネルギーの測定方法

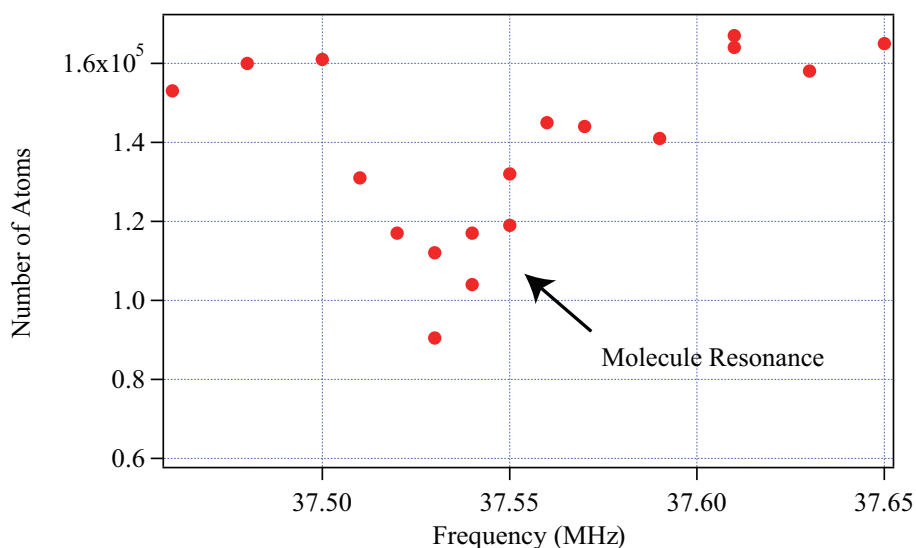


図 6.8: 分子の共鳴における原子数の減少

6.3.1 ボルツマン分布によるフィッティング

今回の実験では熱的原子集団を用いている為、原子のペアはボルツマン分布に従う相対運動エネルギーを持つ (図 6.9)。従ってスペクトルが温度に依存し、共鳴周波数が高エネルギー側にシフトし、左右非対称にブロードニングする。共鳴周波数は、ボルツマン分布を考慮したフィッティングを行うことによって求めることができる。ロスが単純に $E^2 \exp(-E/k_B T)$ に比例すると考えるとフィッティング関数は、

となる。フィッティングの様子は図 6.10 のようになる。これによって束縛エネルギーを得る。

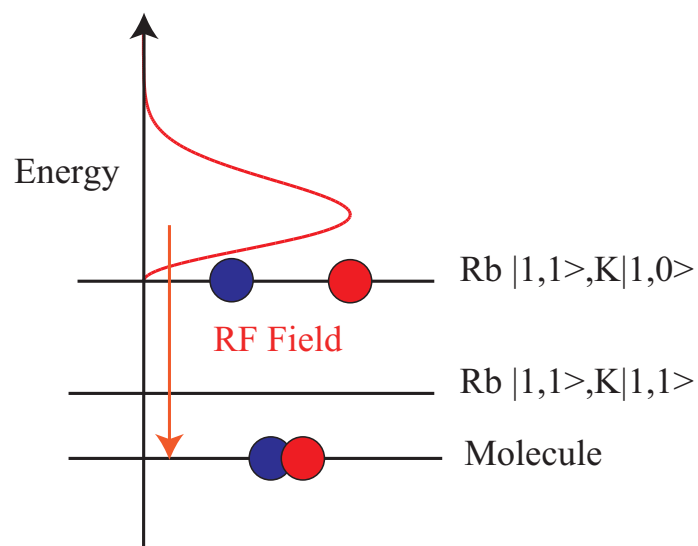


図 6.9: 原子ペアのエネルギー分布の模式図

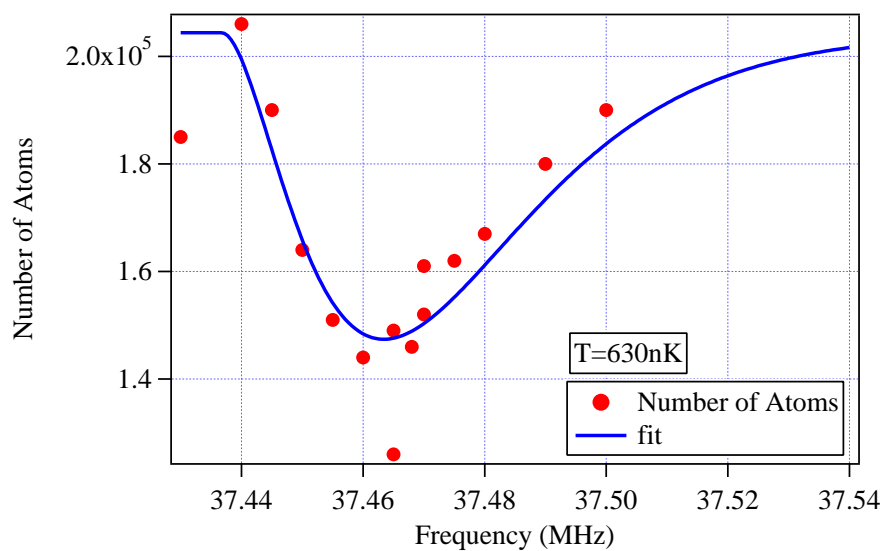


図 6.10: ボルツマン分布によるフィッティング

各温度でのスペクトルの変化の様子は図 6.11 のようになる。

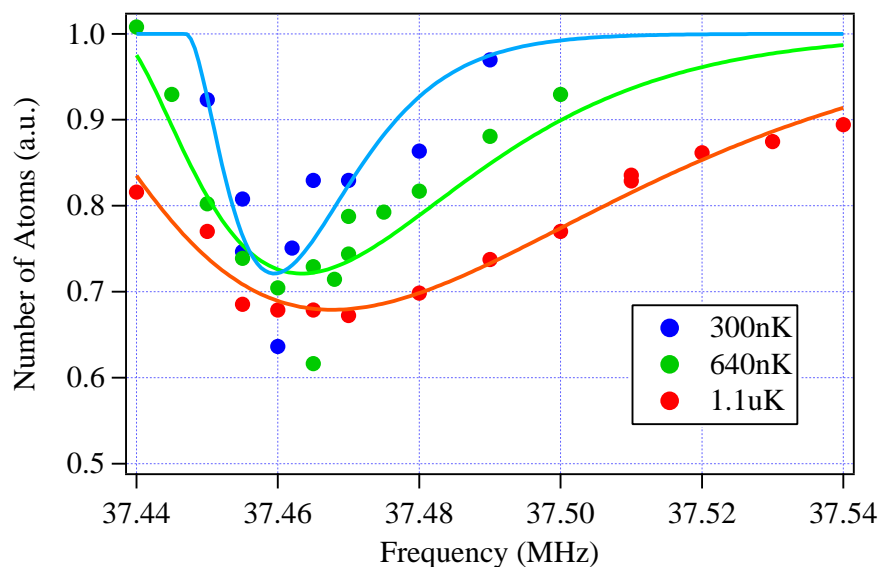


図 6.11: 温度による RF スペクトルの変化

6.3.2 Feshbach 共鳴点の決定

各磁場での束縛エネルギーをプロットすると、図 6.12 のようになる。Feshbach 共鳴点近傍では、束縛エネルギーは二次関数で表すことができるので、フィッティングにより Feshbach 共鳴点を決定すると、 78.68 ± 0.03 G となる。先行研究では、Feshbach 磁場自体に変調をかけることによって束縛エネルギーを測定している [38] が、測定結果は良く一致しており、精度良く束縛エネルギーを測定することができたといえる。

