

修士論文

「フェッシュバツハ会合の研究」

指導教員 井上 慎 准教授

平成 24 年 2 月提出

東京大学大学院 工学系研究科 物理工学専攻

37-106554 齋藤 裕介

目次

第 1 章	序章	1
1.1	歴史的背景	1
1.2	極低温極性分子	2
1.3	本論文の構成	4
第 2 章	理論的背景	5
2.1	Feshbach 分子	5
2.1.1	Feshbach 共鳴	5
2.1.2	Feshbach 共鳴の定式化	7
2.1.3	Feshbach 分子の生成	13
2.2	光双極子力を用いたトラップ	16
2.2.1	光トラップと光格子	17
2.2.2	光格子中の原子	21
2.2.3	光格子による原子波の回折	26
第 3 章	高電場系の構築	33
3.1	高電場系の構築	35
3.1.1	放電への対策	35
3.1.2	高電場印加のための系の設計	38
3.2	原子の Stark Shift の測定	41
3.2.1	電場測定用の系での実験	41
3.2.2	超高真空中での実験	43
第 4 章	Feshbach 分子生成のための実験系	45
4.1	分子生成の全体像	45
4.2	ODT 中での Dual BEC の作成	47
4.2.1	Cross ODT	47
4.2.2	Dual BEC in ODT	52
第 5 章	Feshbach 分子の生成と観測	55

5.1	RF 会合	56
5.2	Feshbach 分子の生成及び直接観測	59
5.2.1	Feshbach 分子の生成方法	59
5.2.2	Feshbach 分子の観測方法	61
5.2.3	Feshbach 分子の直接観測	64
5.3	Feshbach 会合の研究	71
5.3.1	原子の生成とロスによるダイナミクス	71
5.3.2	会合レートの測定	73
第 6 章	3 次元光格子による Feshbach 分子の保護	78
6.1	光格子の作成	78
6.1.1	光学系	79
6.1.2	アライメント	80
6.2	原子の光格子へのロード	82
第 7 章	まとめと今後の展望	86
付録 A	原子数揺らぎについて	87
A.1	磁気トラップの温度ドリフト	87
A.2	原子数の anti-correlation	89
付録 B	資料	91
B.1	ITO ガラス基板の AR コートの波長依存性	91
B.2	E1 ガラスセルの AR コートの波長依存性	92
謝辞		94
参考文献		98

目次

2.1	$^{87}\text{Rb} 1, 1\rangle$ と $^{41}\text{K} 1, 1\rangle$ の Feshbach 共鳴	6
2.2	$^{87}\text{Rb} 1, 1\rangle$ と $^{41}\text{K} 1, 1\rangle$ の Feshbach 共鳴 ($\sim 78\text{G}$) 付近の散乱長	6
2.3	箱型ポテンシャル	8
2.4	2 チャンネルの箱型ポテンシャルモデル	10
2.5	Feshbach 分子の生成方法	13
2.6	Lattice ポテンシャルの深さに対するバンド構造の計算	22
2.7	1 次元光格子と原子の相互作用	26
2.8	回折格子の描像での原子と光の相互作用	27
2.9	Kapitza-Dirac 散乱による運動量状態の変化	30
3.1	振動回転基底状態の KRb 分子の電気双極子モーメント ($E < 15\text{kV/cm}$)	34
3.2	振動回転基底状態の KRb 分子の電気双極子モーメント	34
3.3	高電場系の概略図 (Side view)	35
3.4	ITO 透明電極のデザイン	36
3.5	グルーガン	37
3.6	高電圧印加のための回路	38
3.7	高速スイッチによる電場スイッチング	39
3.8	高速スイッチによる電場スイッチング (立ち上がり)	39
3.9	グルーガンによる回路素子の保護	40
3.10	金属箱による保護	41
3.11	Stark セルにて観測されたシフト	42
3.12	Rb でコートされたガラスセルの写真	42
3.13	ms オーダーでの電場測定	43
3.14	吸収イメージングによる Stark Shift の測定	44
4.1	磁気トラップでの Dual BEC の生成	47
4.2	$1\mu\text{m}$ Cross ODT の寿命	48
4.3	光トラップのコンフィギュレーション	49
4.4	$1\mu\text{m}$ (水平方向) の sloshing	50
4.5	$1\mu\text{m}$ (重力方向) の sloshing	50

4.6	809nm (水平方向) の sloshing	51
4.7	809nm (重力方向) の sloshing	51
4.8	ARP のシークエンス	52
4.9	光トラップでの Dual BEC の生成	54
5.1	井上研究室での以前の実験の概念図	55
5.2	RF 会合による分子生成	57
5.3	Zeeman 遷移の Rabi 周波数	61
5.4	シュテルン-ゲルラッハイイメージングのためのコイル	63
5.5	磁場勾配印加時の原子及び分子の位置	64
5.6	RF 会合及びシュテルン-ゲルラッハイイメージングのタイムシークエンス	65
5.7	K 原子の Zeeman 遷移周波数の測定	66
5.8	シュテルン-ゲルラッハ法による原子の吸収イメージ	67
5.9	原子数ロスによる分子への遷移周波数の測定	68
5.10	分子の直接イメージング	68
5.11	磁場スイープによる分子の生成	70
5.12	トラップ中での RF 会合における分子数の見積もり	72
5.13	トラップ中での RF 会合における原子数の見積もり	72
5.14	SG イメージングを行った時の分子数の見積もり	73
5.15	会合レートの束縛エネルギー依存性	75
5.16	会合レートの RF 強度依存性	76
6.1	光格子の光のコンフィギュレーション	78
6.2	guppy によるイメージングテスト	81
6.3	光格子の光の干渉縞	81
6.4	ファイバー端面による干渉	82
6.5	アイリスを入れた後の光格子の光	82
6.6	Rb 原子の 2 次元光格子の干渉パターン	83
6.7	Rb 原子の 1 次元光格子 (V 軸) の干渉パターン	83
6.8	Pulsed Lattice を行った Rb 原子の回折パターン	84
A.1	Anti Bias コイルの温度変化	88
A.2	Curvature コイルの温度変化	88
A.3	Clover コイルの温度変化	88
A.4	ステンレスロッドの温度と原子数	89
A.5	原子数の anti-correlation	90
B.1	ITO+AR ガラス基板の反射率	91
B.2	両面 AR ガラス基板の反射率	92

B.3	E1 ガラスセルの AR コート	93
-----	----------------------------	----

表目次

2.1	$^{41}\text{K} 1, 1\rangle$ $^{87}\text{Rb} 1, 1\rangle$ 間の Feshbach 共鳴	16
2.2	$^{41}\text{K}, ^{87}\text{Rb}$ の各状態間の散乱長	16
4.1	各軸のトラップ周波数	52
4.2	ARP の移行効率	53
5.1	RF 会合の初期条件	60
5.2	RF 会合の分子数	69
5.3	磁場と束縛エネルギー	75
5.4	RF パワーとラビ周波数	76
6.1	各軸の AOM の周波数及び光のパワー	80

第 1 章

序章

1.1 歴史的背景

1960 年にレーザー発振が成功して以来、レーザーの技術は急速に進歩し、様々な分野で応用されてきた。レーザー技術の優れた応用の一つとして、原子のレーザー冷却の成功が挙げられる。レーザー冷却は光の吸収と放出を上手にコントロールすることで、中性原子を室温から $100\mu\text{K}$ といった極低温まで冷却させることができる技術であり、1982 年に 1 次元的な冷却技術として Zeeman 減速が、[1]1985 年に 3 次元の冷却技術として光モラセスが実現された。[2]

冷却が進んでいくと、原子の波としての性質が露わとなってくる。原子波の広がり、原子間の距離程度になってくると、原子同士の区別ができなくなり、粒子の統計性が顕著に現れてくる。ボソンによって構成される原子気体は、位相空間密度 $\rho = n\lambda_{dB}^3 = n \left(\frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}} \right)^3$ が約 2.6 になると Bose-Einstein 凝縮を起こすと予想されていた。位相空間密度を上げるには、密度を上げて温度を下げればよい。よって、原子気体を中心力によってトラップして密度を上げ、更に温度を下げようという試みが行われた。1987 年には、磁場による中心力を加えて、冷却と捕獲が同時に可能な MOT (Magnet Optical Trap) が実現された。[3] 急峻なコンファインメントを得られる磁気トラップ [4–9] の利用及び、蒸発冷却 [10] の技術とレーザー冷却を組み合わせることによって、量子縮退領域まで位相空間密度を高めることが可能となり、1995 年には ^{87}Rb [5]、 ^{23}Na [11] の BEC が作成された。

その後、BEC の性質を調べる様々な研究がなされてきた。^{*1} 関連した研究で特に重要なのは、Feshbach 共鳴の観測 [14]、Feshbach 共鳴を用いてフェルミオン原子間の相互作用を制御することで現れる BCS-BEC クロスオーバー [15] 及び分子 BEC [16]、光格子中に BEC を捕獲することによる超流動-Mott 絶縁体相転移の観測 [17] が挙げられる。

こうして冷却原子の研究は華々しい成功を収めてきた。近年ホットな話題として挙がっているのは、2 体以上の束縛状態が許される Efimov 状態 [18]、主量子数 n が大きい状態である Rydberg 状態を利用した量子計算 [19]、様々な光格子を用いた物性研究 (三角格子 [20]、六角格子 [21]、カゴメ格子 [22])、光格子の単一サイトイメージング [23, 24]、磁気双極子の大きい原子種の BEC (^{52}Cr [25], ^{164}Dy [26])、そして極低温の極性分子 [27] といったものが挙げられる。

^{*1} BEC については [12, 13] などが詳しい。

1.2 極低温極性分子

近年極低温^{*2}の極性分子の研究が活発に行われている。[28,29] これは、2002年にD.DeMilleによる極性分子を用いた量子計算の提案 [30] がなされたことに端を発する。

原子系と分子が大きく異なるのは、大きな電気双極子モーメントを持つという点である。原子同士の相互作用は、衝突によるものであった。この時の相互作用は散乱長によって記述することができ、その制御は可能であったが、短距離・等方的なものであった。これは相互作用ポテンシャルが r^{-6} に比例するファンデルワールスポテンシャルであることに起因する。

一方、極性分子ではその相互作用は、電気双極子間のものになる。分子の電気双極子モーメントを μ とすると、相互作用ポテンシャルは

$$U_{dd}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\boldsymbol{\mu}_1 \cdot \boldsymbol{\mu}_2}{r^3} - \frac{3(\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\mu}_1)(\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\mu}_2)}{r^5} \right) \quad (1.1)$$

と書け、 r^{-3} に比例する遠距離・非等方的なポテンシャルとなる。そのため、これまで原子系では現れてこなかった新しい物理現象を見ることができないのではないかと期待された。しかし、極低温の極性分子を作るためには、振動回転基底状態の分子を冷やさなければならない。振動回転基底状態を用意する理由は、誘起される電気双極子モーメントが大きいからである。ここで問題となるのが、分子は振動や回転の内部自由度を多く持つため、レーザー冷却を行う上で必要な閉じた遷移を作ることが難しいという点である。^{*3} そのため、冷却方法としては

1. レーザー冷却を使わずに直接冷やす。(直接法)
2. レーザー冷却された極低温原子を加熱なしに会合させる。(間接法)

に大別されることになる。

極低温の極性分子生成に向けての研究は、1990年代後半から行われ始めていた。1998年にCaH分子を磁場によってトラップすることが成功 [32] して以来、様々な方法による冷却が考案、実験されてきた。

極性分子への注目は日に日に高まり、2004年にはアメリカでITAMPとCUA^{*4}が主催した極低温極性分子の会議が開かれ、様々な提案がなされた。[28]

直接法の代表的なものとしては、He気体を冷媒として用いるBuffer-gas cooling [33] や電場勾配を利用して分子を減速させるStark減速器 [34] といった方法が挙げられる。直接法の利点としては適用範囲が広いことが挙げられるが、一方冷却温度としてはmKのオーダーであり、後述の間接法による温度に比べて高い。よって、如何に低温まで冷却できるかが研究の焦点となる。

一方間接法としては、光会合 [35] やFeshbach会合 [36] といった手法が開発された。2004年に異種原子間で光会合分子の生成の成功 (KRb [37,38]、RbCs [39]) が報告された。また同年、異種原子間の

^{*2} この分野においては、1mK-1Kの温度領域を「低温」、1mKよりも低い温度領域を「極低温」と呼んでいる。

^{*3} 分子のレーザーによる直接冷却を目指しているグループも存在する。[31]

^{*4} ITAMP: Institute for Theoretical, Atomic, Molecular and Optical Physics; CUA: Harvard/MIT Center for Ultracold Atoms

Feshbach 共鳴が ^{40}K - ^{87}Rb 間 [40]、 ^6Li - ^{23}Na 間 [41] で観測され、これらの手法が極低温極性分子生成の有力な手段であると示された。

量子縮退した分子気体の生成のためには、Feshbach 会合によって生成された弱く束縛された分子を中間状態として、振動回転基底状態へ誘導ラマン断熱遷移 (STIRAP) を用いる方法が有力視された。これらの手法は理論上は 100% の効率で遷移させることができるため、最も有望だと考えられていたが、当時はまだ異種原子による Feshbach 分子の生成や STIRAP には至っていなかった。

ターニングポイントとなったのは、2006 年に行われた C. Ospelkaus らによる 3 次元光格子中での $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ 分子の生成である。[42] これにより光格子中で分子の生成が可能であることが示された。特にフェルミオンに比べて寿命が短いと考えられるボソンの分子生成においても、光格子を使うことでその可能性が示されたと言える。

更なる進展は、2008 年の R. Grimm のグループによる 3 次元光格子中での Rb_2 分子の STIRAP の成功である。[43] これにより、量子縮退した極低温の極性分子の実現の可能性が高まった。そして同年、JILA のグループが、ODT 中で Feshbach 会合した $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ 分子を STIRAP により振動回転基底状態に遷移させることに成功した。[27]

また、ボソンにおいても 2010 年に R. Grimm のグループで $^{87}\text{Rb}^{133}\text{Cs}$ の Feshbach 分子からの STIRAP の周波数の特定が行われており [44]、振動回転基底状態の分子生成への準備が進められている。

ここまで見てきた様に、極低温極性分子の研究は特に 2004 年以降、急激な進展を見せてきた。その進展に伴い様々な応用が考えられている。極低温極性分子の応用として、主に量子計算 [30]、電子-陽子の質量比測定 [45]、電子の EDM 測定 [46] 等に代表される高精度分光、極低温の化学 [47]、lattice-spin モデル等の系のシミュレーション [48]、そして物性開拓の 5 つが挙げられる。極性を持つことによって現れる新しい物性としては、2 次元系において超流動状態から結晶状態への相転移 [49] や、2 次元光格子中でチェッカーボード状態や結晶状態と超流動状態の重ね合わせである超固体状態への相転移 [50–52] が予測されている。

井上研究室では、ボソンである $^{41}\text{K}^{87}\text{Rb}$ 分子の量子縮退を目指して研究を行っている。 $^{41}\text{K}^{87}\text{Rb}$ は振動基底状態においても化学的に reactive であり [53]、そのため緩和レートが大きい ($K \sim 2 \times 10^{-10} [\text{cm}^3/\text{s}]$ [47]) ことが最近の研究で明らかになってきた。そのため、振動基底状態であっても光格子による保護が必須であると考えられる。ボソンであることにより極低温での分子の BEC が期待され、また前述のような新たな物性開拓が可能であると考えている。これまでに光会合によって生成された分子に対する STIRAP が成功している。^{*5} [56] よって、Feshbach 分子の高効率生成が量子縮退した極低温極性分子の生成への鍵となる。

本論文では、振動回転基底状態の分子生成に向けて、重要な中間状態である Feshbach 分子の生成および直接観測、そして高効率生成へ向けた光格子中での分子生成を目指し、研究を行ったことを報告する。

*5 詳細は学位論文 [54, 55] を参照されたい

1.3 本論文の構成

本論文は以下の様に構成される。

第 2 章 理論的背景

第 2 章では、本実験で研究した Feshbach 共鳴についての理論的背景を簡単にまとめた。また、光格子を用いるにあたって必要なことをまとめた。

第 3 章 高電場系の構築

第 3 章では、半年間行っていた高電場系の構築についてまとめた。極性分子に電気双極子モーメントを誘起させるために必要な電場の印加が可能となったことを述べた。

第 4 章 Feshbach 分子生成のための実験系

第 4 章では、Feshbach 分子作成に至るまでの道筋、及びその実験結果についてまとめた。Feshbach 分子生成のためには、初期条件を良い状態に整えることが重要であり、我々の装置でそれが可能であることを記した。

第 5 章 Feshbach 分子の生成と観測

第 5 章では、Feshbach 分子の生成および直接観測についての結果を記した。また、原子から間接的に分かることとして分子の生成レートを測定した。

第 6 章 3 次元光格子による Feshbach 分子の保護

第 6 章では、分子を 3 次元光格子中で作ることで、衝突によるロスを抑えようとする実験の結果についてまとめた。

第 7 章 まとめと今後の展望

第 7 章では、まとめと今後の展望について述べた。

第 2 章

理論的背景

本章では、理論的背景について簡単に解説する。

2.1 Feshbach 分子

振動回転基底状態の分子生成のための中間状態として、弱く束縛された分子を作る必要がある。弱く束縛された分子を作るための有用な手段として、Feshbach 共鳴という現象を利用する。本節での議論は [36, 57] を参考にしている。

Feshbach 共鳴の理論的提案は 1962 年に遡る。[58] 冷却原子系という新たな系の誕生により、Feshbach 共鳴の実験的研究が行われるようになった。1998 年には、Na の BEC を用いて、実験的に Feshbach 共鳴が観測された。[14] その後冷却原子気体を利用した Feshbach 共鳴の研究は加速し、様々な原子種において Feshbach 共鳴が観測されている。Feshbach 共鳴を利用した分子生成も試みられており、ボソンでは、同種原子で $^{85}\text{Rb}_2$ [59]、 $^{87}\text{Rb}_2$ [60]、 Na_2 [61]、 Cs_2 [62]、また異種原子で $^{85}\text{Rb}^{87}\text{Rb}$ [63]、 $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ [64–66]、 $^{41}\text{K}^{87}\text{Rb}$ [67]、また光格子中での生成として $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ [42]、 $^{87}\text{Rb}_2$ [68] といった分子生成が行われている。

一方フェルミオンに関しても、散乱長が $a > 0$ の領域 (BEC サイド) では、原子ペアが分子となる。 $(^6\text{Li}_2$ [69], $^{40}\text{K}_2$ [70], $^6\text{Li}^{40}\text{K}$ [71]) この時十分低温ならば、分子 BEC となることが実験的に確かめられている。[16]

2.1.1 Feshbach 共鳴

閉じたチャンネルの束縛状態のエネルギーと、入射してきた原子のエネルギーが等しいとき、チャンネル間の結合があると共鳴的な散乱が起きる。この現象のことを Feshbach 共鳴と呼ぶ。

束縛状態と原子状態のエネルギー差は磁場や光によって変えることが可能である。ここでは、特に磁場での制御に焦点を当てる。

Feshbach 共鳴を利用すると、低温での原子の散乱を記述するパラメータである s 波散乱長を制御することができる。

$$a(B) = a_{bg} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right) \quad (2.1)$$

ここで、 a_{bg} はバックグラウンドの散乱長、 B_0 は Feshbach 共鳴磁場、 Δ は共鳴の幅である。Feshbach 共鳴点で散乱長が発散し、共鳴点近傍で散乱長が急激に変化する。我々が用いるのは、 $^{87}\text{Rb}|1, 1\rangle$ と $^{41}\text{K}|1, 1\rangle$ において、78G 付近にある Feshbach 共鳴である。図 2.1, 2.2 に $^{87}\text{Rb}|F = 1, m_F = 1\rangle$ と $^{41}\text{K}|F = 1, m_F = 1\rangle$ の間の散乱長の理論計算を示す。[72]

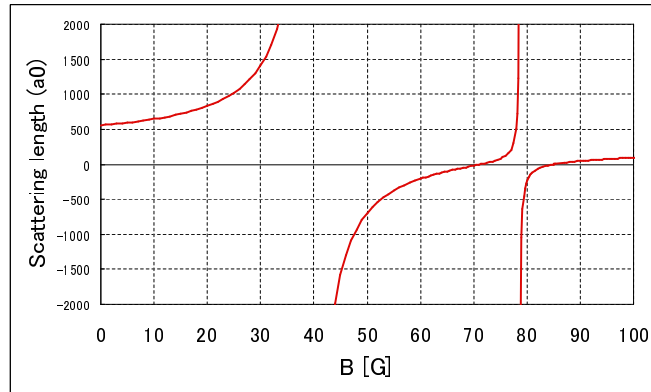


図 2.1 $^{87}\text{Rb}|1, 1\rangle$ と $^{41}\text{K}|1, 1\rangle$ の Feshbach 共鳴

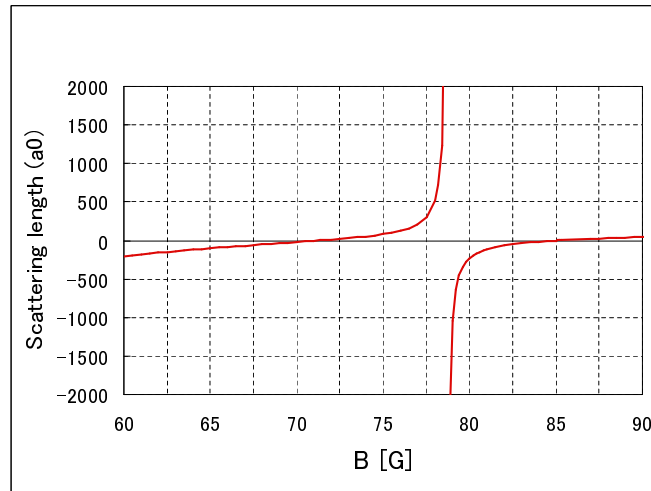


図 2.2 $^{87}\text{Rb}|1, 1\rangle$ と $^{41}\text{K}|1, 1\rangle$ の Feshbach 共鳴 (~78G) 付近の散乱長

原子同士の相互作用エネルギーは、散乱長を用いて

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.2)$$

と書けるので、Feshbach 共鳴を利用して相互作用の制御をすることができる。

また、原子状態と束縛状態とのエネルギー差、すなわち束縛エネルギーは、

$$E_b = \frac{\hbar^2}{2\mu a^2} \quad (2.3)$$

となる。ここで $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ は換算質量である。

2.1.2 Feshbach 共鳴の定式化

ここまでで、Feshbach 共鳴を扱う上で非常に大事だと思われる性質を見てきた。もう少し詳しく Feshbach 共鳴について見ていきたい。

チャンネル

運動エネルギーよりも Hyperfine 分裂のエネルギーや Zeeman 相互作用のエネルギーが大きいような低温の原子同士の散乱を考える。この時、衝突の性質は原子の内部状態に大きく依存することになる。そのため、原子の衝突の性質を考える際に、それぞれ原子の内部状態を指定する必要があるが、その内部状態の組をチャンネルと呼ぶ。これを量子数を用いて表すとすれば、チャンネルを表す組は $\alpha = f_1, m_{f_1}, f_2, m_{f_2}, l, m_l$ となる。ここで原子 1,2 に対しての f, m_f 、及び相対運動に対する軌道角運動量 l と磁気量子数 m_l を指定することになる。 l は散乱の部分波に対応するので、低温ならば s 波 ($l = 0$) のみを考えれば良い。

前述の Closed Channel とは、このチャンネルのうち、散乱の終状態とならないチャンネルのことを指す。具体的には、 α チャンネルのエネルギーを E_α としたとき、始状態のチャンネルの全エネルギー E に対して $E_\alpha > E$ となる、エネルギー的に許されない散乱過程のことである。この逆を Open Channel と呼ぶ。

1 チャンネル散乱問題

1 チャンネルの散乱問題、すなわちある 1 つのポテンシャルに対する散乱問題は、以下のシュレーディンガー方程式を解くことである。

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + V(r) \right\} \Psi(r) = E\Psi(r) \quad (2.4)$$

ここで r は核間距離である。この方程式は $\Psi(r) = \psi(r)/r$ と置き換えることで簡単になる。

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + V(r) \right\} \psi(r) = E\psi(r) \quad (2.5)$$

ポテンシャル $V(r)$ は、散乱問題を考える上では通常遠心力ポテンシャル $\hbar^2 l(l+1)/(2\mu r^2)$ の項を含めて考えるが、今回は s 波散乱 ($l = 0$) のみを考えるので、この項は 0 とする。ポテンシャルはファンデルワールスポテンシャル

$$V(r) = -\frac{C_6}{r^6} \quad (2.6)$$

で与えられる。

式 2.5 の解は、 $E < 0$ では離散化された束縛状態、 $E > 0$ は連続状態である散乱波の解となる。入射波として平面波を仮定し、 $E > 0$ での解は入射波と散乱波の重ね合わせになることを考えると、 $V(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ なので、

$$\psi(r \rightarrow \infty, E) \rightarrow \sqrt{\frac{2\mu}{\pi\hbar^2}} \frac{\sin[kr + \delta(E)]}{\sqrt{k}} \exp(i\delta(E)) \quad (2.7)$$

となる。ここで、 $\delta(E)$ は散乱による波動関数の位相シフトであり、低エネルギー極限で散乱長を与える。

$$a = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\tan(\delta(E))}{k} \quad (2.8)$$

ここで、より解析的に解きやすいモデルとして、箱型ポテンシャルによる散乱問題を考える。

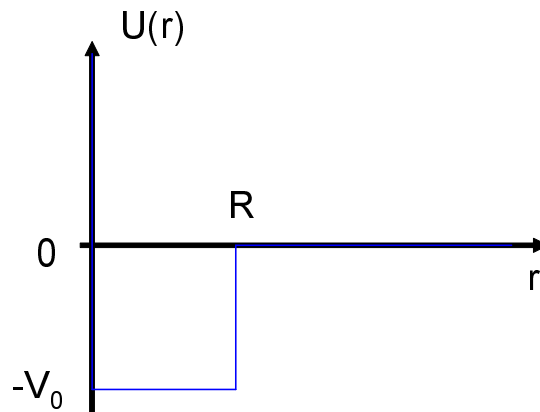


図 2.3 箱型ポテンシャル

この問題は、以下のシュレーディンガー方程式を解けばよい。

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + V(r) \right\} \Psi(r) = E\Psi(r) \quad (2.9)$$

$$V(r) = \begin{cases} 0 & (r > R) \\ -V_0 & (0 < r < R) \end{cases}$$

この問題は、 $\Psi(r) = \chi(r)/r$ という変換を置くと解きやすくなる。^{*1}

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial r^2} \chi(r) + V(r)\chi(r) = E\chi(r) \quad (2.10)$$

^{*1} $\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\Psi) = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \Psi$

この問題を解く上で考えるべきは、エネルギーの保存と波動関数の連続性の2つである。解として現れるのは、束縛状態と散乱の2つである。

まずは束縛状態 ($E < 0$) について考える。式 2.10 の解は

$$\chi(r) = \sin(\alpha r) \quad (r < R) \quad (2.11)$$

$$\chi(r) = e^{-\beta r} \quad (r > R) \quad (2.12)$$

である。エネルギー保存 $\frac{\hbar^2 \alpha^2}{2m} - V_0 = -\frac{\hbar^2 \beta^2}{2m}$ に対して両辺に R^2 を掛けることで、

$$(\alpha R)^2 + (\beta R)^2 = \left(\sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}} R \right)^2 \quad (2.13)$$

また、波動関数の連続性すなわち χ'/χ が境界上で連続である条件から、

$$\alpha R \frac{\cos(\alpha R)}{\sin(\alpha R)} = -\beta R \quad (2.14)$$

が満たすべき条件となる。式 2.13 と式 2.14 の連立方程式の解が取りうる状態を与える。最初の束縛状態は、 $\sqrt{2mV_0}/\hbar^2 R = \pi/2$ の時に現れる。

一方、散乱 ($E > 0$) では

$$\chi(r) = \sin(cr) \quad (r < R) \quad (2.15)$$

$$\chi(r) = \sin(d(r-a)) \quad (r > R) \quad (2.16)$$

となる。ここで a は散乱長である。低エネルギー極限 $d \rightarrow 0$ において、エネルギー保存から分かることは、 $\frac{\hbar^2 c^2}{2m} - V_0 = \frac{\hbar^2 d^2}{2m}$ から

$$c \rightarrow \sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}} \quad (2.17)$$

である。また、接続条件は、

$$c \frac{\cos(cR)}{\sin(cR)} = d \frac{\cos(d(R-a))}{\sin(d(R-a))} \quad (2.18)$$

である。式 2.17 から、 $d \rightarrow 0$ の時、式 2.18 は

$$\sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}} \cot \left(\sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}} R \right) = \frac{1}{R-a} \quad (2.19)$$

となる。式 2.19 が散乱長を与えている。

多チャンネル散乱問題

散乱過程を考えると、1つのチャンネルに加えて、もう一つ Closed チャンネルの存在を仮定する。この時、入射チャンネルと束縛状態を持つ Closed チャンネルの間に相互作用がある場合、散乱による位相シフト $\delta(E)$ が $\sim \pi$ となる共鳴現象が起きる。この時、散乱長が発散する。

この散乱を記述する際に解くべき問題は、入射チャンネル (Open チャンネル) に加えて、Closed チャンネルを加えた2チャンネル問題となる。この時の原子のペアの相対運動のハミルトニアンは行列として表現され、

$$H = \begin{pmatrix} H_{bg} & W(r) \\ W(r) & H_{cl}(B) \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

となる。

Closed チャンネルと Open チャンネルの間にカップリングが無ければ、式 2.20 における非対角項は 0 である。しかし、ここでは散乱過程において、スピン交換相互作用によってエネルギー $W(r)$ が生じると、非対角項が有限値を持つことになる。この非対角項が共鳴現象の本質を担っている。

ここで、一般的なモデルではないが、話を簡単にするためにそれぞれのチャンネルのポテンシャルが球対称の箱型ポテンシャルで与えられると仮定する。

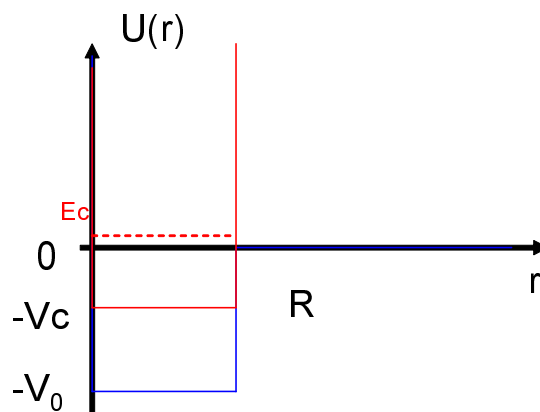


図 2.4 2チャンネルの箱型ポテンシャルモデル

式 2.20 のその他の項は以下ようになる。

$$H_{bg} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta^2 + V_{bg}(r) \quad (2.21)$$

$$H_{cl}(B) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta^2 + V_{cl}(B, r) \quad (2.22)$$

ポテンシャルは

$$V_{bg}(r) = \begin{cases} -V_0 & (r < R) \\ 0 & (r > R) \end{cases} \quad (2.23)$$

$$V_{cl}(r) = \begin{cases} -V_c & (r < R) \\ \infty & (r > R) \end{cases} \quad (2.24)$$

である。有限の深さの箱型ポテンシャル（Open チャンネルに対応）と、無限の高さの箱型ポテンシャル（Closed チャンネルに対応）を考える。

それぞれのチャンネルの波動関数を $|\psi_{bg}\rangle, |\psi_{cl}\rangle$ と書くとする。シュレディンガー方程式の解の基底として

$$\sin(k_1 r) \begin{pmatrix} 1 \\ -\epsilon \end{pmatrix}, \quad \sin(k_2 r) \begin{pmatrix} \epsilon \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

を用いるとすると、一般解は

$$\psi_{bg}(r) = A_{bg} \sin(k_1 r) + \epsilon A_{cl} \sin(k_2 r) \quad (2.26)$$

$$\psi_{cl}(r) = -\epsilon A_{bg} \sin(k_1 r) + A_{cl} \sin(k_2 r) \quad (2.27)$$

となる。ここで、 $\psi_{bg}(r) = \langle r | \psi_{bg}(r) \rangle, \psi_{cl}(r) = \langle r | \psi_{cl}(r) \rangle$ である。また、 ϵ は、 $\epsilon \sim W/|V_0 - V_c|$ であるとし、 $|V_0 - V_c| \gg W$ という仮定を置く。

1 チャンネル問題の時と同様に、接続条件を用いて解を求める。

$|\psi_{cl}\rangle$ に対しては、

$$-\epsilon A_{bg} \sin(k_1 r) + A_{cl} \sin(k_2 r) = 0 \quad (2.28)$$

$|\psi_{bg}\rangle$ に対しては、

$$\frac{A_{bg} k_1 \cos(k_1 R) + \epsilon A_{cl} k_2 \cos(k_2 R)}{A_{bg} \sin(k_1 R) + \epsilon A_{cl} \sin(k_2 R)} = \frac{1}{R - a} \quad (2.29)$$

が接続条件から得られる条件である。ここで式 2.29 の右辺は 1 チャンネル問題の散乱における $r > R$ とつながることから来ている。式 2.29 が散乱長を与えている。式 2.28 から、

$$A_{cl} = \epsilon \frac{\sin(k_1 R)}{\sin(k_2 R)} A_{bg} \quad (2.30)$$

という関係がある。ここで、 ϵ は微量なので、基本的には $A_{cl} \ll A_{bg}$ である。そのため、式 2.29 から散乱長は A_{bg} によって支配的に決まることが分かる。ただし、 $\sin(k_2 R)$ が ϵ 程度まで小さくなった場合は別である。すなわち、

$$k_2 R = \pi + \eta \epsilon^2 \quad (2.31)$$

となる時を考える。ここで、1 チャンネルでの議論を思い出すと、 $k_2 R = \pi$ は束縛状態ができる条件である。この時に、 $A_{cl} \gg A_{bg}$ となっている。これは、式 2.29 で散乱長を決める上で支配的な役割

を果たすのが、今回存在を仮定したチャンネル由来の A_{cl} であることを示している。式 2.29 の分子は、 $\eta \sim \frac{k_1}{k_2} \cot(k_1 R)$ で 0 になる。これは Feshbach 共鳴で散乱長が発散することに対応する。つまり、状態が束縛状態と原子状態で重ね合わせで書ける時、散乱長が発散するような共鳴散乱が起きることを示している。

散乱長を変えることのできる範囲は $\eta \epsilon^2$ くらいである。共鳴現象における幅は、始状態と終状態のカップリングの強さで決まる。カップリングの強さ Γ は、以下で書ける。

$$\Gamma = 2\pi | \langle \psi_{cl} | W(r) | \psi_{bg} \rangle |^2 \quad (2.32)$$

箱型ポテンシャルで Feshbach 共鳴において散乱長が発散する現象を見ることができた。一般的なポテンシャルを考えてたとき、散乱長が式 2.1 のように書けるを見たい。

散乱における位相シフト $\delta(E) = \delta_{bg}(E) + \delta_{res}(E)$ を考える。式 2.8 から、共鳴において $\cot(\delta(E_R)) = 0$ となる。この共鳴から僅かにエネルギーがずれた状況を見ると、 $\cot(\delta(E))$ は以下のように書ける。

$$\cot(\delta(E)) = \cot(\delta(E = E_R)) - C(E - E_R) + O((E - E_R)^2) \quad (2.33)$$

ここで、 $C = -\frac{d}{dE} \cot(\delta)|_{E=E_R}$ である。 $\cot(\delta(E = E_R)) = 0$ なので、式 2.33 は

$$\cot(\delta(E)) = -C(E - E_R) \quad (2.34)$$

となる。これは、 δ に対して書くと

$$\delta_{res}(E) = \tan^{-1} \left(\frac{-1}{C(E - E_R)} \right) \quad (2.35)$$

となる。これは、 $C = \frac{2}{\Gamma}$ と共鳴の幅で置き換えることで、Breit-Wigner の公式（共鳴公式）となる。

$$\delta_{res}(E) = \tan^{-1} \left(\frac{-\Gamma}{2(E - E_R)} \right) \quad (2.36)$$

