カリウム原子気体を用いた
ラジオ波強度の空間イメージング
（Imaging of radio frequency field using potassium atomic gas）

理学研究科

数物系専攻

長谷 秀秋

目次

図目次

表目次

第 1 章

序論

1.1 電磁波の強度測定

アンテナに交流電流を流すと電磁波は容易に照射できる．しかし，アンテナから照射された電磁波の絶対強度やその空間分布については容易には分からない．そこで，自作したアンテナから照射される電磁波の絶対強度を測り，それが空間的にどのように広がっているのかを調べてみようと思い本研究に取り組むことにした．

電磁波 (振動磁場) の検出や強度の測定は様々な方法で行われている．なかでも導線で作成したピックアップコイルを用いた方法は一般的でかつ容易に行える．ピックアップコイルを空間中に置いたときにそのピックアップコイルに電流が流れれば，その場所に電磁波が存在していることが分かる．しかし電磁波の強度の空間分布のイメージングを行う場合にピックアップコイルを用いるのは不向きである．なぜなら，ピックアップコイルの場合イメージの空間解像度はコイルの径の大きさで決まるが，コイルの径を小さくしても数 mm 程度の大きさは残ってしまい，空間解像度の限界があるためである．また，検出した電磁波の絶対強度を求めるにはピックアップコイル自身のインダクタンスを求める等の作業が必要となる．

ピックアップコイルの代わりに超伝導体を含んだ SQUID(superconducting quantum interference device, 超伝導量子干渉計)[1] と呼ばれる微小回路を用いた方法も存在する．この方法はピックアップコイルの場合と同様に回路中に生じる電流で電磁波を測定する．SQUID で測定できる電磁波の周波数限界は微小回路中のアンプの帯域で決まる．この方法での電磁波の測定感度はピックアップコイルよりも良く，典型的な検出感度は 470 $\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ である．

上記のピックアップコイルや超伝導体で空間中の電磁波を電流で検出する方法とは別に，気体の原子を用いて電磁波を測定する方法もある．気体の原子を使う測定はレーザー光が原子を通過する前後での偏光の変化を調べる方法や原子の状態の時間変化を観測する方法が報告されている．どちらの方法でも原子にはアルカリ原子が用いられる．

レーザー光の偏光の変化を読み取る方法 [2] は非常に高い精度で電磁波の強度を測定できる．典型的な検出感度は 2 fT/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ である．しかしこの方法は高圧のバッファーガスや高温の環境等が必要となり実験装置を用意が大変である．

原子の状態の時間変化を観測する方法には，冷却原子を用いる方法 [3, 4] とガラスセルに封入された常温の原子を用いる方法 [5, 6, 7, 8] がある．測定は原子の基底状態の超微細構造準位間で起こる Rabi 振動と呼ばれる遷移をレーザー光で観測して行われる．この方法は空間解像度の高いイメージングの作成に非常に適している．空間解像度はイメージングの解像度で決まり，電磁波の絶対強度は物理定数のみを用いて容易に計算ができる．冷却原子を用いた方法は，ドップラー効果の影響を除去できるため，電磁波の強度を高精度・高分解能で測定できるが，大掛かりな装置等が必要となる．また，空間イメージを作成するには冷却原子を電磁波を測定したい場所に移動させる作業が必要になり時間がかかる．対してガラスセルに封入された原子気体を使うと，常温付近の実験室の環境で磁場測定を行えるうえに空間イメージの作成で原子を移動させる必要もない．ガラスセル内の原子を使う場合は冷却原子を用いた方法と比べると精度は落ちるものの，大掛かりな装置等が必要ないので比較的手軽に測定ができる．ただし，ガラスセル内には測定に用いるアルカリ原子と共に測定のコヒーレンスタイムを伸ばすためにバッファーガスも封入しておく必要がある．バッファーガスが無いとコヒーレンスタイムが確保されず，測定ができない．バッファーガスには希ガスや窒素等の不活性ガスが用いられる．典型的な検出感度は冷却原子を使う方法では 77 pT/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$，常温の原子を使う方法では 12 nT/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ である．

1.2　本研究の目的

前節で述べたような常温の原子を用いた電磁波の強度測定や空間イメージの作成は，ルビジウムやセシウムを用いた研究が既に報告されている [5, 9]．ルビジウムやセシウムを使った場合はマイクロ波 (数 GHz の電磁波) の強度を測れる．本研究では，ルビジウムやセシウムと同じくアルカリ原子の一種であるカリウムの原子気体を用いてラジオ波 (数 100 MHz の電磁波，RF(Radio Frequency)) の強度測定とそのイメージングを目指した．