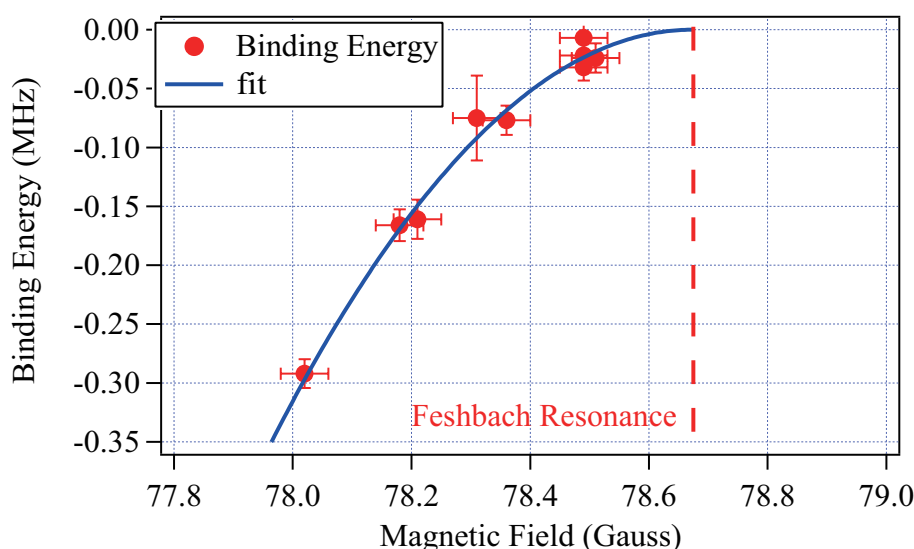


図 6.12: Feshbach 分子の束縛エネルギー

6.4 Feshbach 分子の観測に向けて

今回 RF 会合による分子の生成を行い、原子のロスによって間接的に分子の存在を確認することができたが、未だ分子の直接観測には至っていない。分子の直接観測に向けて大きく分けて以下の二つの課題があると考えられる。

1. 分子のより高速な生成
2. 光格子による分子の長寿命化が失敗している原因の解明

1 に関しては、現在分子の生成効率が低いことが原因であると考えられる。具体的には、RF の増強とより低温での実験が必要であると考えられる。先行研究 [35] では、分子の生成にかかる時間は数 $100 \mu\text{s}$ 程度であるが、現在我々は原子のロスを確認するのに 50ms から 200ms 程度の RF の照射が必要となっている。原子の遷移にかかる時間を比較すると倍程度の時間がかかっており、RF の強度が足りないと考えられる。また、温度も高いので生成効率が下がっていると思われる。

また 2 に関しては、考えられる原因に光格子の光源に使用している Fiber Laser の自然発光による光散乱がある。実際に光スペクトラムアナライザで観測したところ、ブロードな ASE が確認された。分子のラインは $1 \mu\text{m}$ 付近に数多く存在するので、光散乱が多くなっている可能性がある。この ASE は、グレーティングによって除去することが可能である。また光格子の振動や強度ノイズによるヒーティングも考えられる。BEC がヒーティングにより熱的原子集団になり 1 サイトに 1 個ずつの原子が実現できていない可能性がある。

第7章 まとめと今後の展望

本研究は ^{87}Rb と ^{41}K からなるボゾン-ボゾンの Feshbach 分子を安定に生成・制御することを目的に行われた。以下に本研究の成果を列挙する。

- 極低温混合原子気体生成の為に磁気トラップを設計・製作した。
 - － 磁場測定により期待通りの磁場が生成できていることを確認した。
 - － 実際に原子を捕獲し、正しく動作していることを確認した。
- Feshbach 分子生成の為に光学システムを設計した。
- 相対重力サグ解消の為に 809nm 光トラップを実装した。
 - － 光スペクトラムアナライザによる観測から半導体レーザーの ASE が ^{87}Rb の D1 線 795 nm まで広がっていることを確認し、光散乱レートを見積もった。
 - － グレーティングにより ASE を実験に支障のないレベル（トラップ寿命が数 100ms 以上）まで除去することに成功した。
 - － トラップ周波数の測定により、実際に ^{87}Rb , ^{41}K 間の相対重力サグが解消されていることを確認した。
- RF 会合による Feshbach 分子の生成
 - － 原子のロスにより Feshbach 分子の束縛エネルギーの測定に成功した。
 - － 原子ペアの相対運動エネルギーによるスペクトルのブロードニング及びシフトを確認した。

以上の成果及び現在の実験状況を踏まえて今後の展望を以下に述べる。

- 新磁気トラップによる極低温混合原子気体の実現
 - － MOT や磁気トラップ移行時のパラメータを最適化する。
 - － 蒸発冷却および協同冷却を実際に行い、 ^{87}Rb と ^{41}K の Dual BEC を実現する。
- Feshbach 分子生成の為に光学システムの構築

- 光トラップ、光格子を実装する。
- 分子の直接イメージング
 - 生成効率を上げる為に RF の増強やより低温での実験を実現する。
 - 直接イメージングにより Feshbach 分子の寿命を測定する。
- 光格子中での分子の生成及び長寿命化
 - 光格子中での分子の長寿命化が失敗している原因を探る。今のところ光源の ASE による光散乱や光格子の振動や強度ノイズによるヒーティングが原因として考えられる。
- STIRAP による Feshbach 分子の振動回転基底状態への移行

以上の課題を一つ一つ解決していくことが大事である。Feshbach 分子を安定に生成することが極低温極性分子の生成において重要となる。また本実験では極性分子の電気双極子を誘起する為の高電場を用いた実験を考慮して系の設計を行ったが、極低温極性分子を用いた実験を検討することも、これからの課題となる。

付 録 A 磁気トラップの水漏れ

ここでは、今まで当研究室で使用されていた。磁気トラップコイルに関するトラブルについて報告する。

磁気トラップコイルは中空銅管で製作され、水冷されていたが、2010 年春頃水漏れが確認された。コイルホルダーの内側から水漏れが発生した為、当初は正確な水漏れ位置が把握できず、また水漏れ量が次第に増えていった為、最終的には系を崩して原因を特定・対処する必要があると考えられた。この水漏れは本研究で新しい磁気トラップシステムを開発することに至った理由の一つである。



図 A.1: 磁気トラップコイルの水漏れ

図 A.1 に実際の水漏れの様子を示す。水漏れ当初は、水漏れ量は少量であったが、磁気トラップ解体時には図 A.1 のように多量の水漏れが起こるようになった。実際の水漏れ量を磁気トラップコイルの下に水受けを作って測定した。最終的にはポンプによって水をくみ上げ、一定時間ごとに水の質量を量ることによって単位時間当たりの水漏れ量を測定した。図 A.2、A.3 に測定結果を示す。