位相シフトは散乱長を与えるので、式 2.8 から散乱長は以下の様に見える。

$$a = a_{bg} - \frac{\Gamma_0}{(E - E_R)} \quad (2.37)$$

ここで、 $k \rightarrow 0$ で $\Gamma(E)/2 \rightarrow (ka_{bg})\Gamma_0$ とした。エネルギー E は何を表しているかと言えば、Open チャンネルのスレッシュホールドエネルギーからの相対エネルギーである。この E は、例えば磁場によってコントロールすることが可能である。

原子状態と分子状態（束縛状態）は磁気モーメントが $\delta\mu = \mu_{atoms} - \mu_c$ だけ異なるとすると、 E は以下のように書ける。ここで μ_c は closed チャンネルにおける磁気モーメントである。

$$E = \delta\mu(B - B_0) \quad (2.38)$$

B_0 は共鳴散乱が起きる磁場であり、この時原子状態と分子状態はエネルギー的に縮退している。

この時、式 2.37、2.38 から

$$a(B) = a_{bg} - \frac{\Delta}{B - B_0} a_{bg} \quad (2.39)$$

となり、式 2.1 が導かれた。共鳴の幅は $\Delta = \Gamma/\delta\mu$ である。

2.1.3 Feshbach 分子の生成

Feshbach 共鳴を利用して、束縛状態へ断熱的に遷移させることが可能である。以下にその方法と、生成において必要な知識をまとめた。

分子の生成法

Feshbach 共鳴を用いた断熱的な分子生成法は、以下の 3 つが挙げられる。

1. 共鳴を横切るように磁場を断熱的にスイープする方法
2. 印加磁場に変調をかけることで散乱状態から束縛状態への遷移を起こす方法
3. 別のスピン状態を用意し、RF によって分子の束縛状態への遷移を起こす方法 (RF 会合)

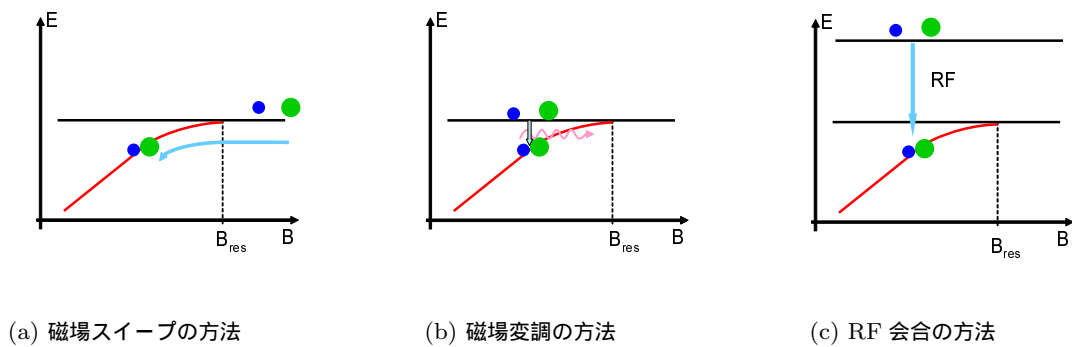


図 2.5 Feshbach 分子の生成方法

磁場スイープ

磁場スイープによる方法における分子生成の効率は、位相空間密度と断熱条件で決まる。生成効率は実験的に測定され、理解されている。[65] 生成分子数は、次の Landau-Zener の遷移確率に従う。

$$N_{mol} = N_{max}(1 - e^{-\delta_{LZ}}) \quad (2.40)$$

ここで δ_{LZ} は Landau-Zener パラメータと呼ばれ、以下のように書ける。

$$\delta_{LZ} = \frac{\alpha n \Delta a_{bg}}{dB/dt} \quad (2.41)$$

ここで α は定数であり、実験的に $\alpha = 4.5(4) \times 10^{-7} [m^2/s]$ と測定されている。[65]

ここで N_{max} は断熱過程での生成分子数、つまりロスが無い状態で無限にゆっくり磁場をスイープした時の生成原子数である。

また、3次元光格子中での Landau-Zener パラメータは

$$\delta_{LZ} = \frac{\sqrt{6}\hbar}{\pi m a_{ho}^3} \left| \frac{a_{bg}\Delta}{dB/dt} \right| \quad (2.42)$$

となる。[68, 73] ここで、 $a_{ho} = \sqrt{\hbar/m\omega_{OL}}$ である。

また、式 2.40 における N_{max} は位相空間密度と空間的重なりによって決まっていると考えられる。原子は次の関係を満たす時、位相空間上で十分に近く、分子になると考えられる。

$$|\delta r_{rel} m \delta v_{rel}| < \gamma \hbar \quad (2.43)$$

ここで δr_{rel} は相対距離、 δv_{rel} 相対速度であり、 $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ の実験では $\gamma = 0.44(3)$ であった。[65]

磁場変調

Feshbach 磁場の強度自体に束縛エネルギーに相当する周波数で変調をかけることによる分子の生成も行われている。[59, 67, 74] 共鳴磁場から離れた磁場で行えるため、磁場スイープで問題となるロスやヒーティングが低減できる。

RF 会合

RF 会合における生成分子数については、節 5.1 で詳しく議論されているため、そちらを参照されたい。

Feshbach 分子の寿命

Feshbach 分子のトラップロスは、衝突によってより深い束縛状態への振動緩和が起き、束縛エネルギーの差が運動エネルギーに変換されることに起因する。すなわち、分子と分子、及び分子と原子の衝突レートがトラップ中の分子の寿命を決めている。フェルミオンの場合は分子と分子の衝突はパウリの排他律から s 波散乱では起きず、また Feshbach 分子は原子状態と比較的近いため、分子とフェルミオン原子の間の衝突も抑制される。そのため、ボソンの分子に比べて寿命が長いと考えられる。一方、ボソンはフェルミオンのようなロスを抑制する機構はないため、寿命が非常に短くなる可能性がある。

ボソンの Feshbach 分子のロスレートは、 Na_2 を用いた実験で測定されている。[61] この実験では、分子のみ、および分子 + 原子の系で分子数を測定している。 N_m を分子数、 n_m を分子の密度、 n_a を原子の密度としてロスレートを、それぞれ $\dot{N}_m/N_m = -K_{mm}n_m$, $\dot{N}_m/N_m = -K_{am}n_a$ で定義すると、 $K_{mm} \sim 5.1 \times 10^{-11} [cm^3/s]$, $K_{am} \sim 5.5 \times 10^{-11} [cm^3/s]$ と測定されている。この時の寿命は $106\mu s$ と非常に短い、これは BEC になっている原子を使っているため密度が高いからであり、我々の実験条件では $4ms$ 程度と予想される。^{*2}

Feshbach 分子の長寿命化のためには、3次元光格子を用いる方法が取られている。ボソンである ^{87}Rb に対しても、 $700ms$ 以上の長い寿命が得られている。[68] また、フェルミオンではあるが、 $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ では $20s$ もの長寿命化が実現されている。[75]

^{*2} $\tau \sim K_{am}n_a$

Feshbach 共鳴のパラメータ

Feshbach 共鳴を利用する上で、いくつか重要なパラメータがある。ここまでで挙げていないパラメータをここで紹介する。

” $\delta\mu$ ”

$\delta\mu$ は closed チャンネルと入射チャンネルの磁気モーメントの差を表す。 $\delta\mu = \mu_{atoms} - \mu_c = \mu_{Rb} + \mu_K - \mu_c$ となる。これはチャンネル間のカップリング W が効かなくなった領域での束縛状態と原子状態の磁気モーメントの差と言い換えられる。この値は磁気モーメントの差を利用して状態を分離しようとする際に重要となる。この詳細は節 5.2.2 で議論している。

”Closed Channel Fraction”

Closed チャンネルがどの程度含まれているかという程度を表す量である。

$$Z = \frac{\delta\mu_b}{\delta\mu} \quad (2.44)$$

であり、 $\delta\mu_b = \partial E_b / \partial B$ はある磁場での原子と分子の磁気モーメントの差、 $\delta\mu$ は 1 チャンネルで考えたときの原子と分子の磁気モーメントの差である。 Z は $B = B_0$ で 0 になる。Open チャンネルに対しても同様の量が定義でき、 χ で表す。 $Z = 1 - \chi$ である。

” ζ ”

共鳴の幅は Δ で表されるが、どの程度の幅で Open チャンネルと Closed チャンネルが混ざっているかという幅を示す指標として、 ζ が挙げられる。この幅は、 ζ に Feshbach 共鳴の幅である Δ を掛けた $\zeta\Delta$ で与えられる。おおざっぱに言えば、 $\zeta\Delta$ の幅では、束縛エネルギーは曲線であり、 Z は 0 と 1 の間の値を取る。共鳴から $\zeta\Delta$ 以上離れると、束縛エネルギーは傾きを $\delta\mu$ とした直線になり、この時 $Z=1$ となる。

” η ”

共鳴の強さを表すパラメータを η で表す。ここで、共鳴の強さは η に反比例することに注意されたい。 η はファンデルワールスポテンシャルにおける束縛状態を考えることで特徴付けられる。

ファンデルワールスポテンシャルにおける特徴的な長さスケールである $r_{vdW} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\mu C_6}{\hbar^2} \right)^{1/4}$ を用いて、平均散乱長 \bar{a} という量を $\bar{a} = 0.955978 \cdots r_{vdW}$ と定義する。この時、 η は以下のように書ける。

$$\eta = \frac{\bar{E}}{(\delta\mu)\Delta} \frac{\bar{a}}{a_{bg}} \quad (2.45)$$

ここで $\bar{E} = \hbar^2 k^2 / 2\mu$ である。(この μ は換算質量) $\eta \gg 1$ の時は、カップリングが弱く、Closed チャンネルの寄与が支配的になる。(Closed Channel dominated Resonance) $\eta \ll 1$ の時は、カップリングが強く、Open チャンネルの寄与が支配的になる。(Open Channel dominated Resonance)

 $^{41}\text{K}^{87}\text{Rb}$ の Feshbach 共鳴

表 2.1 に $^{41}\text{K}|1, 1 \rangle ^{87}\text{Rb}|1, 1 \rangle$ 間の Feshbach 共鳴における各種パラメータをまとめた。[67, 72, 76] $|F = 1, m_F = 1 \rangle$ を用いるのは、基底状態であり 2 体の非弾性散乱がなく安定であることと、 $^{41}\text{K}|1, 1 \rangle + ^{87}\text{Rb}|1, 1 \rangle$ から他の状態への散乱が起きないからである。また、印加可能な大きさの磁場内に Feshbach 共鳴が存在することも必要であるが、 $^{41}\text{K}|1, 1 \rangle ^{87}\text{Rb}|1, 1 \rangle$ の間には 39G 付近と 79G

付近の 2 つの共鳴が存在する。STIRAP による高効率遷移のためには、Closed Channel dominated Resonance である必要があるが、79G 付近の共鳴は $\eta = 1.2$ と大きく、高効率の遷移が期待できるため、79G 付近の共鳴を使うことにした。散乱長が 0 となる磁場 B_z も分かっており、dual BEC の混合及び光格子へのロードを行う際の制御が可能となっている。

B_0 (実験値)	B_0 (理論値)	Δ	B_z	$da/dB _{B=B_z}$	a_{bg}/a_0	$\delta\mu/\mu_B$	η	ζ
38.4G	39.4(2)G	37G	72.8±0.6G	16.8 a_0 /G	284	1.65	0.04	53.0
78.67G	78.92(9)G	1.2G	87.0±0.3G	8.9 a_0 /G	284	1.59	1.2	1.66

表 2.1 $^{41}\text{K} |1, 1\rangle$ $^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ 間の Feshbach 共鳴 [67, 72, 76]

表 2.2 に ^{41}K , ^{87}Rb のそれぞれの状態間の散乱長を示した。

状態	散乱長 (a_0)	Ref
$^{87}\text{Rb} 2, 2\rangle + ^{87}\text{Rb} 2, 2\rangle$	109±10	[77]
$^{41}\text{K} 2, 2\rangle + ^{41}\text{K} 2, 2\rangle$	20 < a < 60	[78]
$^{87}\text{Rb} 2, 2\rangle + ^{41}\text{K} 2, 2\rangle$	163 $^{57}_{-12}$	[79]
$^{87}\text{Rb} 1, 1\rangle + ^{87}\text{Rb} 1, 1\rangle$	108±0.3	[80]
$^{41}\text{K} 1, 1\rangle + ^{41}\text{K} 1, 1\rangle$	60±2	[81]
$^{87}\text{Rb} 1, 1\rangle + ^{41}\text{K} 1, 1\rangle$	$a_{bg} = 284$	[72, 76]

表 2.2 ^{41}K , ^{87}Rb の各状態間の散乱長

2.2 光双極子力を用いたトラップ

原子に対して光を入射すると、原子は振動電場によって電気双極子が誘起される。原子はその電気双極子と振動電場による相互作用のポテンシャルを感じる。このことを利用し、適切な離調および光強度の光を用いて原子をトラップする手法を光トラップ (Optical Dipole Trap, ODT) と言う。更にその応用として、周期的な電場分布を作ることによって格子状のポテンシャルを作ることが可能である。この手法は光格子と呼ばれる。

本節の議論は [82–84] を参考にしている。

2.2.1 光トラップと光格子

光トラップ

原子の複素分極率を α とすると、電場 E が存在するとき、原子には $\mathbf{p} = \alpha E$ の双極子モーメントが誘起される。この時、電場と双極子モーメントの相互作用エネルギー U は

$$U = - \int_0^E \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}' dE' = -\frac{1}{2} \alpha E^2 = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}[\alpha] I \quad (2.46)$$

で与えられる。

ここで、複素分極率 α は

$$\alpha = 6\pi\epsilon_0 c^3 \frac{\Gamma/\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i(\omega^3/\omega_0^2)\Gamma} \quad (2.47)$$

と書ける。 Γ は遷移の自然幅である。すると、式 (2.46) から、双極子ポテンシャル U は

$$U(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right) I(\mathbf{r}) \quad (2.48)$$

と書ける。ここで、離調 $\delta \equiv \omega - \omega_0$ が、 $|\delta| \ll \omega_0$ の時、式 2.48 括弧内の第 2 項は無視できるため、

$$U(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \frac{\Gamma}{\delta} I(\mathbf{r}) \quad (2.49)$$

となる。

入射電場としては、 z 方向に進むガウシアンビームを考えると、

$$I(\mathbf{r}) = I_0 \frac{w_0^2}{w^2(z)} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \quad (2.50)$$

である。ここで、 $r^2 = x^2 + y^2$ であり、ビームの中心からの距離を表す。また、 $I_0 = \frac{\epsilon_0 c}{2} E_0^2$ と定義した。 w_0 は焦点の位置のビーム半径であり、ガウシアンビームにおいては

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad (2.51)$$

となる。ここで $z_R \equiv \pi w_0^2/\lambda$ はレイリー長と呼ばれる長さである。

ビームのトータルのパワーは、

$$P = \frac{I_0 \pi w_0^2}{2} \quad (2.52)$$

と書けるので、式 (2.51) と式 (2.52) から、電場強度は次式で表わされる。

$$I(r, z) = \frac{2P}{\pi w_0^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \quad (2.53)$$

従って、ポテンシャルエネルギーは

$$U_{ODT}(\mathbf{r}) = U_0 \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \quad (2.54)$$

$$U_0 = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \times \frac{\Gamma}{\delta} \times \frac{2P}{\pi w^2(z)} \quad (2.55)$$

となる。

またこの時散乱レート Γ_{sc} は

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\delta}\right)^2 I(\mathbf{r}) \quad (2.56)$$

であり、

$$\Gamma_{sc} = \frac{\Gamma}{\hbar\delta} U_{ODT} \quad (2.57)$$

となる。ここから得られる帰結として、光散乱を抑えて深いポテンシャルを作るためには、離調を大きく取って高強度の光を用意すれば良いことが分かる。そのため、我々は 1080nm という共鳴 (Rb:D1(795nm),D2(780nm),K:D1(770nm),D2(767nm)) から大きく離調が付き、かつ高出力なレーザーが用意できる波長を用いることにした。

ここで、 $r = 0, z = 0$ の近傍で $I(r, z)$ を展開すると、

$$U_{ODT}(r, z) \sim -U_0 \left\{ 1 - 2 \left(\frac{r}{\omega_0}\right)^2 - \left(\frac{z}{z_R}\right)^2 \right\} \quad (2.58)$$

と調和ポテンシャルで近似できるこれから、トラップ周波数は動径方向 ω_r 、軸方向 ω_a それぞれ

$$\omega_r = \sqrt{\frac{4U_0}{m\omega_0^2}} \quad (2.59)$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{2U_0}{mz_R^2}} \quad (2.60)$$

となる。

以上が、理想的な 2 準位系を考えた際の帰結である。しかし実際の原子は複数の準位を持っており、それぞれの励起状態による分極を考える必要がある。例えば、アルカリ原子の場合、電子のスピン軌道相互作用によるエネルギー構造の分裂が存在する。これら D1、D2 線の両方の寄与を考えた場合、式 2.55、式 2.58 における U_0 は以下に置き換わる。

$$U_0 = \frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \times \left(\frac{2 + Pg_F m_F}{\delta_{D2}} + \frac{1 - Pg_F m_F}{\delta_{D1}} \right) \times \frac{2P}{\pi w^2} \quad (2.61)$$

ここで $P=0, \pm 1$ (直線偏光、 σ^\pm 円偏光) g_F は Landé の g 因子、 ω_0 は D1, D2 線の中心周波数、 m_F は磁気量子数、 $\delta_{D1,2}$ はそれぞれの準位からの離調である。

更に正確なポテンシャルが必要な場合は、よりエネルギーの高い励起状態の寄与も考える必要があるが、本実験においてはその寄与は問題とならないため、無視する。

光格子

ここまでで光トラップについて述べてきた。式 2.55 から分かるように、電場の大きい位置に原子は大きなポテンシャルを感じ、トラップされる。そこで電場を周期的に変化させることによって周期的ポテンシャルが形成できることが分かる。簡単に電場を周期的に変化させるためには、ガウシアンビームを打ち返し、行きのビームと帰りのビームの干渉によって定在波を作れば良い。

行きのビームと帰りのビームの周波数、偏光、光強度が等しい理想的な状況を考えると、式 2.54 は

$$V_{lat}(r, z) = -4U_0 \sin^2(kz) \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \quad (2.62)$$

と書き換えられる。ここで k は光の波数である。深さは光トラップの時の 4 倍となる。光格子の深さは、リコイルエネルギー $E_R = \hbar^2 k^2 / 2m$ を単位として書かれることが多い。

光格子のための光を 3 軸に入射して、3 次元光格子を作ることができる。この時のポテンシャルは以下のように式 2.62 の和として書ける。

$$V_{lat}(\mathbf{r}) = -U_x \sin^2(kx) e^{\left(-\frac{2(y^2+z^2)}{w_x^2}\right)} - U_y \sin^2(ky) e^{\left(-\frac{2(z^2+x^2)}{w_y^2}\right)} - U_z \sin^2(kz) e^{\left(-\frac{2(x^2+y^2)}{w_z^2}\right)} \quad (2.63)$$

ここで U_i は i 軸における式 2.62 中の $4U_0$ であり、また w_i は i 軸における焦点の位置のビーム半径である。式 2.64 も原点付近で展開すると

$$V_{lat}(\mathbf{r}) = -U_x \sin^2(kx) - U_y \sin^2(ky) - U_z \sin^2(kz) - \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (2.64)$$

となる。ここで ω_i はガウシアンビームの外部コンファインメントによるトラップ周波数であり、以下のように記述される。

$$\omega_x^2 = \frac{4}{m} \left(\frac{U_y}{w_y^2} + \frac{U_z}{w_z^2} \right) \quad (2.65)$$

y, z 方向に関しても同様である。

光格子の各サイトのトラップ周波数は

$$\omega_{OL}^2 = U_{OL} \frac{2k^2}{m} \quad (2.66)$$

となる。

光トラップ中の加熱

線幅の狭いコヒーレントなレーザーを用いて、離調を十分にとっても、光トラップおよび光格子中にて原子が加熱されてしまうことがある。その原因として、レーザーの強度ノイズ及びトラップ位置の揺らぎが考えられる。[85]

まず、レーザーの強度ノイズについて考える。1次元の調和振動子ポテンシャルを考えると、トラップ周波数 ω_x として、揺らぎ ϵ を考慮するとポテンシャルは

$$U = \frac{1}{2}M\omega_x^2[1 + \epsilon(t)]x^2 \quad (2.67)$$

と書ける。離調が十分大きい光トラップでは、 ϵ はレーザーの強度揺らぎとなる。摂動ハミルトニアンとして、式 (2.67) を用いると、以下の式が成り立つ。

$$\langle \dot{E}_x \rangle = \gamma_x \langle E_x \rangle \quad (2.68)$$

ここで、 $f_x = \omega_x/2\pi$ とすると、 γ_x は

$$\gamma_x \equiv \frac{1}{t_x} = \pi^2 f_x^2 S_k(2f_x) \quad (2.69)$$

と書ける。ただし、 $S(\omega)$ は片側のパワースペクトルで、

$$S_k(\omega) \equiv \frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\tau \cos(\omega\tau) \langle \epsilon(t)\epsilon(t+\tau) \rangle \quad (2.70)$$

で定義されている。パワースペクトルの全範囲における積分値は

$$\int_0^\infty d\omega S(\omega) = \langle \epsilon^2(t) \rangle \quad (2.71)$$

と、揺らぎの2乗平均で与えられる。

ここで式 (2.68) を見ると、原子のエネルギーが指数関数的に増加することが分かり、エネルギーが e 倍になる時間が t_x となることが分かる。

式 (2.69) から、cavity trap 中ではトラップ周波数の2倍の強度ノイズが加熱につながる事が分かる。この現象はパラメトリック振動と呼ばれる。

同様に、トラップ中心の位置が揺らぐことによるヒーティングは、以下の式で書ける。

$$\frac{\langle \dot{E}_x \rangle}{\langle E_x(t=0) \rangle} = \frac{1}{t'_x} = \pi^2 f_x^2 \frac{S_x(f_x)}{\langle x^2 \rangle} \quad (2.72)$$

ここで t'_x はエネルギーが2倍となる時間であり、 f_x は中心の位置揺らぎの周波数である。 x としては、トラップ領域の大きさ程度であるので、例えば光格子ならば $\langle x^2 \rangle \sim (\lambda/2)^2$ と置き換えられる。

強度ノイズに関しては、AOM 等を用いた周波数安定化 [86] で低減が可能である。一方トラップ位置が揺らぐことでも加熱につながり、光格子においてはオプティクス及びガラスセルの振動による揺らぎが考えられる。こちらは低減が難しく、オプティクスの高さを低くする程度しか対策の手段が無い。

ここで参考となるのが、フェルミオンではあるが、Feshbach 分子で 20s 以上、振動基底状態で 25s 以上の寿命が実現されている。[75] 同様の光格子ができていれば、フェルミオンとボソンの差は無いはずであり、実験上可能な寿命は十分長いと言える。振動に関する環境は同じ程度であると考えられるので、我々の実験時間は 100ms 程度であることを踏まえると、強度ノイズの条件 (式 2.69) を満たせば十分であると言える。

2.2.2 光格子中の原子

光格子の外部コンファインメントを無視し、無限に続く周期ポテンシャルを仮定する。この時1次元の光格子ポテンシャルは

$$V_{lat} = sE_R \sin^2(kz) \quad (2.73)$$

と書ける。ここで、 sE_R はリコイルエネルギー E_R で規格化したポテンシャルの高さを表す。この時の原子の運動は、ブロッホの理論を用いて記述できる。

バンド構造

シュレディンガー方程式を解く際に、ポテンシャル $V_{lat}(z)$ が周期性を持つため、フーリエ級数展開

$$V_{lat}(z) = \sum_G C_G e^{iGz} \quad (2.74)$$

を行うことが可能である。ここで G は逆格子ベクトルである。特に、今は式 2.73 で表されるポテンシャルを考えるので、

$$\begin{aligned} V_{lat}(z) &= V_{-2k} e^{-2ikz} + V_0 + V_{2k} e^{2ikz} \\ &= \frac{sE_R}{4} e^{-2ikz} + \frac{sE_R}{2} + \frac{sE_R}{4} e^{2ikz} \end{aligned} \quad (2.75)$$

と3成分のみで書くことができる。

ここで、波動関数の平面波による展開を考える。周期ポテンシャル中の原子の波動関数は、周期性からの要請により変調された平面波

$$\Psi = \sum_q C_q e^{iqz} \quad (2.76)$$

と級数展開できる。

ここから、周期性に関する条件として、

$$E(q) = E(q + G) \quad (2.77)$$

が要請される。つまり、波数空間上で、エネルギーは波数 G の整数倍だけシフトした場所で同じとなる。そのため、 $-G/2 < q < G/2$ の間、所謂ブリルアンゾーン内を考えれば良い。

この時解くべき方程式は

$$\left(\frac{\hbar^2 q^2}{2m} - E \right) C_q + \sum_G U_G C_{q-G} = 0 \quad (2.78)$$

である。この代数方程式の組は、シュレディンガー方程式を逆格子空間で表したものである。

自由電子近似のもと、バンドギャップが生じる様子を見ていきたい。

式 2.78 のハミルトニアン of 行列表示を考える。式 2.76 の基底を用いて、 $|n, q\rangle$ でラベル付けを行う。 n, q は、自由空間での波数が q であり、第一ブリルアンゾーン内での波数は $q/G - 2nG$ であることを表す。簡単のために $E_q(q) = \frac{\hbar^2}{2m}q^2$ と書くと、今考えているポテンシャルでは、 $G = 2k$ であり、行列要素は以下の様に見えることが分かる。

$$H = \begin{pmatrix} 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & 0 & \frac{sE_R}{4} & E_q(q+2k) + \frac{sE_R}{2} & \frac{sE_R}{4} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & \cdots & 0 & \frac{sE_R}{4} & E_q(q) + \frac{sE_R}{2} & \frac{sE_R}{4} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & \cdots & 0 & \frac{sE_R}{4} & E_q(q-2k) + \frac{sE_R}{2} & \frac{sE_R}{4} & 0 & \cdots & \cdots \\ & & & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \end{pmatrix} \tag{2.79}$$

対角要素はそれぞれのブリルアンゾーンで $E = \frac{\hbar^2 q^2}{2m}$ となることに対応し、非対角要素は周期的ポテンシャルのフーリエ成分とカップルする成分に対応する。今ポテンシャルは式 2.75 で表されるように、1 つ隣の成分としかカップルしない。そのため、行列要素は式 2.79 で表されるように簡単になる。

この解を求めるためには、永年方程式

$$\det[\mathbf{H} - E\mathbf{I}] = 0 \tag{2.80}$$

を解けばよい。ここで \mathbf{I} は単位行列である。

これを無限次までで解けば厳密解となるが、今は隣のブリルアンゾーンのみとしかカップルしないため、遠いブリルアンゾーンによる固有解の変化は十分小さいと考えられるので、良い摂動となっている。11 対 11 の行列で式 2.80 に解いて、第 1 ブリルアンゾーン内でのバンド分散を求めたのが図 2.6 になる。行列の規模を大きくすれば、その分正確なバンド分散が求まるが、今考えているハミルトニアンにおいては隣のブリルアンゾーンとのみカップルするため、7 対 7 程度の次数の行列でも正確な解が求まる。

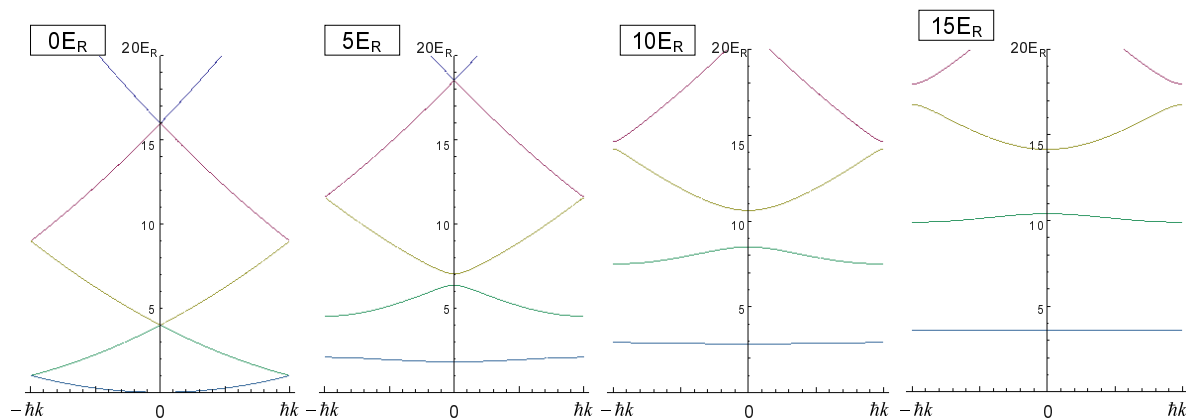


図 2.6 Lattice ポテンシャルの深さに対するバンド構造の計算

光格子を深くしていくと、バンドが平らになっていく様子が見て取れる。これは、自由電子近似で波動関数が周期性の要請からブロッホ関数で書けていたのが、光格子が深くなるにつれて各サイトに局在化していき、それぞれが独立の光トラップでコンファインされていく様子を示している。バンドが平らになった時のバンド間隔は、各サイトのポテンシャルが調和振動子ポテンシャルで近似できると仮定すると $\hbar\omega_L$ となる。

ボーズ-ハバード模型

強く束縛された光格子中の原子の運動は、ボーズ-ハバード模型で記述することが可能である。ハバード模型においては、波動関数が主に i サイトに局在しているような直交基底 $|i\rangle$ (ワニエ基底) を基底としている。ハバード模型は、粒子が i サイトから j サイトへ移るトンネリングの相互作用と、同じワニエ軌道上を占める粒子の間の相互作用 (オンサイト相互作用) をハミルトニアンとしている。このモデルでは、長距離の相互作用を簡略化しており、強束縛近似の下成り立つモデルである。

本モデルのハミルトニアンは、光格子ポテンシャルの不均一性を取り入れたより現実に近いモデルとして

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \frac{1}{2} U \sum_i \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1) + \sum_i [V(\mathbf{r}_i) - \mu] \hat{n}_i \quad (2.81)$$

と書ける。[87] ここで、 $\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_i$ はそれぞれ i サイトの生成、消滅演算子である。また、 $\hat{n}_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$ は i サイトの数演算子、 $V(\mathbf{r}_i)$ はガウシアンビームによる光格子ポテンシャルの外部コンファインメントのためのオフセット、 μ は化学ポテンシャルである。

基底は n 次のブロッホバンドにおけるブロッホ関数から得たワニエ関数

$$w_n(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) = A \sum_q e^{-iq\mathbf{x}_i/\hbar} \psi_{nq}(\mathbf{x}) \quad (2.82)$$

で書ける。ここで q は quasimomentum であり、 N は規格化定数である。ワニエ関数を用いると、式 2.81 におけるトンネリングレート J は

$$J = \int d^3x w^*(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_0(\mathbf{x}) \right) w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \quad (2.83)$$

と書ける。また、オンサイト相互作用は

$$U = \frac{4\pi a \hbar^2}{m} \int d^3x |w(\mathbf{x})|^4 \quad (2.84)$$

となる。

トンネリングレート、およびオンサイト相互作用は、光格子ポテンシャルの深さ V_{lat} を用いて以下の様に近似できる。[88]

$$\frac{J}{E_R} \sim 1.43 \left(\frac{V_{lat}}{E_R} \right)^{0.98} \exp \left(-2.07 \sqrt{\frac{V_{lat}}{E_R}} \right) \quad (2.85)$$

$$\frac{U}{E_R} \sim 5.97 \left(\frac{a}{\lambda_{lat}} \right) \left(\frac{V_{lat}}{E_R} \right)^{0.88} \quad (2.86)$$

これは $_{lat} = 8 \sim 30E_R$ の範囲で、誤差が 1% 以下となる近似式である。

超流動-Mott 絶縁体相転移

光格子ポテンシャルを高くしていくと、金属体-絶縁体へと急激な転移を生ずる Mott 転移と同じ現象が見られる。[17] 原子系では、トンネリングが支配的である ($J \gg U$) 光格子の各サイトに粒子が非局在化していた超流動状態から、オンサイト相互作用が支配的である ($U \gg J$)、各サイトに局在している Mott 絶縁体状態へと相転移することに対応する。

超流動-Mott 絶縁体相転移は、 J と U が以下の関係を満たす時に起こる。[88, 89]

$$\frac{U}{zJ} = 2n_0 + 1 + 2\sqrt{n_0(n_0 + 1)} \quad (2.87)$$

ここで、 z は最近接格子数であり、3次元光格子の場合は 6 となる。また、 n_0 は Mott 絶縁体状態における各サイトの粒子数である。よって、我々が必要とする $z = 6$ で 1 サイトに 1 個原子が入る状況では、 $U/J \sim 35$ となる。これはポテンシャル深さに直すと、 $V_{lat} = 14E_R(\text{Rb}), 16E_R(\text{K})$ となる。

Mott 絶縁体状態を用いれば、原子との散乱による分子のロスを防ぐことができる。この際、Feshbach 共鳴を用いれば K-Rb 間の散乱長を 0 にすることが可能である。そのため、K, Rb をそれぞれ Mott 絶縁体状態にすることができ、ロスの抑制が可能であると考えられる。

Mott 絶縁体における Shell 構造

光格子のポテンシャルは、ガウシアンビームによる外部コンファインメントの影響で、各サイトごとに深さが異なる。式 2.87 から、ポテンシャルの高さが高くなるとサイトの粒子数が 1 以上での Mott 絶縁体状態が可能であることが分かる。外部コンファインメントはガウス分布をしているので、1 サイトあたりの粒子数は中心に行くにつれて増えていく。これを Mott 絶縁体の Shell 構造と呼ぶ。[90–92] *3

我々が必要としているのは、1 サイトにつき 1 個粒子が存在する Mott 絶縁体である。1 サイト 2 個ができ始める数を N_2 と呼ぶことにすると、 N_2 が生成分子数の最大値を決めると考えられる。 N_2 の最大値は以下で書ける。[87]

$$N_2 = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{m\omega_{ext}^2 d^2}{2U} \right)^{-3/2} \quad (2.88)$$

*3 ウェディングケーキ状と言われることがある。

断熱的なローディング条件

BEC を光格子に断熱的にローディングした場合、その場合の波動関数は格子の基底状態のバンドに入ることになる。

この時の断熱条件は、以下で与えられる。

$$\left| \langle 1, q | \frac{\partial H}{\partial t} | 0, q \rangle \right| \ll \frac{(\Delta E)^2}{\hbar} \quad (2.89)$$

ここで、 ΔE は初期状態 $|i\rangle$ と終状態 $|f\rangle$ のエネルギー差である。

ここで、光格子立ち上げの際のエネルギースケールは以下の 4 つが挙げられる。

1. トンネリングによる J
2. オンサイト相互作用による U
3. 光格子の外部コンファインメントによる V_{ext}
4. バンド間のエネルギー

原子の初期の運動量 p が 0 の時は、 U や V_{ext} と比べて J は exponential に下がっていくので、 J による寄与が最も大きいと考えられる。これは、トンネリングによる平衡状態への移行がどれだけ早く起こるかと言い換えることができる。

この時、 $|\dot{H}| \sim |J|$ 、 $\Delta E \sim J/\hbar$ と置き換えられるので、式 2.89 の条件は、断熱パラメータ A を用いて

$$A = \max_{0 < t < \tau} \left[\frac{\hbar |J|}{J^2} \right] \quad (2.90)$$

と書ける。 $A \ll 1$ が断熱条件である。exponential 的に光格子の深さを 100ms 程度かけて上げていくことで、おおむね $A < 1$ の条件を満たせると結論付けられている。[93]

原子の初期運動量が $p \neq 0$ の時は、バンド間のエネルギーは quasimomentum によって変わる。特に $p = \hbar k$ の時に最小になり、励起状態のバンドへ移ってしまうことが考えられる。本研究においては BEC となっている原子を考えており、BEC における運動量分布の幅は $\hbar k$ よりも十分に小さいと考えられる。 $(\sim 0.01 \hbar k)$ によって、4 のバンド間のエネルギーに対する条件は、BEC まで冷却できていれば 1 に対して無視できると考えられる。