原子気体を用いた電磁波の測定では，原子の基底状態の超微細構造準位間の Rabi 振動を観測する．測定できる電磁波の周波数は超微細構造準位の間隔で決まる．表 1.1 に主なアルカリ原子の超微細構造準位間隔を示す．

表 1.1: 主なアルカリ原子の超微細構造準位間隔

原子の種類	超微細構造準位間隔 [GHz]	文献
^{6}Li	0.2282	[10]
^{39}K	0.4617	[11]
^{87}Rb	6.835	[12]
^{133}Cs	9.193	[13]

ルビジウムやセシウムの超微細構造準位間隔がマイクロ波領域の大きさなのに対し，リチウムとカリウムは 1 桁小さいラジオ波領域の大きさである．リチウムはカリウムよりもさらに狭い超微細構造間隔を持つ．

リチウムを使う場合はカリウムを使う場合よりも実験が大変になる．表 1.1 に挙げた原子はいずれも標準状態では固体であり，実験中は原子を気化させるためにガラスセルごと加熱する．1 気圧下でのリチウムの融点は 180.54 ℃ で，カリウムの 63.65 ℃ やルビジウムの 38.89 ℃ と比べると非常に高い [14]．そのため他の原子で実験をするときには高々 100 ℃ あれば事足りるのに対して，リチウムで実験をするには 200 ℃ 前後の非常に高い温度にしなければならない．

原子の種類の違いによって生じる差は測定できる電磁波の周波数の違いや実験系の温度だけではない．Rabi 振動は超微細構造の 2 つの状態のうちどちらか一方の状態の原子のみを光の吸収で観測する．常温付近の気体原子は空間中を飛び回り，数 GHz のドップラー広がりを持つ．ルビジウムやセシウムでは

$$(\text{超微細構造間隔}) > (\text{ドップラー広がり})$$

なので超微細構造の 2 つの準位は光で明確に区別できたが，カリウムではこの大小関係が逆転して

$$(\text{超微細構造間隔}) < (\text{ドップラー広がり})$$

となるため 2 つの状態を光で区別できなくなる．そのため，ルビジウムやセシウムと同じ実験方法ではカリウムの Rabi 振動を観測することはできない．この課題を解決する方法については第 2 章で述べる．

1.3　先行研究と本研究の比較

ルビジウムを用いた先行研究 [5, 6, 7, 8] について紹介する．4 つの文献について紹介するが，これらの文献はいずれも P. Treutlein らのグループのものである．

ルビジウムの超微細構造間隔は前述の通り 6.8 GHz で，測定された周波数は 2.3 GHz から 26.4 GHz[8]，イメージの空間解像度は最小で縦横奥行き方向に 50 × 50 ×

140 μm^3[7]，イメージの領域の広さは広いもので 6×10 mm^2 程度のものが報告されている [5]．ガラスセル中のバッファーガスの種類と圧力には実験によってさまざまなものが使用されており，例えばネオン 10 mbar[5]，窒素 63 mbar[6, 8]，クリプトンと窒素を 3:1 の割合で合計 100 mbar[7] などが使用されている．マイクロ波源にはマイクロ波が一様な cavity[6] と非一様なマイクロ波集積回路 [5, 7] を用いた研究が報告されている．

本研究ではルビジウム原子ではなくカリウム原子を用いてラジオ波について同様の測定を目指す．しかし，本研究は原子の種類や電磁波の周波数だけでなく，Rabi 振動を観測するシステムも先行研究と違っている．先行研究では Rabi 振動を観測する光にはパルス光を用いている．はじめ pump 光を原子に当てておきマイクロ波を照射すると同時に光を切る．それから時間 dt 後にパルスの probe 光を入射して光の吸収量を測る (図 1.1)．この測定を dt の大きさを変えながら何回も繰り返し，パルス光の吸光度をつなぎ合わせて Rabi 振動の様子を得ていた．また，イメージングは CCD カメラを使って作成している．対して本研究では光は常に原子に当てておき，Rabi 振動の様子を 1 回で観測する (図 1.2)．光の検出にはフォトダイオードを用いる．ラジオ波源にはループアンテナを用い，イメージはラジオ波を照射するアンテナを動かす場合と光の通過する場所を動かす場合の 2 パターンで，空間解像度は 1×1 mm^2 で作成した．バッファーガスとしてネオンを用い，その圧力 20 Torr と 100 Torr が封入されたものを用意した．