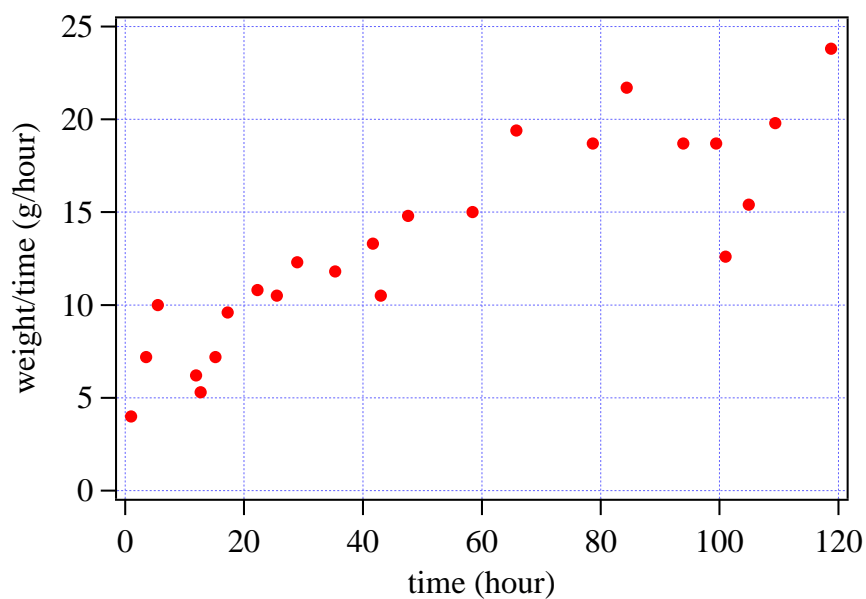


図 A.2: 単位時間当たりの水漏れ量 (水圧低下実験前)

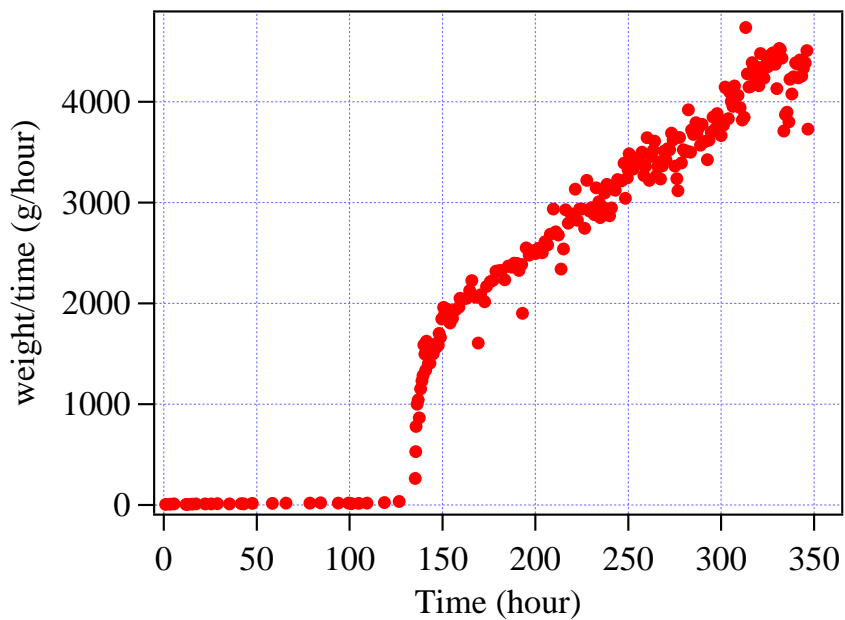


図 A.3: 単位時間当たりの水漏れ量

当初、水漏れの原因として、水の流量過多、温度上昇、電気分解等による銅管の劣化が考えられた。実際に流量を測定してみると、銅管の推奨流量を超える流量が

あり、また温度上昇も観測された。また水冷用の水としては水道水を用いていた為、蒸留水を用いるよりも電気分解が起こりやすい状態であったといえる。そこで、水压を低下させ流量を低下させたところ、流量の急激な増大が観測された（図 A.3）。温度上昇によって穴が広がった可能性が考えられるが、正確には分かっていない。その後流量を元に戻して実験を行ったところ、実験時間に比例して単位時間当たりの流量が増加する傾向が見られた。水漏れ量は最終的には1時間当たり数リットルに達したが、それによる磁場の変化等の影響は特には見られなかった。

水漏れの原因は、磁気トラップを解体した時に判明した。コイルはコンクリートエポキシ接着剤及び紙の皮膜によって覆われていたが、それらを剥がしたところ図 A.4 のように、コイル自体に傷が付いていることが判明した。これはコイル製作過程のミスによるできたと考えられる。コイル製作の際には銅管をジグに巻きつけることによって正確な形状になるようにしているが [57]、その時ジグの側板に接着剤によりコイル自体が強力に接着される。従ってコイルを側板から剥がす為にマイナスドライバー等を用いることになるが、その時に誤って傷をつけてしまった可能性がある。コイル自体には紙の被覆がついており、また最終的にはコンクリートエポキシによって覆われる為、傷を見逃してしまった可能性がある。その時の傷によって既に小さな穴が開いていたか、もしくは非常に薄い所ができており、経年劣化（3年ほど）によってコンクリートエポキシの隙間から水漏れが発生したと考えられる。銅管の内側を観察したところ、肉厚はほとんど変わっておらず、当初考えられた流量過多等による銅管の劣化は見られなかった。

本研究でコイルを製作する際には、ジグをブックコーティングシート等の接着剤が張り付きにくいもので覆うことにより、コイルを簡単に剥がせるようにする（工具を使わずとも剥がすことが可能）ことで、以上の様なミスが起こらないようにした。また事前にコイルに水を流し、水漏れがないかを入念にチェックした。