準運動量 (quasimomentum) と運動量 (momentum) とは

自由空間では原子は運動量を持っている。この時エネルギーは運動量空間で 2 次関数となっている。そこに周期的ポテンシャルが加わると、エネルギーは周期性から第 1 ブリルアン・ゾーンのみを考えれば良い。特に、打ち返しによる光格子の場合は第 1 ブリルアン・ゾーンは $q = -\hbar k$ と $q = \hbar k$ の間である。第 1 ブリルアン・ゾーン内での運動量は、準運動量に転写される。この時に、バンド構造を考慮する必要がある。

原子が自由空間で q_0 の運動量を持っていると仮定する。 $|q_0| < \hbar k$ の場合は、準運動量 $q = q_0$ である。しかし $|q_0| > \hbar k$ では、原子の運動エネルギーは $\hbar q_0^2 / 2m$ であり、励起状態のバンドに入ることになる。

この時、 $|q_0|/(\hbar k)$ の割り算の商を n 、余りを q_L とすると、 n 番目の励起状態のバンドに入り、 $q = q_L$ の準運動量を持つことになる。

光格子の系から自由空間の系に移るときも同様のことが言え、光格子を立ち上げた後の運動量 q_F は $|q_F| = |q_L - n\hbar k|$ と書ける。

2.2.3 光格子による原子波の回折

この節では光格子による原子の回折について考える。光格子の深さを Pulsed Optical Lattice の方法で見積もることができることを示す。ここでの議論は [84], [94] を参考にしている。

Bragg 散乱

原子の回折は、定在波を回折格子と見なすことで理解できる。 l 次の干渉パターンは、

$$l\lambda_{dB} = d \sin \theta \tag{2.91}$$

を満たす条件で現れる。ここで λ_{dB} は熱的ドブロイ長、 d は格子間隔である。光格子の場合、格子間隔 $d = \lambda/2$ となる。

この回折の過程は、見方を変えると 2 光子のラマン過程と見ることができる。以下、簡単のために原子と光の相互作用を扱う際に、コヒーレントな過程のみを考える。すなわち、自然放出が無いという仮定を置く。

1 次元の光格子、すなわち両側から光が入射する状況では、光の吸収と誘導放出の過程は図 2.7 で表現できる。ここで、 ω_0 は共鳴周波数、 ω_{rec} はリコイル周波数 $\hbar\omega_{rec} = E_R = \hbar^2 k^2 / 2m$ である。

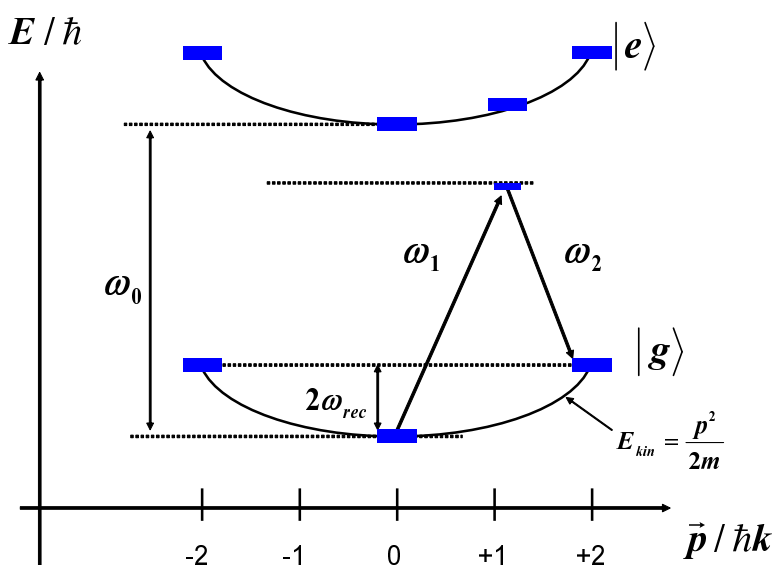


図 2.7 1 次元光格子と原子の相互作用

$|g(e), l\rangle$ を基底 (励起) 状態に $p = \hbar k$ の運動量を持つ原子の状態とすると、回折の過程は以下の様になる。

0 次の回折 $|g, 0\rangle \rightarrow |e, \pm 1\rangle \rightarrow |g, 0\rangle$ の過程。左 (右) から来た光によって原子が励起され、左 (右) から来た光によって誘導放出が起こる。運動量変化はない。

1 次の回折 $|g, 0\rangle \rightarrow |e, \pm 1\rangle \rightarrow |g, \pm 2\rangle$ の過程。左 (右) から来た光によって原子が励起され、右 (左) から来た光によって誘導放出が起こる。トータルで $2\hbar k$ の運動量変化がある。

l 次の回折 $|g, \pm 0\rangle \rightarrow |e, \pm 1\rangle \rightarrow |g, \pm 2\rangle \rightarrow \dots \rightarrow |g, \pm 2l\rangle$ の過程。1 次の過程が l 回起きる。トータルで $2l\hbar k$ の運動量変化がある。

これを回折格子の描像で考えると、回折はエネルギーと運動量の保存が成り立つ周波数と角度で起きると言い換えることができる。

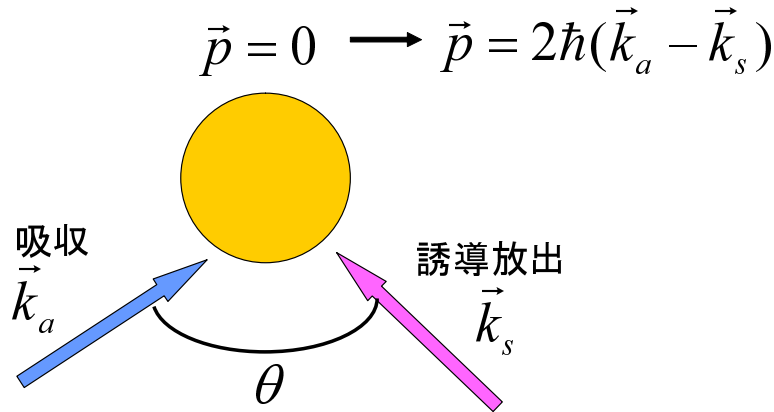


図 2.8 回折格子の描像での原子と光の相互作用

この散乱の確率は計算することが可能である。簡単のために、1 次の散乱のみを考えることとする。 $|g(e), l\rangle$ を基底とした時、ラマン過程におけるハミルトニアンは以下のように書ける。

$$H(t) = H_0(t) + H_{int}(t) \tag{2.92}$$

ここで、電気双極子近似のもと、

$$H_{int}(t) = -\mu E = -ie^{-i\omega t} \frac{\hbar\Omega_R}{2} (|e, 1\rangle\langle g, 0| - |e, 1\rangle\langle g, 2|) + h.c. \tag{2.93}$$

$$H_0(t) = \hbar\omega_0 |e, 1\rangle\langle e, 1| + \hbar\omega_{rec} (|g, 0\rangle\langle g, 0| + |g, 2\rangle\langle g, 2|) \tag{2.94}$$

となる。^{*4}

^{*4} h.c.: Hermitian conjugate (エルミート共役)。行列の場合、転置行列の成分が共役複素数となる行列のこと。(ij)成分が a_{ij} の行列 M に対し、 $M^* = (\bar{a}_{ji})$ 。

ここで Ω_R は1光子のラビ周波数 $\Omega_R = \mu E_0 / \hbar$ である。初期状態 $|g, 0\rangle$ から終状態 $|g, 2\rangle$ へ散乱される確率は、以下の試行関数を用いてシュレディンガー方程式を解くことによって求まる。

$$|\psi(t)\rangle = c_0(t)e^{-i\omega_{rec}t}|g, 0\rangle + c_1(t)e^{-i\omega_0t}|e, 1\rangle + c_2(t)e^{-i\omega_{rec}t}|g, 2\rangle \quad (2.95)$$

この関数を、式 2.92 におけるハミルトニアンでのシュレディンガー方程式に代入すると、以下の解を得る。

$$\frac{dc_0(t)}{dt} = -\frac{\Omega_R}{2}e^{i\Delta t}c_1(t) \quad (2.96)$$

$$\frac{dc_2(t)}{dt} = \frac{\Omega_R}{2}e^{i\Delta t}c_1(t) \quad (2.97)$$

$$\frac{dc_1(t)}{dt} = \frac{\Omega_R}{2}e^{-i\Delta t}(c_2(t) - c_0(t)) \quad (2.98)$$

ここで、 $\Delta = \omega - \omega_0 + \omega_{rec}$ である。初期条件 $c_0(0) = 1, c_{1,2}(0) = 0$ 、すなわち $p=0$ を与えると、

$$c_0(t) = e^{-\frac{i}{2}\Omega_R^{(2)}t} \cos\left(\frac{\Omega_R^{(2)}}{2}t\right) \quad (2.99)$$

$$c_2(t) = ie^{-\frac{i}{2}\Omega_R^{(2)}t} \sin\left(\frac{\Omega_R^{(2)}}{2}t\right) \quad (2.100)$$

$$c_1(t) = -i\frac{\Omega_R}{2\Delta}e^{-i\Delta t}e^{-i\Omega_R^{(2)}t} \quad (2.101)$$

となる。ここで、2光子のラビ周波数として、

$$\Omega_R^{(2)} \equiv \frac{\Omega_R^2}{2\Delta} \rightarrow \frac{\Omega_R^2}{2(\omega - \omega_0)}, \quad |\omega - \omega_0| \ll \omega_{rec} \quad (2.102)$$

を用いた。

式 2.100 から、相互作用時間 τ における $|g, 0\rangle \rightarrow |g, 2\rangle$ の遷移確率は、

$$P_{0 \rightarrow 2}(\tau) = |c_2(\tau)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega_R^{(2)}}{2}\tau\right) \quad (2.103)$$

となる。高次の散乱過程も、同様のことを行えば解ける。

ここまでで、光格子による原子のブラッグ散乱について理解することができた。しかし、ここまでの議論は2つの仮定を置いていることに注意しなければならない。

一つは既に述べたが、自然放出の過程を無視していることである。自然放出が無視できるか否かは、相互作用時間 τ 中に1つの原子が自然放出を起こす回数 N_s の大小で決まる。ここで N_s は、式 2.101 を用いて

$$N_s = |c_1(\tau)|^2 \Gamma \tau = \frac{\Omega_R^2}{4\Delta^2} \Gamma \tau \quad (2.104)$$

と書ける。ここで、 Γ は励起状態の線幅である。式 2.104 から、 $|g, 0\rangle \rightarrow |g, 2\rangle$ の遷移の π パルスを得ようとする場合、 $\Delta^2 \gg \Omega_R^2$ が満たすべき条件となる。

2つ目の仮定は、 l 次のラマン過程の終状態が $|g, \pm 2l\rangle$ となるという過程である。ここで、相互作用時間 τ を小さくしていくと、不確定性原理から周波数幅が大きくなる。すると、これまで考えてなかった過程が発生してくる。(例えば $|g, 0\rangle \rightarrow |g, 4\rangle$ 。) l 次のブラッグ散乱過程において、こういった散乱が起かない条件は、

$$\tau \gg \frac{\pi}{4l\omega_{rec}} \quad (2.105)$$

で与えられる。式 2.104, 2.105 を満たす時、ブラッグ散乱が起きる。

Kapitza-Dirac 散乱 (Raman-Nath 散乱)

式 2.105 を満たさない場合 ($\tau \ll 1/\omega_{rec}$) の散乱を Kapitza-Dirac 散乱 (Raman-Nath 散乱) と呼ぶ。この時、原子は 1 回の散乱過程で高次の運動量状態に散乱されうる。Kapitza-Dirac 散乱の場合、相互作用時間 τ は原子の運動の時間スケールに比べて短いため、式 2.94 中のハミルトニアンにおける運動エネルギーの項 (第 2, 3 項) は無視できる。(Raman-Nath 近似) また、自然放出も無視できるとして良い。

この条件のもと、光格子の振動電場と原子の相互作用を考える。定在波は z 方向の正負の向きで入射し、偏光の向きは \hat{e} 、振幅は等しく E_0 であるとすると、振動電場は

$$\mathbf{E}(z, t) = E_0 f(t) \sin(kz - \omega t) \hat{e} + E_0 \sin(kz + \omega t) \hat{e} \quad (2.106)$$

$$= 2E_0 f(t) \sin(kz) \cos(\omega t) \hat{e} \quad (2.107)$$

と書ける。ここで、 $f(t)$ は光格子のパルスの包絡線関数である。この振動電場によるポテンシャル (AC シュタルクシフト) は、

$$U(z, t) = \frac{\hbar \Omega_R^2}{\delta} f^2(t) \sin^2(kz) \quad (2.108)$$

となる。ここで δ は離調であり、 $\delta^2 \ll \Gamma^2/4$ の条件を仮定している。このポテンシャルの下、初期状態の原子の波動関数 $|\Psi_0\rangle$ は、次式の様に時間発展する。

$$|\Psi\rangle = |\Psi_0\rangle \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \int dt' U(z, t')\right] \quad (2.109)$$

$$= |\Psi_0\rangle \exp\left[-\frac{i}{2\delta} \Omega_R^2 \tau\right] \exp\left[\frac{i}{2\delta} \Omega_R^2 \tau \cos(2kz)\right] \quad (2.110)$$

ここで、 $\tau = \int dt' f^2(t')$ であり、積分区間は相互作用を行っている間とした。この波動関数は、ベッセル関数

$$e^{i\alpha \cos(\beta)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(\alpha) e^{in\beta} \quad (2.111)$$

を用いて書き換えることができる。式 2.110, 2.111 より、

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= |\Psi_0\rangle \exp\left(-\frac{i}{2\delta}\Omega_R^2\tau\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n\left(\frac{\Omega_R^2}{2\delta}\tau\right) e^{i2nkz} \\ &= \exp\left(-\frac{i}{2\delta}\Omega_R^2\tau\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n\left(\frac{\Omega_R^2}{2\delta}\tau\right) |g, 2l\hbar k\rangle \end{aligned} \quad (2.112)$$

となる。ここで、 $|\Psi_0\rangle = |g, p=0\rangle$ とし、運動量表示として $|g, p\rangle = A \exp(ipz/\hbar)$ とした。A は規格化定数である。以上から、 $2l\hbar k$ の運動量をもつ状態が、次の確率で与えられることが分かる。

$$P_l = J_l^2(\theta), \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.113)$$

$$\theta = \frac{\Omega_R^2}{2\delta}\tau = \Omega_R^{(2)}\tau \quad (2.114)$$

従って、原子の運動量状態は、図 2.9 の様に移り変わる。

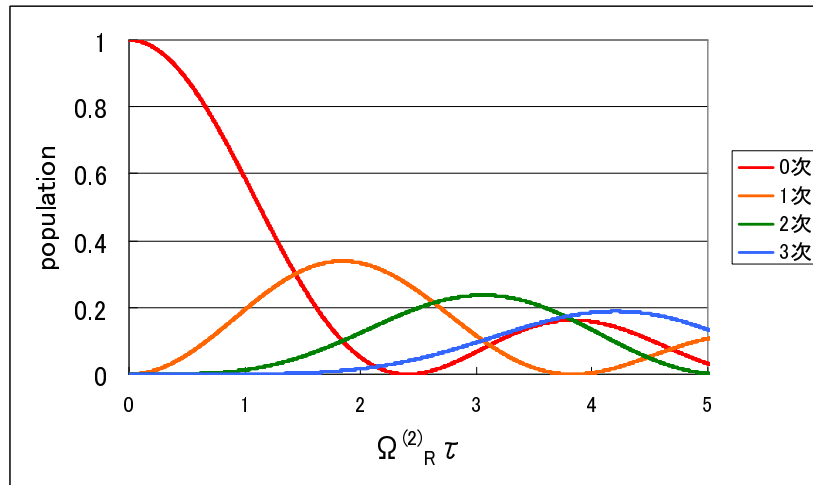


図 2.9 Kapitza-Dirac 散乱による運動量状態の変化

ここで重要な帰結として、相互作用時間 τ を一定にした時、 $\Omega_R^{(2)}$ によってそれぞれの状態の分布が変わるということである。このことから、相互作用時間を短くとした時に、0 次の回折が小さくなるようにアライメントを行えばより大きなポテンシャルを得ることができる事が分かる。また、相互作用時間を変えた際に 0 次の回折が無くなる時間から $\Omega_R^{(2)}$ を知ることができ、そこから光格子の深さを見積もることが可能となる。0 次の回折が無くなるのは、 $\Omega_R^{(2)}\tau \sim 2.35$ の時である。そのためには、Kapitza-Dirac 散乱となるような状況を作ることができればよい。そこで用いられるのが、Pulsed Optical Lattice という

方法である。

Pulsed Optical Lattice では、光格子ポテンシャルを断熱的に立ち上げる代わりに、突然オンにする。この時の波動関数は、ブラッグ散乱および Kapitza-Dirac 散乱における波動関数に類似している。[95]

実験的には、3次元調和ポテンシャル中の BEC に対して、トラップ開放直後にパルス的に光格子の光を入射する。原子の初期の波動関数は、運動量を q として、平面波 $\psi_q(t)$ で書ける。この平面波が $t=0$ で光格子のポテンシャル中に入ることを仮定すると、波動関数は光格子ポテンシャル中の固有状態であるブロッホ状態 $|n, q\rangle$ の重ね合わせで書ける。

$$|\psi(t=0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} |n, q\rangle \langle n, q | \psi_q \rangle \quad (2.115)$$

ここで、 $\langle n, q | \psi_q \rangle = c_{n,q}(0)$ と置き、波動関数を時間発展させると、

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_{n,q}(0) \exp\left(-i \frac{E_n(q)t}{\hbar}\right) |n, q\rangle \quad (2.116)$$

となる。光格子を立ち上げから τ だけ時間が経った後に突然切ると、基底はブロッホ状態から平面波に戻る。この時の波動関数は、

$$|\psi(\tau)\rangle = \sum_{l=0}^{\infty} d_q(l) |\psi_{q+2l\hbar k}\rangle \quad (2.117)$$

$$d_q(l) = \sum_{n=0}^{\infty} c_{n,q}(0) c_{n,q}(l) \exp\left(-i \frac{E_n(q)t}{\hbar} \tau\right) \quad (2.118)$$

となる。平面波の基底として $|\psi_{q+2l\hbar k}\rangle$ を用いているのは、次の理由からである。初期状態の BEC が $|q=0\rangle$ である時、初期の波動関数は対称的である。そのため、時間発展後に分布できるのは光格子の偶数版目のバンドに限られる。そのため、 $|\psi_{q+2l\hbar k}\rangle$ の状態のみが時間発展で現れる。式 2.118 中の exponential の項が、初期の運動量状態と、 $|2l\hbar k\rangle$ の間の Population の振動を表している。これらのことは、Pulsed Optical Lattice の際に Kapitza-Dirac 散乱が起きていることを意味している。

実際にバンド分散を計算し、2番目のバンドと0番目のバンドの間のエネルギー差を計算すると、 $\sim \frac{1}{2} V_{lat}$ となる。これは、Kapitza-Dirac 散乱における θ も $\frac{1}{2} V_{lat} \times \tau$ となることから、両者が同じ物理を見ていることが確認出来る。

実際に深さを見積もる際には、パルス時間を変えて0番目のバンドにいる原子数を数えて、式 2.118 を用いればよい。より正確な数値が必要となる場合は、より上の4番目、6番目、…の寄与を考慮に入ればよい。

以上を用いることで光格子の最適化と深さの見積もりが可能となった。

なお、この短いタイムスケールにおいては、断熱条件は式 2.90 のものとは異なる。何故なら、原子同士の相互作用の時間に対して十分に早い (μs のオーダー) のため、J や U といった多体の効果は見えてこず、1原子の運動を考えれば良いからである。この時、原子の運動量 $p=0$ の時の断熱条件は

$$\frac{dV_{lat}}{dt} \ll \frac{4 \times (4E_R)^2}{\hbar} \quad (2.119)$$

と書ける。この条件におけるロード時間は $1\mu s$ 程度である。

第 3 章

高電場系の構築

本章では、極性分子の相互作用制御のための高電場を印加するための系について説明する。本章の研究は、2009年に井上研究室を修了した藤掛陽輔氏の研究を引き継いだものである。初期の実験の詳細は氏の修士論文 [96] を参照されたい。

井上研究室が目標としている振動回転基底状態の分子は、電場を印加すると大きな電気双極子モーメントが誘起されるという点に最大の関心がある。

電気双極子の大きさの見積もりには、極性分子と電場の相互作用ハミルトニアンを対角化すればよい。ここで電場による摂動に対して最も敏感なのは分子の回転運動であると考えられるため、回転準位による分極を考える。分子の電気双極子モーメントを $\hat{\mu}$ 、回転の角運動量を \hat{J} とすると、静電場 \mathcal{E} を印加したときのハミルトニアンは、

$$\hat{H} = \frac{2\pi B}{\hbar} \hat{J}^2 - \hat{\mu} \cdot \mathcal{E} \quad (3.1)$$

となる。ここで、 B は回転定数である。定性的なことを知るために、基底状態と第一励起状態 $|J = 0, m_J = 0\rangle$ のみを考えて、式 3.1 の行列表示は

$$H = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\mu\mathcal{E}}{\sqrt{3}} \\ -\frac{\mu\mathcal{E}}{\sqrt{3}} & 2hB \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

となる。すなわち、電場が 0 の時に回転の量子数 J で量子化されていた状態を基底に取ったとき、電場による摂動の効果で、基底状態はこれまでの基底の重ね合わせとなる。基底状態のエネルギー固有値は、式 3.2 を対角化することで求まる。実際には第一励起状態だけでなく、もっと高次の励起状態も混ざってくるので、より正確な固有値を知りたい場合はより上の励起状態の寄与も考える必要がある。そのためには、式 3.2 を拡張すればよい。ここでは、 $|J = 0, m_J = 0\rangle, |1, 0\rangle, |2, 0\rangle, |3, 0\rangle, |4, 0\rangle$ の寄与を含めて 5×5 の行列を対角化した。

誘起された電気双極子モーメントは、エネルギー固有値を E_{Stark} としたとき

$$\mu = -\frac{dE_{Stark}}{d\mathcal{E}} \quad (3.3)$$

と定義される。この計算結果を図 3.1, 3.2 に示す。実験室系から見た電気双極子モーメントは電場と共

に大きくなっていくが、分子軸を固定した分極の値 μ は KRb ではおよそ 0.57Debye で飽和する。^{*1} [27]
 ただし Debye とは電気双極子モーメントの単位であり、 $ea_0 = 2.54\text{Debye}$ である。

当然大きい電気双極子モーメントが誘起出来れば問題は無いが、少なくともその半分程度の大きさの電気双極子モーメントを誘起したいと思うと 8kV/cm 程度の電場が必要となる。

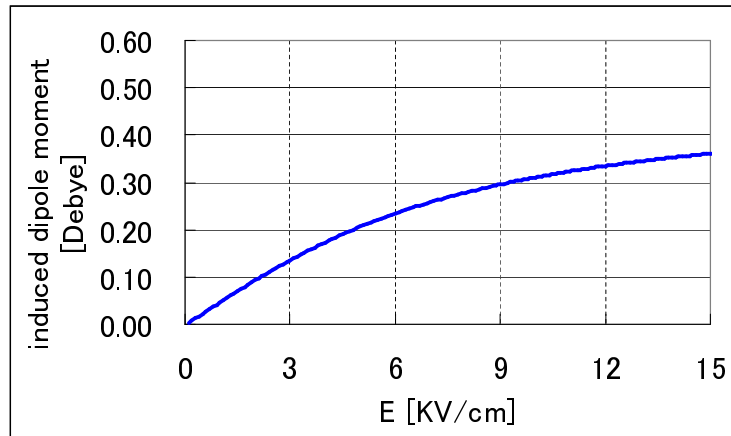


図 3.1 振動回転基底状態の KRb 分子の電気双極子モーメント ($E < 15\text{kV/cm}$)

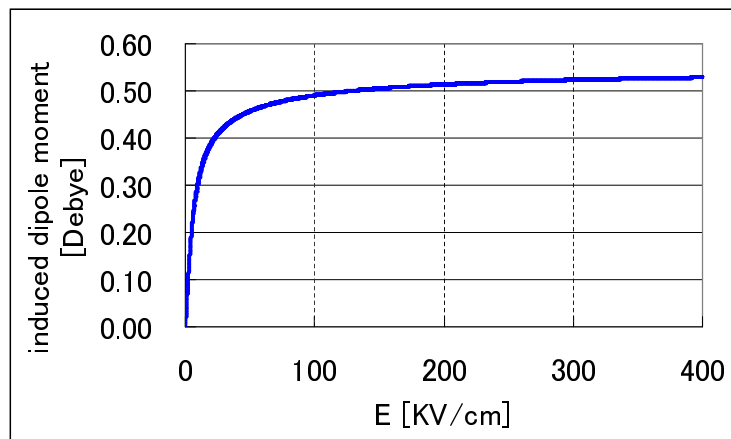


図 3.2 振動回転基底状態の KRb 分子の電気双極子モーメント

^{*1} ここで図 3.2 において 0.57Debye まで達していないのは、より高次の項による効果であると考えられる。

3.1 高電場系の構築

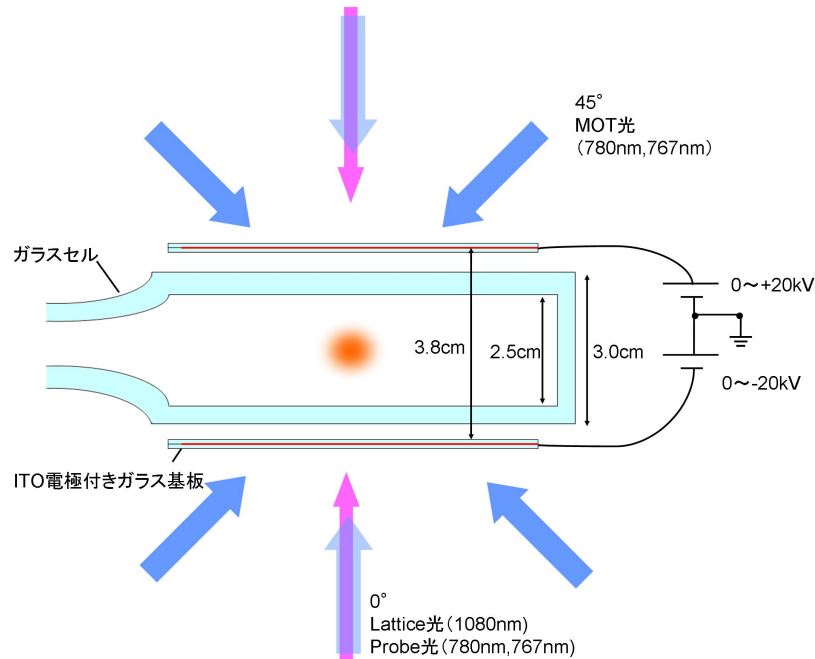


図 3.3 高電場系の概略図 (Side view)

高電場を印加したい系の概略図は図 3.3 のようになっている。このガラスセルは、本論文の他の章で実験に使用しているものである。

コイルの設計上、電極間の間隔は 3.8cm となっている。電場の実効的な大きさは、

$$\mathcal{E} = \frac{V}{l + \epsilon_0/\epsilon_g \times d} \quad (3.4)$$

$$= \frac{V}{3.4cm} \quad (3.5)$$

となる。ここで l はガラスの無い部分の長さ、 d がガラスの部分の長さ、 ϵ_g はガラスの誘電率である。

3.1.1 放電への対策

藤掛氏による研究において、均一な電場の印加およびスイッチングが可能となった。しかし、実際のガラスセルへの電場印加において放電が起きてしまい、4kV/cm 程度しか電場が印加することが出来なかった。そこで私が行ったのは、電極の絶縁性能の向上である。

以下の 2 点が我々の要求する実験条件である。

1. 8kV/cm 以上の電場の印加が可能。
2. 高速に電場をスイッチが可能。

ここでの時間スケールは、分子の運動の時間スケールとの比較である。分子のトラップ周波数は kHz のオーダーであると考えられるので、1ms 以下でのスイッチングを目標とする。しかし、以下の3点の制約条件がある。

1. 極板を光が通過する。
2. 極板間の距離は約 3cm (ガラスセルの厚み) と大きい。
3. 近くにコイルやアンテナが存在する。

制約 1 に関しては、[96] と同様に ITO 透明電極を採用することにした。ただし、今回は後述のように電極をガラスでサンドするため、ITO + AR コート付きのガラスに加えて両面 AR コート付きのガラスを用意した。これらは (株) 昭和真空 瀧本昌行様のご好意で製作していただいた。以下、電極のデザインを掲載する。

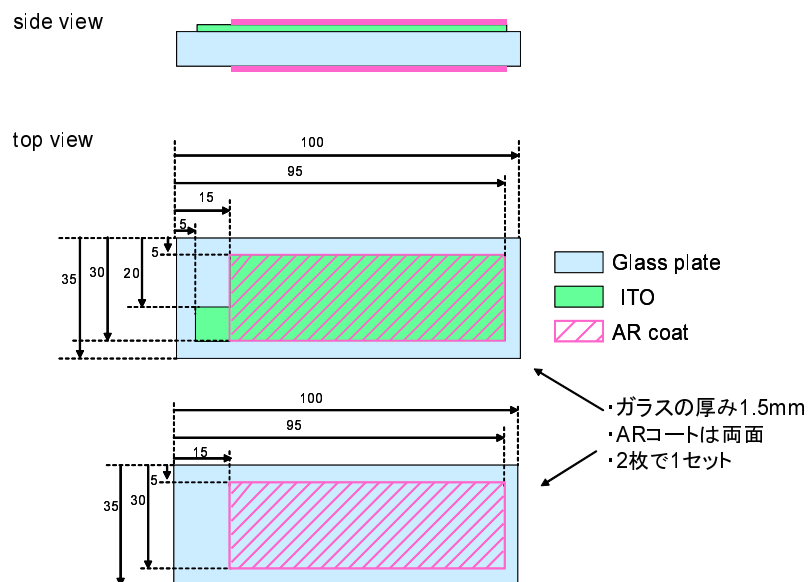


図 3.4 ITO 透明電極のデザイン

電極には垂直に 1080nm (光格子) 780nm, 767nm (イメージング)、45° に 780nm, 767nm (MOT) の光が入射するため、それぞれに対して AR コートを行っていただいた。

1064nm, 1080nm、入射角 0° で反射率 0.1% 以下、767nm, 780nm、入射角 0°, 45° で反射率 1% 以下を目標として設計していただいた。反射光に対してよりシビアな光格子に対して AR を最適化し、我々が使う可能性がある 1064nm, 1080nm で十分低い反射率 (0.1% 以下) となっている。図 B.1, B.2 に実際の AR コートの波長依存性を載せてある。

また制約 2 があるために、大きな電場を作るためには高い電圧を印加しなければならない。しかし空気中では、およそ 10kV/cm 程度の電場で放電が生じてしまう。我々が使用する系においては、制約 3 があるように周囲に導体が存在するため、空気による絶縁では不十分であり、放電対策が実用上非常に重要となる。そこで、対策として以下の2点を考えた。

- (a) 絶縁体（ガラス）によって電極を挟み込む。
- (b) ガラスでサンドした隙間部分からの放電を防ぐ。

前述の通り、放電対策のためにガラスで透明電極をサンドする形を取った。ここで、石英ガラスの絶縁破壊の強さは 20-40 kV/mm [97] である。20kV の印加を想定して、ガラス厚は 1.5mm とした。電極を製作する上で困難なのは、(b) である。まず手始めに、絶縁性能の高いテープであるカプトンテープ、及び接着剤であるトールシールを試した。その結果分かったことは、絶縁破壊は最も弱い部分から起きることと、一度絶縁が破壊してしまったら耐電圧はかなり下がってしまうという2点である。カプトンテープは隙間がどうしても空いてしまうため不向きであり、トールシールも接着の際の加熱時に気泡が出来てしまい、その部分が弱くなってしまう。そこで、我々が採用したものが「グルーガン」と呼ばれる接着剤である。

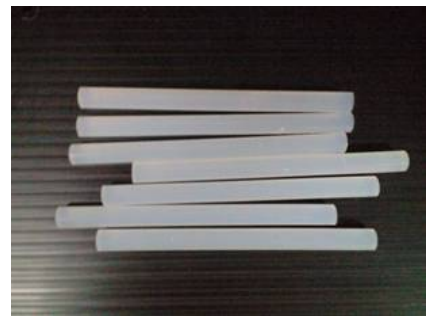


図 3.5 グルーガン

グルーガンの特性はおおよそ以下の通りである。

- 酢酸ビニル樹脂系の接着剤である。
- 絶縁性能 (DC) が 30kV/mm 以上と十分高い。
- 80 ~ 90 で溶解し、隙間を埋めることが可能である。
- 固化後、再度融解させることが可能である。

加熱により一度液状となり、隙間を埋める特性が非常に重要となる。図 3.4 において、AR コートをかけていない部分にグルーガンを薄く塗り、ガラス基板同士を圧着することによって必要な絶縁性能を確保する予定である。この際に、ケーブルとの接触点等が絶縁の弱い部分になりがちであるが、万一絶縁が不十分な箇所があっても再度の加熱により絶縁性能が保たれる。以上の様に、電極作成のための多くのメリットがあったため、グルーガンによる電極の絶縁を行うことにした。

3.1.2 高電場印加のための系の設計

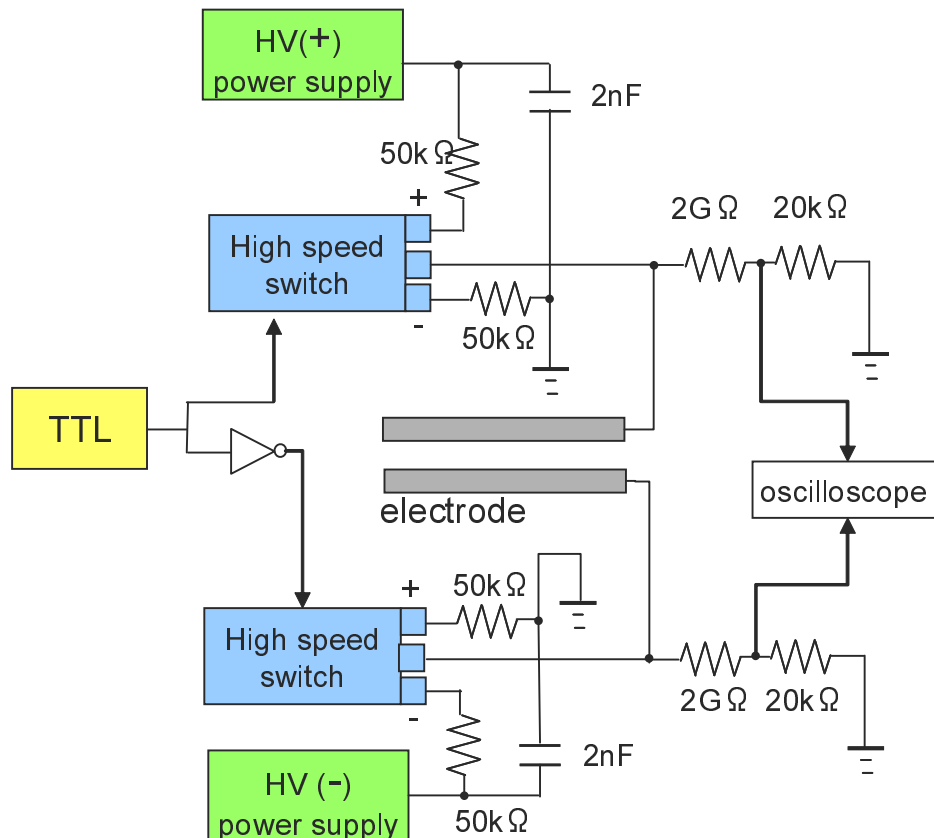


図 3.6 高電圧印加のための回路

高電圧電源及びスイッチの回路を図 3.6 に示す。

基本的には [96] と同じであるが、いくつか変更点がある。高電圧電源は松定プレジジョン社製のものを使用し、正極として 30kV、10mA の印加が可能な HAR-30R10、負極として 20kV、1.5mA の印加が可能な HAR-20N1.5 を用いた。本電源の立ち上がり立ち下がりの時定数が 100ms 程度と遅いために、より高速に ON/OFF するために Behlke 社の push-pull 型高電圧用高速スイッチ HTS 301-03-GSM をそれぞれの極で使用している。本スイッチの生の立ち上がり時間は ns のオーダーと非常に早い。しかしそこまで高速なスイッチングを行うと、コンデンサーに溜まっていた電荷が一瞬で電極に向かって移動していくことになるため、絶縁破壊が生じやすくなる。そこで我々はあえてスイッチングスピードを遅くする（スイッチの箇所に入っている抵抗とコンデンサーがローパスフィルタとして働く）ことによって、絶縁破壊を発生しにくくしている。この場合でも、スイッチングスピードは 1ms と考えられ、我々の実験時間に対して十分に早いスイッチングが可能である。また、本系では印加電圧のプローブ用に抵抗 (2GΩ, 20kΩ) が電極と並列に入っている。抵抗による分圧によって、電極の電圧の $1/10^5$ の電圧が出力される。2GΩ