1.4　本論文の構成

本論文は以下の構成となっている．

- 第 1 章ではいくつかの電磁波の測定方法と原子気体を用いた先行研究について述べた．
- 第 2 章では本研究の背景となる理論について述べる．
- 第 3 章で実験装置や実験の方法および実験の結果について紹介する．
- 第 4 章では，Rabi 振動の減衰について議論する．
- 第 5 章では本研究のまとめと今後の展望を述べる．

磁束密度 B の単位について

本論文中に出てくる「磁場」という言葉は磁束密度 B のことを指す．また磁束密度の単位には G(ガウス) や mG(ミリガウス) 等を用いる．SI 単位系での磁束密度の単位 T(テスラ) と G には次の関係がある．

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ G} \tag{1.1}$$

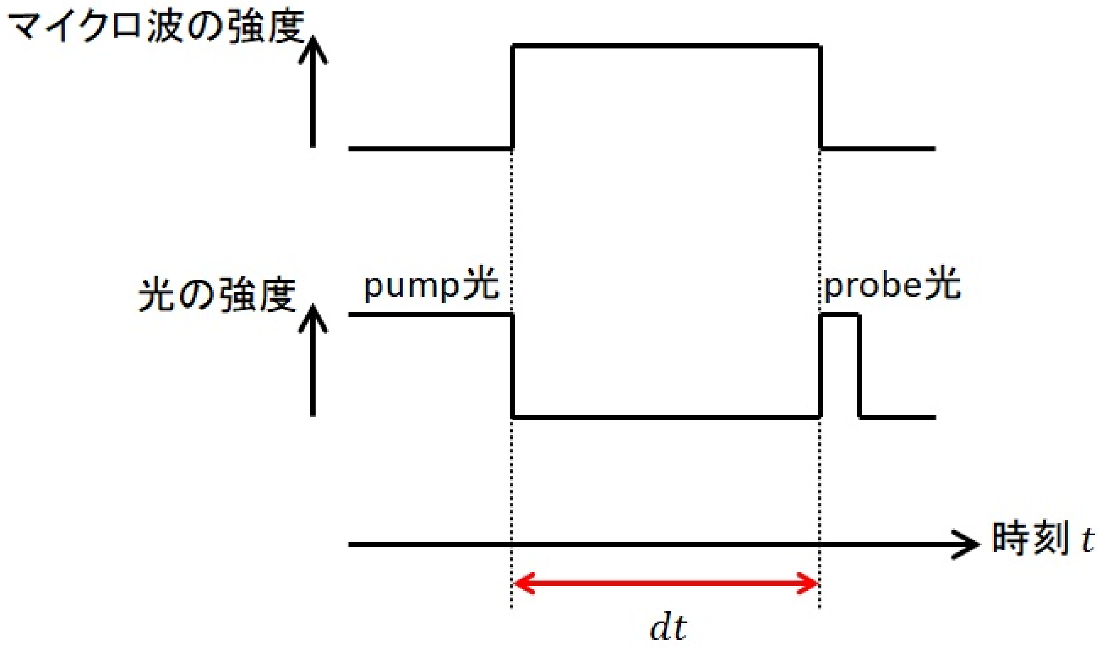

図 1.1: 先行研究の実験でのマイクロ波とレーザー光の時系列

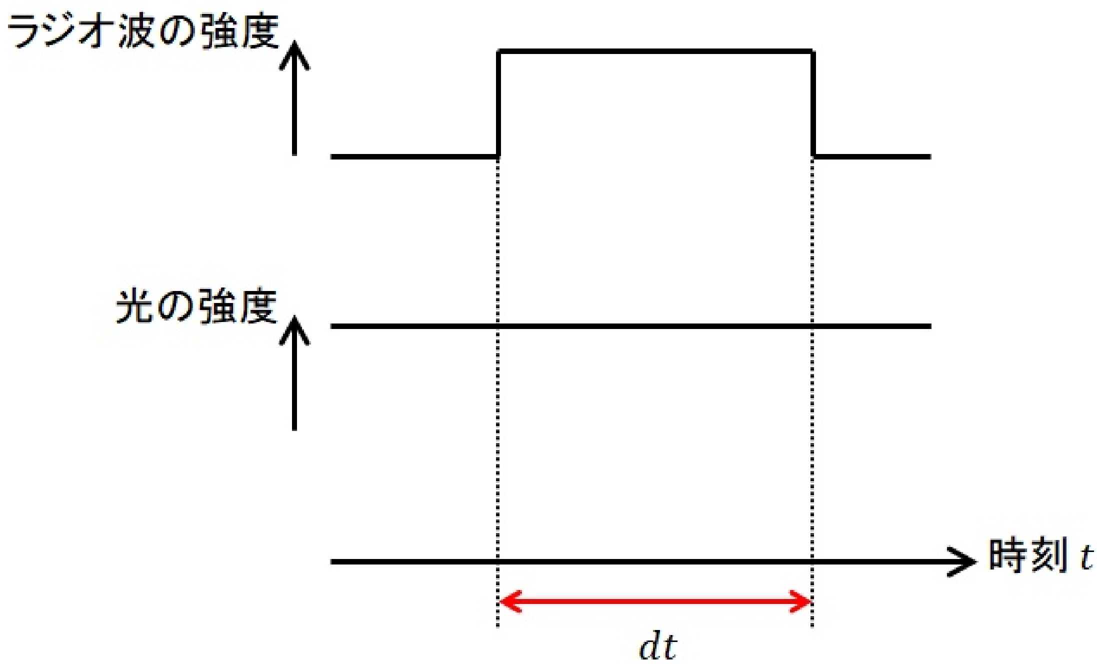

図 1.2: 本研究の実験でのラジオ波とレーザー光の時系列
レーザー光はラジオ波の有無にかかわらず常に原子に当てる.

第 2 章

理論的背景

この章では，本研究の理論的背景について説明をする．

2.1　カリウム原子

この節ではまずカリウム原子のエネルギー構造について説明する．次に，カリウム原子のドップラー広がりと拡散について説明と計算をし，ルビジウムやセシウム原子との状況の違いについて述べる．