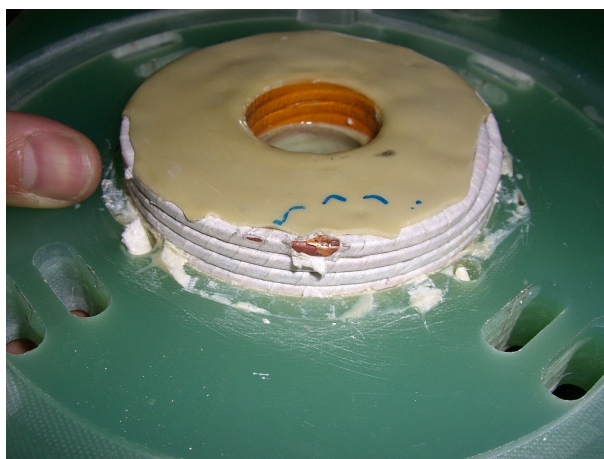


図 A.4: コイルの傷

付 録 B コイルホルダー及び付属物

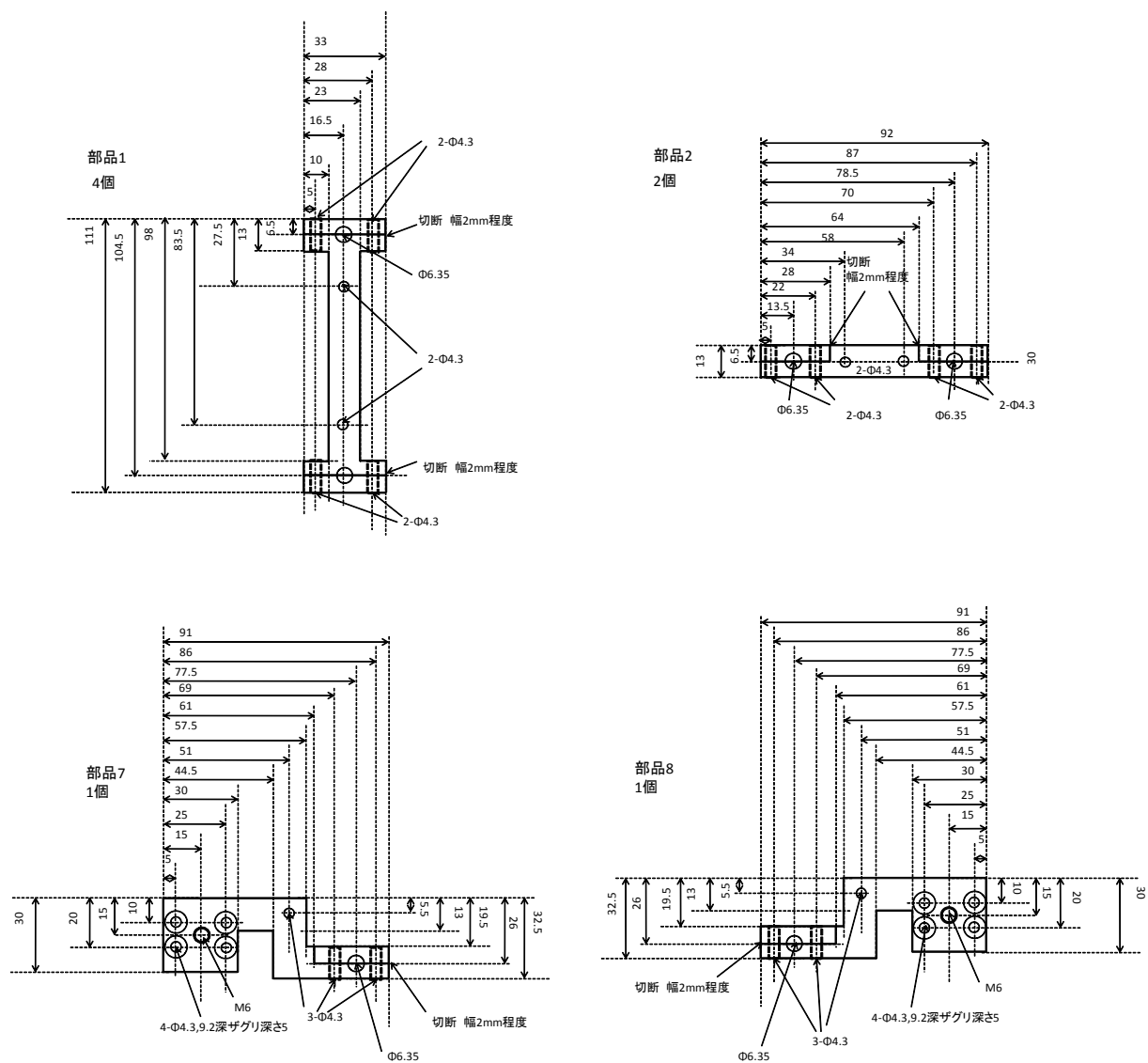


図 B.1: 銅端子の設計図 1