という巨大な抵抗を使っている理由は、10kV もの高電圧下でも流れる電流が微小 (20kV で $10\mu A$) のため、絶縁が不十分等の異常がある場合に電源の流す電流から知ることができ、Current Limit が小さい状態で使用することが出来るからである。分圧のもう一方が $20k\Omega$ であるのは、ここの抵抗値が大きいとオシロスコープの入力インピーダンス ($50M\Omega$) によって電圧が異なった値として出力されてしまうためである。

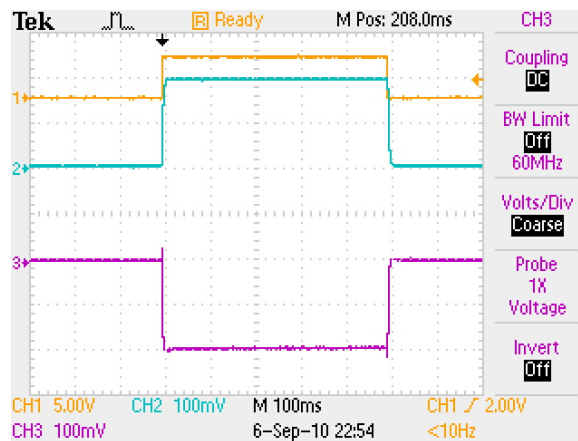


図 3.7 高速スイッチによる電場スイッチング

図 3.7 に示すとおり、プローブ電圧が $200mV$ となっていることから $\pm 20kV$ のスイッチングが出来ていることが確認出来る。ここで、CH1 は制御のための TTL, CH2 は正極のプローブ, CH3 は負極のプローブである。

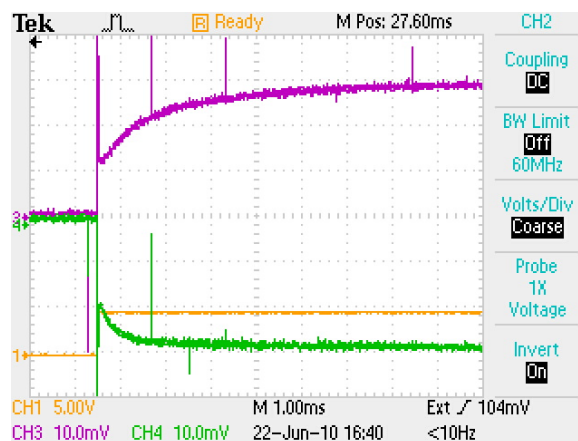


図 3.8 高速スイッチによる電場スイッチング (立ち上がり)

図 3.8 はスイッチングの立ち上がりを拡大したものである。図 3.7 と異なり、CH3 が正極のプローブ、CH4 が負極のプローブとなっていることに注意されたい。また、図 3.8 においては印加電圧は $\pm 3kV$ である。

ある。ここで立ち上がりに遅れが生じている原因は、スイッチによるものでないことを強調したい。この遅れは回路上に出来てしまう浮遊容量と抵抗により構成されてしまうローパスフィルタによるものである。CH3 と CH4 ではオシロスコープにつないでいる BNC ケーブルの長さが異なり、それぞれ 2m と 20cm である。ケーブルの長さを変えることで浮遊容量が変わり、立ち上がりに要する時定数も早くなっていることが分かる。今回 $2G\Omega$ という大きい抵抗を使っているため、pF といった容量で ms 程度の時定数のローパスフィルタが出来てしまう。このオーダーの浮遊容量を取り除くことは困難であるため、プローブは遅れがある状態で使用している。

放電対策が必要なのは電極だけではなく、高電圧がかかる全ての回路素子に対して必要である。そこで、図 3.9 の様に、抵抗やコンデンサーの素子を基板に取り付け、基板間は耐電圧ケーブルでつないだ。その上から隙間の無いようにグルーガンで注入し、高電圧部からの放電が無いように絶縁を行った。

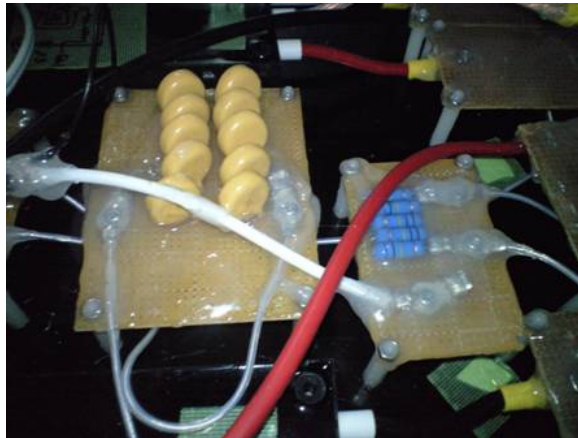


図 3.9 グルーガンによる回路素子の保護

更に、図 3.10 にあるようにアルミの箱で全体を覆い、箱をグラウンドに落とすことにした。高電圧は非常に危険であるが、高電圧の部品を金属の箱の中に収めることで安全性が確保できたと考えられる。

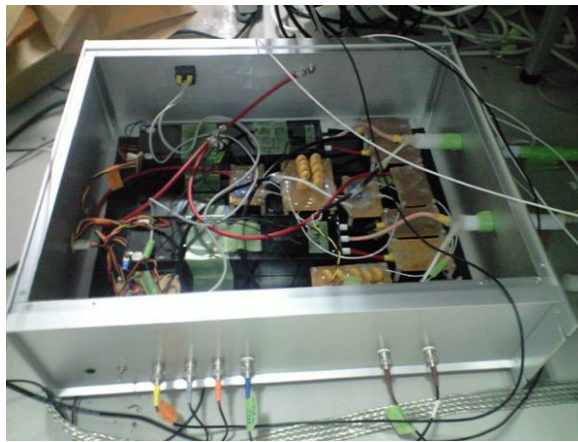


図 3.10 金属箱による保護

以上により、高電圧の印加が可能となった。本系では最大 $\pm 20\text{kV}$ の印加が可能であり、この時の電場は 11.8kV/cm となる。このため、 0.33Debye という十分大きな電気双極子モーメントが期待できる。

3.2 原子の Stark Shift の測定

本節では、実際に期待通りの電場が印加出来ているかどうかのテストとして、原子の Stark Shift の測定を行った。

3.2.1 電場測定用の系での実験

本実験では [96] と同様に、飽和吸収分光による原子の共鳴線のシフトの測定を目的として行った。ここでは、サンドした電極及びスイッチの系できちんと電場が印加出来ているかどうかの確認する意図があった。測定方法は [96] に記載がある。シフト量は原子の自然幅のオーダーであるので、室温で自然幅程度までの分光が可能な飽和吸収分光を利用している。基本的には以前と同じ実験であるので、期待通りのシフトが見えるはずであった。

しかし結果は、かつて見えたシフトが再現されないというものであった。図 3.11 の時、 CH_4 の信号から観測されたシフトは 0.3MHz である。一方 CH_2 の信号から、印加電圧が 15kV であることが分かり、この時予測されるシフトは 2.1MHz と、一桁大きいはずである。



図 3.11 Stark セルにて観測されたシフト

この奇妙な振る舞いの原因は、ガラスセル表面に蒸着した Rb 原子が帯電することによる遮蔽ではないかと考えている。以前よりも Rb の原子源であるディスペンサーの位置が電場の印加部分に近くなり、ガラスセル表面がコートされてしまった可能性がある。そのためガラスセルを純水で洗浄・ベークを行ったが、やはりシフトは観測されなかった。しかし、セルを観察すると明らかに表面がコートされており（図 3.12）、次節の結果を併せると帯電による遮蔽であった可能性が高い。

そのため、この実験系にて電場の正確な測定をすることは困難と判断し、超高真空中の綺麗なガラスセルを用いてシフトを測定することにした。次節にその詳細を記述する。

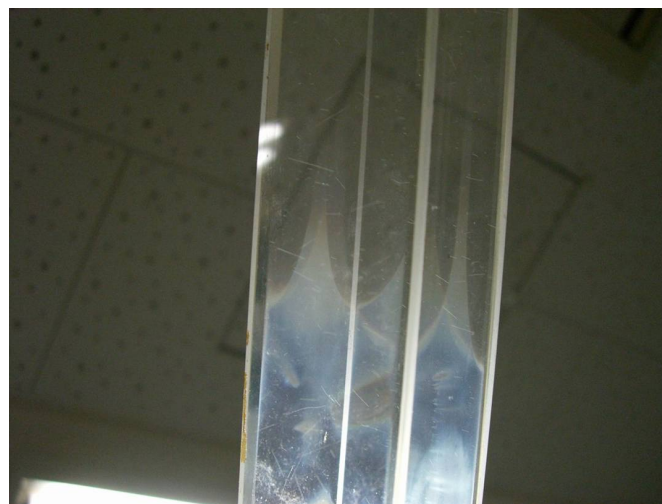


図 3.12 Rb でコートされたガラスセルの写真

なお、より短いタイムスケールにおいては、以前の実験と同様に Rb 原子の剥離のシグナルが確認された。この結果を図 3.13 に示す。このシグナルは、微分信号の電圧をモニターしており、time=0 において電場印加が行われている。剥離の効果により、電場の時間変化がきちんと見えるわけではないが、スイッ

チングの瞬間に急激な変化を見せており、短いタイムスケールでスイッチングが行われていることを示唆する。当初は $\text{time} > 20\text{ms}$ のシグナルと $\text{time} < 0\text{ms}$ のシグナルの差分が StarkShift に相当すると考えていたが、やはりシフトの大きさとして理論と整合性が取れなかった。

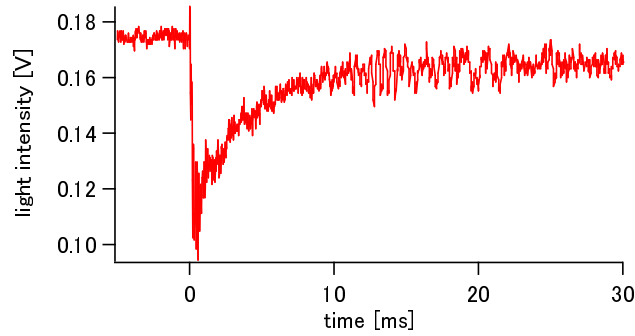


図 3.13 ms オーダーでの電場測定

3.2.2 超高真空中での実験

前節の実験がうまくいかなかったため、表面がコートされていないであろう 10^{-11}Torr 以下の超高真空中のガラスセルにてシフトの測定を試みた。本実験で使用するセルにおいては吸収イメージングが可能であるので、プローブ光の周波数をスキャンすることで原子の共鳴を知ることが出来る。MOT によって冷却・トラップされた Rb 原子を使用するので、前者の実験と異なりドップラー広がり小さい。温度は $100\mu\text{K}$ 程度であり、この時のドップラー幅は 100kHz 程度である。これは Stark Shift に比べて一桁程度小さいため、吸収イメージングによって分光が可能である。

吸収イメージングの場合は量子化磁場をかけるので、 m_F が縮退しない。そのため、シフト量は以下で記述される。[98]

$$\begin{aligned}\Delta E_{Stark} &= -\frac{1}{2}\alpha\mathcal{E}^2 \\ &= -\frac{1}{2}\left\{\left[\alpha_0(5^2P_{1/2}) - \alpha_0(5^2P_{3/2})\right] + \alpha_2(5^2P_{3/2}Q_{|J=3/2,I=3/2,F=3,m_F=3\rangle})\right\}\mathcal{E}^2\end{aligned}\quad (3.6)$$

ここで Q は

$$Q_{|J,I,F,m_F\rangle} = \frac{3m_F^2 - F(F+1)3X(X-1) - 4F(F+1)J(J+1)}{(2F+3)(2F+2)F(2F-1)J(2J-1)}\quad (3.7)$$

である。ただし、 $X = F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)$ である。

今回の測定においては、以前セットした ITO 電極がセル上下にあったため、それらをそのまま使用した。ここで使用した電極は放電対策を取っていないものであり、過大な電圧は掛けられないため、 $\pm 5\text{kV}$

を印加した。この時の電場は、式 3.4 から、 $3.84[\text{kV}/\text{cm}]$ である。 $(l=2.5\text{cm})$ 式 3.6 における α を計算すると 9.34×10^{-2} となるため、予測されるシフト量は 0.69MHz である。今回製作したスイッチング回路を用いて、2枚の連続写真のうち一枚が電場あり、もう一枚が電場なしの状態でのイメージングを行った。2枚のインターバルは 1.1ms である。その結果を図 3.14 に示す。

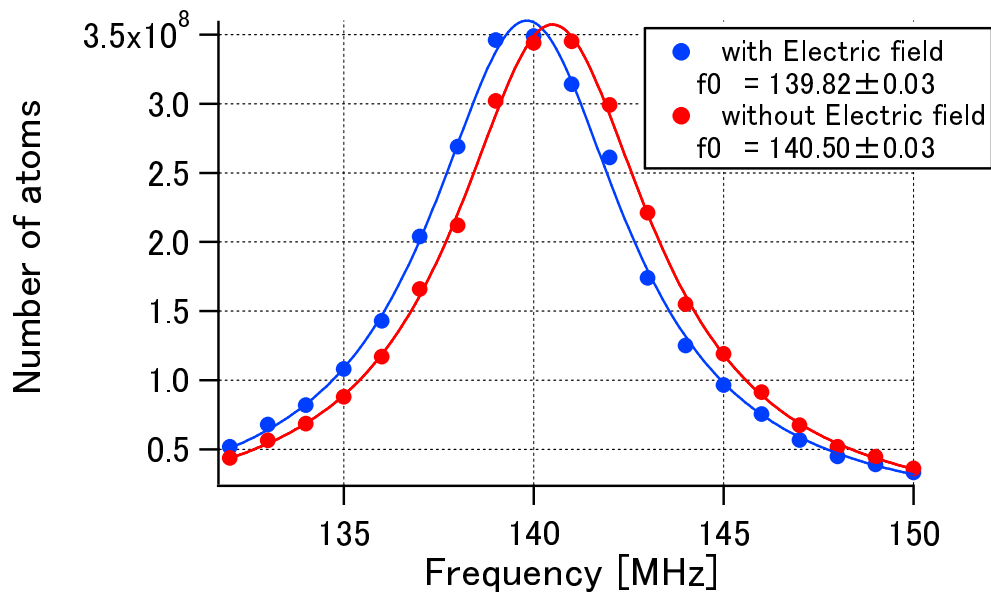


図 3.14 吸収イメージングによる Stark Shift の測定

図 3.14 から、シフトが $0.68(6)\text{MHz}$ であることが分かる。これは予測された量 (0.69MHz) とよく一致することから、適切な電場が印加されていると言える。本実験においては一度の測定で電場の有り/無しでの原子数が測定できるため、原子数の揺らぎによらないという点で精度の良い測定が可能となった。また、 1.1ms のインターバルでこの測定が可能であるということは、すなわち電場のスイッチングが 1.1ms 以下で行われていることを意味する。従って、製作したスイッチングのための系が問題なく動くことが確かめられた。

以上から、本実験では問題なく電場のスイッチングが可能であることが示された。ただし実際に使用する電極での Shift を見たわけではない。実際の電極で同様のことを確認し、振動回転基底状態の分子に電場を印加するという実験に関しては今後の課題としたい。

第 4 章

Feshbach 分子生成のための実験系

本章では極低温極性分子生成のための実験系について述べる。装置の設計は [99] [100] に記述があるので割愛し、本論文では実際の実験系で測定したパラメータを示す。

4.1 分子生成の全体像

Feshbach 分子の作成のためには、極低温の $^{41}\text{K}, ^{87}\text{Rb}$ 混合原子気体を用意する必要がある。また、それぞれの内部状態として、磁場スイープならば $K|F=1, m_F=1\rangle, \text{Rb}|F=1, m_F=1\rangle$ 、RF 会合ならば $K|F=1, m_F=0\rangle, \text{Rb}|F=1, m_F=1\rangle$ を用意しなければならない。分子の高効率生成のために、また光格子を用いて分子の目指すために、これらは BEC になっていることが望ましい。そのために、以下のような手順を踏む必要がある。

分子生成のための実験手順

ここでは、5.2 節の RF 会合の実験の手順を説明する。

1. 10^{-8} Torr 程度に引かれたガラスセル内で 3 次元磁気光学トラップ (1st MOT) を行う。
原子源は Ampule を用いている。
2. 超高真空中 ($< 2 \times 10^{-11}$ Torr) のガラスセルに向かって共鳴光 (push 光) を 1stMOT に当てる。
3. push された原子に対して再度磁気光学トラップを行う。(2nd MOT)
この時の原子数は、おおよそ $N_{\text{Rb}} = 1 \times 10^9, N_{\text{K}} = 5 \times 10^6$ 程度である。2nd MOT の原子数は、常に蛍光量でモニター出来るようになっている。Rb の蛍光は MOT 光を切らない位置に置いたレンズで集光して PD で受けている。この時、K の蛍光は Rb の蛍光の 1% 程度なので、影響は小さい。また、K の蛍光も独立にモニタしたいが、Rb との相対値としても、蛍光の絶対値としても小さいことが問題となる。まず、Rb の蛍光 (780nm) を切り、K の蛍光 (767nm) のみを取り出すために、干渉フィルター (Thorlabs, FB770-10, FWHM=10nm) を用いた。干渉フィルターはエタロンになっており、本品は 770nm に透過のピークが存在する。我々が必要なのは 767nm なので、このフィルターを約 10° 傾けることによって、透過のピークを 767nm にした。この時、透過

率は 58 % (767nm) 及び 0.55 % (780nm) である。このフィルターを 2 枚通すことによって、透過率の比は 10000:1 となる。そのため、Rb の蛍光量を K の蛍光量の 1 % 程度にすることが可能である。また、光電流を検出する抵抗に 10M Ω を用い、出来る限りレンズを近づけて立体角を稼ぐことによって、十分な S/N の K の蛍光をモニターすることが出来ている。(K の蛍光 ~ 170mV, Rb の蛍光 \pm 1mV、ノイズ ~ \pm 3mV)

MOT の蛍光 (Rb) をモニターしながらパスの最適化を行ったところ、MOT 光の 3 軸のうち 1 軸を、あえて行き帰りのパスが少しずれる様なアライメントで蛍光が最大となった。これにより、トラップボリュームが増えたと考えられ、Rb の原子数は以前の MOT よりも増加した。一方、現在の MOT における K の原子数は以前よりも少なく、このアライメントが K にとって良くない可能性がある。

また、Rb と K が MOT 中で共存する時、Light-Assisted Collision ^{*1} と呼ばれる非弾性散乱により、K の数が大きく減少してしまう。そのため、K 単独で最適な条件と、Rb と共存時の最適な条件が異なる可能性がある。系の最適化をまずは Rb で行い、その後は磁気トラップ後の K の原子数をみて最適化を行った。

4. Time-dependent MOT のシーケンスによって、原子の更なる冷却を行う。

本シーケンスを始めるタイミングは、Rb の蛍光量によるトリガーで決まっている。K のローディング時間を変えることで、両原子の数のバランスをある程度コントロールすることができる。磁場勾配を下げ、離調を離すことによって偏光勾配冷却を行っている。Compress MOT としてよく磁場勾配を上げて密度を上げることが行われているが、Rb のコンディションを優先して Rb の温度を十分に下げるために磁場勾配を下げています。この時の温度は 100 μ K 程度である。

5. 光ポンピングによって $|F = 2, m_F = 2\rangle$ の状態へ遷移させる。

6. 磁気トラップにロードする。

この際に CMOT の時とトラップの形状が変わらないようなポテンシャルを磁場で作ることで、断熱的にロードを行う。

7. 磁気トラップの圧縮を行う。

磁場勾配を上げ、トラップ周波数を大きくする。この過程で原子は断熱圧縮され、1mK 程度になる。

8. マイクロ波による蒸発冷却を行う。

DDS システム [96] によって Rb の蒸発冷却を行う。この際に K は冷えた Rb 原子によって協同冷却される。蒸発冷却の最適化は、 $\text{Log}_{10}(N) - \text{Log}_{10}(\text{PSD})$ のプロットを取ることで行う。Rb の場合、このプロットの傾きが 3 程度になることが知られている。最適化した磁気トラップ中で Dual BEC が作成可能であることは確認済みである。

^{*1} Light-Assisted Collision は、原子の励起状態と基底状態の間の衝突である。ポテンシャルエネルギーを貰って自然放出が起きてしまうと、差分のエネルギーが運動エネルギーとなってトラップロスを引き起こす。ポテンシャルエネルギーを貰う機構は Fine-structure changing collision や Radiative Escape といったものがある。これらの詳細は [101]14 章を参考にされたい。

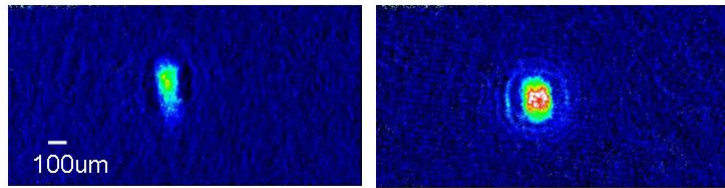


図 4.1 磁気トラップでの Dual BEC の生成

左図は ^{41}K の $|F = 2, m_F = 2\rangle$ 、右図は ^{87}Rb の $|F = 2, m_F = 2\rangle$ である。この時の TOF はそれぞれ 30.7ms, 31.3ms であり、原子数は $N_K = 3.5 \times 10^4, N_{Rb} = 9.0 \times 10^4$ である。

会合の実験では、およそ $1\mu\text{K}$ 程度まで蒸発冷却を行う。この時の典型的な原子数は $N_{Rb} = 2 \times 10^6, N_K = 2 \times 10^5$ 程度である。

9. Cross ODT にロードする。

150ms かけてトラップ光を立ち上げる。その後本来ならば断熱的に磁気トラップを立ち下げるべきであるが、IGBT によって切った方がコンディションが良い。これは磁場を立ち下げる時にトラップの Configuration が変わって原子が力を受けるからであると思われる。

10. Rb の $|2, 2\rangle \rightarrow |1, 1\rangle$ への ARP を行う。

11. ARP 仕切れなかった Rb $|2, 2\rangle$ を共鳴光で吹き飛ばす。

12. K の $|2, 2\rangle \rightarrow |1, 1\rangle$ への ARP を行う。(Hyperfine ARP)

13. ARP 仕切れなかった K $|2, 2\rangle$ を共鳴光で吹き飛ばす。

14. ODT 中で蒸発冷却を行う。

15. K の $|1, 1\rangle \rightarrow |1, 0\rangle$ への ARP を行う。(Zeeman ARP)

16. RF 会合を行う。詳細は 5.2 節で述べる。

昨年までに、磁気トラップ中での BEC の作成には成功していたので、本論文では詳細を省略する。次節から、手順 9 以降の実験について述べる。

4.2 ODT 中での Dual BEC の作成

4.2.1 Cross ODT

ODT の光源は、波長 1080nm のファイバーレーザーである。NP Photonics 社製のシード光を Nufern 社製のファイバーアンプで増強し、10W の出力のものを使用している。シード光の線幅は 10kHz 以下である。

トラップ寿命

原子の共鳴光でおおよそパスを合わせた後、磁気トラップから $1\mu\text{m}$ ODT へのロードを行った。P 軸と A 軸それぞれシングルビームトラップになるよう合わせた後、2本の光を同時に入れて Cross ODT を作った。パスの最適化は、弱いパワーでトラップした際に原子をホールド出来るようにアライメントする

ことで行われた。

磁気トラップから ODT へ原子を移す際の原子ロス及び加熱はほとんど無い。この $1\mu\text{m}$ Cross ODT の寿命を測定した結果が図 4.2 である。

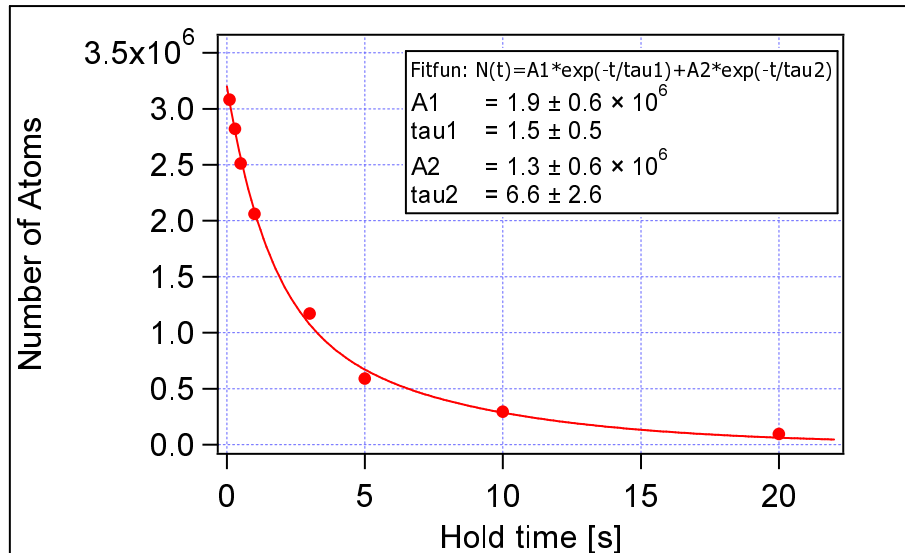


図 4.2 $1\mu\text{m}$ Cross ODT の寿命

トラップロスには 3 体ロスと 1 体のロスが存在する。トラップへのロード直後は密度が高いため、3 体のロスが支配的となる。密度が下がってくると 3 体のロスの寄与は小さくなり、1 体のロスが支配的となる。この 1 体のロスがトラップ寿命である。このため、2 つの時定数があると考えられ、図 4.2 では 2 つの時定数にてフィッティングを行った。本来ならば、3 体のロスは指数関数で書ける訳ではないため、図 4.2 で行っているフィッティングは正確ではないが、トラップ寿命の見積もることはできていると思われる。ODT 中での蒸発冷却には 2 秒ほどの時間が必要であるが、本トラップの寿命は 6 秒以上あり、実験時間よりも十分長い。

トラップ周波数

ODT 中のトラップのパラメータは以下の様に書ける。式 2.61 から、直線偏光を仮定すると、トラップの底でのポテンシャルの深さは次式になる。

$$U_0 = \frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega^3} \left(\frac{2}{\delta_{D2}} + \frac{1}{\delta_{D1}} \right) \frac{2P}{\pi w_x w_y} \quad (4.1)$$

楕円ビームを仮定すると、式 4.1 となる。ここで、 w_x, w_y はそれぞれ焦点の位置でのビーム半径である。

また、式 2.59 より動径方向のトラップ周波数は以下の様に書ける。

$$\omega_r = \sqrt{\frac{4U_0}{m w_r^2}} \quad (4.2)$$

今は Cross ODT を用いるため、各軸のトラップ周波数は式 4.2 で決まる。Cross ODT は図 4.3 の光によって構成される。

- $1\mu\text{m}$ Cross ODT は A 軸と P 軸の $1\mu\text{m}$ の光により作られる。
- 重力サグが問題になる際には 809nm 光トラップを用いるが、この時は $1\mu\text{m}$ (A) と 809nm の光で Cross ODT を作る。

両方とも、P 軸によって重力方向と水平方向のコンファインメントが行われており、A 軸は水平方向を支える。

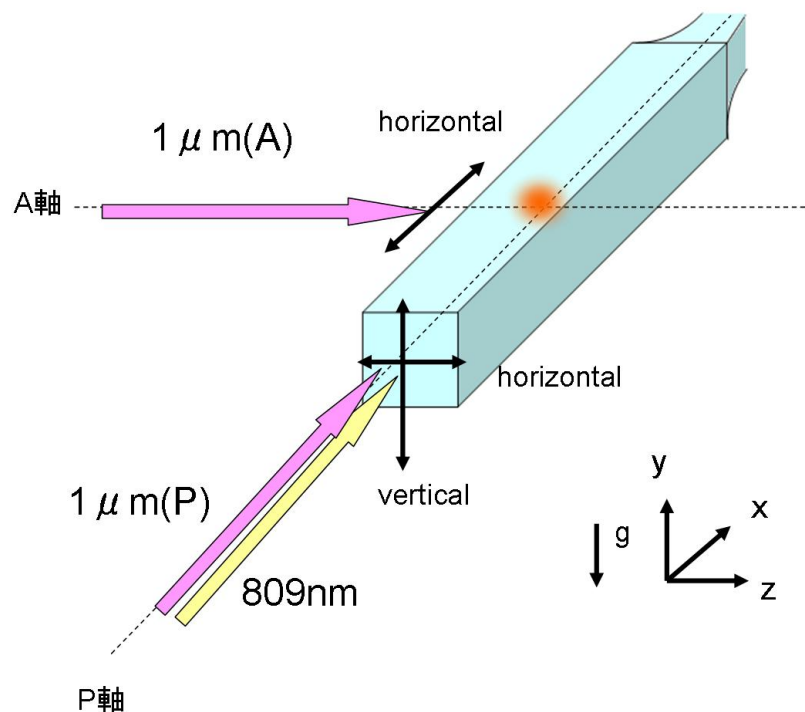


図 4.3 光トラップのコンフィギュレーション

ここで、[99]と同様に、Sloshing の周波数を測定した。振動の誘起には、ODT の蒸発冷却後に再度 1ms 間パワーを上げることによって行った。これにより原子集団の重心位置の振動運動が誘起され、(Sloshing mode) この振動の周波数がトラップ周波数となる。

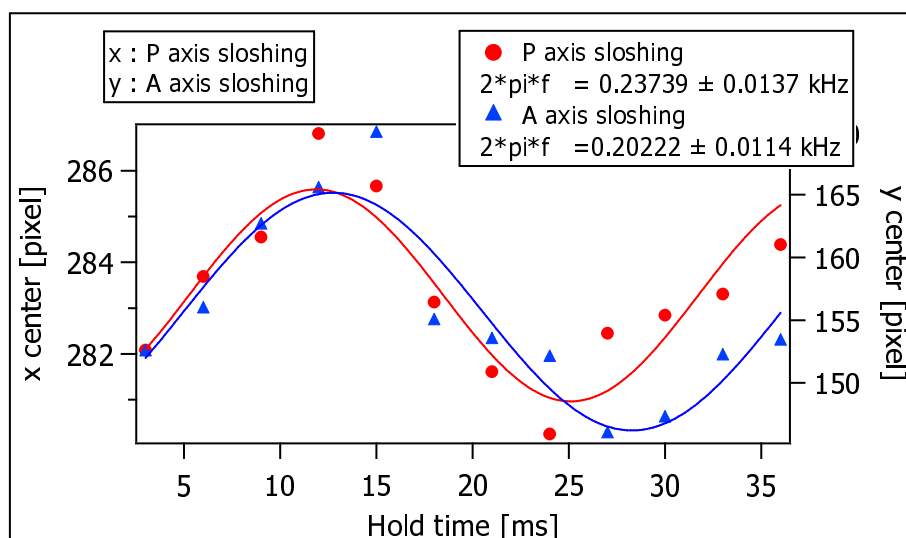


図 4.4 $1\mu\text{m}$ (水平方向) の sloshing

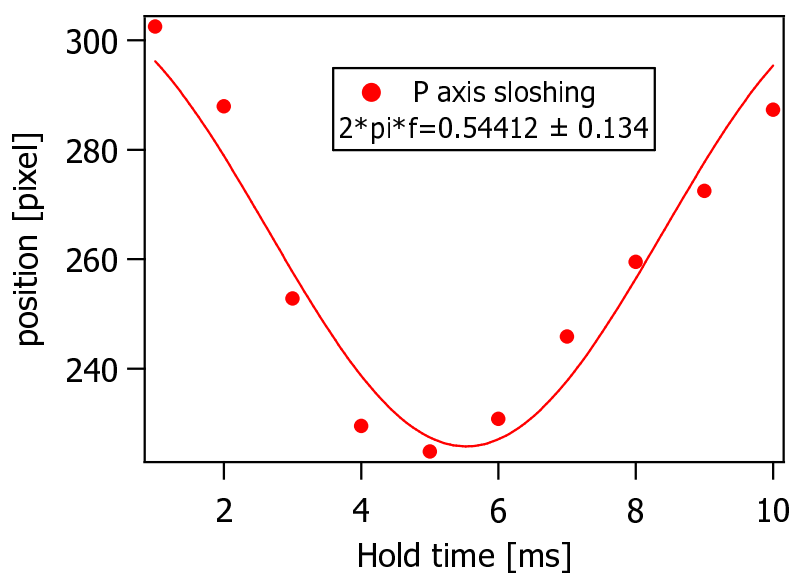


図 4.5 $1\mu\text{m}$ (重力方向) の sloshing

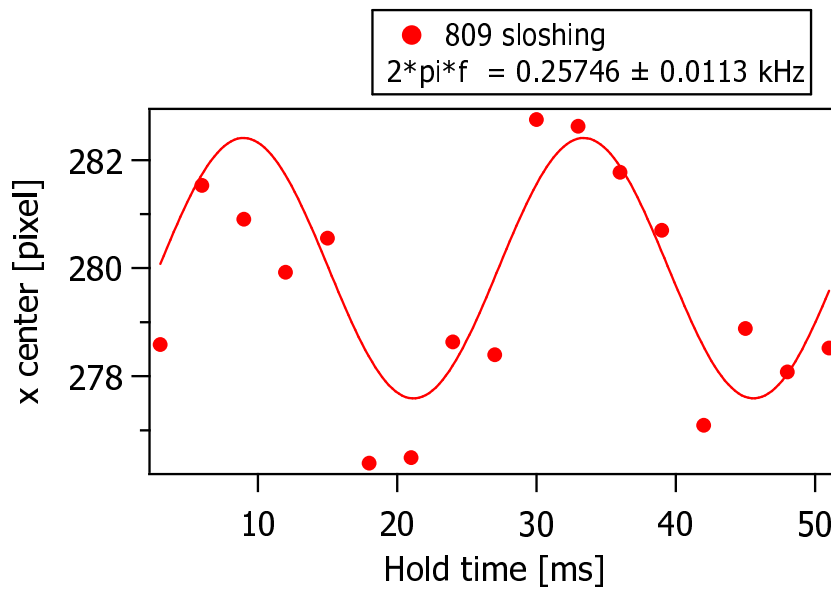


図 4.6 809nm (水平方向) の sloshing

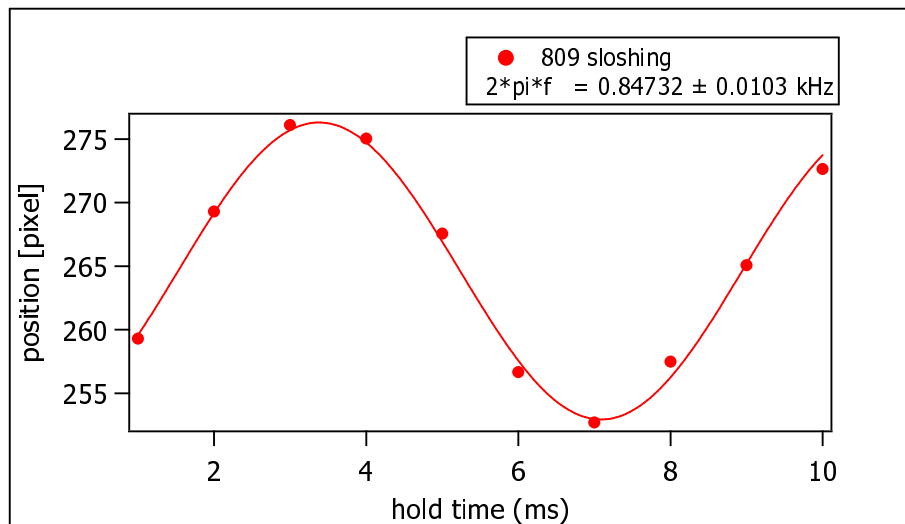


図 4.7 809nm (重力方向) の sloshing

トラップ周波数の測定結果は図 4.4、図 4.5、図 4.6、図 4.7 の通りである。それぞれ $x = x_0 + A \sin 2\pi f t$ でフィットした。これらの結果からビームのウエストサイズを導出し、まとめたものが表 4.1 である。ここで重力方向、水平方向はそれぞれの向きのコンファインメントによるトラップ周波数を指している。 x, y, z は図 4.3 中の向きに等しい。