2.1.1　エネルギー準位

カリウムには ^{39}K と ^{41}K の 2 つの安定同位体が存在する．また ^{40}K は放射性同位体ではあるものの，その半減期が 1.248×10^9 年と非常に長いため自然界に存在する [15]．^{39}K，^{40}K，^{41}K の自然界での存在比はそれぞれ 93.26%，0.01%，6.73% である [11]．本研究で用いたカリウムも自然界と同じ同位体の存在比でガラスセル中に封入されている．本研究ではガラスセル中にある ^{40}K と ^{41}K の存在は無視し，^{39}K のみを用いてラジオ波の強度を測る．以下でも ^{39}K に絞って説明をする．

^{39}K は核スピン $I = 3/2$ を持ち，電子の全角運動量 $J = L + S$ (L：電子の軌道角運動量，$S = 1/2$：電子スピン) との角運動量の合成による超微細構造を持つ．図 2.1 に ^{39}K の準位構造を示す．F は全角運動量で $F = I + J$ である．

基底状態 $^2S_{1/2}$ には $F = 1$ と $F = 2$ の超微細構造があり，そのエネルギー間隔は 461.7 MHz である．実験ではこの 2 準位間で起こる Rabi 振動を観測する．$F = 2$ から $F = 1$ への自然放出のレートは，Rabi 振動の周期と比べて十分に長いため無視できる．原子に静磁場を印加すると，各状態ごとにエネルギーがゼーマンシフトし，2 つの状態のエネルギー間隔もシフトする．