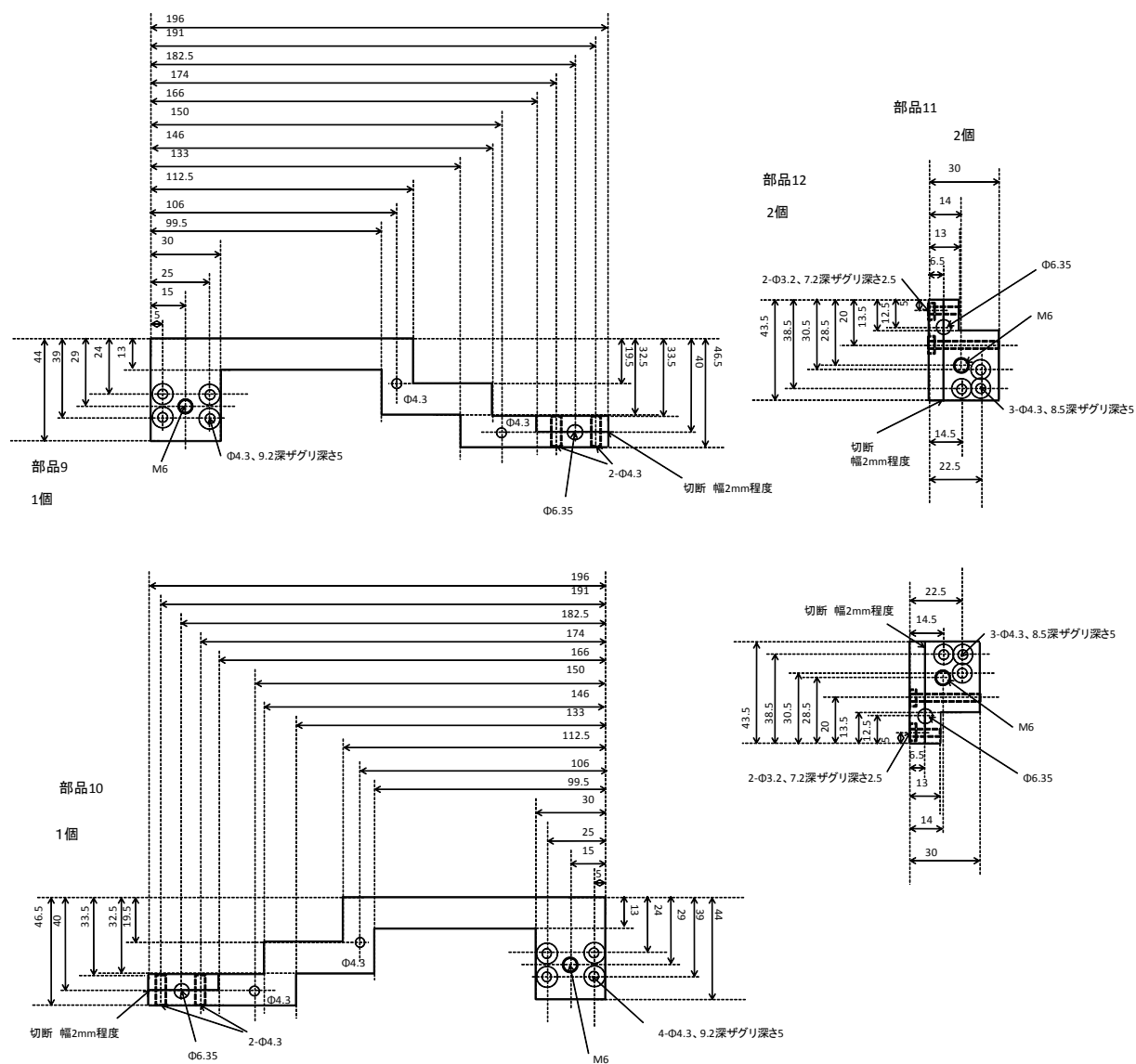


図 B.2: 銅端子の設計図 2

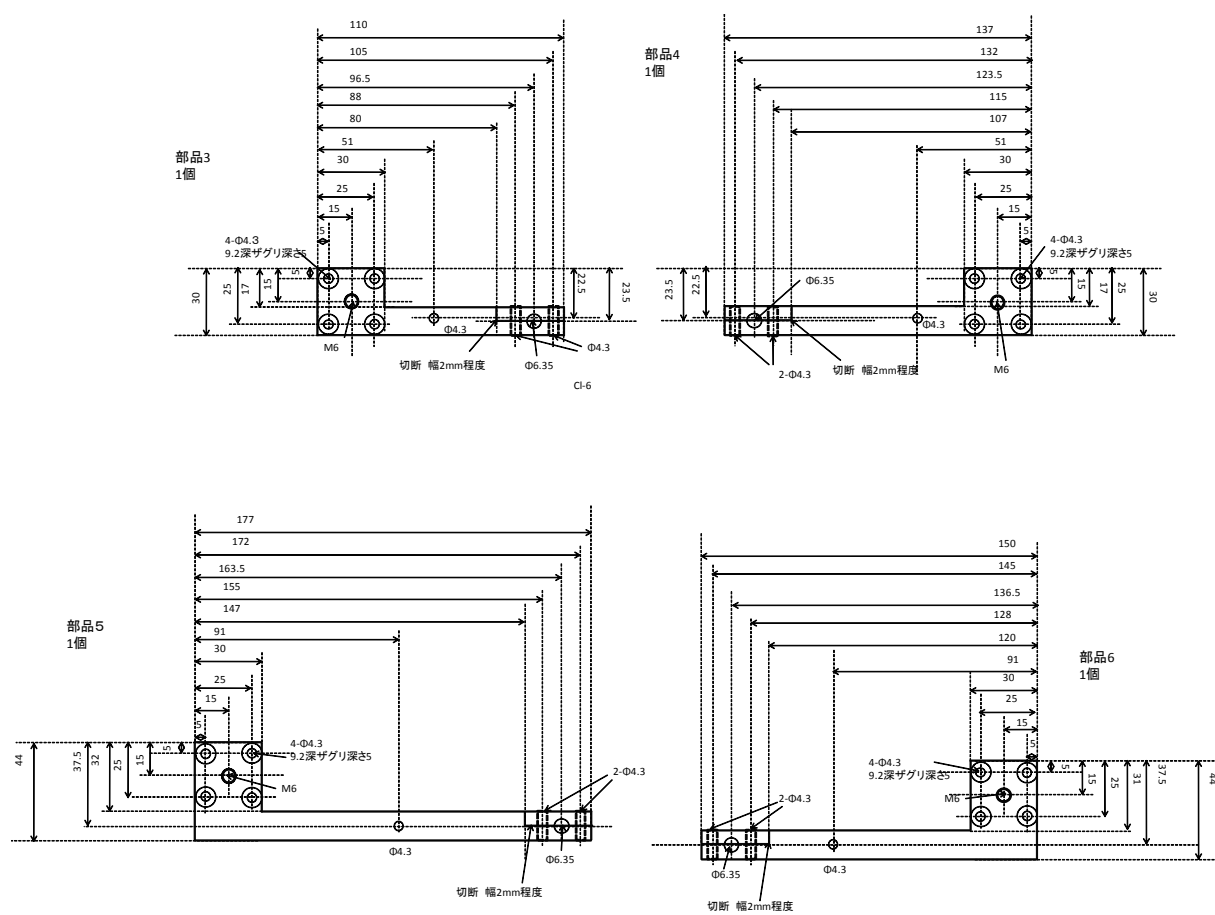
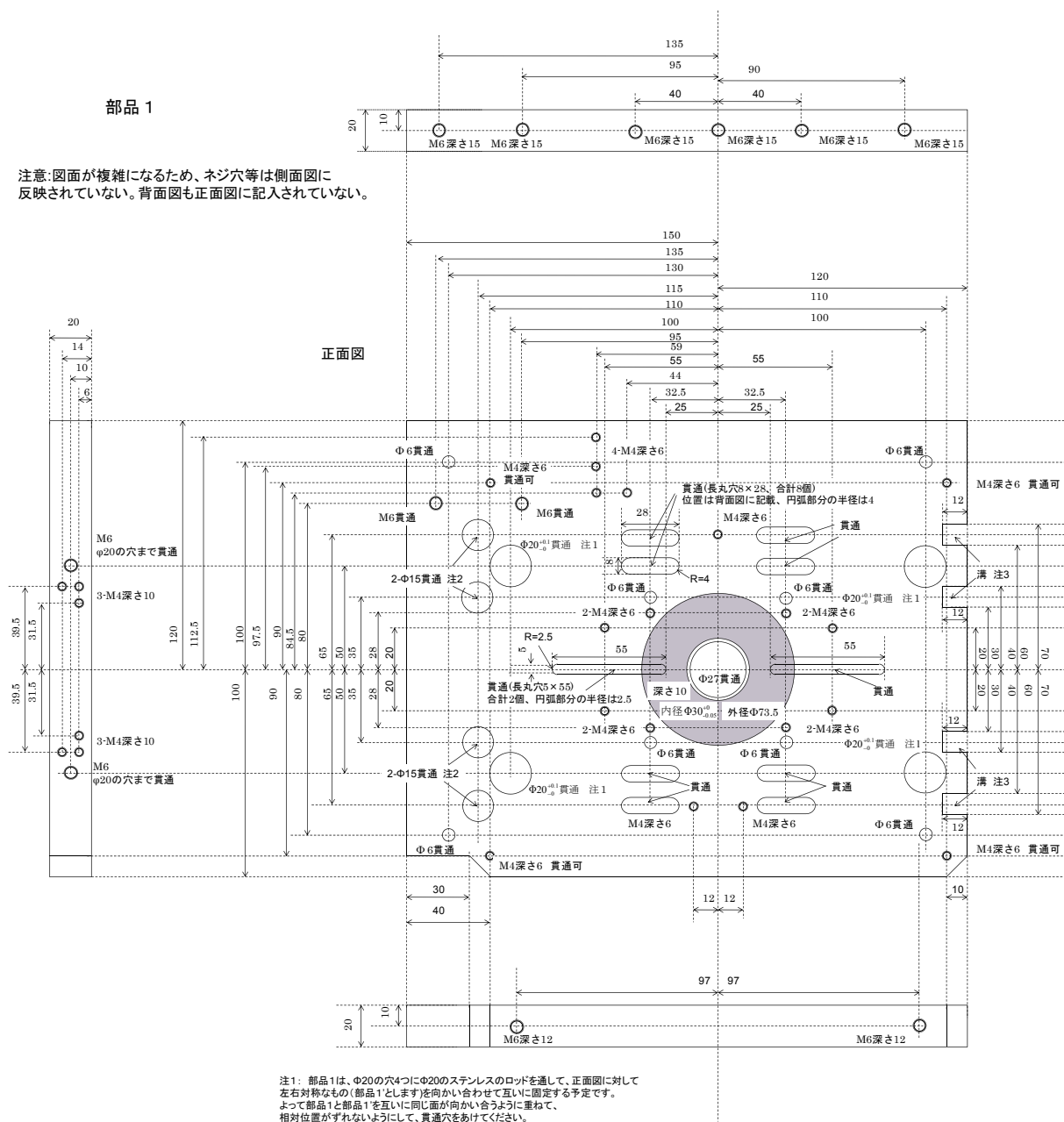