トラップ光	測定時の光のパワー (Max パワー)	トラップ周波数 (Rb)
1 μ m(P)	0.68W (2.0W)	$\omega_z = 2\pi \times 37.8 \pm 2.2$ Hz (水平方向)
		$\omega_y = 2\pi \times 86.6 \pm 21.3$ Hz (重力方向)
1 μ m(A)	415mW (420mW)	$\omega_x = 2\pi \times 32.2 \pm 1.8$ Hz (重力方向)
809nm	51mW (100mW)	$\omega_z = 2\pi \times 50.0 \pm 1.8$ Hz (水平方向)
		$\omega_y = 2\pi \times 134.9 \pm 1.6$ Hz (重力方向)

表 4.1 各軸のトラップ周波数

4.2.2 Dual BEC in ODT

Adiabatic Rapid Passage

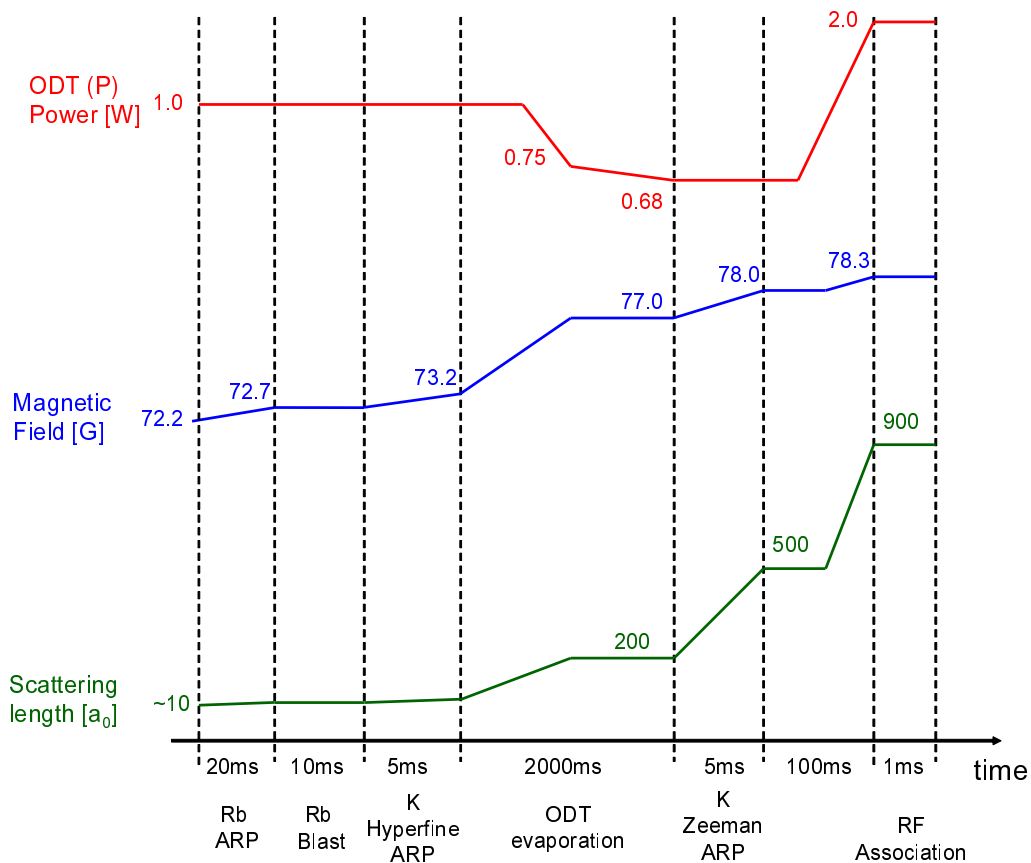


図 4.8 ARP のシーケンス

RF 会合のために用意する必要がある状態は、Rb $|F = 1, m_F = 1\rangle$, K $|F = 1, m_F = 0\rangle$ である。ここまで ODT 中で Rb, K とともに $|2, 2\rangle$ がトラップされているので、スピン状態を変える必要がある。

その際に利用するのが、Adiabatic Rapid Passage (ARP) という断熱過程である。ARP は遷移させたいスピン状態間の共鳴周波数の RF またはマイクロ波を照射し、その遷移の共鳴を断熱的に横切るように磁場掃引を行うことで、原子の状態を高効率で遷移させる手法である。Rb の ARP は蒸発冷却用のマイクロ波ソースを DDS で制御することによって行う。K の ARP は、 $|2, 2 \rangle \rightarrow |1, 1 \rangle$ の ARP (Hyperfine ARP) と $|1, 1 \rangle \rightarrow |1, 0 \rangle$ の ARP (Zeeman ARP) の 2 種類を行う。これらは、別々の周波数ソースを用意し、別々の RF アンプとアンテナでそれぞれ RF を照射している。

ARP のシーケンスは、図 4.8 の通りである。ODT へロード後に、100ms かけて磁場を 72.2G まで立ち上げている。その後、マイクロ波または RF を照射しながら磁場をスイープしている。磁場の校正は ARP のスイープ幅を小さくしていき、ARP の成功している最小幅の中心を測定することによって行っている。

ARP がきちんと働いているかどうかの確認は、以下の方法で行う。

Rb, K Hyperfine ARP プローブの際に、リポンブ光の有無しによって $|1, 1 \rangle$ と $|2, 2 \rangle$ の区別が出来る。プローブ光は $|2, 2 \rangle \Leftrightarrow |3, 3 \rangle$ の閉じた遷移を、リポンブ光は $|1, 1 \rangle \Leftrightarrow |2, 2 \rangle$ の遷移の共鳴光である。従って、リポンブ光の有る時のみ $|1, 1 \rangle$ の原子がイメージングされる。1 度のシーケンス中にリポンブ光無し リポンブ光有りの連続撮影をすることで、それぞれの原子数を測定できる。

K Zeeman ARP Zeeman ARP は $|1, 1 \rangle$ と $|1, 0 \rangle$ 間であるので、上記の方法は使えない。そのため、シュテルン-ゲルラッハイイメージングという手法を用いて状態の分離を行っている。詳細は 5.2 節にて議論されているので、参照されたい。

後者の手法は全てのスピン状態で適用可能であるが、原子数の測定としては前者の手法の方が精度が高い。そのため、以上の方法で ARP の最適化を行った。測定した ARP の効率は表 4.2

	効率	スイープ速度
Rb ARP	95 %	25 [G/s]
K Hyperfine ARP	90 %	100 [G/s]
K Zeeman ARP	95 %	200 [G/s]

表 4.2 ARP の移行効率

Rb $|1, 1 \rangle$ と K $|2, 2 \rangle$ の間の散乱長は $-2200a_0$ と計算されており、これらの共存は 3 体ロス招く。その影響を最小とするためには、出来る限り早く K の Hyperfine ARP を行う必要がある。現在、高速に高効率で Hyperfine ARP を行うことが可能である。これは 440MHz を共振波長とする 1λ ループアンテナと、50W RF アンプによって高強度の RF を照射出来ているからである。しかし、現在の磁場のセットアップでは、磁場を綺麗にスイープするためにはスイープ時間を 5ms 程度取らなければならない。これが ARP の時間をリミットしている。

1 μ m Cross ODT 中での Dual BEC の作成

ODT 中で徐々に ODT(P) のパワーを下げ、蒸発冷却を行った。Rb の方が緩いポテンシャルを感じるため、熱い Rb 原子がトラップから外れていく。K 自体の散乱長は $60a_0$ とやや小さく、K は協同冷却されることになるが、ここで磁場を 77G とすることで K と Rb 間の散乱長は $200a_0$ 程度となり、効率良く蒸発冷却を行うことが可能となる。

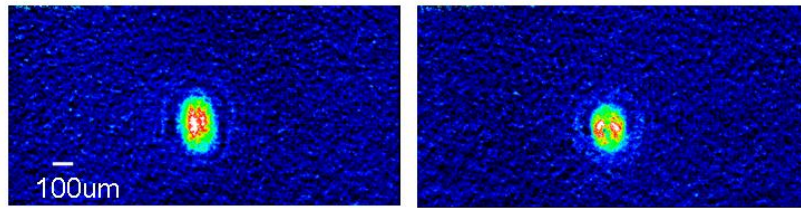


図 4.9 光トラップでの Dual BEC の生成

左図は ^{41}K の $|F = 1, m_F = 1\rangle$ 、右図は ^{87}Rb の $|F = 1, m_F = 1\rangle$ である。この時の TOF はそれぞれ 30.7ms, 31.3ms であり、原子数は $N_K = 9.1 \times 10^4$, $N_{Rb} = 8.1 \times 10^4$ である。

ODT 中で Dual BEC の作成に成功した写真が図 4.9 である。光格子中で 1 サイト 1 個の Mott 絶縁体状態となる数 N_2 は最大で 3×10^4 程度となるため、現在の系では Feshbach 会合を行うのに十分な数が BEC となっている。

第5章

Feshbach 分子の生成と観測

本章では、極低温極性分子の生成のための重要な中間状態である、Feshbach 分子の生成と観測について述べる。また、Feshbach 会合について研究を行い、会合レートの測定について述べる。浅い振動準位に束縛された分子が原子及び分子と衝突を起こすと、より深い振動準位への緩和が起きる。その際にポテンシャルエネルギーの差が相対運動のエネルギーに変換されるため、分子及び原子はトラップポテンシャルよりも大きい運動エネルギーを持ってしまい、トラップからのロスとなる。そのため、原子数のロスを見ることで Feshbach 分子の間接的な観測が可能であり、実際に井上研究室においても原子数のロスが確認されている。[99, 100]

以前の実験 [99] では、3次元光格子中で磁場スイープによる Feshbach 分子の生成が試みられた。

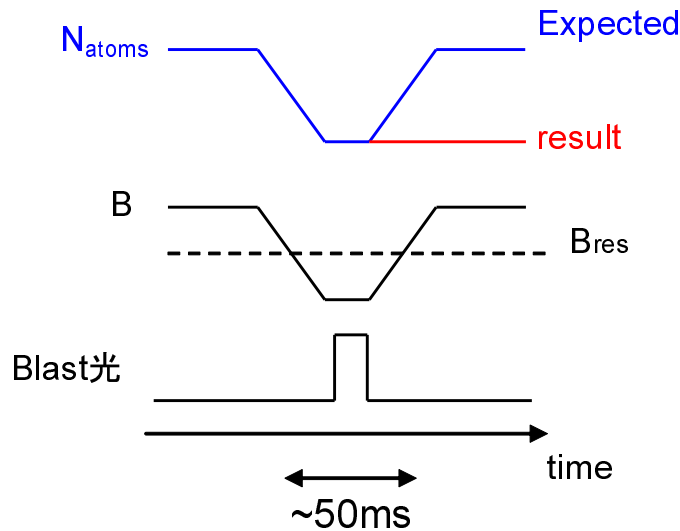


図 5.1 井上研究室での以前の実験の概念図

図 5.1 は磁場スイープで Feshbach 共鳴を横切ることによって分子を生成し、その後残留原子を吹き飛ばし、分子生成の逆過程で分子を原子に戻して観測するという実験である。実験結果として期待されたのは、図 5.1 にある様に原子数が戻ることであったが、実際には原子数が戻ることはなかった。

これは、分子の生成は行われているが、光格子中においても分子が壊れてしまっている可能性を示唆する。ただし、Feshbach 共鳴点では 3 体ロスも増強されるため、分子の生成の確証とはならない。分子の生成の直接の証拠は [100] にて束縛エネルギーを測定することによって得られた。

よって分子が破壊されている可能性が高いが、その原因として疑われたのは光格子に用いられている光源であった。しかし、原因を明らかにするためには分子が壊れる前に分子を観測しなければならない。我々の実験系において磁場を高速に時間的に制御することが難しく、この実験においては分子の生成及び観測に 50ms 要しており、分子の寿命よりも長い実験時間が必要であった。そのため、我々に求められたことは分子の高速生成、及び高速観測である。

また、原子のロスによる観測はバックグラウンドシグナルが元の原子数となる。我々の実験系において、コイルの加熱による磁気トラップの底の磁場ドリフトや、原子の MOT への Loading Rate の揺らぎといった原因のため、蒸発冷却後の原子数に揺らぎが存在する。この揺らぎがバックグラウンドノイズとなるため、分子のシグナルがノイズに埋もれてしまう恐れがあった。そのため、我々はバックグラウンドフリーに分子を観測する必要がある。

以上、我々が必要とする実験条件は以下の 3 点である。

- 分子の高速生成
- 分子の高速観測
- 分子の直接観測

本章にてその詳細を示す。

5.1 RF 会合

本節にて、RF 会合による分子生成について述べる。RF 会合は、 $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ の系でこれまでに行われている。[42, 64, 66]

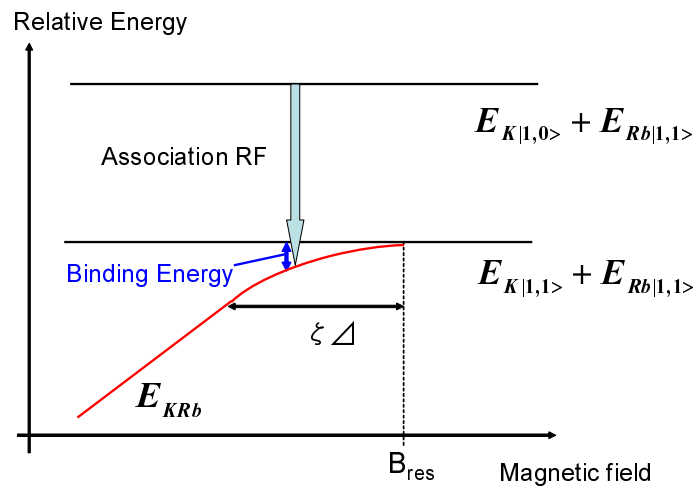


図 5.2 RF 会合による分子生成

RF 会合は図 5.2 のように、初期状態として Feshbach 共鳴を持つスピン状態とは異なるスピン状態から、分子状態へ共鳴する RF を照射することによって分子の生成を行う手法である。

我々の目標とするのは分子の高速生成であり、今興味があるのは分子の生成スピード及びロススピードである。原子の生成とロスによるダイナミクスは、次のレート方程式により知ることが出来る。

$$\frac{dn_m}{dt} = K_{RF}n_a^2 - K_{Loss}n_a n_m \tag{5.1}$$

ここでは同種原子を仮定し、原子の密度を n_a 、分子の密度を n_m 、RF での生成スピードを K_{RF} 、原子と分子の衝突によるロスレートを K_{LossAM} と置いている。ここで、原子のトラップ中の寿命は十分長いとし、また、分子同士の衝突によるロスは無視できるという仮定を置いている。

式 5.1 において、定常状態では

$$\frac{n_m}{n_a} = \frac{K_{RF}}{K_{Loss}} \tag{5.2}$$

となる。従って、生成レート K_{RF} を大きくし、ロスレート K_{Loss} を小さくすれば分子の数が増えるという当然の帰結が導かれる。

では、生成レートを最大化するためにはどうすればよいのだろうか。生成レートを考える上で重要なことは、生成レートには上限があり、無限に早くなるわけではないという点である。その理由は、Feshbach 会合では原子間の散乱を介して会合が行われるからである。RF 会合における RF は分子状態と原子状態をカップルさせるために照射されており、会合というプロセスはあくまで原子間の散乱である。そのため、生成レートは散乱レートに依存する。散乱レートは密度と散乱断面積と速度の積で書ける。

ここで、散乱断面積 σ は以下の式で書ける。[12]

$$\sigma = \frac{4\pi a}{1 + k^2 a^2} \quad (5.3)$$

$$= \begin{cases} 4\pi a^2 & (ka \ll 1) \\ \frac{4\pi}{k^2} & (ka \gg 1) \end{cases} \quad (5.4)$$

$$(5.5)$$

散乱長 a が k に比べて小さい時は、 a が大きくなれば散乱断面積も大きくなる。一方、散乱長 a が k に比べて大きい時は、散乱断面積は散乱長によらず、一定値となる。この状況をユニタリー極限と呼ぶ。この要請が生成レートの上限を与えている。

生成レートの上限の厳密な計算の代わりに、次の等式がおおよその生成レートの上限を与える。
[102, 103]

$$K_{max} = \frac{\hbar}{m} \times L \quad (5.6)$$

ここで L は系を特徴づける典型的な長さスケールである。RF 会合において縮退付近の Thermal 原子においては $L = \lambda_{dB}$ と置くことができる。ここで λ_{dB} は熱的ドブロイ長 $\lambda_{dB} \equiv h/\sqrt{2\pi m k_B T}$ である。また、磁場スイープの方法においては、 L は s 波散乱長と置ける。よって、レートの上限は以下のようになる。

$$K_{sweep} = \frac{\hbar}{m} a_s \quad (5.7)$$

$$K_{RF} = \frac{\hbar}{m} \lambda_{dB} \quad (5.8)$$

光会合における生成レートの飽和は観測されており、式 5.8 で飽和レートが与えられることが分かっている。[102, 103] ロスレートトータルとして得な可能性が高いのは、低温 (λ_{dB} が大) で強い RF を入射することによって、 K_{RF} を大きくして RF 会合を行うことであると考えられる。

RF 会合におけるレートの上限は分かったが、RF 会合のレートのパラメータへの依存性はどうなっているのだろうか。RF 会合の速さは Arlt らのグループによって計算されている。[66]

飽和が起きていないときの生成レートは、以下の式で与えられる。飽和に必要な RF 強度を求めることができ、どの程度の強度の RF を用意すればよいか分かる。

$$N_{mol} = \frac{\pi}{2} \Omega^2 \tau^2 \int_0^\infty h(\epsilon_r) \exp\left[-\frac{(E_{rf} - E_b - E_0 - \epsilon_r)^2 \tau^2}{\hbar^2}\right] F_f(\epsilon_r) d\epsilon_r \quad (5.9)$$

ここで、 Ω は原子のラビ周波数、 τ は RF パルス幅、 $E_{rf} = h\nu$ は RF 光子のエネルギー、 E_b は分子の束縛エネルギー、 E_0 は原子の遷移のエネルギーである。パルスはガウシアンパルス仮定した。^{*1}

また、 $h(\epsilon_r)$ は状態密度、 $F_f(\epsilon_r)$ は Frank-Condon factor per unit energy

^{*1} 実際の RF 会合は矩形パルスで行っている。計算の際にガウシアンを仮定する理由は、ガウシアンのフーリエ変換はガウシアンであるため、周波数成分に変調がかからないので簡単になるからである。[86]

$$F_f(\epsilon_r) = \left| \int \Psi_{\epsilon_r}^*(r) \Phi_{mol}(r) dr \right|^2 \quad (5.10)$$

である。ここで $\Psi_{\epsilon_r}^*(r)$ は原子の（連続状態の）波動関数、 $\Phi_{mol}(r)$ は分子の（束縛状態の）波動関数である。 $h(\epsilon_r), F_f(\epsilon_r)$ は以下のように計算できる。

$$h(\epsilon_r) = N_a N_b \frac{(\hbar\tilde{\omega})^2}{2(k_B T)^3} e^{-\epsilon_r/k_B T} \quad (5.11)$$

$$F_f(\epsilon_r) = \hbar\tilde{\omega} \chi(E_b) \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{a'}{a}\right)^2 \frac{\sqrt{\epsilon_r} \sqrt{E_b} E'_b}{(\epsilon_r + E_b)^2 (\epsilon_r + E'_b)} \quad (5.12)$$

となる。

ここで、 $\tilde{\omega}$ は平均トラップ周波数で、 $\tilde{\omega} = (\prod_i \tilde{\omega}_i)^{1/3} = (\prod_i \sqrt{\omega_{a,i} \omega_{b,i}})^{1/3}$ である。また、 a' は最初に用意した状態の原子同士の散乱長（図 5.2 中においては $K|1, 0\rangle$ と $Rb|1, 1\rangle$ 間の散乱長）であり、束縛エネルギー E_b, E'_b は

$$E_b = \frac{\hbar^2}{2\mu a^2}, \quad E'_b = \frac{\hbar^2}{2\mu a'^2} \quad (5.13)$$

と書ける。 $\chi(E_b)$ は Open-Channel fraction と呼ばれる量であり、Open Channel が含まれる割合を表す。束縛エネルギーの形が”曲がっている”間は $\chi(E_b) = 1$ としてしまっても概ね間違いではない。更に、Feshbach 共鳴近傍なので、 $a \gg a'$ と置いてよく、 $a'/a \rightarrow 0$ となる。また、 $E'_b \gg E_b$ すなわち $E'_b \rightarrow \infty$ としてしまってもよい。

以上から式 5.12 を計算すれば良い。式 5.12 は

$$F_f(\epsilon_r) = \hbar\tilde{\omega} \frac{\sqrt{\epsilon_r} \sqrt{E_b}}{(\epsilon_r + E_b)^2} \quad (5.14)$$

となる。よって、式 5.10 に式 5.11, 式 5.14 を代入すると

$$N_{mol} = \frac{\pi}{2} \Omega^2 \tau^2 \int_0^\infty N_a N_b \frac{(\hbar\tilde{\omega})^3}{2(k_B T)^3} \exp\left(-\frac{\epsilon_r}{k_B T}\right) \exp\left(-\frac{\epsilon_r^2 \tau^2}{\hbar^2}\right) \frac{2}{\pi} \frac{\sqrt{\epsilon_r} \sqrt{E_b}}{(\epsilon_r + E_b)^2} d\epsilon_r \quad (5.15)$$

となる。この積分を数値的に解けば、分子生成のスピード = N_{mol}/τ は求めることができる。

5.2 Feshbach 分子の生成及び直接観測

5.2.1 Feshbach 分子の生成方法

磁場スweepの実験において分子の生成速度を決めていたのは、磁場を作っている電源であった。前節で見てきた様に、RF 会合の方法ならば高速での生成が可能であると考えられるので、RF 会合を用いて Feshbach 分子の作成を試みた。

式 5.15 から、低温、高密度、高強度の RF が高効率な分子生成に必要なことが分かる。また、式中にはないパラメータとして、Rb 原子集団と K 原子集団の重なりも重要となる。縮退していない熱的原子を用いているため、空間的にほとんど重なっているが、ファクターとして効いてくる。高密度の条件が自動的に空間的な重なりを大きくするが、高密度にすると原子の加熱が見られ、温度が上がってしまうというトレードオフがある。我々の典型的な実験条件は表 5.1 の通りである。

N_{Rb}	1×10^5
N_K	1×10^5
n_{Rb}	$4 \times 10^{12} \text{cm}^{-3}$
n_K	$4 \times 10^{12} \text{cm}^{-3}$
T	350nK
Ω_{Rabi}	$2\pi \times 100\text{kHz}$
λ_{dB}	560nm

表 5.1 RF 会合の初期条件

初期条件は、密度と温度に関してはトータルの速度が速くなるような条件におおよそ合わせた。RF に関しては、100W の RF アンプ (Mini-Circuits 社製、ZHL-100W-GAN+) と Q 値が 10 程度の共振アンテナを用いて高強度の RF を照射した。 λ_{dB} は熱的ドブロイ長であり、換算質量 $\mu = m_{Rb}m_K/(m_{Rb} + m_K)$ を用いて $\lambda_{dB} = h/\sqrt{2\pi\mu k_B T}$ と定義される。レートが飽和する条件の下では、ロスレートが散乱長*2で、生成レートが λ_{dB} で決まってくることを考えると、飽和の条件では生成 > ロスとなるような高速な生成が可能であると考えられる。

この RF を用いて $|1, 1\rangle \Leftrightarrow |1, 0\rangle$ 間の Zeeman 遷移の Rabi 振動を観測した (図 5.3)。この測定は後述のシュテルン-ゲルラッハイイメージングによって行われ、 $|1, 1\rangle$ と $|1, 0\rangle$ の数はトータルの原子数で規格化されている。そのため、非常に綺麗にラビ振動が見えている。イメージングの詳細は 5.2.3 節を参照されたい。

*2 $E_b \sim 100\text{kHz}$ における $^{41}\text{K}|1, 1\rangle \rightarrow ^{87}\text{Rb}|1, 1\rangle$ 間の散乱長は 30nm 程度である。

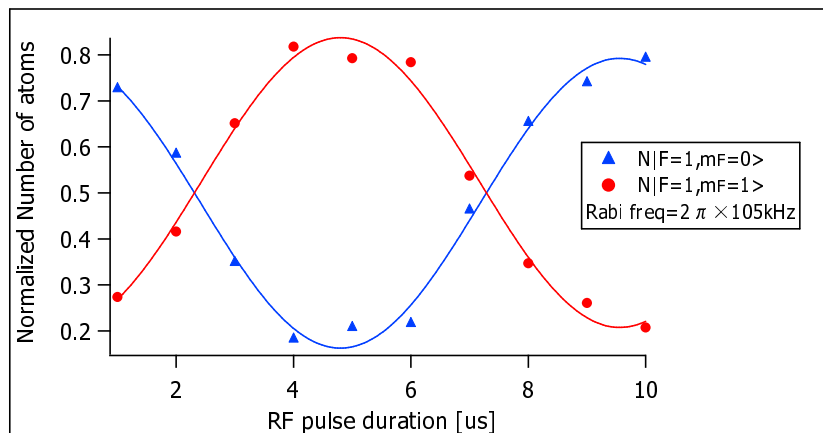


図 5.3 Zeeman 遷移の Rabi 周波数

この初期条件の時の生成レートは式 5.15 より $K_{RF} \cong 1 \times 10^{-9} [cm^3/s]$ となり、1ms 程度で分子が生成される計算となる。よって高速に分子を生成することが可能となり、分子が壊れる前に観測することが可能である。なお、飽和レートにおけるラビ周波数は 50kHz 程度と予想され、実際の実験においても飽和レートでの会合が可能であると予想される。また、自由空間で分子の生成を行う場合でも、300nK の原子が 1ms に広がる割合はクラウドサイズに対して 10 分の 1 程度と小さいので、自由空間で分子の生成が可能である。

5.2.2 Feshbach 分子の観測方法

Feshbach 分子の観測方法として求められるのは、高速であることと、バックグラウンドフリーなことである。

その条件において考えられる方法は以下の 2 つである。

1. 高磁場でのイメージング
2. シュテルン-ゲルラッハイイメージング

どちらも原子と分子は磁気モーメントが違うという点を利用して、原子と分子を分離することを考えている。1 はエネルギー的に、2 は空間的に原子と分子の分離が可能である。

高磁場でのイメージング

1 の手法は、 $Rb|F = 1, m_F = 1 \rangle, K|F = 1, m_F = 1 \rangle, K|F = 1, m_F = 0 \rangle$ を全てイメージングすることで、原子数と分子数を測定することが可能である。具体的には

$$\begin{aligned}
 N_{Rb} &= N_{Rb|1,1\rangle} \\
 N_K &= N_{K|1,0\rangle} + N_{K|1,1\rangle} \\
 N_{KRb} &= N_{K|1,1\rangle}
 \end{aligned}$$

となる。分子の数を数えることができ、分子数を元の原子数から規格化することが可能であり、バックグラウンドフリーな測定である。原子のイメージングを行えば良いので、高速に観測することが出来、分子の観測の良い候補と言える。この方法の問題点としては、通常低磁場でのイメージングとは周波数の異なる光を用意しなければならない点と、 $|F = 1, m_F = 1\rangle$ の原子を分子のシグナルとしてカウントしてしまう点である。特に後者は、今回の実験の $K|1, 1\rangle \leftrightarrow |1, 0\rangle$ 遷移のラビ周波数が 100kHz であることから、原子の共鳴から 100kHz 以上 RF 周波数が離れていても原子の Zeeman レベル間の遷移が起きてしまう。その遷移によって生じる $|1, 1\rangle$ を分子とみなす恐れがある。ここで注意すべきは、78G 付近の磁場におけるエネルギーのゼーマン分裂の大きさが Hyperfine 分裂程度となり、F が良い量子数ではなくなる点である。(パッシェンバック領域) その点に注意し、きちんと周波数を選べば 2 本の光で Closed transition を作ることは可能である。

シュテルン-ゲルラッハイイメージング

2 のシュテルン-ゲルラッハイイメージングは、原子のスピン状態を区別するのによく用いられる手法である。分子のシグナルを本方法で観測することは、 Rb_2 [60] や Cs_2 [62] Feshbach 分子に対して行われている。

z 方向に印加された磁場中の原子または分子は、その状態の持つ磁気モーメント μ によって以下のポテンシャルを感じる。

$$E = \mu B_z \quad (5.16)$$

μ は位置に依存しないと仮定すると、このポテンシャルによって加えられる力は以下のように書ける。

$$F(z) = \mu \frac{dB}{dz} \quad (5.17)$$

すなわち、磁場勾配が存在する時に原子は磁気モーメントに比例した力を感じる。原子と分子とでは、磁気モーメント及び質量が異なる。このため、磁場勾配中に置かれた原子と分子はそれぞれ異なった加速度で運動するため、それらを空間的に分離することが出来る。空間的に分離した後に、分子を原子に戻して通常原子のイメージングを行えば、それぞれ原子と分子の数を数えることが可能となる。この方法は磁場勾配を作ることが出来れば可能であるので、高磁場でのイメージングに比べてメリットが大きい。そのため、我々は分子の観測に本方法を採用することにした。

磁場勾配を印加してから t 秒後の原子または分子の位置は、元々の位置から式 5.18 だけずれる。

$$\Delta z = \frac{1}{2} \frac{\mu}{m} \frac{dB}{dz} t^2 \quad (5.18)$$

よって、磁場勾配をかける時間が長いほどそれぞれの状態は空間的に分離する。特に、 $K|1, 0\rangle$ と分子の場所が近い可能性があり、その分離が Feshbach 分子の観測に必須であった。しかし、時間とともにイメージングの S/N が悪くなり、またクラウドのサイズも大きくなってしまふ。特に分子数はかなり少な

いことが予想されるため、S/N が実験の成功の鍵を握る。従って、空間的な分離を大きくしてイメージングの S/N を上げるには、大きな磁場勾配が必要である。そのために、我々は径の小さいコイルをガラスセルの近くに設置した。



図 5.4 シュテルン-ゲルラッハイイメージングのためのコイル

実際に磁場勾配を印加した状態で飛ばした原子の位置から、30A の電流をコイルに流した時の磁場勾配は 41 G/cm である。この磁場勾配の下ならば、5ms で全ての状態を分離することが可能である。このコイルの磁場の立ち上がり時間は $200\mu\text{s}$ であり、十分に早い。

元々の位置からの変分は図 5.5 のようになる。ここで注意すべきは、分子の磁気モーメントは Feshbach 共鳴点付近で磁場に依存して変わる。すなわち共鳴点付近では図 5.2 の様にエネルギーは曲がっている。z 方向の磁気モーメント μ は

$$\mu = \frac{dE}{dB_z} \quad (5.19)$$

である。すなわち、エネルギーと磁場の関数を書いた時に、その傾きが磁気モーメントである。

曲がっている幅というのは、Feshbach 共鳴の幅 Δ と ζ ファクターの積で書ける。 $^{41}\text{K}^{87}\text{Rb}$ において $\Delta = 1.2\text{G}$, $\zeta = 1.66$ なので、 $1.2 \times 1.66 = 2.0\text{G}$ 程度は曲がっている。[57] そのため、この間の磁場中では、分子の磁気モーメントが磁場により異なるが、磁場勾配が印加されている時には運動中に分子の感じる磁場が変化する。ここで、原子の磁気モーメントと分子の磁気モーメントの差 $\delta\mu$ は 0 と $1.59\mu_B$ の間にある。($1.59\mu_B$ はエネルギーが直線になった時の傾きである。[72]) ゆえに、分子は図 5.5 の水色に塗られた部分の間に現れるはずである。

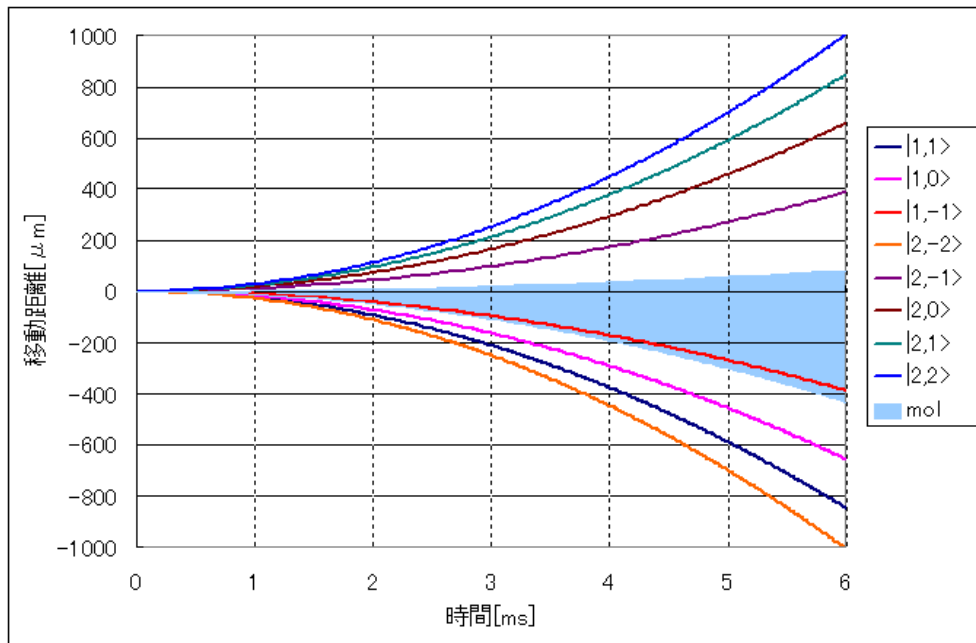


図 5.5 磁場勾配印加時の原子及び分子の位置

図 5.5 は横軸に磁場勾配の印加時間、縦軸に量子化軸の向きを正にとった位置をとり、磁場勾配 41.3G/cm の条件で K 原子の基底状態の各 Hyperfine state の位置を計算している。分子と重なりうるのは $|1, -1\rangle$ であるが、実験中に出来る可能性があるのは $|1, 0\rangle$ に加え、RF による遷移が起きる可能性がある $|1, 1\rangle$ 、及び吹き飛ばし仕切れなかった $|2, 2\rangle$ であるため、問題ないと思われる。5ms 飛ばした際の原子のクラウドサイズは $100\mu\text{m}$ 程度なので、原子と分子の分離が可能であると言える。