静磁場の大きさとゼーマンシフトの大きさを結び付けるものとして，Breit-Rabi

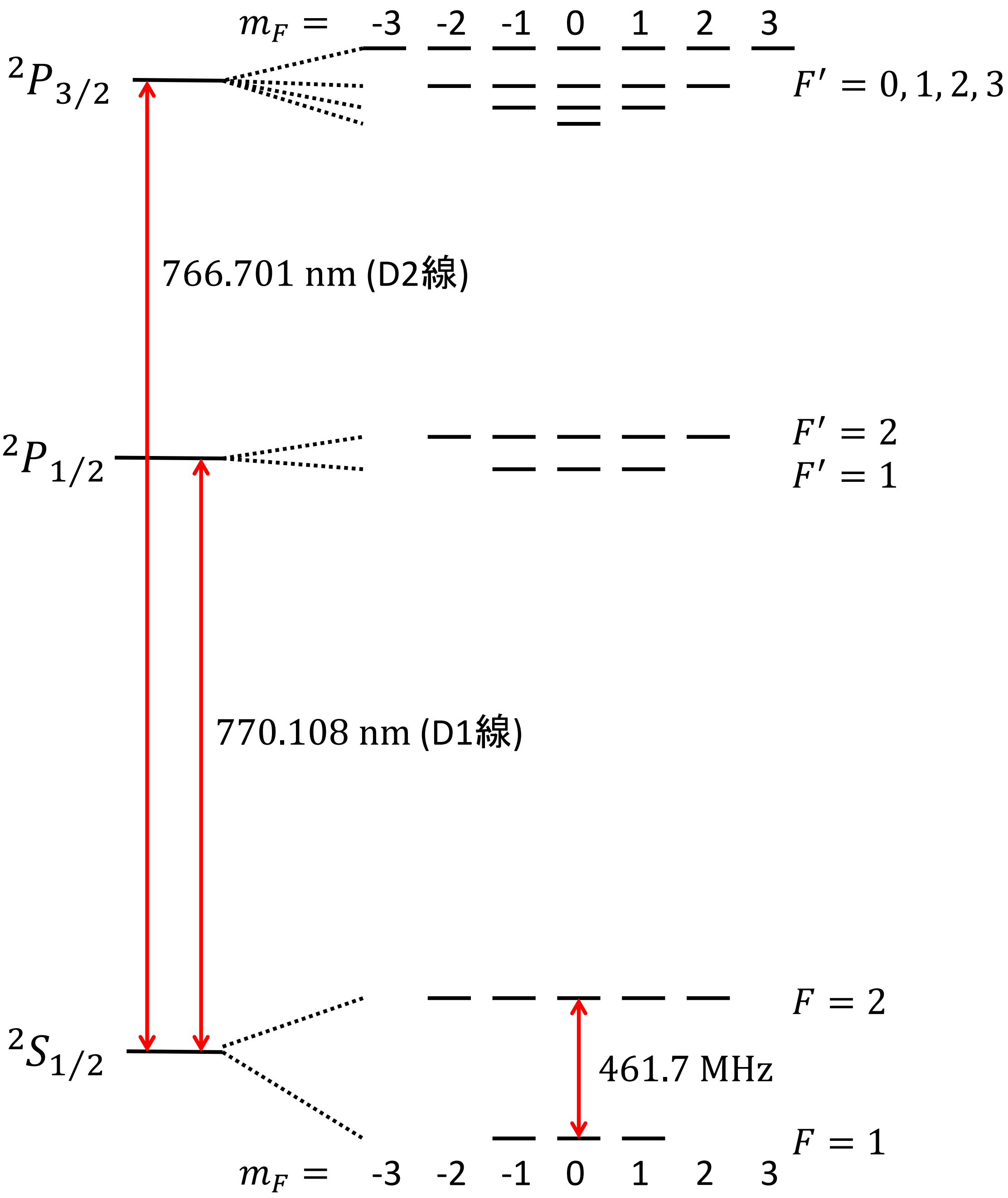

図 2.1: ^{39}K の準位構造

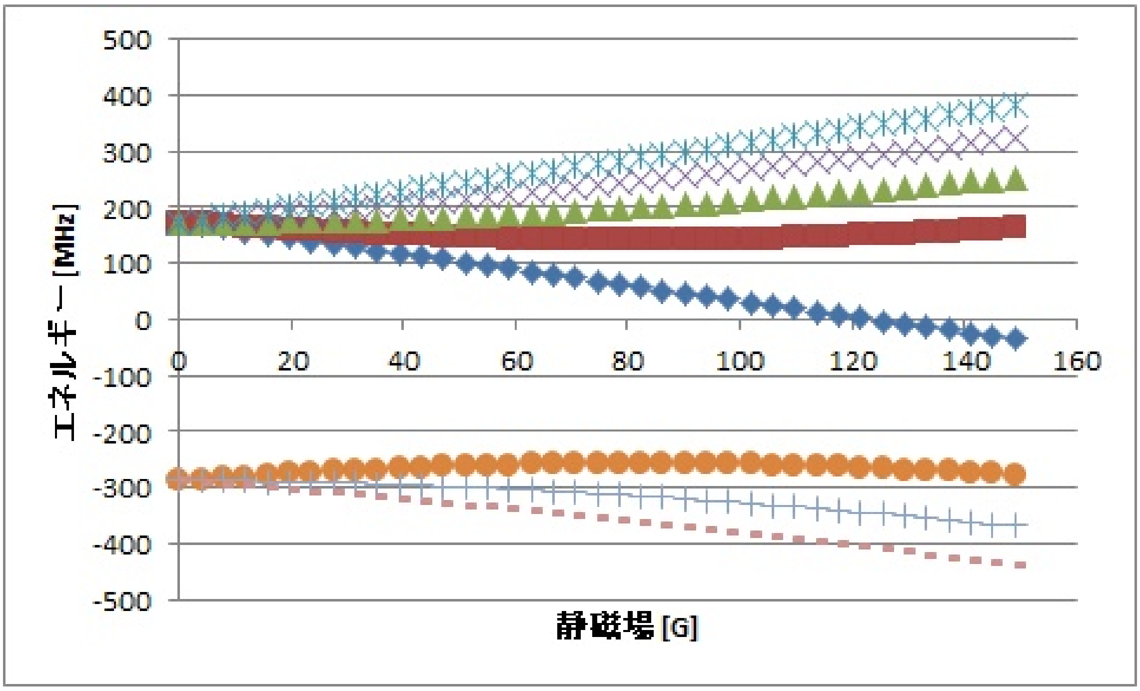

図 2.2: ^{39}K の基底状態のゼーマンシフトの様子

の式がある [16]．基底状態 $(L=0)$ の Breit-Rabi の式は次のように書ける．

$$E^{hf}(B) = -\frac{\hbar a^{hf}}{4} + g_I \mu_B m_F B \pm \frac{\hbar a^{hf}(I+\frac{1}{2})}{2}(1+\frac{4m_F x}{2I+1}+x^2)^{\frac{1}{2}}. \tag{2.1}$$

$$x = \frac{(g_J - g_I)\mu_B}{a^{hf}(I+\frac{1}{2})}B. \tag{2.2}$$

ここで $a^{hf} = 230.86MHz$ は超微細構造の大きさの係数，$\mu_B = 9.2740 \times 10^{-24}$ J/T はボーア磁子，$I = 3/2$ は核スピン，$g_j = 2.0023$ と $g_I = -1.4193 \times 10^{-4}$ はそれぞれ電子と原子核の g 因子を表す．式中の符号は $F = I \pm J (= I \pm S)$ の符号に対応する．図 2.2 に ^{39}K の基底状態のゼーマンシフトの様子を示す．静磁場がゼロのときは上に $F=2$ の 5 つの状態，下に $F=1$ の 3 つの状態が存在するが，静磁場が大きくなるにつれて $|2,-2\rangle$ のエネルギーが下がって上下ともに状態は 4 つずつになる．

基底状態から光を吸収して遷移する励起状態には，770.108 nm の D1 線を吸収する $^2P_{1/2}$ と，766.701 nm の D2 線を吸収する $^2P_{3/2}$ の微細構造がある．$^2P_{3/2}$ には $F=3$ の超微細構造があるので $m_F = \pm 3$ の状態が存在するが，$^2P_{1/2}$ には $m_F = 3$ の状態は存在しない．