図 B.3: 銅端子の設計図 3

部品 1

注意:図面が複雑になるため、ネジ穴等は側面図に反映されていない。背面図も正面図に記入されていない。



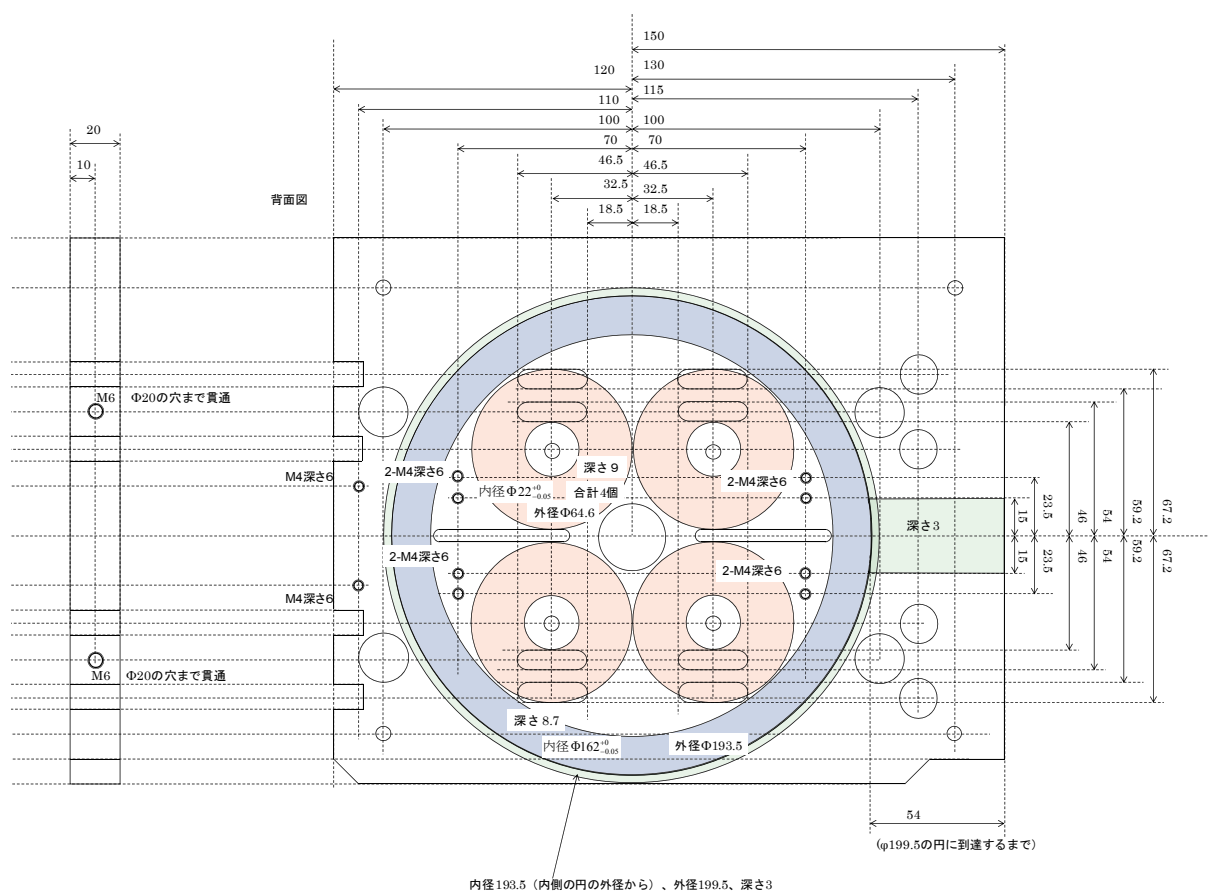


図 B.6: コイルホルダーの設計図 (背面図)

謝辞

本論文は、東京大学大学院物理工学専攻 2010 年度の修士論文として書かれたものです。この研究を進めるにあたり、多くの方々のご指導、ご協力をいただいたことに心から感謝いたします。

指導教員である井上慎准教授には、この二年間熱心に指導して頂き非常に感謝しております。恵まれた研究環境を与えて頂き、研究に打ち込む事が出来たことを大変うれしく思っています。また研究生活全般において様々な助言を与えて頂き非常に為になりました。様々な機会に先生の物理に関する深い知識に触れることができ非常に感銘を受けました。この二年間の経験は私にとってかけがえのないものとなりました。

ERATO 上田マクロ量子制御プロジェクトの研究総括である東京大学大学院理学系研究科の上田正仁教授には、ERATO ミーティング等を通して研究に関する様々な助言を頂きました。研究の進め方やプレゼンテーションの仕方等について熱心に指導していただき非常に為になりました。ERATO を通して多くの貴重な体験をすることができ非常に感謝しております。

井上研究室の助教である小林淳博士には、研究に関して非常に多くの事を教えて頂きました。実験に関する基本的な事から研究の進め方に至るまで様々なことを熱心に指導して頂きました。またどんな困難でも的確な判断を下し、確実に解決していく姿には日々驚かされるばかりでした。小林博士の助けがなければ、研究を進めることは非常に困難であったと思います。研究の間に頂いた多くのアドバイスは私にとって大きな財産となりました。

電気通信大学特任准教授の岸本哲夫博士には、実験に関して幅広い知識に基づく様々な助言を頂き非常に感謝しております。岸本博士のアイデアが実験の様々なところに生かされています。本研究の一つのテーマである磁気トラップの製作においても多くの助言を頂き非常に助かりました。忙しい中、色々なことに対応していただき、ありがとうございました。

博士課程三年の相川清隆氏には、ミーティング等を通して様々な意見を頂きありがとうございました。相川氏の鋭い指摘は非常に為になりました。また実験を手際良く進めていく様や完璧を目指す実験姿勢等を見ていて大きく刺激を受けました。相川氏には多くの事を学ばさせて頂きました。

博士課程一年の藤掛陽輔氏には、私が修士課程一年の時から様々なことを教えて頂きました。何気ない質問にも丁寧に説明してくださり、非常に感謝しております。藤掛氏との物理の議論はとても楽しいものでした。その深い物理への理解にはたび

たび感銘を受けました。

修士課程二年の大塚浩平氏とは、同級生としてこの二年間共に過ごしてきました。実験グループは別でしたが、隣で着実に実験を進めていく姿に非常に刺激を受けました。大塚氏とは、物理に関することから他愛のない事までいろいろなことを話すことができ、とても楽しい時間を過ごすことができました。共に夜遅くまで修士論文の執筆をしたことはきっと良い思い出となるでしょう。

修士課程一年の齋藤裕介氏とは今年度の途中から同じグループで実験を行ってきました。齋藤氏には実験を進める上で幾度となく助けてもらいました。本研究を滞りなく進めることができたのも齋藤氏のおかげです。齋藤氏との議論を通じて、本研究に対してより理解を深めることができました。また齋藤氏が毎週持ってくる週刊少年ジャンプは、研究に行き詰った時の良い気分転換となりました。

留学生の Amulya Bhagat 氏との話は研究の良い気分転換になりました。Amulya 氏の日本語をすらすらと話す姿を見て自分も英語を頑張らなければならないと思いました。

卒業研究生の大久保拓哉氏のこつこつと研究を進めていく姿には、後輩でありながら学ばされるところが大いにありました。毎日朝早くから夜遅くまで研究を進める姿を見て、こちら也大いに刺激を受けました。

卒業研究生の松田太一氏の一つ一つの事柄をじっくり考察する姿には、こちらも勉強させられました。夜遅くまでコイルの製作方法等に関して議論した事も良い思い出です。

今年度5月末まで井上研に所属しており、現 Max-Planck-Institut für Quantenoptik 所属の福原武博士とは私が修士課程一年のときから約一年間同じグループで実験を行ってきました。短い期間ではありましたが多くの事を学ばせて頂きました。本研究の一つのテーマである RF 会合の実験は福原氏と最後に行った実験を元にしております。また所属が変わった後にもメールで様々なアドバイスを頂き非常に感謝しております。

昨年度まで修士課程で井上研に所属していました山陸芳之氏とは一年間同じグループで実験を行っていました。配属当初、何も分からなかった自分に様々な事を丁寧に教えて頂きありがとうございます。山陸氏に教えて頂いた事が現在の研究の基礎となっております。山陸氏の愛飲していたブルガリアを見るたびに共に送った研究生活を今でも思い出します。

昨年度卒業研究生として井上研に所属していました福岡健太氏の一つ一つの事柄を着実にこなしていく姿には非常に刺激を受けました。齋藤氏と共同で残した卒業論文の素晴らしさには非常に勉強させられました。

ERATO 上田マクロ量子制御プロジェクト強相関量子制御グループのグループリーダーである電気通信大学特任准教授の向山敬博士には、ERATO meeting 等で実験を行う上で様々なアドバイスを頂きました。特に Feshbach 分子の観測等に関して様々な事を教えて頂きました。