5.2.3 Feshbach 分子の直接観測

実験手順

実際の実験手順は以下の通りである。

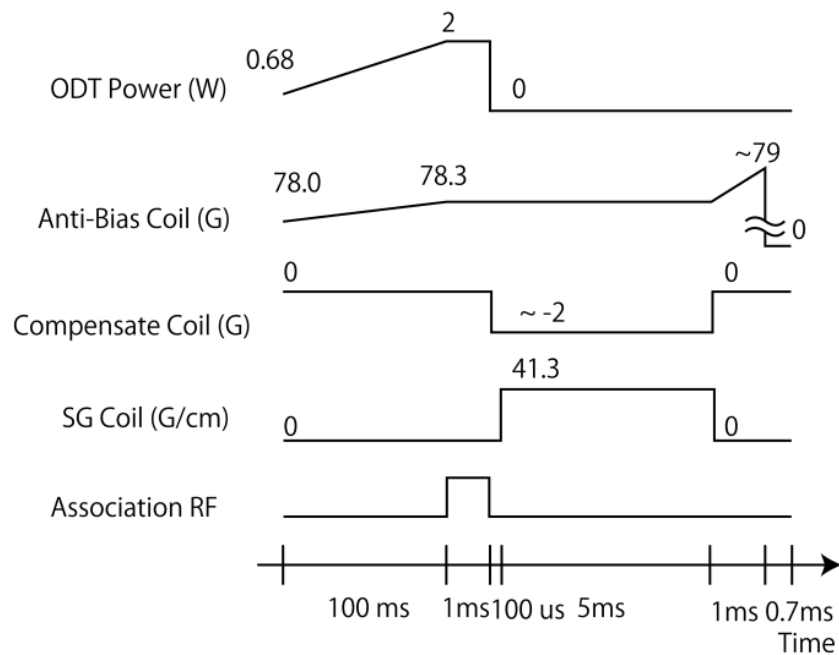


図 5.6 RF 会合及びシュテルン-ゲルラッハイメージングのタイムシーケンス

1. 縮退近くまで冷却された $K|1, 0\rangle, Rb|1, 1\rangle$ を光トラップ中に用意する。
2. 会合を行う磁場にもって行く。この際に光トラップの強度を断熱的に上げて密度を上げる。(100ms)
3. 会合のための RF を照射する。(1ms)
4. シュテルン-ゲルラッハのシーケンスを行う前に、分子が Feshbach 共鳴磁場を越えないように逆バイアス磁場を印加する。(100 μ s)
5. 光トラップを切るとともに磁場勾配を印加し、原子及び分子を飛ばす。(5ms)
6. Feshbach 磁場を上げ、Feshbach 共鳴を横切る。この過程で分子は原子に乖離する。(1ms)
7. Feshbach 磁場を立ち下げ、原子の吸収イメージングを行う。

束縛エネルギーが 100kHz の分子の生成を目指して RF 会合の実験を行った。準備として、分子の共鳴周波数を見つける実験を行った。その後 RF 会合の実験を行った。

原子の Zeeman 遷移の共鳴周波数の測定

まず、磁場を 78.3G に固定しておき、その時の K 原子の $|1, 0\rangle \leftrightarrow |1, 1\rangle$ 遷移の周波数を測定した。

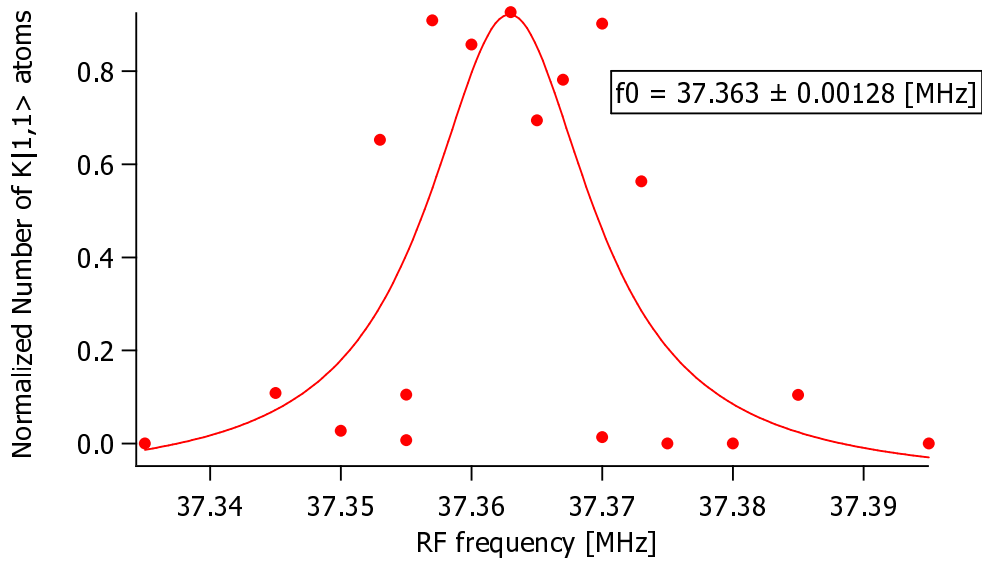


図 5.7 K 原子の Zeeman 遷移周波数の測定

図 5.7 の測定は、 π パルスよりも少し短いパルスの RF を照射して、その時の $K|1,0\rangle$ と $|1,1\rangle$ の数をシュテルン-ゲルラッハイイメージングを利用して数えている。この時、ブロードニングが起きないように弱い RF パワーを用いている。ここで、縦軸として規格化された数 $N_{|1,1\rangle}/(N_{|1,0\rangle} + N_{|1,1\rangle})$ を使用しているため、元々の K の原子数の揺らぎの影響を受けない。

実際に得られるイメージは図 5.8 のようになり、 $|1,0\rangle$ と $|1,1\rangle$ の数を別々にフィッティングして得ることができる。

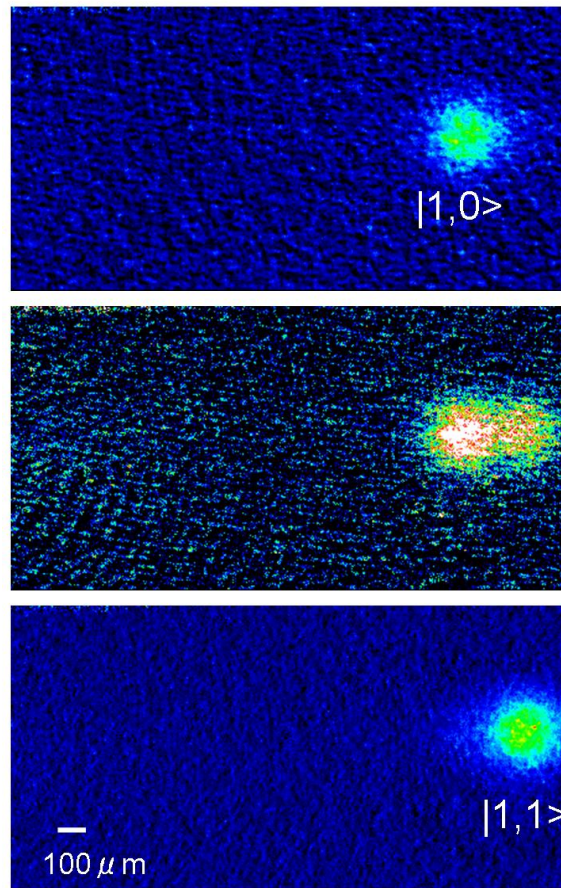


図 5.8 シュテルン-ゲルラッハ法による原子の吸収イメージ

それぞれの写真は K 原子に対してシュテルン-ゲルラッハ磁場を印加した後に吸収イメージングを行ったものである。イメージのうち左側のもは K の $|F = 1, m_F = 0 \rangle$ 、右側のもは K の $|F = 1, m_F = 1 \rangle$ である。RF 照射時間を変えて、ラビ振動が起きていることが確認出来る。この時の TOF は 9.7ms である。このうち、磁場勾配を印加しているのは 8ms である。この時の磁場勾配の大きさは 17.1G/cm である。

なお、中段の写真は見やすいように色合いを変えてある。

図 5.7 の結果から、原子の共鳴が 37.363MHz にあることが分かった。ここで $|1, 1 \rangle$ の数に揺らぎがあるのは、Feshbach 磁場に 40mG 程度の揺らぎが存在するからだと考えている。

原子数ロスによる分子への遷移周波数の測定

続いて、原子のロスで分子の共鳴を探すという実験を行った。原子の共鳴よりも束縛エネルギーと温度分布の分だけ周波数がシフトする。[100] RF を 50ms 照射し、Rb 原子と K 原子のトータルの数を測定した。ここで原子数の和をプロットしているのは、出来る限りオフセットの原子数の揺らぎを減らすためである。Rb と K の原子数に反相関が存在し、Rb が増えると K が減るという関係になっているため、和の揺らぎは Rb, K それぞれの原子数揺らぎに比べて小さい。

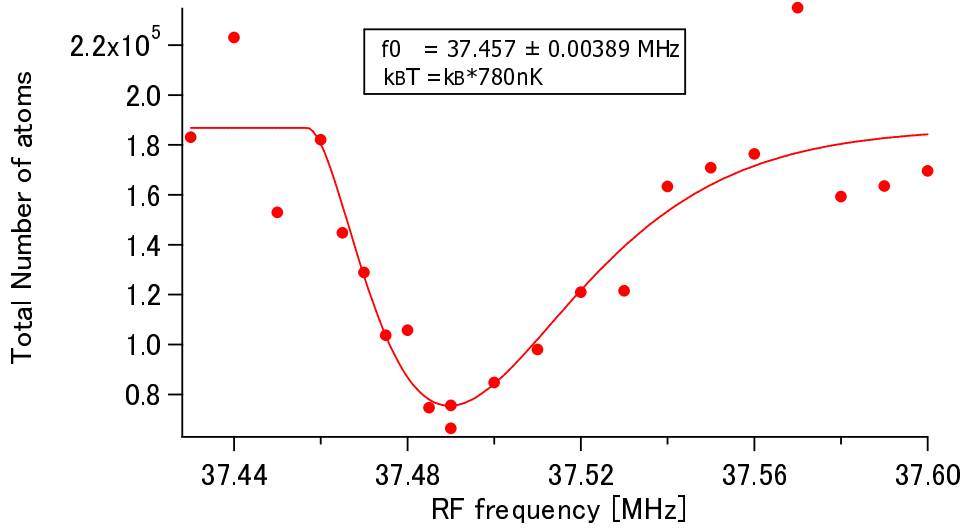


図 5.9 原子数ロスによる分子への遷移周波数の測定

図 5.9 のデータは、ドップラーシフトによるブロードニングが確認できる。フィッティングは、ボルツマン分布 $\propto E^2 \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right)$ によってフィットした。[67]

RF 会合及び直接観測

図 5.9 から、分子の共鳴周波数が分かったので、図 5.6 のシーケンスで RF 会合を行った。シュテルン-ゲルラッハイメージングで撮影した写真が図 5.10 である。

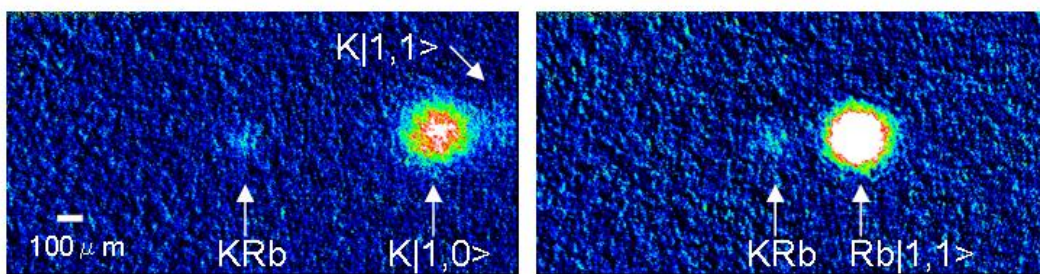


図 5.10 分子の直接イメージング

左 (右) の写真が K(Rb) に対する共鳴光を照射して撮ったシュテルン-ゲルラッハイメージングである。TOF はそれぞれ 6.7ms, 7.3ms であり、そのうち磁場勾配が印加されているのは 5ms である。この時の磁場勾配は 41.3G/cm である。それぞれの写真の最も大きなシグナルの量子状態はそれぞれ $K|F=1, m_F=0\rangle, Rb|F=1, m_F=1\rangle$ である。また、K は最も大きいシグナルの右に薄い影が見えるが、これが $|1, 1\rangle$ である。これらの原子の位置は計算と一致している。

図 5.10 の最も注目すべきは、それぞれの写真中央付近にもシグナルが見えている点である。結論から述べれば、これが Feshbach 分子のシグナルであると言える。根拠としては、RF を照射してシグナルが

出るようになったということも挙げられるが、確実な証拠としては 2 枚の写真においてシグナルが同じ位置に現れたことである。これは磁場勾配中で分子として運動をし、図 5.6 のシークエンスの最後で分子が原子に乖離したということの意味すると考えられる。原子数及び分子数をフィッティングすることが可能であり、その結果を表 5.2 に示す。

図 5.10 左の写真のフィッティング	図 5.10 右の写真のフィッティング
$N_K = 4.36 \times 10^4$	$N_{Rb} = 6.30 \times 10^4$
$N_{KRb} = 9 \times 10^2$	$N_{KRb} = 7 \times 10^2$

表 5.2 RF 会合の分子数

Feshbach 分子の生成効率は 1 % 程度であると推測され、これは $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ Feshbach 分子を作成した先行研究 [42] の 10 % に比べ小さい。現在の分子のシグナルは、我々が観測出来る限界の S/N レベルであり、このシグナルを用いた実験を行うことは難しい。

そのため、Feshbach 分子の生成及び直接観測には成功したが、生成効率の向上が次の課題となる。本手法で分子のシグナルが見えるのは、数ショットに 1 回であるため、かなりシビアな実験条件となっている。

本実験から分かったこととして大きなことは、RF 照射時間を変えても分子のイメージの様子はあまり変わらないということである。RF 照射時間を変えたうち、0.8 ~ 1.5ms の照射時間で分子の生成が確認された。これは、1ms 程度の照射で分子数がピークに達することを意味する。レート方程式を解けば、分子数がピークを持つ時刻は会合レートとロスレートで決まることが分かる。我々の初期条件と、得られた分子数から考えると、ロスレートは生成レートよりも速い。

これまでの条件から更に生成レートを大きくするには位相空間密度を上げれば良い。よって、Dual BEC を 809nm 光トラップ中で RF 会合するという実験を行ったが、 $|K|1, 0\rangle$ と $|Rb|1, 1\rangle$ の衝突の性質が悪く (散乱長が負) inelastic loss が大きい。そのため、分子の生成まで行うことが出来なかった。

磁場スイープの方法による分子の生成

RF 会合に成功したため、磁場スイープによる Feshbach 分子の生成も試みた。以前磁場スイープで高速に分子を作れなかったのは、磁場を下げてまた上げて、という過程を滑らかに行うことが高速で出来なかったからである。現在では、Feshbach 共鳴磁場よりも高磁場側から低磁場側へと断熱的に磁場スイープを行い、シュテルン-ゲルラッハイイメージングによって直接観測を行えばよいため、高速に分子生成を行うことが可能である。

磁場スイープにおける断熱条件は、式 2.41 の Landau-Zener パラメータによって決まっている。今回の我々の実験においては、磁場スイープのスピードは $6.2[\text{G}/\text{ms}]$ であり、この時の遷移確率は 99.5 % と断熱条件をほぼ満たしている。位相空間密度に関しては、RF 会合と同じ条件で行い、0.7 程度である。

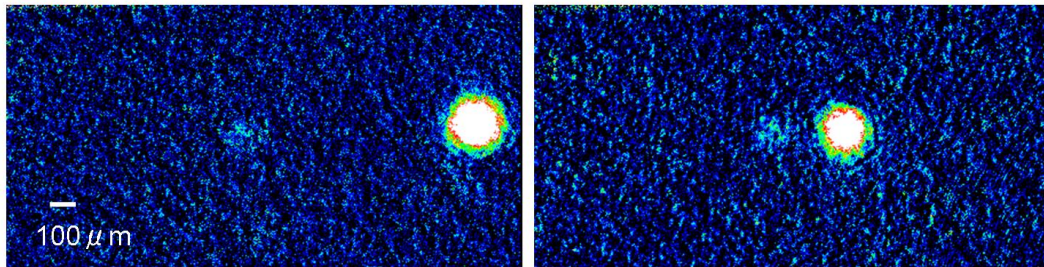


図 5.11 磁場スイープによる分子の生成

左(右)の写真が K(Rb) に対する共鳴光を照射して撮ったシュテルン-ゲルラッハイイメージングである。TOF はそれぞれ 6.7ms, 7.3ms であり、そのうち磁場勾配が印加されているのは 4ms である。この時の磁場勾配は 41.3G/cm である。磁場スイープの場合は、用意する原子集団は $K|F=1, m_F=1\rangle, Rb|F=1, m_F=1\rangle$ であり、写真右側にそれらの影が映っている。また、RF 会合の実験と同様に写真中央付近に小さい影が見え、これが KRb 分子のシグナルであると考えられる。

磁場スイープでも生成効率はやはり低い、毎ショット分子のシグナルが確認された。毎回分子のシグナルが見えるわけではない RF 会合との違いは、生成の速さか、ロス速さが異なることが考えられる。現在 RF によって高速な生成が出来ているであろうことを考えると、ロスレートが異なる可能性がある。スイープでは散乱長 a が大きい状態を一瞬で通過していくのに対して、RF 会合では $a \sim 500a_0$ 程度となる。RF 会合の方がロスレートが高い可能性があるということが分かったが、ロスレートの散乱長の依存性等の評価までは出来ていない。なお、 $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ のフェルミオン分子に対しては、ロスレートの散乱長依存性が詳しく調べられている。[104]

また、ここで得られた大きな知見としては、1080nm と 809nm の 2 色の光の Cross ODT 中で Feshbach 分子の生成が確認されたという点である。光格子の実験において心配されていたのが、光格子に用いる光が分子の共鳴を叩いてしまい、分子を吹き飛ばしてしまうことである。しかし、1ms の時間スケールで光トラップ中で分子の生成が可能であるということは、これらの光は分子の共鳴成分が少ないということを示す。ゆえに、1080nm という光が波長としては光格子に用いるのに問題ないということが示された。なお、Feshbach 分子は ODT 中で磁場をスイープする時でなければ見えなかった。自由空間では、生成の際の密度の条件が悪くなって分子が見えなかったと考えている。

なお、分子数としてはやはり 10^3 台前半であり、STIRAP 等の実験を行うにも S/N としてかなり厳しい。そこで、衝突を抑制するために光格子を導入することを決めた。その詳細は 6.1 節、6 章で述べた。同時に、RF 会合についてロスから分かることを研究した。その詳細は次節 5.3 で述べる。

本節のまとめとして、RF 会合、磁場スイープ両方の手法で分子の生成を確認できた。分子生成にクリティカルな点は、生成条件と観測手段である。我々の採用したシュテルン-ゲルラッハイイメージングでなければ、分子のシグナルだと確信を持って言う事は難しい。分子のシグナルと原子のシグナルを完全に分離できるという点で、シュテルン-ゲルラッハイイメージングは高磁場でのイメージングより優れていると

言えるだろう。

5.3 Feshbach 会合の研究

以下の議論は混乱を避けるため、会合レートは会合の速さ、生成レートは会合とロスをひっくるめた実質の分子生成レートを指すものとする。

5.3.1 原子の生成とロスによるダイナミクス

原子の生成とロスによるダイナミクスは、以下のレート方程式により知ることが出来る。

$$\frac{dn_{Rb}}{dt} = -K_{RF}n_Kn_{Rb} - K_{Loss}n_mn_{Rb} \quad (5.20)$$

$$\frac{dn_K}{dt} = -K_{RF}n_{Rb}n_K - K_{Loss}n_mn_K \quad (5.21)$$

$$\frac{dn_m}{dt} = K_{RF}n_{Rb}n_K - K_{Loss}n_mn_{Rb} - K_{Loss}n_mn_K \quad (5.22)$$

ここで、 K_{Loss} は Rb に対しても K に対しても等しいという仮定を置いた。この連立微分方程式を解析的に解くことは困難だが、初期条件を与えて差分方程式を解くことで原子数および分子数の時間変化が分かる。

5.2.3 より、分子数は原子数に比べてかなり小さい。そのため、分子同士の衝突によるロスは無視できるであろうと考えられる。

現在の実験系では、ロスレートと生成レートを正確に測定することが困難であるために、これまでに得られた情報から RF 会合で起きていることを推測してみよう。

これまでに判明した情報は以下の通りである。

- a RF の照射時間がおよそ 1ms の時に分子数は最大となる。
- b シュテルン-ゲルラッハイメージングから得られる分子数は 1×10^3 程度である。
- c 分子の生成にかかわれる K 原子と Rb 原子は 6 割程度である。(これは図 5.9 のロスのピークとバックグラウンドとの原子比がその程度であるから。理由としては、原子気体同士のオーバーラップ等が考えられる。)
- d RF 会合による原子数の減少率は $\frac{dN_a}{dt} \doteq 1 \times 10^4 [1/ms]$ 程度である。(詳細は後述する。)

初期条件として、 $N_{Rb} = N_K = 1 \times 10^5$, $n_{Rb} = n_K = 2.8 \times 10^{12} [cm^{-3}]$, $T=350nK$ とし、差分方程式を解く。1 ステップは $10\mu s$ とした。この時にアンノウンなファクターとして、 K_{RF} , K_{Loss} 、そして生成にかかわる原子数の割合(ここでは便宜的に Overlap factor と呼ぶことにする)がある。 K_{RF} は情報 (d) から、 K_{LossAM} は情報 (a) と K_{RF} から推測することが可能である。図 5.12、図 5.13 は $K_{RF} = 5 \times 10^{-11} [cm^3/s]$ 、 $K_{Loss} = 5 \times 10^{-10} [cm^3/s]$ として計算した結果である。また、Overlap factor は情報 (c) から 0.6 程度として計算した。

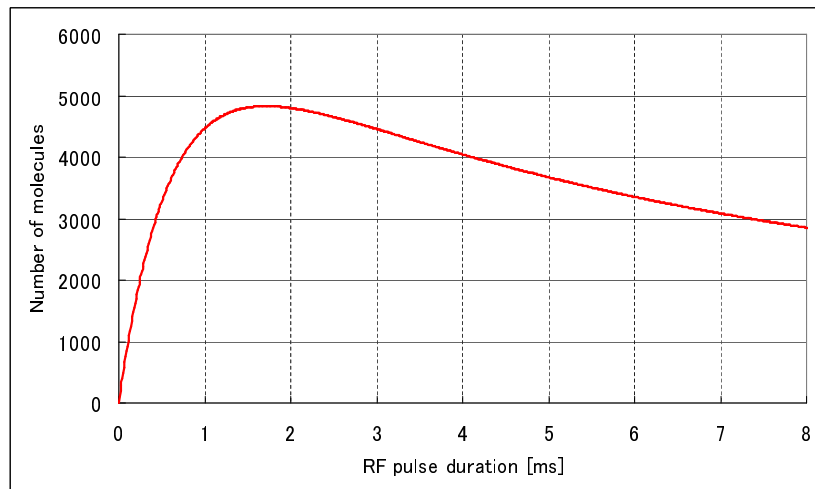


図 5.12 トラップ中での RF 会合における分子数の見積もり

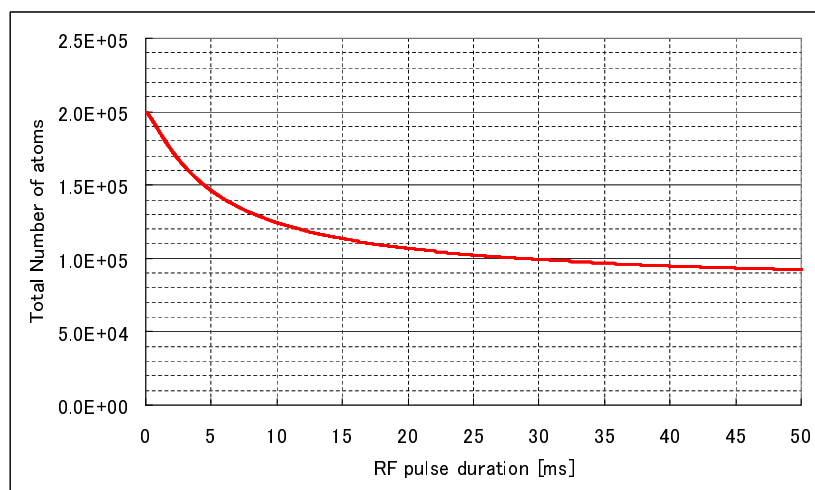


図 5.13 トラップ中での RF 会合における原子数の見積もり

また、ここでシュテルン-ゲルラッハイメージングのシーケンスについて考えてみる。磁場勾配を印加すると、分子と原子は空間的に分離する。そのため、分子と原子が衝突することによるロスを抑えられるというメリットがある。(ロスの抑制のためにシュテルン-ゲルラッハ法が用いられることもある。[44])

しかし、磁場勾配を印加してすぐに完全に分離するわけではなく、図 5.5 の計算と図 5.10 の結果、すなわち分子はほとんど動かないので、分離には 1ms 程度の時間を要する。また、タイムシーケンスは図 5.6 のようになっており、シュテルン-ゲルラッハ磁場の印加の前に RF は OFF になり、分子の生成は止まる。よって、RF 照射開始後 1ms から式 5.22 の右辺第一項を 0 とすると、図 5.14 に見られる挙動に近いものになるはずである。イメージングが行われるのは RF 照射開始後 8ms であり、この時の分子数は 10^3 程度となる。これは情報 (b) におおむね一致する。

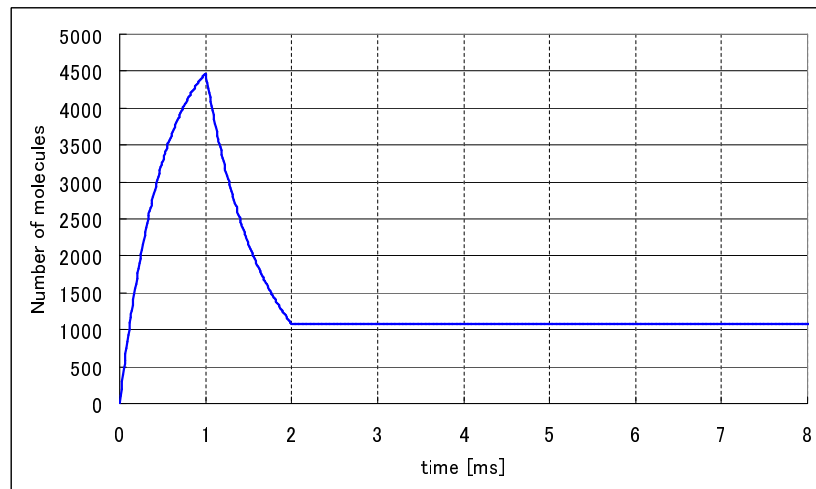


図 5.14 SG イメージングを行った時の分子数の見積もり

以上のように実験結果に計算を合わせた結果、RF 会合中で起きていることを定性的に理解できた。しかしこの考察は、解の一意性を仮定して K_{RF} , K_{Loss} を勝手に設定し、さらに $OverlapFactor$ というパラメータを勝手に置いてしまっているものであり、正しい保証は無く、誤解が起きている可能性はある。RF 会合中のダイナミクスを定量的に理解するためには、図 5.12 ののグラフが実験的に取ることが出来れば可能となる。このグラフのピークの分子数は K_{RF} と K_{Loss} の比で決まっており、一意にそれぞれの K の値を決めることが可能である。しかし、現在の実験系においては分子数を S/N よく測定することが出来ないため、このグラフを書くことはできない。そのため、原子のロス測定し、そこから分かる物理を探求することにした。

ここまでの実験で、分子のロスレートの方が分子の生成レートよりも速いということが判明した。この条件下では、「原子のロスレート」というのは「分子の生成レート」によって決まる。そのため、原子のロスレートを測定することで、分子の会合レートを測定することが出来る。そこで、いくつかの初期条件で分子の会合レートを測定した。

5.3.2 会合レートの測定

現在の状況では、分子数を正確に測定することは出来ないため、原子数から RF 会合への理解を深めるための実験を行うことにした。各 RF 照射時間に対して原子数を測定し、原子のロスレート見積もった。ここで注意すべきは、バックグラウンドの原子数揺らぎが大きいという点である。出来る限り揺らぎが少ない様、磁気トラップを動かす間隔を等しくし、熱的平衡に達するまで 1 時間ほど装置を回し続けてから測定を行った。

ここで我々が知りたいのは、 K_{RF} の値である。原子のロスは RF による会合レートで決まると考えると、以下の関係式が成立する。

$$2 \times \frac{dn_a}{dt} = -K_{RF} n_a^2 \quad (5.23)$$

ここで、 n_a は原子の密度であり、Rb と K の密度が等しいという仮定を置くと、式 5.23 から K_{RF} の値を知ることができる。実験では、

$$\left. \frac{d(N_{Rb} + N_K)}{dt} \right|_{t=0} \quad (5.24)$$

の測定を行い、 K_{RF} の見積もりを行った。 $t=0$ の傾きを用いるのは、長時間のロス測定する場合、他の原因によるロスを見てしまう可能性があるからである。傾きを導出する際に恣意的な操作が入ってしまうため、得られた結果は誤差の大きいものとなる。

ここで、原子数から K_{RF} の見積もりを行う際に、式 5.24 を空間積分する必要がある。表 5.1 中の密度は、ODT のトラップ周波数と原子の温度から算出されたピーク密度であり、ピーク密度での一様分布を仮定してしまうと、密度を大きく見積もりすぎてしまう。調和ポテンシャル中でボルツマン分布をしている原子集団の密度分布は次式で記述される。

$$n(\mathbf{r}) = N \omega_x \omega_y \omega_z \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{\beta}{2} m (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \right] \quad (5.25)$$

更に、重力(y 方向)の影響を考慮すると、ポテンシャルの中心が d だけシフトする。そこで、 $y \rightarrow y - d$ の補正が必要となる。ここで $d = -g/\omega_y^2$ である。これらを含めて $n_{Rb} n_K$ の空間積分を数値計算したところ、我々の実験する温度領域 (~ 300 nK) では、傾きから算出した K_{RF} は約 0.3 倍に小さく見積もられることが分かった。

分子の生成レートは温度、密度、束縛エネルギー、RF パワーによると考えられるが、実験上精度良く変えられるパラメータはそのうちの束縛エネルギーと RF パワーである。分子数の増加を念頭に置いて、会合レートにおけるこれらの依存性を調べた。

会合レートの束縛エネルギー依存性

式 5.15 によると、生成レートは束縛エネルギー E_b の $-3/2$ 乗に比例すると考えられる。RF 会合で出来た分子の束縛エネルギーは、会合を行う磁場によって決まる。磁場の値は図 5.7 で行った測定を用いて精度良く測定することが可能である。磁場は共鳴周波数の値から Breit-Rabi の公式を用いて導出した。[105] なお、5.2 節の実験は $E_b=100$ kHz で行った。Z は Closed Channel fraction であり、昨年度の散乱長のデータ [100] から式 2.44 を用いて計算したものである。

束縛エネルギー E_b	原子の共鳴周波数	磁場	Z
50kHz	37.40 MHz	78.41 ± 0.02 G	0.16
65kHz	37.38 MHz	78.36 ± 0.02 G	0.19
80kHz	37.37 MHz	78.33 ± 0.02 G	0.21
100kHz	37.36 MHz	78.29 ± 0.02 G	0.23
150kHz	37.34 MHz	78.21 ± 0.02 G	0.28
200kHz	37.32 MHz	78.12 ± 0.02 G	0.34
300kHz	37.29 MHz	78.02 ± 0.02 G	0.40

表 5.3 磁場と束縛エネルギー

各束縛エネルギーで会合レートを測定した。

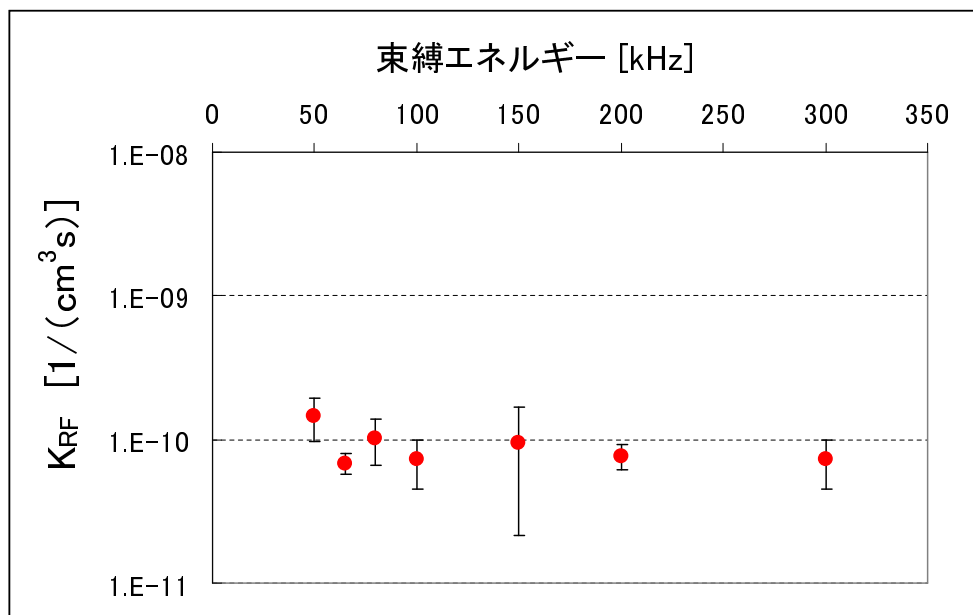


図 5.15 会合レートの束縛エネルギー依存性

図 5.15 のエラーバーは直線近似のフィッティング誤差のみを示し、その他のエラーは入っていないため、誤差はより大きくなる。そのため、測定としては誤差の大きいものとなるが、図 5.15 においてレートに有意な差は見られない。このときの密度の見積もりには、ピーク密度に 0.3 を掛けた、空間分布及び重力サグを含めたものになっている。

会合レートの RF パワー依存性

式 5.15 によると、生成レートは原子の遷移のラビ周波数 Ω の 2 乗に比例する。ラビ周波数は RF の振幅に比例し、その強度は RF ソースであるファンクションジェネレータの出力を変えれば良い。ラビ周波

数の実測値を表 5.4 に挙げる。この測定方法は、図 5.3 で行ったものと同じである。なお、5.2 節の実験は +15dBm で行った。-25dBm から +5dBm までは、RF の振幅が $\sqrt{10}$ 倍になるにつれラビ周波数も約 3 倍となっていることが分かる。+5dBm から +15dBm までは 2 倍しか上がっていないが、これは RF アンプの飽和によるもので、期待通りのラビ周波数が得られている。

出力 RF パワー	ラビ周波数
+15dBm	$2\pi \times 105\text{kHz}$
+5dBm	$2\pi \times 52\text{kHz}$
-5dBm	$2\pi \times 17\text{kHz}$
-15dBm	$2\pi \times 6\text{kHz}$
-25dBm	$2\pi \times 2\text{kHz}$

表 5.4 RF パワーとラビ周波数

各ラビ周波数で分子の会合レートを測定した。

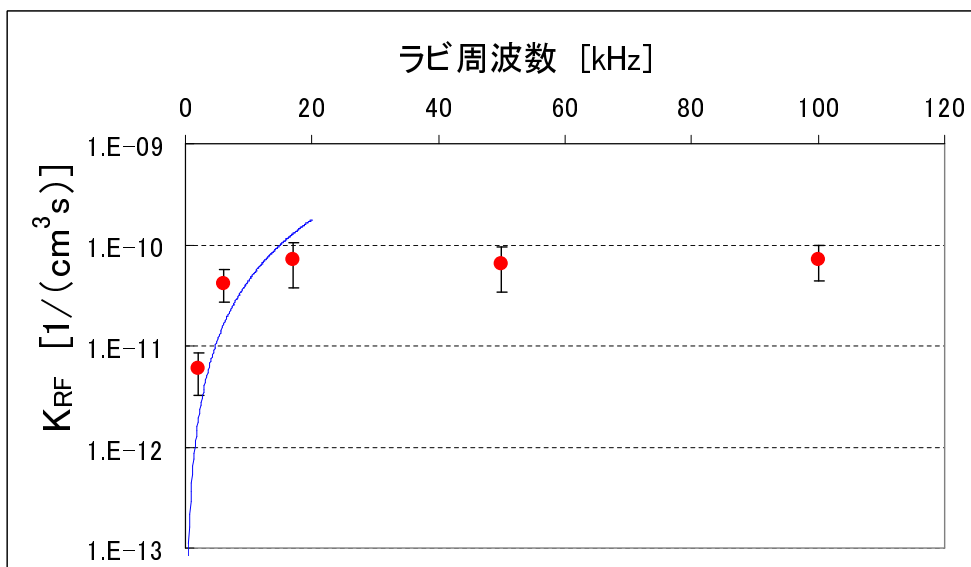


図 5.16 会合レートの RF 強度依存性 (赤丸は実測値、青線は計算値である。)