2.1.2　ドップラー広がり

気体の原子は速度を持って空間を飛びまわる．このときの原子の速度分布はマクスウェル分布に従う．原子が角周波数 ω の光と同じ向きに飛んでいるとき，原子の速度を v すると原子の感じる光の角周波数は

$$\omega' = \omega(1 - \frac{v}{c}) \tag{2.3}$$

である．ここで c は光速度を表す．$v = 0$ で ω の光を吸収する原子が速度 $v(\neq 0)$ で飛んでいるときには ω' の光を吸収する (ドップラー効果)．

次に ^{39}K のドップラー広がりの大きさを求める [17]．気体原子の最大確率速度は次の式で求まる．

$$u = 2230 \text{ m/s } \times \sqrt{\frac{T}{300 \text{ K}} \frac{1 \text{ a.m.u.}}{M}}. \tag{2.4}$$

ここで T は原子の温度であり，本研究では $T = 373$ K 程度である．a.m.u. は atomic mass units の略で，M は原子の質量数を表す．$M = 39$ を代入すると，

$$u = 398 \text{ m/s} \tag{2.5}$$

となる．気体原子のドップラー広がりは，この u の値を用いて

$$\Delta\omega = 2\sqrt{\ln 2}\frac{u}{c} \times \omega \tag{2.6}$$

という式で求まる．式 (2.5) と $\omega = 2\pi\frac{c}{\lambda}$，$\lambda = 770.108$ nm を代入すると，^{39}K のドップラー広がりは

$$\Delta\omega = 5.41 \text{ GHz} \tag{2.7}$$

と求まる．この広がりはカリウムの超微細構造準位の間隔 461.7 MHz よりも大きい．そのため $F = 1, 2$ のどちらかの状態のみを光で観測しようとしても，もう一方の状態の原子も同時に光を吸収してしまう (図 2.3)．この問題はレーザーを改良して光の線幅をどれだけ狭くしても解決しない．ルビジウムやセシウムは基底状態の超微細構造準位の間隔が原子のドップラー広がりよりも広いので，2 つの状態を光の周波数で区別できた．