同グループに参加しておられる東京大学大学院工学系研究科光量子科学センター助教の堀越宗一博士には研究に関して様々な助言を頂きました。堀越博士の研究を

追及する姿は非常に刺激を受けました。折に触れて色々な新しい事を教えてくださり非常に為になりました。

同グループに参加しておられる東京大学大学院理学系研究科上田研究室博士課程3年の中島秀太氏には非常に基本的なことから理論の深い話まで教えて頂きました。中島氏の実験に対する熱意には驚かされました。

ERATO 上田マクロ量子制御プロジェクト不確定性制御グループのグループリーダーである東京工業大学理学部物理学科の上妻幹旺准教授には ERATO meeting 等を通じて様々な助言を頂きました。私のつたない英語にも熱心に質問していただき非常に感謝しております。

同グループに所属しており、現在情報通信研究機構に所属の衛藤雄二郎博士には、いつでも気さくに話しかけて頂き、色々なことを教えて頂きました。研究に対する心構え等を教えて頂き非常に為になりました。

同グループに所属しておられる東京工業大学上妻研の修士課程二年の野口篤史氏には同級生とは思えないほどの物理に関する深い知識や熱意に非常に感銘を受けました。実験に関する野口氏の鋭い指摘は非常に勉強になりました。

ERATO 上田マクロ量子制御プロジェクト研究員の Pascal Naidon 博士、Zhang Peng 博士には ERATO meeting を通じて意見を頂きました。

ERATO 上田マクロ量子制御プロジェクトの技術参事である榎本陽一博士、事務参事の佐藤敏彦氏、事務局の国府田愛氏、松本直子氏には研究の進行にあたり様々なサポートをして頂きました。

物理工学科工作室の川端氏及び佐藤氏には工作について色々なことを教えて頂きました。本研究を進める際に必要な治具等を問題なく作ることができたのは両氏のおかげです。

最後に研究生生活を支えてくれた家族に心から感謝します。

参考文献

- [1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science*, **269**, pp. 198–201, (1995).
- [2] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle. Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, pp. 3969–3973, (1995).
- [3] B. DeMarco and D. S. Jin. Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas. *Science*, **285**, pp. 1703–1706, (1999).
- [4] Herman Feshbach. A unified theory of nuclear reactions. ii. *Annals of Physics*, **19**, pp. 287 – 313, (1962).
- [5] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle. Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate. *Nature*, **392**, pp. 151 – 154, (1998).
- [6] Markus Greiner, Cindy A. Regal, and Deborah S. Jin. Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas. *Nature*, **426**, pp. 537 – 540, (2003).
- [7] D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller. Cold Bosonic Atoms in Optical Lattices. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, pp. 3108–3111, (1998).
- [8] Markus Greiner, Olaf Mandel, Tilman Esslinger, Theodor W. Hansch, and Immanuel Bloch. Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms. *Nature*, **415**, pp. 39–44, (2001).
- [9] J. Stuhler, A. Griesmaier, T. Koch, M. Fattori, T. Pfau, S. Giovanazzi, P. Pedri, and L. Santos. Observation of Dipole-Dipole Interaction in a Degenerate Quantum Gas. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, p. 150406, (2005).
- [10] K.-K. Ni, S. Ospelkaus, M. H. G. de Miranda, A. Pe’er, B. Neyenhuis, J. J. Zirbel, S. Kotochigova, P. S. Julienne, D. S. Jin, and J. Ye. A High Phase-Space-Density Gas of Polar Molecules. *Science*, **322**, pp. 231–235, (2008).

- [11] Rudolf Grimm, Matthias Weidemüller, and Yurii B. Ovchinnikov. Optical Dipole Traps for Neutral Atoms. *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, **42**, pp. 95 – 170, (2000).
- [12] Markus Greiner. *Ultracold quantum gases in three-dimensional optical lattice potentials*. PhD thesis, Ludwig-Maximilians-Universität München, (2003).
- [13] B. DeMarco, C. Lannert, S. Vishveshwara, and T.-C. Wei. Structure and stability of Mott-insulator shells of bosons trapped in an optical lattice. *Phys. Rev. A*, **71**, p. 063601, (2005).
- [14] Fabrice Gerbier, Artur Widera, Simon Fölling, Olaf Mandel, Tatjana Gericke, and Immanuel Bloch. Interference pattern and visibility of a Mott insulator. *Phys. Rev. A*, **72**, p. 053606, (2005).
- [15] D. van Oosten, P. van der Straten, and H. T. C. Stoof. Quantum phases in an optical lattice. *Phys. Rev. A*, **63**, p. 053601, 2001.
- [16] 山陸芳之. 3次元光格子に閉じ込めたフェッシュバッハ分子. 修士論文, 東京大学, (2010).
- [17] Gretchen K. Campbell, Jongchul Mun, Micah Boyd, Patrick Medley, Aaron E. Leanhardt, Luis G. Marcassa, David E. Pritchard, and Wolfgang Ketterle. "Imaging the Mott Insulator Shells by Using Atomic Clock Shifts". *Science*, **313**, pp. 649–652, (2006).
- [18] Simon Fölling, Artur Widera, Torben Müller, Fabrice Gerbier, and Immanuel Bloch. Formation of Spatial Shell Structure in the Superfluid to Mott Insulator Transition. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, p. 060403, (2006).
- [19] Fabrice Gerbier, Simon Fölling, Artur Widera, Olaf Mandel, and Immanuel Bloch. Probing Number Squeezing of Ultracold Atoms across the Superfluid-Mott Insulator Transition. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, p. 090401, (2006).
- [20] Amnon Yariv. 光エレクトロニクス. 丸善株式会社, (2000). 多田邦雄 神谷武志 監訳.
- [21] H. J. Metcalf and P. van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer, (1999).
- [22] C. J. Pethick and H. Smith. ボーズ・アインシュタイン凝縮. 吉岡書店, (2005). 町田一成 訳.
- [23] 猪木慶治, 河合光. 量子力学 I , II. 講談社, (1994).

- [24] Thorsten Köhler, Krzysztof Góral, and Paul S. Julienne. Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances. *Rev. Mod. Phys.*, **78**, pp. 1311–1361, (2006).
- [25] Cheng Chin. A simple model of Feshbach molecules. (2005). arXiv:cond-mat/0506313v2.
- [26] E. Hodby, S. T. Thompson, C. A. Regal, M. Greiner, A. C. Wilson, D. S. Jin, E. A. Cornell, and C. E. Wieman. Production Efficiency of Ultracold Feshbach Molecules in Bosonic and Fermionic Systems. *Phys. Rev. Lett.*, **94**, p. 120402, (2005).
- [27] L. D. Landau. *Phys. Z. Sowjetunion*, **2**, p. 46, (1932).
- [28] Clarence Zener. Non-Adiabatic Crossing of Energy Levels. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, **137**, pp. 696–702, (1932).
- [29] Julienne P.S., Tiesinga E., and Köhler T. Making cold molecules by time-dependent Feshbach resonances. *Journal of Modern Optics*, **51**, pp. 1787–1806(20), (2004).
- [30] G. Thalhammer, K. Winkler, F. Lang, S. Schmid, R. Grimm, and J. Hecker Denschlag. Long-Lived Feshbach Molecules in a Three-Dimensional Optical Lattice. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, p. 050402, (2006).
- [31] S. J. J. M. F. Kokkelmans, G. V. Shlyapnikov, and C. Salomon. Degenerate atom-molecule mixture in a cold Fermi gas. *Phys. Rev. A*, **69**, p. 031602, (2004).
- [32] M. W. Zwierlein, C. A. Stan, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach, A. J. Kerman, and W. Ketterle. Condensation of Pairs of Fermionic Atoms near a Feshbach Resonance. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, p. 120403, (2004).
- [33] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, G. Hendl, C. Chin, J. Hecker Denschlag, and R. Grimm. Pure Gas of Optically Trapped Molecules Created from Fermionic Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, p. 240402, (2003).
- [34] C. Ospelkaus, S. Ospelkaus, L. Humbert, P. Ernst, K. Sengstock, and K. Bongs. Ultracold Heteronuclear Molecules in a 3D Optical Lattice. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, p. 120402, (2006).
- [35] J. J. Zirbel, K.-K. Ni, S. Ospelkaus, T. L. Nicholson, M. L. Olsen, P. S. Julienne, C. E. Wieman, J. Ye, and D. S. Jin. Heteronuclear molecules in an optical dipole trap. *Phys. Rev. A*, **78**, p. 013416, (2008).