図 5.16 から、RF 強度を上げていくと会合レートが飽和している様子が見て取れる。束縛エネルギー依存性を測定した際には、ラビ周波数として 100kHz の RF 強度を入射していたため、会合レートが飽和して、束縛エネルギー依存性が現れてこなかったと思われる。

図 5.16 青線は式 5.15 による計算を $0 < \Omega < 20\text{kHz}$ まで行ったものである。(フィッティングではない。)

実測値と飽和前では整合性がとれており、 $\Omega \sim 20\text{kHz}$ あたりで飽和しているように見える。この計算

は表 5.1 の条件で、かつ $\tau=1\text{ms}$ 、束縛エネルギーが 100kHz の条件の計算である。また、ガウシアンパルスの幅は、エネルギーの幅のうち最大となる磁場の揺らぎが 20kHz 程度なため、 20kHz を幅として置き換えた。

以上、2つの実験で会合レートの見積もりを行った。RF 強度を変えていくことで、会合レートが飽和していることを見る事ができた。しかし、この会合レートは、密度の補正を含めても Unitarity Limit から予測されるレートよりも 1桁ほど小さい。我々が得られた情報から確かなことは言えないが、密度の見積もりに誤りがあるという可能性は残っている。特に、バックグラウンドの原子数の揺らぎが大きく、この原子数から密度を換算している点は疑わしい。

いずれにせよ、実験結果は熱的ドブロイ長よりも小さい値で飽和しており、実験上の理由でレートが飽和しているのかどうかは分かっていない。

本測定方法ではここまで述べてきたこと以上のことを調べることは難しい。より正確な測定を行うためには、やはり原子ではなく分子をシグナルとして測定を行うべきであろう。

第 6 章

3次元光格子による Feshbach 分子の保護

本章では、分子の高効率生成のための光格子の系の構築、及び光格子中での分子生成について述べる。

6.1 光格子の作成

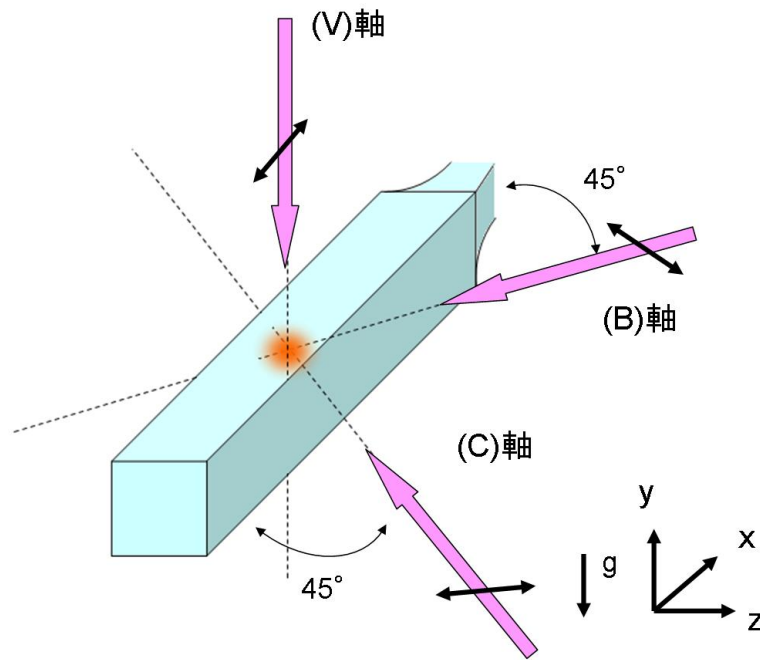


図 6.1 光格子の光のコンフィギュレーション

光格子は、波長 1080nm のファイバーレーザーである。NP Photonics 社製のシード光を Nufern 社製のファイバーアンプで増強し、10W の出力のものを使用している。これは $1\mu\text{m}$ ODT に使用している光源と同じ型のものを使用している。特に、(V) 軸は ODT 用の光源と共通である。ODT (P) には AOM からの回折光を使用しているが、AOM へ入力している RF を切ることによって回折は起きなくなる。この時の透

過光を (V) 軸の光源として使用している。また、(B) 軸と (C) 軸は ODT 用とは別の光源を 2 本に分け、それぞれ使用している。

6.1.1 光学系

ビーム整形

光格子の光学系の設計は [100] にまとめられている。基本的には、原子の位置で $w = 300\mu\text{m}$ のビームを作ることが出来ればよい。(V) 軸は今年の段階でセットアップ済みであったので、残る (B),(C) 軸の光学系の製作を行った。

方針としては以下の通りである。

1. ファイバーカプラからの出射ビームの形状を測定する。
2. 1 枚目のレンズで都合のよい w' を作る。
3. 2 枚目のレンズで、必要な距離でウエストサイズ $w = 300\mu\text{m}$ になるようにレンズの位置を調整する。

ビーム径の測定はビームプロファイラで行い、計算は ABCD 行列を用いて行った。

偏光

Lattice の各軸は他の軸との干渉を避けるために、偏光が全て直行していることが望ましい。しかし、実際のセットアップは、全てファイバー出射後の光軸に対して水平偏光となっている。実験室系では、図 6.1 中の (x,y,z) 座標系に対して、 $\hat{e}_V = (1, 0, 0)$, $\hat{e}_B = 1/\sqrt{2}(1, 0, -1)$, $\hat{e}_C = 1/\sqrt{2}(1, 0, 1)$ となっている。これは以下の理由からである。

(V) 軸 偏光全て直行させるために、斜め偏光にすることを考えた。しかし、斜め偏光では 45° 入射になっている Dichroic ミラーでの S 偏光と P 偏光の反射率が違うために、偏光が回ってしまうということが起きた。そのため、(V) 軸は横偏光とした。

(B),(C) 軸 これらの偏光も横偏光とした。横偏光の時、ガラスセルでは P 偏光となる。この偏光を用いる理由は、ガラスセルによる反射率による。ガラスセルは、片面 AR コート付き、片面コート無しのパイレックスガラスである。そのため、光格子の打ち返し光はガラス端面、AR 面をそれぞれ 3 回通過するため、トータルの反射率は 45° 入射で S 偏光で $8.5 \times 3 + 3.0 \times 3 \sim 35\%$ 、P 偏光で $0.7 \times 3 + 1.3 \times 3 \sim 6\%$ となり、S 偏光ではかなり条件が悪くなる。ガラスセルの AR コートの反射率は図 B.3 に掲載した。

以上から、全ての偏光を直行させることは行わなかった。それぞれの軸は AOM で周波数を独立にずらしており、そのため十分干渉を抑えられるだろうと考えている。

周波数

前述のように、他の軸との干渉を防ぐために、AOM を用いてそれぞれ周波数をずらしている。各軸の周波数及びパワーを表 6.1 に示した。

Lattice 軸	AOM の周波数	fiber 後の最大パワー
(V) 軸	+80MHz	2.5W
(B) 軸	-80MHz	3.0W
(C) 軸	+110MHz	2.8W

表 6.1 各軸の AOM の周波数及び光のパワー

6.1.2 アライメント

光格子の光を原子 (BEC ならば $2\mu\text{m}$ ほど) の領域に対して当てなければならない。そのための簡単な方法を説明する。

1. 原子を吸収イメージングできるイメージング系を用意する。
2. 光格子のパスを吸収イメージングのプロープ光に重ねる。
3. 打ち返しミラー、レンズを適切な位置に置く。打ち返しミラーは、戻り光 (ファイバー前のアイソレータの反射として取り出せる。) のパワーが最大となるように調節する。
4. 行きの光を合わせる。合わせる先は、CCD カメラ上で吸収イメージングでの原子の位置に光を当てれば良い。
5. 戻り光を再び最適化する。

今用いている光格子の光のビーム径が $300\mu\text{m}$ と大きく、イメージング系さえ組むことができれば非常に簡単にアライメントが可能である。

(V) 軸は TOP イメージングの系が元々組み立てていたため、そのまま使用した。(B),(C) 軸はアライメントのためのイメージング系を新たに組んだ。この際 ALLIED Vision Technologies 社製の guppy という CCD カメラを用いたが、蒸発冷却後の原子を吸収イメージングできれいに見ることが可能である。

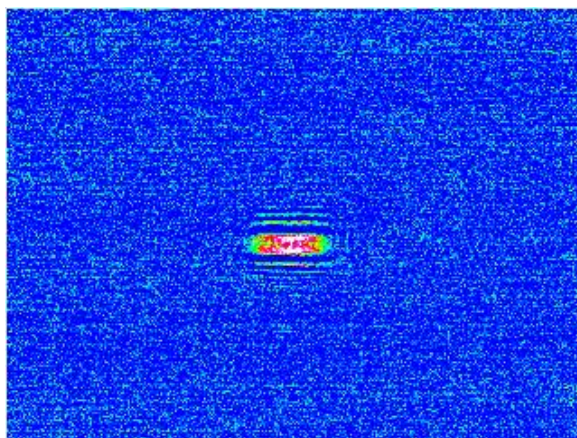


図 6.2 guppy によるイメージングテスト

TOF0.7ms、 $800 \times 600 \mu\text{m}$ の写真である。およそ $1 \mu\text{K}$ まで冷却した原子気体を約 1 倍のイメージング系で撮影した。

ファイバー端面での干渉

前述の方法で光格子の光を CCD カメラで撮影したところ、干渉縞が見られた。

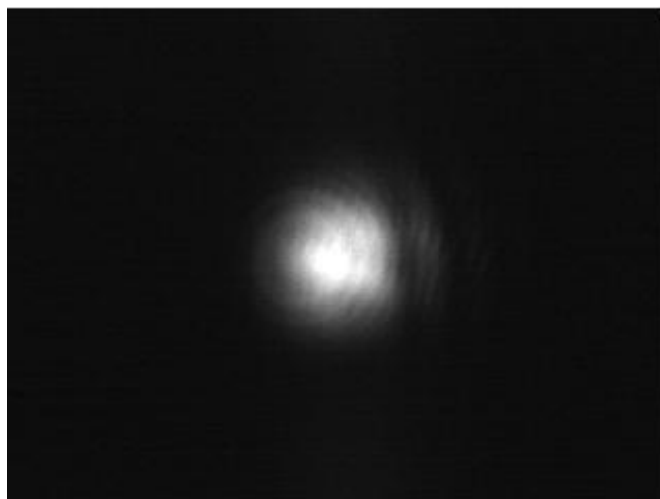


図 6.3 光格子の光の干渉縞

調べてみると、ダイクロイックミラーとファイバー端面間の干渉であることが分かった。図 6.4 のようなことが起きていると考えられる。

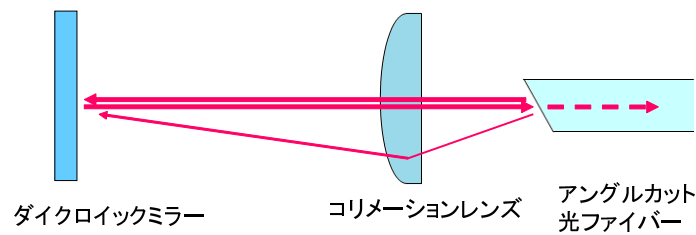


図 6.4 ファイバー端面による干渉

本実験にはアングルカット光ファイバーという光ファイバーを用いている。この光ファイバーは、端面が斜めに（通常 8° 程度）カットされており、端面反射を抑えるものである。しかし、今回コリメーションレンズによって反射光が元々のパスに近い位置に戻ってきてしまっていた可能性が高い。この端面反射の光は元々のパスと角度が異なるので、空間的な分離が起きている。そのため、アイリスを用いて反射光をさえぎったところ、干渉縞は消えた。



図 6.5 アイリスを入れた後の光格子の光

6.2 原子の光格子へのロード

光格子の準備ができたため、ひとまず Rb の BEC を用意して光格子へのロードを行った。前節で原子の位置に対して Lattice 光を合わせているため、Rb BEC に対して Lattice 光を照射した。低パワーでロードし、トラップから瞬時に開放すると、どの軸においても干渉パターンが観測された。この際、最初に合わせた位置で干渉パターンが出たため、カメラによる Lattice 光のアライメントは有用な方法であると言える。

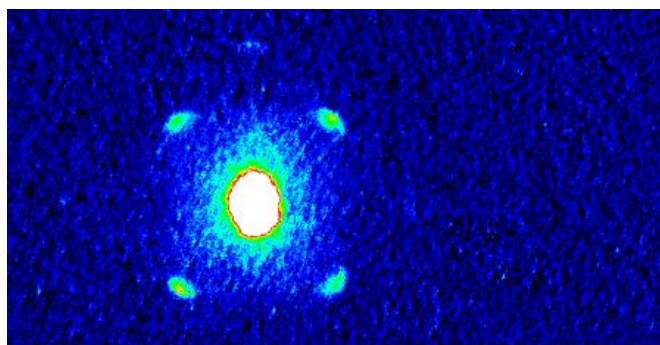


図 6.6 Rb 原子の 2 次元光格子 (B 軸, C 軸) の干渉パターン
TOF は 31.3ms であり、写真のサイズは $1550 \times 790 \mu\text{m}$ である。イメージング系 (TOP Imaging) の焦点を以前よりもきっちり合わせたところ、以前のものより綺麗な写真となった。焦点合わせは、BEC のサイズが最小となる位置にレンズを合わせることで行った。

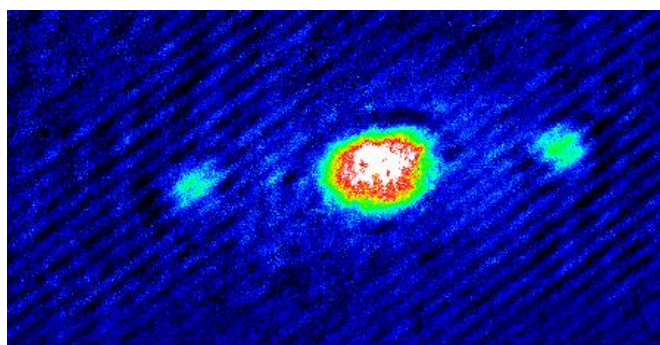


図 6.7 Rb 原子の 1 次元光格子 (V 軸) の干渉パターン
TOF は 31.3ms であり、写真のサイズは $930 \times 480 \mu\text{m}$ である。

アライメントの最適化は、Pulsed Lattice の方法を用いた。

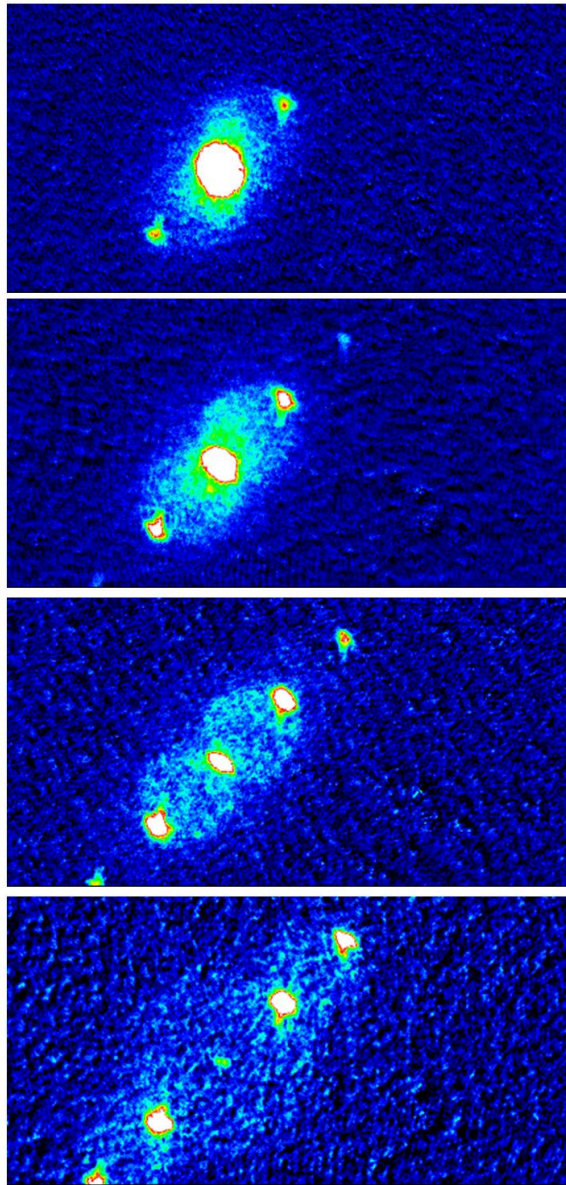


図 6.8 Pulsed Lattice を行った Rb 原子の回折パターン

TOF は 31.3ms であり、写真のサイズはそれぞれ $1550 \times 790 \mu\text{m}$ である。2.113 から、Pulse 時間を $5 \mu\text{s}$ に固定した時に 0 次の回折パターンが小さくなるようにアライメントを行えばポテンシャルが深くなるのが分かる。よって回折パターンを見ながら最適化を行ったところ、写真上から写真下のよ様に回折パターンが変わった。

Lattice ポテンシャルの深さも 0 次の回折パターンが消えた時間から知ることが可能である。ここで、2.114 の θ は光パワー一定の仮定を置いているため、本来ならば

$$\theta = \int \Omega_R^{(2)}(t) dt \quad (6.1)$$

を用いるべきである。しかし今回使用した PD に遅れが存在し、 μs オーダーのパワーを正確に測定す

ることが出来なかった。そのためきちんと深さを測定していない。今後 PD を改善することで対処する予定だが、それぞれの軸で 0 次の回折パターンが最小となる Pulse 長さは $5 \sim 6 \mu\text{s}$ で、Rb で $60 \sim 70 E_R$ 程度は出ていると思われたので、分子生成の実験を行った。

光格子中での分子生成

Dual BEC を用意して、光格子へロードし、RF 会合を試みたが、現時点で分子のシグナルを得ることは出来なかった。未だ一度しか試していないため、各実験条件を見返して分子の高効率生成を目指すことは今後の課題としたい。

第7章

まとめと今後の展望

本研究では、極低温の極性分子の生成のための中間状態である Feshbach 分子の生成を行った。今回の研究での主な成果は以下の通りである。

- 高電圧系の耐圧を強化し、大きな電場を印加できるようになった。
そのため、0.33Debye 程度と大きな電気双極子モーメントを誘起することが可能となる。これは極性分子を用いた物性開拓を行う上で重要な進展と言える。
- $^{41}\text{K}|1, 1\rangle$ $^{87}\text{Rb}|1, 1\rangle$ の $1\mu\text{mODT}$ 中での DualBEC に成功した。
分子生成のためには十分な数の原子が BEC となっていることが必要であり、今回生成した、原子数がともに 1×10^5 個程度の BEC は分子生成に十分である。
- Feshbach 分子の生成及び直接観測に成功した。
直接観測が可能であることは非常に大きいメリットがあり、振動回転基底状態の分子生成に向けての道筋が見えたと言える。しかし生成数は 1000 個程度と、大半がロスしてしまった。
- RF 会合による会合レートを測定した。
その結果、RF パワーを上げていくと、あるところからレートが飽和する現象が確認できた。十分高速に生成することができていると言える。
- 原子を光格子にロードした。
深さの最適化をおおよそ行ったが、正確な深さの測定は行えなかった。分子生成を目指したが、そこまでは至らなかった。

今後の展望としては、光格子中での分子生成を早急に行いたい。続いて、生成した Feshbach 分子に対して STIRAP を行い、振動回転基底状態へ遷移させることが目標となる。その後はいよいよ「極性」分子の性質の測定及び利用に移っていくと思われる。電場による Stark Shift の測定等を行い、光格子中の極性分子による新奇な量子相の開拓に進んでいくことが期待される。

付録 A

原子数揺らぎについて

本付録では、磁気トラップ中での Dual BEC の安定的生成を目指していた際に分かってきたことを記す。

以前の研究においては、分子を観測しようと考えた時に分子を直接イメージングするのは難しいと考えていた。そこで、原子の数は吸収イメージングから測定可能であるので、「原子数の減少」から分子の生成を観測しようとするアプローチを取った。この時にシグナルのバックグラウンドとなるのは初期原子数である。この揺らぎが分子のシグナルより大きい場合、分子の観測は困難となる。しかし、Dual BEC における原子数の揺らぎは大きく、その低減が課題となった。

実験では 5 章にあるように直接観測を目指したわけだが、それ以前に原子数揺らぎの低減に向けて実験を行っていたので、本付録ではその実験結果を記す。原子数揺らぎの低減は Dual BEC の安定的生成にも関わるため、今なお実験上の課題となっている。

A.1 磁気トラップの温度ドリフト

Dual BEC の安定的生成を考える前に、磁気トラップ中での Rb 単体の BEC の安定的生成を考える。磁気トラップでの蒸発冷却は、マイクロ波によって High-Field seeking state へ遷移させることによって行われる。この時の共鳴周波数は、磁気トラップの底の磁場 B_0 によって決まっている。すなわち、 B_0 が変わってしまうと、原子を蒸発冷却させすぎたり、最後まで蒸発冷却できなかつたり、といったことが起きる。ゆえに、Rb BEC の安定度は、MOT の原子数及び B_0 によって決まっていると言える。ここで MOT の原子数は蛍光によるトリガーによって 1% 以下の精度で決まっている。よって、 B_0 の変動が Rb BEC の安定性に寄与している主要因となる。

B_0 を変える要因を考えると、コイルホルダーの間隔が変わってしまうことが原因として考えられる。ホルダー間隔は、コイルに電流を流した時に発生する熱による熱膨張によって変わる。ゆえに、ここでは温度と原子数の相関を調べた。

まず、コイルの温度変化を測定した。

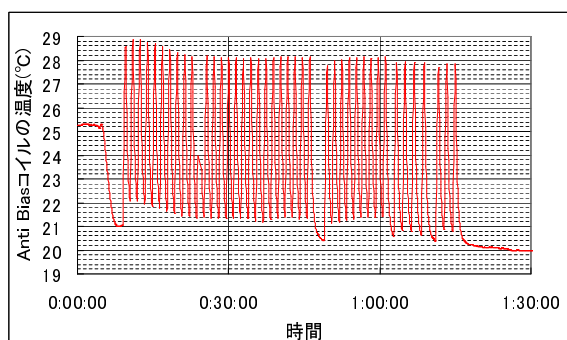


図 A.1 Anti Bias コイルの温度変化

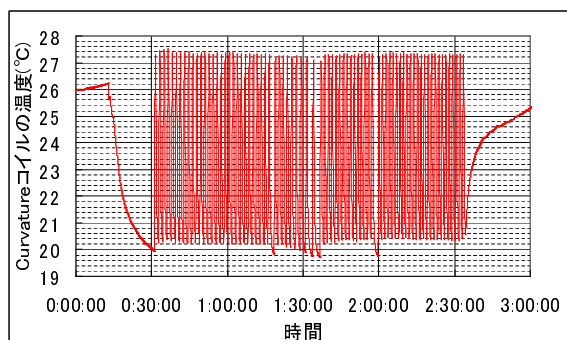


図 A.2 Curvature コイルの温度変化

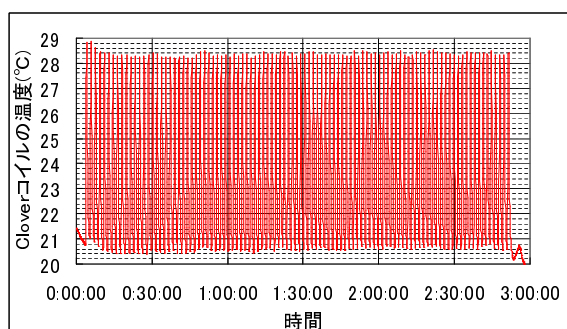


図 A.3 Clover コイルの温度変化

図 A.1,A.2,A.3 から、毎回のランでコイルの温度は 6~7 上下する。このコイルの温度は MOT のローディング時間が一定なら ± 0.1 程度の安定度で毎回同じと言える。

ここで、実際に B_0 の変動に寄与するのは、コイル間隔を決めているステンレスロッドの温度である。そこで、ステンレスロッドの温度を測定し、それと共に Rb 原子の原子数を測定し、それらに相関がある

かを確認した。その結果が図 A.5 である。

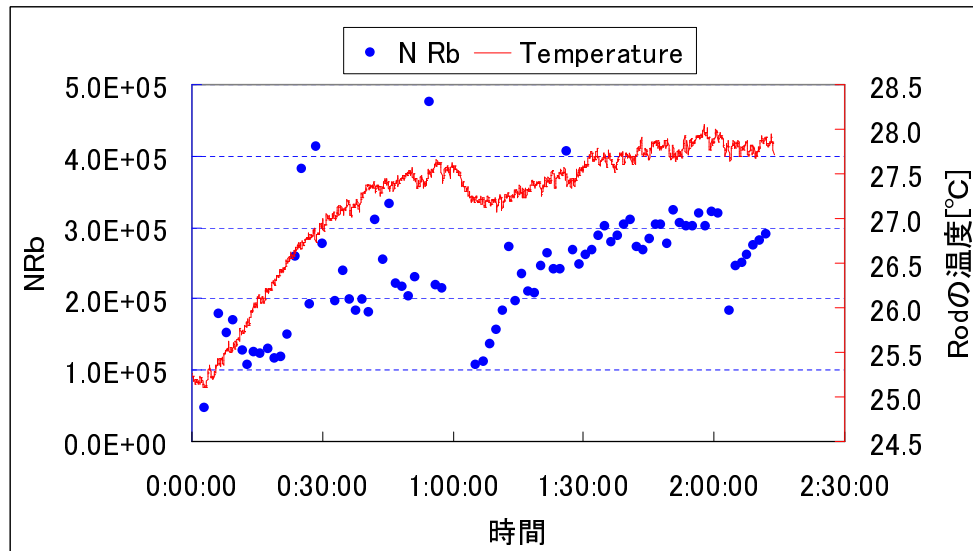


図 A.4 ステンレスロッドの温度と原子数

ステンレスロッドは徐々に温度が上がり、2 時間程度で熱平衡に達することが見て取れる。なお、図 A.5 中で温度が下がっているところ (1:00:00, 2:00:00 付近の 2 箇所) では、injection lock が外れたため、ローディングに時間がかかってしまい、水冷によって温度が下がっているということが起きている。

原子数も温度にステンレスロッドの温度に相関があるように見え、熱平衡に達する辺りでは Rb 単体では比較的安定となる。

この温度ドリフトによる揺らぎを無くすことは容易ではない。

熱の伝わる時間をざっくりと計算すると、ステンレスロッド (SUS316) において 10cm 熱伝導するのに 2000s 程度要することが分かる。そのため、アクティブな安定化は困難である。よって、現在は安定度が必要な実験ではロード時間一定で連続でシーケンスを行い、安定になってから実験を行っている。

A.2 原子数の anti-correlation

前節にて、Rb 単体の原子数揺らぎについて議論してきた。ここに K 原子が加わるとどうなるだろうか。結論から述べれば、K 原子が加わると揺らぎは大きくなる。これは、冷却方法に協同冷却という手法を用いていることに起因すると思われる。

Rb 原子と K 原子の数には、負の相関が存在することが実験的に確認されている。

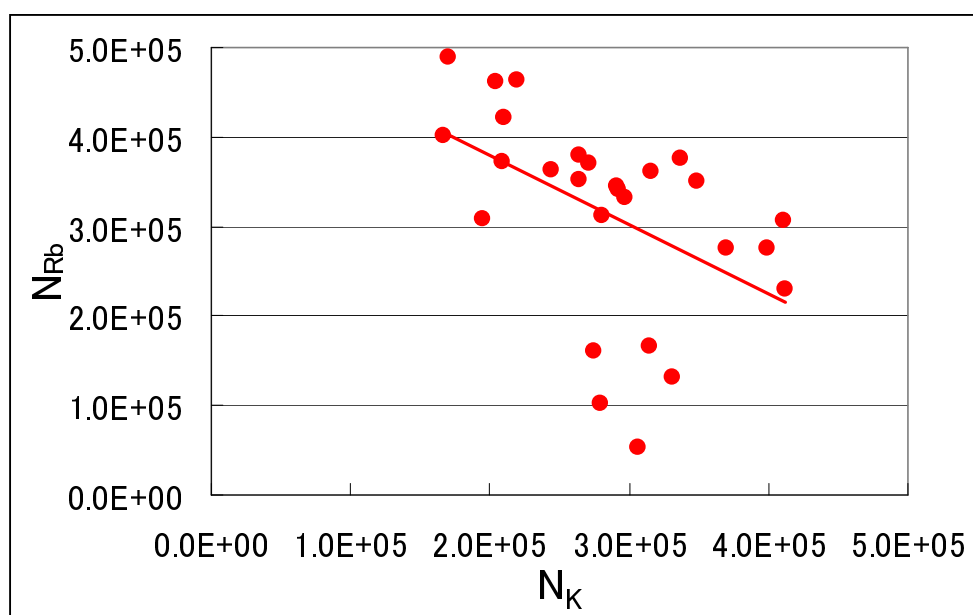


図 A.5 原子数の anti-correlation

MOT の初期原子数に大きな揺らぎはないと考えており、協同冷却の最中にわずかな初期揺らぎが増幅されるような機構があると考えている。その詳細はよく分かっておらず、この揺らぎの安定化は困難であると思われる。

なお、トータルの数は比較的安定なため、原子数ロスを調べる実験では、Rb,K どちらかの原子数ではなく両方の原子数の和を数えている。

付録 B

資料

本付録では、本文中では挙げなかった資料を掲載する。

B.1 ITO ガラス基板の AR コートの波長依存性

高電場印加用の ITO ガラス基板の AR コートの特性を掲載する。

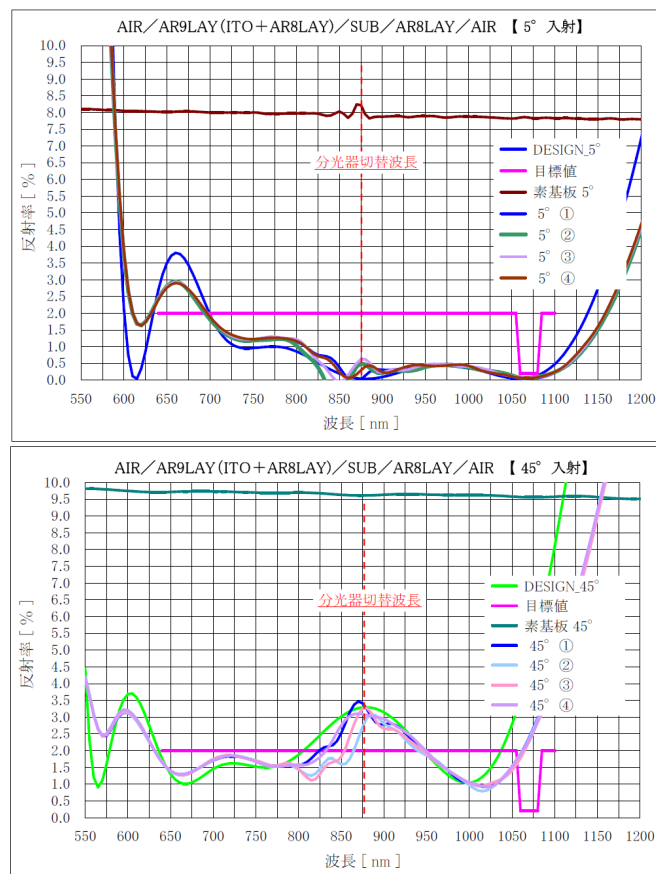


図 B.1 ITO+AR ガラス基板の反射率

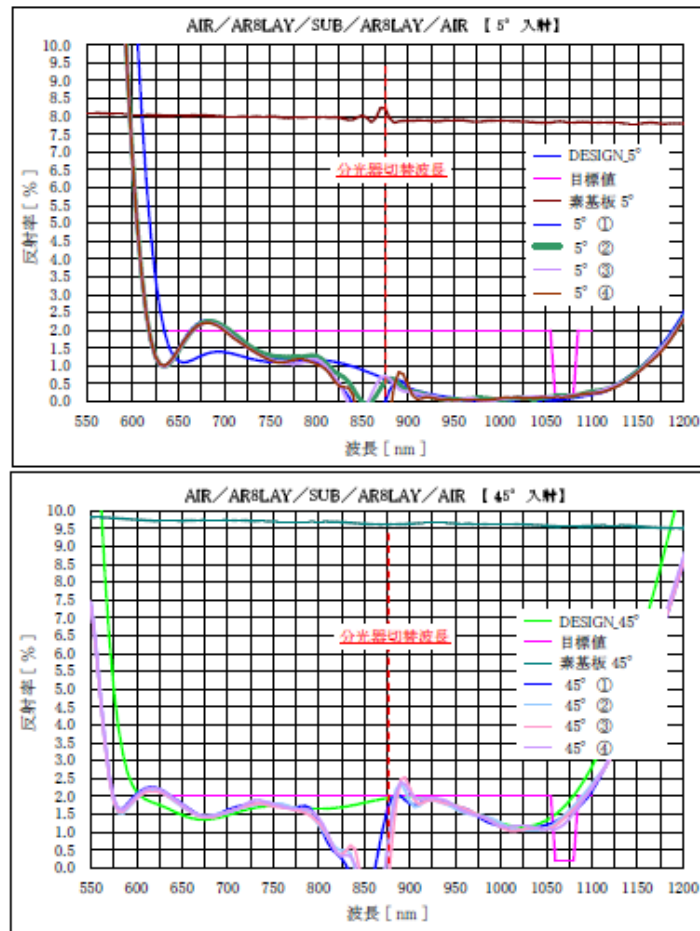


図 B.2 両面 AR ガラス基板の反射率

B.2 E1 ガラスセルの AR コートの波長依存性

E1 グループで使用しているガラスセルの AR コートの特性を使用している。ただし、AR 面は外側のみで、内側は AR コートなしである。

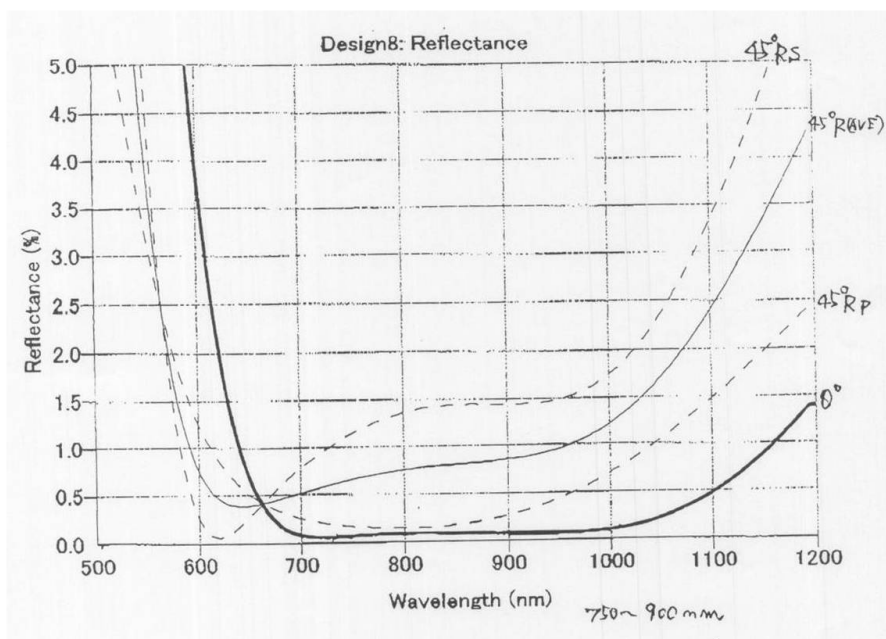


図 B.3 E1 ガラスセルの AR コート

謝辞

本論文は東京大学大学院 工学系研究科 物理工学専攻において、修士課程在学中に行った研究をまとめたものです。私が今回の卒業研究を行うにあたって、井上研究室をはじめとする多くの方々の御指導・御協力をいただきました。最後に、お世話になった方々にお礼の言葉を述べることで、本論文の結びとしたいと思います。