2.1.3　平均自由行程と拡散係数

ガラスセル内にはカリウム原子とともにバッファーガスも封入する．バッファーガスにはカリウム原子の動きを制限する役割がある．先行研究 [5] を参考にして，本研究ではバッファーガスにネオンを用いその圧力が 20 Torr と 100 Torr の物を用意

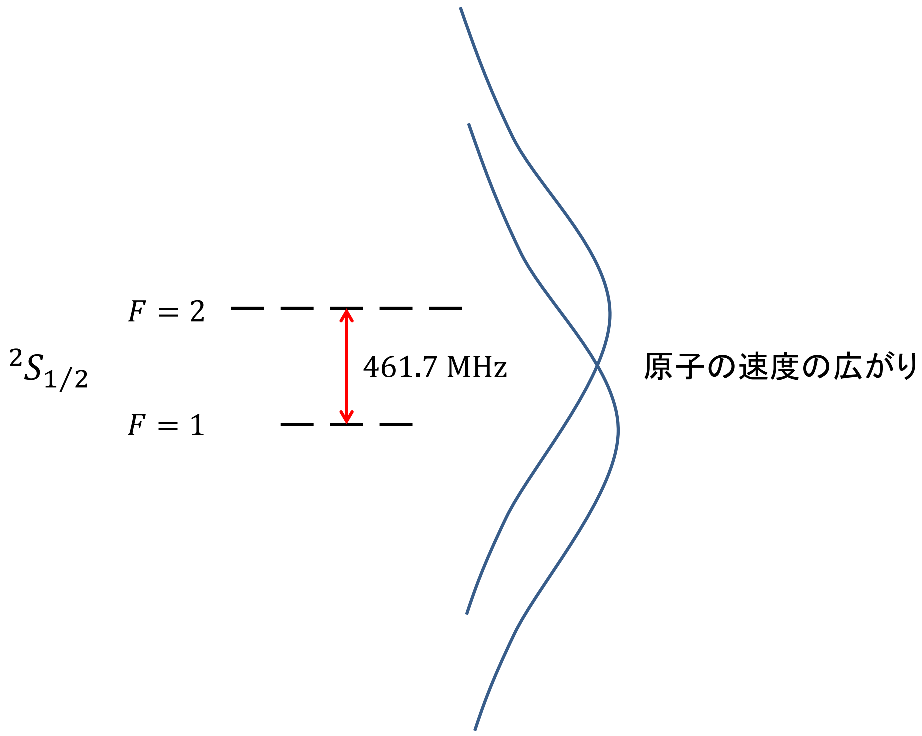

図 2.3: ^{39}K 基底状態の超微細構造とドップラー広がりの概念図

した．このガラスセルを製造した業者によると圧力の誤差は 1 Torr 以下である．実験では主に 100 Torr のものを使った．

気体原子の平均自由行程 l は次の式で求まる．

$$l = \frac{RT}{\sqrt{2}N_A\pi d^2 p}. \tag{2.8}$$

R は気体定数 8.31 J/(K·mol)，T は温度，N_A はアボガドロ定数 6.02×10^{23} /mol，d は原子の半径，p は圧力を表す．実験系の温度 $T = 373$ K，カリウムの原子半径 $d = 227$ pm[18]，ガラスセル中のバッファーガスの圧力 $p = 100$ Torr(=13332 Pa) を代入すると，実験中のカリウムの平均自由行程は

$$l = 1.69\ \mu\mathrm{m} \tag{2.9}$$

と求まる．

原子の拡散係数 D は次の式で求まる．

$$D = \frac{p_0}{p} D_0. \tag{2.10}$$

p_0 は大気圧 (1013 hPa)，D_0 は原子の種類で決まる値である．ネオン中のカリウムについての D_0 の値が不明なので，ネオン中のルビジウム $D_0 = 0.31\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$[5] を用いると，

$$D = 0.041\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{s} \tag{2.11}$$

と求まる．これはルビジウムの拡散係数だが，カリウムの拡散係数もルビジウムのものと同じオーダーの値のはずである．

この拡散係数を用いると，レーザー光で原子の状態を観測できる時間 (コヒーレンスタイム) が求まる．レーザー光の断面積の大きさ (ビーム径) を $\Delta x = 1$ mm とすると，コヒーレンスタイムは