- [36] Cristian Ospelkaus. *Fermi-Bose Mixtures — From mean-field interactions to ultracold chemistry*. PhD thesis, Universität Hamburg, (2006).
- [37] S. T. Thompson, E. Hodby, and C. E. Wieman. Ultracold Molecule Production via a Resonant Oscillating Magnetic Field. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, p. 190404, (2005).
- [38] C. Weber, G. Barontini, J. Catani, G. Thalhammer, M. Inguscio, and F. Minardi. Association of ultracold double-species bosonic molecules. *Phys. Rev. A*, **78**, p. 061601, (2008).
- [39] Thomas M. Hanna, Thorsten Köhler, and Keith Burnett. Association of molecules using a resonantly modulated magnetic field. *Phys. Rev. A*, **75**, p. 013606, (2007).
- [40] S. B. Papp and C. E. Wieman. Observation of Heteronuclear Feshbach Molecules from a $^{85}\text{Rb} - ^{87}\text{Rb}$ Gas. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, p. 180404, (2006).
- [41] J. J. Zirbel, K.-K. Ni, S. Ospelkaus, J. P. D’Incao, C. E. Wieman, J. Ye, and D. S. Jin. Collisional Stability of Fermionic Feshbach Molecules. *Phys. Rev. Lett.*, **100**, p. 143201, (2008).
- [42] T. Mukaiyama, J. R. Abo-Shaeer, K. Xu, J. K. Chin, and W. Ketterle. Dissociation and Decay of Ultracold Sodium Molecules. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, p. 180402, (2004).
- [43] G. Thalhammer, G. Barontini, L. De Sarlo, J. Catani, F. Minardi, and M. Inguscio. Double Species Bose-Einstein Condensate with Tunable Interspecies Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, **100**, p. 210402, (2008).
- [44] G. Thalhammer, G. Barontini, J. Catani, F. Rabatti, C. Weber, A. Simoni, F. Minardi, and M. Inguscio. Collisional and molecular spectroscopy in an ultracold Bose-Bose mixture. *New Journal of Physics*, **11**, p. 055044, (2009).
- [45] Andrea Simoni, Matteo Zaccanti, Chiara D’Errico, Marco Fattori, Giacomo Roati, Massimo Inguscio, and Giovanni Modugno. Near-threshold model for ultracold KRb dimers from interisotope Feshbach spectroscopy. *Phys. Rev. A*, **77**, p. 052705, (2008).
- [46] K. Aikawa, D. Akamatsu, J. Kobayashi, M. Ueda, T. Kishimoto, and S. Inouye. Toward the production of quantum degenerate bosonic polar molecules, 41 K ^{87}Rb . *New Journal of Physics*, **11**, p. 055035, (2009).

- [47] H. M. J. M. Boesten, C. C. Tsai, J. R. Gardner, D. J. Heinzen, and B. J. Verhaar. Observation of a shape resonance in the collision of two cold ^{87}Rb atoms. *Phys. Rev. A*, **55**, pp. 636–640, (1997).
- [48] H. M. J. M. Boesten, J. M. Vogels, J. G. C. Tempelaars, and B. J. Verhaar. Properties of cold collisions of ^{39}K atoms and of ^{41}K atoms in relation to Bose-Einstein condensation. *Phys. Rev. A*, **54**, pp. R3726–R3729, (1996).
- [49] G. Ferrari, M. Inguscio, W. Jastrzebski, G. Modugno, G. Roati, and A. Simoni. Collisional Properties of Ultracold K-Rb Mixtures. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, p. 053202, (2002).
- [50] D. S. Hall, M. R. Matthews, J. R. Ensher, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Dynamics of Component Separation in a Binary Mixture of Bose-Einstein Condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, pp. 1539–1542, (1998).
- [51] K. M. Mertes, J. W. Merrill, R. Carretero-González, D. J. Frantzeskakis, P. G. Kevrekidis, and D. S. Hall. Nonequilibrium Dynamics and Superfluid Ring Excitations in Binary Bose-Einstein Condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **99**, p. 190402, (2007).
- [52] H. Wang, A. N. Nikolov, J. R. Ensher, P. L. Gould, E. E. Eyler, W. C. Stwalley, J. P. Burke, J. L. Bohn, Chris. H. Greene, E. Tiesinga, C. J. Williams, and P. S. Julienne. Ground-state scattering lengths for potassium isotopes determined by double-resonance photoassociative spectroscopy of ultracold ^{39}K . *Phys. Rev. A*, **62**, p. 052704, (2000).
- [53] T. Bergman, G. Erez, and H. Metcalf. Magnetostatic trapping fields for neutral atoms. *Phys. Rev. A*, **35**, p. 1535, (1987).
- [54] David E. Pritchard. Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, **51**, p. 1336, (1995).
- [55] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, and W. Ketterle. Bose-Einstein Condensation in a Tightly Confining dc Magnetic Trap. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, p. 416, (1996).
- [56] Tilman Esslinger, Immanuel Bloch, and Theodor W. Hänsch. Bose-einstein condensation in a quadrupole-ioffe-configuration trap. *Phys. Rev. A*, **58**, p. R2664, (1998).
- [57] 新栄拓人, 野田開. ^{41}K の蒸発冷却のための磁気トラップの製作. 卒業論文, 東京大学, (2007).

- [58] 藤掛陽輔. 電磁場による極低温原子の内部状態の制御. 修士論文, 東京大学, (2010).
- [59] 野田開. Bose-Einstein Condensate in an Optical Lattice. 修士論文, 東京大学, (2009).
- [60] K. Aikawa, D. Akamatsu, M. Hayashi, K. Oasa, J. Kobayashi, P. Naidon, T. Kishimoto, M. Ueda, and S. Inouye. Coherent Transfer of Photoassociated Molecules into the Rovibrational Ground State. *Phys. Rev. Lett.*, **105**, p. 203001, (2010).
- [61] 大島淳. 光トラップ中の極低温混合原子気体の相互作用制御. 卒業論文, 東京大学, (2009).
- [62] Silke Ospelkaus-Schwarzer. *Quantum Degenerate Fermi-Bose Mixtures of ^{40}K and ^{87}Rb in 3D Optical Lattices*. PhD thesis, Universität Hamburg, (2006).
- [63] 相川清隆. Preparation of ultracold atomic sources towards ground state polar molecules. 修士論文, 東京大学, (2008).
- [64] Joshua Zirbel. *Ultracold Fermionic Feshbach Molecules*. PhD thesis, University of Colorado, (2008).
- [65] G. Breit and I. I. Rabi. Measurement of Nuclear Spin. *Phys. Rev.*, **38**, pp. 2082–2083, (1931).