指導教員である井上慎准教授には、学部時代から数えて3年間、大変お世話になりました。井上研究室に配属された当初は研究者としての下地すらできていない有様でしたが、こうして修士論文を執筆することができるようになったのは先生のお陰です。ミーティングやセミナーで簡潔かつ明瞭に物理を説いていく様は衝撃的ですし、私もこのような議論ができるようになればと目標となってきた先生でありました。思い返せば先の7月頃、分子の観測に Stern-Gerlach の方法を行ってみれば、という提案があったからこそ、Feshbach 分子の観測に成功することができたのだと思います。これからは、この3年間で学び成長してきたことを、僅かではありますが社会に還元していけるよう努力していきたいと思っております。これまで誠にありがとうございました。

井上研究室の小林淳助教授には、日々の研究生活の中で大変お世話になりました。学部生の時に卒論生であった私たちにつきっきりで面倒を見てくださったことから始まり、修士課程の2年間も様々なご指導、アドバイスを頂いてきたことには感謝の念に堪えません。毎日夕食に行った時の雑談から、ミーティングの時の議論まで、本当に幅広いコミュニケーションをして頂き、毎日楽しく過ごせたのは小林助教のお陰です。今年度は一人で実験をなさっていたにも関わらず、どんどん成果を挙げられていくその後姿は、最後まで遠いままであったなあと思います。夜遅くに「見えちゃったよ～」と楽しそうに実験結果を語ってくれる姿は生き生きとしており、本物の研究者と一緒に実験ができたことは私にとって非常に良い糧となっています。

電気通信大学の岸本哲夫特任准教授には、ミーティングを通じて大変お世話になりました。実験上非常に役立つトリッキーなアイデアを数々お持ちで、本論文3章の高電圧の実験においては、絶縁材料として「グルーガン」というアイデアを持ってきて頂ければあのような結果を出すことができませんでした。誠にありがとうございました。その他、interesting なものに対して高性能なアンテナをはっておられ、研究者の知的好奇心の大きさを実感するとともに、私ももう少し良い性能のアンテナを持つようにしたいと思うようになりました。

ERATO 上田マクロ量子制御プロジェクトの研究統括である東京大学大学院 理学系研究科の上田正仁教授には、ERATO ミーティングを通じてお世話になりました。私の未熟な発表に対しても丁寧に質問

及びご教授をしてくださり、自分の研究している物理をより深く理解でき、プレゼンテーション能力も向上することができたと思います。またミーティング外におきましても、人生に深みを与えるようなアドバイスをして頂き、これからの人生の大きな糧となったと思います。

博士課程1年の加藤宏平氏とは、同じE1グループの実験メンバーとしてこの1年半ほどを過ごしてきました。氏はE1グループの”King”であり、その名に相応しくE1グループをその知識と実験技法でもってとりまとめおりました。私はそんな氏に苦勞を掛けるばかりで、E1の実験への貢献は微々たるものでしたので、感謝の念とともに申し訳なさが募っています。氏と共にFeshbach分子の信号が見たときの興奮は、一生忘れることができないでしょう。私はここでE1グループを去ることになりますが、これからのE1グループの発展を祈念しています。体調に気をつけて、これまで以上にご活躍ください。

修士課程1年の上原城児氏とは、1学年差の後輩先輩として(実年齢は同じでしたが)色々なコミュニケーションをしてきました。お互い同じ学年が1人という状況でしたが、その分先輩後輩間の交流が活発に行われたのではないのでしょうか。氏の話す物理に圧倒されて、議論についていけないという先輩として恥ずかしい面も見せてしまうこともありましたが、ここまで一緒にやってこれて良かったと思っています。これからどういう物理を探求していくのか、楽しみにしています。

卒業研究生の長田有登氏は向学心に溢れ、先輩であるはずの私も常により刺激を受けました。持ち前のガッツで研究を進めていく様子は、非常に頼もしく見えました。私はかつての立派な先輩方からよい刺激を受けてここまで参りましたが、私が彼にどれだけよいお手本になれたかと自問すると、申し訳なさが募ります。世界を舞台にした活躍を期待しています。

卒業研究生の鈴木皓博氏は丁寧に回路製作に取り組んでいる姿が印象的でした。きちんと一つずつ物事を理解していく様子は大雑把な私には無いもので、勉強になりました。これからも氏の良い所をもっと伸ばして行って欲しいと思います。

また、これまで井上研究室に在籍していた方々にも大変お世話になりました。

2010年5月まで研究員であった福原武博士(現 Max-Planck-Institute für Quantenoptik)は在籍当時、情熱を持って研究に打ち込まれている姿が印象的でした。とある飲み会の後に「齋藤君はもう少し頑張ったほうがいいよね。」と厳しくもためになるお言葉をいただいたことは、今でも有難いことだと思っています。それ以来反省して少しずつ努力するようになりましたが、今でも氏の求めるレベルに達することはできていないんだろうな、と当時の氏の情熱溢れる様子を思い出す度に思います。

昨年度まで在籍していた相川清隆博士(現 University of Innsbruck)は、まさに理想的な研究生活を送られており、これ以上無い素晴らしい目標となる方でした。研究に対する深い知識と熱い情熱をお持ちであり、私のように向学心に欠ける者に対しても優しく諭してくださったことを思い出します。これからも氏の理路整然とした姿を目標とし、私なりの努力を続けていこうと思っています。

2010年に修了された藤掛陽輔氏とは同じ群馬県出身同士、仲良くしていただきました。氏が語る物理は簡潔明瞭であり、私が後輩に何か説明をする際にも氏の影響を受けた話し方をしてきたように思います。氏を交えた2010年のクリスマスの集いは、波長の合った北関東民の共振現象とでもいうべきもので、非常に楽しかったことを今でも覚えています。私にとって頼りがいのある、良き目標となる先輩でありました。

同じく2010年に修了された山陸芳之氏にも、卒論生当時お世話になりました。氏の温厚な人柄は皆に

愛されており、私にも親しみをもって接していただいたことを思い出します。初めて Feshbach 分子のシグナルが観測された際には、氏を倣って一人コーラで乾杯しておりました。修了されてから 2 年経ち、その間に自販機からブルガリアが無くなってしまいました。今でも時折りブルガリアを飲みつつ奮闘されている氏の姿が思い出されます。

昨年修了された大麻浩平氏には、2 年間お世話になりました。氏はまさに完璧超人というハイスペックな方でしたが、気さくに接して下さり、氏と過ごした 2 年間は非常に楽しく過ごすことができました。非常に楽しそうに物理の話を加藤氏とされていたことが印象的でした。私が物理的に正しくない話をすると、より本質を突いた鋭い意見が返ってきて、非常に勉強となりました。氏の様なバランスの取れたあり方は、これからも目標としていきたいと思っております。

2010 年に私と同じ卒論生として井上研究室に配属された福岡健太氏には、卒論生としての 1 年間お世話になりました。いつの間にやら仕事をこなしているその姿は圧巻であり、同じ学年でありながら常々圧倒されていました。当時の卒業論文は沢山の方々に読んでいただき、好評を得られるようなものにまでなったのは間違いなく氏の功績であり、私と共著となっていることが誇らしくもあり、申し訳なくもあります。ともにこれから就職する身ですが、これからもお互い頑張りましょう！

2011 年に卒業された大久保拓哉氏は、後輩でありながらこちらが圧倒される優秀な学生であり、情熱を持って卒業研究に取り組まれていたことを思い出します。先輩でありながら、後輩に学ばされることの方が多かったことは情けないですが、その向学心と研究ぶりは私にとって良い刺激となりました。今年の活躍は既にいろいろ聞いていますが、これからの更なる活躍を期待しています。

同じく 2011 年に卒業された松田太一氏とは、北関東連合の仲間であり、濃密な話ができたとと思います。当時コイルの巻き方について加藤氏を交えて議論を交わしたのは良い思い出です。ゼーマンスローワーのコイルを巻ききったガッツは賞賛に値し、今でも立派に研究されている様子は頼もしく写ります。

昨年井上研究室に在籍した Amulya Bhagat 氏とは、ささやかですが異文化交流を行うことができました。日本通であり、時折日本観光をしてきた様子を話してくれたことを思い出します。

2011 年 11 月に約 1 ヶ月井上研に滞在した京都大学大学院理学部 高橋研究室所属の中村悠介氏とは、1 ヶ月間共に実験を行っていただきました。彼はまさにジェントルマンであり、だらしない顔をしている私の隣で紳士的に座っている写真が印象に残っています。京都大学に戻ってからもご活躍されている様子で安心しました。

また、ERATO 上田マクロ量子制御プロジェクトの方々にも大変お世話になりました。

ERATO 上田マクロ量子制御プロジェクト強相関量子制御グループのグループリーダーである電気通信大学 向山敬特任准教授には、ERATO ミーティングを始めとして様々なことでお世話になりました。氏の鋭い質問にたじたじになりながらも、何とかディスカッションをしていくことで、段々と物理のプレゼンテーションらしくなってきたように思います。

昨年度まで同グループの研究者であり、本年度から東京大学大学院 工学系研究科所属の堀越宗一助教授とは、よく夕食を共にし、様々な話をすることができました。その中でしばしば物理への理解の深さ、背景知識の広さに圧倒され、私のレベルではまともなディスカッションができなかったことが悔やまれます。それでも非常に親しく接していただき、良い経験であったと思っております。

昨年度まで同グループの学生であった中島秀太博士（現 京都大学）は、研究室は違えどよく面倒をみて

いただきました。物理に関しては頼りがいのある先輩であり、その他のことに関してはそのキャラクターをもって慕われていた先輩でありました。日々努力されている様子は、私の甘えを気付かされるものであり、良き目標の一人でありました。氏がストレートパーマをかけた写真は、その衝撃とともに私の心の中にしまっておこうと思います。

ERATO 上田マクロ量子制御プロジェクト不確定性制御グループのグループリーダーである東京工業大学 上妻幹旺准教授には、ERATO ミーティングで最も活発なディスカッションをしていただきました。非常にクリアな議論は分かりやすく、勉強になりました。私もその積極性を真似して議論に参加しようとチャレンジしてみましたが、やはり幼稚な議論の域を出ず、更なる精進が必要だと実感しています。

昨年度まで同グループの研究員であった衛藤雄二郎博士（現 情報通信研究機構）は、非常に楽しそうに物理を語る姿が印象的でした。研究以外の氏の姿は良いお兄さんという様子で、いつも雑談が非常に面白いものになっていったことを思い出します。

昨年度まで同グループに在籍された野口篤史氏は、自信をもってバリバリ研究を進めていく様子が印象的でした。衛藤氏とのコンビは傍から見ていても名コンビでありました。私も氏を倣って、自信を持ってディスカッションができるよう精進していきたいと思っています。

ERATO 上田マクロ量子制御プロジェクト研究員であった Pascal Naidon 博士（現 理化学研究所）と Peng Zhang 博士には、ミーティング中で様々な意見を頂きました。私の拙い英語で伝わる限界があったことが残念でしたが、よい経験となりました。

ERATO 上田マクロ量子制御プロジェクトの技術参事であった榎本陽一博士には、ERATO ミーティングの取り仕切りから始まり私の知らない裏側まで、非常に心強いバックアップをしていただきました。

同事務参事であった佐藤敏彦氏には、事務関係で様々なサポートをしていただきました。飲み会の時には、その豊富な経験を下にされるお話は興味深いものでした。

同事務局の国府田愛氏にも、事務関係で様々なサポートをしていただきました。事務室を閉めた際のお茶会は思い出の一つになっています。

この他にも、沢山の方々に支えられて、本研究は成り立っています。その全てを挙げきることは出来ませんが、皆さまへの感謝の意を表して、本論文の結びとしたいと思います。

最後に、これまで支えてくれた家族に深く感謝します。ありがとうございました。

参考文献

- [1] John V.Prodan, William D.Phillips, and Harold Metcalf. **Laser Production of a Very Slow Monoenergetic Atomic Beam.** *Phys.Rev.Lett*, **49**, p. 1149, (1982).
- [2] Steven Chu, L.Jollberg, J.E.Bjorkholm, Alex Cable, and A.Ashkin. **Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure.** *Phys.Rev.Lett*, **55**, p. 48, (1985).
- [3] E.L.Raab, M.Prentiss, Alex Cable, Steven Chu, and D.E.Pritchard. **Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure.** *Phys.Rev.Lett*, **59**, p. 2631, (1987).
- [4] Alan L.Migdall, John V.Prodan, William D.Phillips, Thomas H.Bergeman, and Harold J.Metcalf. **First Observation of Magnetically Trapped Neutral Atoms.** *Phys.Rev.Lett*, **54**, pp. 2596–2599, (1985).
- [5] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. **Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor.** *Science*, **269**, pp. 198–201, (1995).
- [6] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle. **Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms.** *Phys. Rev. Lett.*, **75**, p. 3969, (1995).
- [7] David E. Pritchard. **Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy.** *Phys. Rev. Lett.*, **51**, p. 1336, (1995).
- [8] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, and W. Ketterle. **Bose-Einstein Condensation in a Tightly Confining dc Magnetic Trap.** *Phys. Rev. Lett.*, **77**, p. 416, (1996).
- [9] Tilman Esslinger, Immanuel Bloch, and Theodor W. Hänsch. **Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap.** *Phys. Rev. A*, **58**, p. R2664, (1998).
- [10] Naoto Masuhara, John M.Doyle, Jon C.Sandberg, Daniel Kleppner, Thomas J.Greytak, Harald F.Hess, and Greg P.Kochanski. **Evaporative Cooling of Spin-Polarized Atomic Hydrogen.** *Phys.Rev.Lett*, **61**, pp. 935–938, (1988).
- [11] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle. **Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms.** *Phys. Rev. Lett.*, **75**, pp. 3969–3973, (1995).

- [12] C. J. Pethick and H. Smith. ボーズ・アインシュタイン凝縮. 吉岡書店, (2005). 町田一成 訳.
- [13] 鳥井寿夫. ルビジウム原子気体のボーズ・アインシュタイン凝縮体の生成および原子波干渉計への応用. 博士論文, 東京大学, (2000).
- [14] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle. **Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate.** *Nature*, **392**, pp. 151 – 154, (1998).
- [15] C.A.Regal, Markus Greiner, and D.S.Jin. **Observation of resonance condensation of fermionic atom pairs.** *Phys.Rev.Lett*, **92**, p. 040403, (2004).
- [16] Markus Greiner, Cindy A. Regal, and Deborah S. Jin. **Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas.** *Nature*, **426**, pp. 537 – 540, (2003).
- [17] Markus Greiner, Olaf Mandel, Tilman Esslinger, Theodor W. Hansch, and Immanuel Bloch. **Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms.** *Nature*, **415**, pp. 39–44, (2001).
- [18] T.Kraemer, M.Mark, P.Waldburger, J.G.Danzl, C.Chin, B.Engeser, A.D.Lange, K.Pilch, A.Jaakkola, H-C.Nägerl, and R.Grimm. **Evidence for Efimov quantum state in an ultracold gas of caesium atoms.** *Nature*, **440**, pp. 315–318, (2006).
- [19] M.Saffman, T.G.Walker, and K.Mølmer. **Quantum information with Rydberg atoms.** *Rev.Mod.Phys*, **82**, pp. 2313–2363, (2010).
- [20] J.Stuck, C.Öschläger, R.Le Targat, P.Soltan-Panahi, A.Eckardt, and M.Lewenstein. **Quantum Simulation of Frustrated Classical Magnetism in Triangular Optical Lattices.** *Science*, **333**, pp. 996–999, (2011).
- [21] Leticia Tarruell, Daniel Greif, Thomas Uehlinger, Gregor Jotzu, and Tilman Esslinger. **Creating,moving and merging Dirac points with a Fermi gas in a tunable honeycomb lattice.** *arXiv*, p. 1111.5020v1, (2011).
- [22] Gyu-Boong Jo, Jennie Guzman, Claire K.Thomas, Pavan Hosur, Ashvin Vishwanath, and Dan M.Stamper-Kurn. **Ultracold Atoms in a Tunable Optical Kagomé Lattice.** *arXiv*, p. 1109.1591v1, (2011).
- [23] Waseem S.Bakr, Jonathon I.Gillen, Amy Peng, Simon Fölling, and Markus Greiner. **A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard-regime optical lattice.** *Nature*, **462**, pp. 74–78, (2009).
- [24] Jacob F.Sherson, Chirstof Weitenberg, Manuel Endres, Marc Cheneau, Imaanuel Bloch, and Stefan Kuhr. **Single-atom resolved fluorescence imaging of an atomic Mott insulator.** *Nature*, **467**, pp. 68–73, (2010).
- [25] J. Stuhler, A. Griesmaier, T. Koch, M. Fattori, T. Pfau, S. Giovanazzi, P. Pedri, and L. Santos. **Observation of Dipole-Dipole Interaction in a Degenerate Quantum Gas.** *Phys. Rev. Lett.*, **95**, p. 150406, (2005).
- [26] Mingwu Lu, Nathaniel Q.Burdick, Seo Ho Youn, and Benjamin L.Lev. **Strongly Dipolar Bose-Einstein Condensate of Dysprosium.** *Phys.Rev.Lett*, **107**, p. 190401, (2011).

- [27] K.-K. Ni, S. Ospelkaus, M. H. G. de Miranda, A. Pe'er, B. Neyenhuis, J. J. Zirbel, S. Kotochigova, P. S. Julienne, D. S. Jin, and J. Ye. **A High Phase-Space-Density Gas of Polar Molecules.** *Science*, **322**, pp. 231–235, (2008).
- [28] J.Doyle, B.Friedrich, R.V.Krems, and F.Masnou-Seeuws. **Editorial:Quo vadis,cold molecules?** *Eur.Phys.J.D*, **31**, pp. 149–164, (2004).
- [29] Lincoln D Carr, David DeMille, Roman V Krems, and Jun Ye. **Cold and ultracold molecules:science,technology and applications.** *New Journal of Physics*, **11**, p. 055049, (2009).
- [30] D.DeMille. **Quantum Computation with Trapped Polar Molecules.** *Phys.Rev.Lett*, **88**, p. 067901, (2002).
- [31] E.S.Shuman, J.F.Barry, and D.DeMille. **Laser cooling of a diatomic molecule.** *Nature*, **467**, pp. 820–823, (2010).
- [32] Jonathan D.Weinstein, Robert deCarvalho, Thierry Guillet, Bretislav Friedrich, and John M.Doyle. **Magnetic trapping of calcium monohydride molecules at millikelvin temperatures.** *Nature*, **395**, pp. 148–150, (1998).
- [33] John M.Doyle, Bretislav Friedrich, Jinha Kim, and David Patterson. **Buffer-gas loading of atoms and molecules into a magnetic trap.** *Phys.Rev.A*, **52**, pp. 2515–2518, (1995).
- [34] Hendrick L.Bethlem, Giel Berden, and Gerard Meijer. **Decelerating Neutral Dipolar Molecules.** *Phys.Rev.Lett*, **83**, pp. 1558–1561, (1999).
- [35] Kevin M.Jones, Eite Tiesinga, Paul D.Lett, and Paul S.Julienne. **Ultracold photoassociation spectroscopy:Long-range molecules and atomic scattering.** *Rev.Mod.Phys*, **78**, pp. 483–535, (2006).
- [36] Thorsten Köhler, Krzysztof Góral, and Paul S. Julienne. **Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances.** *Rev. Mod. Phys.*, **78**, pp. 1311–1361, (2006).
- [37] M.W.Mancini, G.D.Telles, A.R.L.Caires, V.S.Bagnato, and L.G.Marcassa. **Observation of Ultracold Ground-State Heteronuclear Molecules.** *Phys.Rev.Lett*, **92**, p. 133203, (2004).
- [38] D.Wang, J.Qi, M.F.Stone, O.Nikolayeva, H.Wang, B.Hattaway, S.D.Gensemer, P.L.Gould, E.E.Eyler, and W.C.Stwalley. **Photoassociative Production and Trapping of Ultracold KRb Molecules.** *Phys.Rev.Lett*, **93**, p. 243005, (2004).
- [39] Andrew J.Kerman, Jeremy M.Sage, Sunil Sainis, Thomas Bergeman, and David DeMille. **Production and State-Selective Detection of Ultracold RbCs Molecules.** *Phys.Rev.Lett*, **92**, p. 153001, (2004).
- [40] S.Inouye, J.Goldwin, M.L.Olsen, C.Ticknor, J.L.Bohn, and D.S.Jin. **Observation of Heteronuclear Feshbach Resonances in a Mixture of Bosons and Fermions.** *Phys.Rev.Lett*, **93**, p. 183201, (2004).
- [41] C.A.Stan, M.W.Zwielein, C.H.Schunck, S.M.F.Raupach, and W.Ketterle. **Observation of Feshbach Resonances between Two Different Atomic Species.** *Phys.Rev.Lett*, **93**, p. 143001, (2004).

- [42] C. Ospelkaus, S. Ospelkaus, L. Humbert, P. Ernst, K. Sengstock, and K Bongs. **Ultracold Heteronuclear Molecules in a 3D Optical Lattice.** *Phys. Rev. Lett.*, **97**, p. 120402, (2006).
- [43] F.Lang, K.Winkler, C.Strauss, R.Grimm, and J.Hecker Denschlag. **Ultracold Triplet Molecules in the Rovibrational Ground State.** *Phys.Rev.Lett*, **101**, p. 133005, (2008).
- [44] Markus Debatin, Ttsu Takekoshi, Raffael Rameshan, Lukas Reichsöllner, Francesca Ferlaino, Rudolf Grimm, Romain Vexiau, Nadia Bouloufa, Olivier Dulieu, and Hanns-Christoph Nägerl. **Molecular spectroscopy for ground-state transfer of ultracold RbCs molecules.** *Phys.Chem.Chem.Phys*, **13**, pp. 18926–18935, (2011).
- [45] D.DeMiile, S.Sainis, J.Sage, T.Bergeman, S.Kotochigova, and E.Tiesinga. **Enhanced Sensitivity to Variation of m_e/m_p in Molecular Spectra.** *Phys.Rev.Lett*, **100**, p. 043202, (2008).
- [46] J.J.Hudson, B.E.Sauer, M.R.Tarbutt, and E.A.Hinds. **Measurement of the Electron Electric Dipole Moment Using YbF Molecules.** *Phys.Rev.Lett*, **89**, p. 023003, (2002).
- [47] S.Ospelkaus, K.-K.Ni, D.Wang, M.H.G. de Miranda, B.Neyenhuis, G.Quéméner, P.S.Julienne, J.L.Bohn, D.S.Jin, and J.Ye. **Quantum-State Controlled Chemical Reactions of Ultracold Potassium-Rubidium Molecules.** *Science*, **327**, pp. 853–857, (2010).
- [48] A.Micheli, G.K.Brennen, and P.Zoller. **A toolbox for lattice-spin models with polar molecules.** *Nature Physics*, **2**, pp. 341–347, (2006).
- [49] H.P.Büchler, E.Demler, M.Lukin, A.Micheli, N.Prokof'ev, G.Pupillo, and P.Zoller. **Strongly Correlated 2D Quantum Phase with Cold Polar Molecules: Controlling the Shape of the Interaction Potential.** *Phys.Rev.Lett*, **98**, p. 060404, (2007).
- [50] K.Góral, L.Santos, and M.Lewenstein. **Quantum Phases of Dipolar Bosons in Optical Lattices.** *Phys.Rev.Lett*, **88**, p. 170406, (2002).
- [51] Ipppei Danshita and Carlos A.R.Sá de Melo. **Stability of Superfluid and Supersolid Phases of Dipolar Bosons in Optical Lattices.** *Phys.Rev.Lett*, **103**, p. 225301, (2009).
- [52] B.Capogrosso-Sansone, C.Trefzger, M.Lewenstein, P.Zoller, and G.Pupillo. **Quantum Phases of Cold Polar Molecules in 2D Optical Lattices.** *Phys.Rev.Lett*, **104**, p. 125301, (2010).
- [53] Piotr S.Zuchowski and Jeremy M.Hutson. **Reactions of ultracold alkali-metal dimers.** *Phys.Rev.A*, **81**, p. 060703, (2010).
- [54] 相川清隆. **All-optical selective formation of ultracold molecules in the rovibrational ground state.** 博士論文, 東京大学, (2010).
- [55] 大麻浩平. **極低温極性分子の超微細構造に関する研究.** 修士論文, 東京大学, (2010).
- [56] K. Aikawa, D. Akamatsu, M. Hayashi, K. Oasa, J. Kobayashi, P. Naidon, T. Kishimoto, M. Ueda, and S. Inouye. **Coherent Transfer of Photoassociated Molecules into the Rovibrational Ground State.** *Phys. Rev. Lett.*, **105**, p. 203001, (2010).
- [57] Chen Chin, Rudolf Grimm, Paul Julienne, and Eite Tiesinga. **Feshbach resonances in ultracold gases.** *Rev.Mod.phys*, **82**, pp. 1225–1286, (2010).

- [58] Herman Feshbach. **A unified theory of nuclear reactions. II.** *Annals of Physics*, **19**, pp. 287 – 313, (1962).
- [59] S. T. Thompson, E. Hodby, and C. E. Wieman. **Ultracold Molecule Production via a Resonant Oscillating Magnetic Field.** *Phys. Rev. Lett.*, **95**, p. 190404, (2005).
- [60] Stephan Dürr, Thomas Volz, Andreas Marte, and Gerhard Rempe. **Observation of Molecules Produced from a Bose-Einstein Condensate.** *Phys.Rev.Lett*, **92**, p. 020406, (2004).
- [61] T. Mukaiyama, J. R. Abo-Shaeer, K. Xu, J. K. Chin, and W. Ketterle. **Dissociation and Decay of Ultracold Sodium Molecules.** *Phys. Rev. Lett.*, **92**, p. 180402, (2004).
- [62] Jens Herbig, Tobias Kraemer, Michael Mark, Tino Weber, Cheng Chin, Hanns-Christoph Nägerl, and Rudolf Grimm. **Preparation of a Pure Molecular Quantum Gas.** *Science*, **301**, pp. 1510–1513, (2003).
- [63] S. B. Papp and C. E. Wieman. **Observation of Heteronuclear Feshbach Molecules from a $^{85}\text{Rb} - ^{87}\text{Rb}$ Gas.** *Phys. Rev. Lett.*, **97**, p. 180404, (2006).
- [64] J. J. Zirbel, K.-K. Ni, S. Ospelkaus, T. L. Nicholson, M. L. Olsen, P. S. Julienne, C. E. Wieman, J. Ye, and D. S. Jin. **Heteronuclear molecules in an optical dipole trap.** *Phys. Rev. A*, **78**, p. 013416, (2008).
- [65] E. Hodby, S. T. Thompson, C. A. Regal, M. Greiner, A. C. Wilson, D. S. Jin, E. A. Cornell, and C. E. Wieman. **Production Efficiency of Ultracold Feshbach Molecules in Bosonic and Fermionic Systems.** *Phys. Rev. Lett.*, **94**, p. 120402, (2005).
- [66] C.Klempt, T.Henninger, O.Topic, M.Scherer, L.Kattner, E.Tiemann, W.Ertmer, and J.J.Arlt. **Radio-frequency association of heteronuclear Feshbach molecules.** *Phys.Rev.A*, **78**, p. 061602, (2008).
- [67] C. Weber, G. Barontini, J. Catani, G. Thalhammer, M. Inguscio, and F. Minardi. **Association of ultracold double-species bosonic molecules.** *Phys. Rev. A*, **78**, p. 061601, (2008).
- [68] G. Thalhammer, K. Winkler, F. Lang, S. Schmid, R. Grimm, and J. Hecker Denschlag. **Long-Lived Feshbach Molecules in a Three-Dimensional Optical Lattice.** *Phys. Rev. Lett.*, **96**, p. 050402, (2006).
- [69] Kevin E.Strecker, Guthrie B.Partridge, and Randall G.Hulet. **Conversion of an Atomic Fermi Gas to a Long-Lived Molecular Bose Gas.** *Phys.Rev.Lett*, **91**, p. 080406, (2003).
- [70] Cindy A.Regal, Christopher Ticknor, John L.Bohn, and Deborah S.Jin. **Creation of ultracold molecules from a Fermi gas of atoms.** *Nature*, **424**, pp. 47–50, (2003).
- [71] F.M.Spiegelhalder, A.Trenkwalder, D.Naik, G.Kerner, E.Wille, G.Hendl, F.Schreck, and R.Grimm. **All-optical production of a degenerate mixture of ^6Li and ^{40}K and creation of heteronuclear molecules.** *Phys.Rev.A*, **81**, p. 043637, (2010).
- [72] Andrea Simoni, Matteo Zaccanti, Chiara D’Errico, Marco Fattori, Giacomo Roati, Massimo Inguscio, and Giovanni Modugno. **Near-threshold model for ultracold KRb dimers from interisotope Feshbach spectroscopy.** *Phys. Rev. A*, **77**, p. 052705, (2008).

- [73] Paul S. Julienne, Eite Tiesinga, and Thorsten Köhler. **Making cold molecules by time-dependent Feshbach resonances.** *Journal of Modern Optics*, **51**, pp. 1787–1806(20), (2004).
- [74] Thomas M. Hanna, Thorsten Köhler, and Keith Burnett. **Association of molecules using a resonantly modulated magnetic field.** *Phys. Rev. A*, **75**, p. 013606, (2007).
- [75] Amodsen Chotia, Brian Neyenhuis, Steven A. Moses, Bo Yan, Jacob P. Convey, Michael Foss-Feig, Ana Maria Rey, Deborah S. Jin, and Jun Ye. **Long-lived dipolar molecules and Feshbach molecules in a 3D optical lattice.** *arXiv*, p. 1110.4420, (2011).
- [76] G. Thalhammer, G. Barontini, L. De Sarlo, J. Catani, F. Minardi, and M. Inguscio. **Double Species Bose-Einstein Condensate with Tunable Interspecies Interactions.** *Phys. Rev. Lett.*, **100**, p. 210402, (2008).
- [77] H. M. J. M. Boesten, C. C. Tsai, J. R. Gardner, D. J. Heinzen, and B. J. Verhaar. **Observation of a shape resonance in the collision of two cold ^{87}Rb atoms.** *Phys. Rev. A*, **55**, pp. 636–640, (1997).
- [78] H. M. J. M. Boesten, J. M. Vogels, J. G. C. Tempelaars, and B. J. Verhaar. **Properties of cold collisions of ^{39}K atoms and of ^{41}K atoms in relation to Bose-Einstein condensation.** *Phys. Rev. A*, **54**, pp. R3726–R3729, (1996).
- [79] G. Ferrari, M. Inguscio, W. Jastrzebski, G. Modugno, G. Roati, and A. Simoni. **Collisional Properties of Ultracold K-Rb Mixtures.** *Phys. Rev. Lett.*, **89**, p. 053202, (2002).
- [80] Thomas Volz, Stephan Dürr, Sebastian Ernst, Andreas Marte, and Gerhard Rempe. **Characterization of elastic scattering near a Feshbach resonance in ^{87}Rb .** *Phys. Rev. A*, **68**, p. 010702, (2003).
- [81] H. Wang, A. N. Nikolov, J. R. Ensher, P. L. Gould, E. E. Eyler, W. C. Stwalley, J. P. Burke, J. L. Bohn, Chris. H. Greene, E. Tiesinga, C. J. Williams, and P. S. Julienne. **Ground-state scattering lengths for potassium isotopes determined by double-resonance photoassociative spectroscopy of ultracold ^{39}K .** *Phys. Rev. A*, **62**, p. 052704, (2000).
- [82] Rudolf Grimm, Matthias Weidemüller, and Yurii B. Ovchinnikov. **Optical Dipole Traps for Neutral Atoms.** *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, **42**, pp. 95 – 170, (2000).
- [83] Markus Greiner. **Ultracold quantum gases in three-dimensional optical lattice potentials.** PhD thesis, Ludwig-Maximilians-Universität München, (2003).
- [84] Gretchen K. Campbell. **^{87}Rb Bose-Einstein Condensates in Optical Lattices.** PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, (2006).
- [85] M.E. Gehm, K.M. O’hara, T.A. Savard, and J.E. Thomas. **Dynamics of noise-induced heating in atom traps.** *Phys. Rev. A*, **58**, p. 3914, (1998).
- [86] Cristian Ospelkaus. **Fermi-Bose Mixtures — From mean-field interactions to ultracold chemistry.** PhD thesis, Universität Hamburg, (2006).
- [87] B. DeMarco, C. Lannert, S. Vishveshwara, and T.-C. Wei. **Structure and stability of Mott-insulator shells of bosons trapped in an optical lattice.** *Phys. Rev. A*, **71**, p. 063601,

- (2005).
- [88] Fabrice Gerbier, Artur Widera, Simon Fölling, Olaf Mandel, Tatjana Gericke, and Immanuel Bloch. **Interference pattern and visibility of a Mott insulator**. *Phys. Rev. A*, **72**, p. 053606, (2005).
- [89] D. van Oosten, P. van der Straten, and H. T. C. Stoof. **Quantum phases in an optical lattice**. *Phys. Rev. A*, **63**, p. 053601, 2001.
- [90] Gretchen K. Campbell, Jongchul Mun, Micah Boyd, Patrick Medley, Aaron E. Leanhardt, Luis G. Marcassa, David E. Pritchard, and Wolfgang Ketterle. **”Imaging the Mott Insulator Shells by Using Atomic Clock Shifts”**. *Science*, **313**, pp. 649–652, (2006).
- [91] Simon Fölling, Artur Widera, Torben Müller, Fabrice Gerbier, and Immanuel Bloch. **Formation of Spatial Shell Structure in the Superfluid to Mott Insulator Transition**. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, p. 060403, (2006).
- [92] Fabrice Gerbier, Simon Fölling, Artur Widera, Olaf Mandel, and Immanuel Bloch. **Probing Number Squeezing of Ultracold Atoms across the Superfluid-Mott Insulator Transition**. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, p. 090401, (2006).
- [93] T.Gericke, F.Gerbier, A.Widera, S.Fölling, O.Mandel, and I.Bloch. **Adiabatic loading of a Bose-Einstein condensate in a 3D optical lattice**. *Journal of Modern Optics*, **54**, pp. 735–743, (2007).
- [94] Subhadeep Gupta, Aaron E.Leanhardt, Alexander D.Cronin, and David E.Pritchard. **Coherent manipulation of atoms with standing light waves**. *C.R.Acad.Sci.4-Phys.*, **2**, pp. 479–495, (2001).
- [95] J.H.Denschlag, J.E.Simsarian, H.Haefner, C.McKenzie, A.Browaeys, D.Cho, K.Helmerson, S.L.Dolston, and W.D.Phillips. **A Bose-Einstein condensate in an optical lattice**. *Journal of Physics B Atomic Molecular and Optical Physics*, **35**, pp. 3095–3110, (2002).
- [96] 藤掛陽輔. 電磁場による極低温原子の内部状態の制御. 修士論文, 東京大学, (2010).
- [97] 理科年表 平成 15 年版. 丸善, (2002).
- [98] Daniel A. Steck. **Rubidium 87 D Line Data**. available online at <http://steck.us/alkalidata> (revision 2.0.1,2 May 2008).
- [99] 山陸芳之. 3次元光格子に閉じ込めたフェッシュバッハ分子. 修士論文, 東京大学, (2010).
- [100] 加藤宏平. 異核フェッシュバッハ分子の生成・制御に関する研究. 修士論文, 東京大学, (2010).
- [101] H. J. Metcalf and P. van der Straten. **Laser Cooling and Trapping**. Springer, (1999).
- [102] C.McKenzie, J.Hecker Denschlag, H.Häffner, A.Browaeys, Luis E.E. de Araujo, F.K.Fatemi, K.M.Jones, J.E.Simsarian, D.Cho, A.Simoni, E.Tiesinga, P.S.Julienne, K.Helmerson, P.D.Lett, S.L.Rolston, and W.D.Phillips. **Photoassociation of Sodium in a Bose-Einstein Condensate**. *Phys.Rev.Lett*, **88**, p. 120403, (2002).
- [103] M.Junker, D.Dries, C.Welford, J.Hitchcock, Y.P.Chen, and R.G.Hulet. **Photoassociation of a Bose-Einstein Condensate near a Feshbach Resonance**. *Phys.Rev.Lett*, **101**, p. 060406, (2008).

-
- [104] Joshua Zirbel. **Ultracold Fermionic Feshbach Molecules**. PhD thesis, University of Colorado, (2008).
- [105] G. Breit and I. I. Rabi. **Measurement of Nuclear Spin**. *Phys. Rev.*, **38**, pp. 2082–2083, (1931).