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\Delta x^2}{2D} \\ &= 0.12\ \mathrm{s} \end{aligned} \tag{2.12}$$

と求まる．Rabi 振動の周期は遅い場合で 10 μs のオーダーなので，この時間は十分に長い．

ガラスセル内にバッファーガスが封入されていない場合のコヒーレンスタイムは，原子の速度に式 (2.5) を用いると

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\Delta x}{u} \\ &= 2.51\ \mu\mathrm{s} \end{aligned} \tag{2.13}$$

と求まる．このコヒーレンスタイムは Rabi 振動の周期と比べて小さいので，バッファーガスが無い場合は Rabi 振動の観測ができない．

2.2　実験方法

ここでは具体的な実験の方法について説明する．特にドップラー広がりの影響の除去について述べる．

ドップラー広がりの問題は，光の偏光を利用することで解決する．カリウム原子には通常よく用いられる D2 線 (波長 767.701 nm) ではなく D1 線 (波長 770.108 nm) の光を円偏光 $\sigma_\pm$ にして当てる．光が直線偏光の場合ではドップラー広がりの影響を受けて Rabi 振動の観測ができないが，円偏光を用いることでドップラー広がりの影響を無視することができるようになる．

$\sigma_\pm$ 偏光の D1 線の光をカリウム原子当てると，基底状態 $^2S_{1/2}$ にある原子は $F=1$ と 2 のどちらの状態も，光を吸収すると $\Delta m_F = \pm 1$ という変化をしながら $^2P_{1/2}$ に励起される．$^2P_{1/2}$ にある原子は自然放出により $^2S_{1/2}$ に減衰する．このサイクルを繰り返すと，最終的には $^2S_{1/2}$ の $|2,\pm 2\rangle$ の状態に集まる．このように光を使って原子の状態を制御することを光ポンピングあるいは単にポンピングと呼ぶ．$^2P_{1/2}$ には $m_{F'} = \pm 3$ という準位が存在しないため，$|2,\pm 2\rangle$ は $\sigma_\pm$ 偏光の 770.108 nm の光を吸収しない状態である．このような状態を dark state と呼ぶ．$|2,\pm 2\rangle$ 状態の原子にラジオ波を照射すると，$|1,\pm 1\rangle$ 状態との間で Rabi 振動を起こす．$|1,\pm 1\rangle$ は dark state ではないので光を吸収する．よって $|1,\pm 1\rangle$ 状態の原子は光を吸収するが $|2,\pm 2\rangle$ 状態の原子は光を吸収しないので，ドップラー広がりの影響を無視して 2 つの状態を区別できる．もし光が D2 線だと，遷移先の $^2P_{3/2}$ には $m_F = \pm 3$ の状態が存在するため $|2,\pm 2\rangle$ は光を吸収できて dark state にはならず，$|1,\pm 1\rangle$ と $|2,\pm 2\rangle$ との状態の区別はできないままである．

$|2,\pm 2\rangle$ の状態にポンピングされた原子に，$|1,\pm 1\rangle$ と $|2,\pm 2\rangle$ との準位間隔に等しい周波数のラジオ波を照射すると，この 2 準位間で Rabi 振動が起こる．光は $|1,\pm 1\rangle$ 状態の原子にだけ吸収されるので，光の吸収量の時間変化が Rabi 振動として観測される．2 準位のエネルギー間隔は静磁場によるゼーマン分裂で制御できるので，測定できるラジオ波の周波数は可変である．

$|2,\pm 2\rangle$ から $|1,\pm 1\rangle$ への自然放出のレートは Rabi 振動の速さと比べて十分遅い．

2.3 Rabi 振動

本研究ではカリウム原子のエネルギー準位間の Rabi 振動を観測することによって，ラジオ波の強度を決定する．そのためにまず，2 準位モデルを導入し Rabi 振動という現象を導く．続いて Rabi 振動の周波数 (Rabi 周波数) とラジオ波の強度との関係について導出する．

2.3.1 2 準位モデル

Rabi 振動を導出するには，2 準位モデルを用いる [17, 19].

時間に依存するシュレディンガー方程式は

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = \hat{H} |\Psi(t)\rangle . \tag{2.14}$$

ハミルトニアンを，時間に依存しない非摂動部分と時間に依存する摂動部分 (相互作用ハミルトニアン) との 2 つに分けて，

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I(t) \tag{2.15}$$

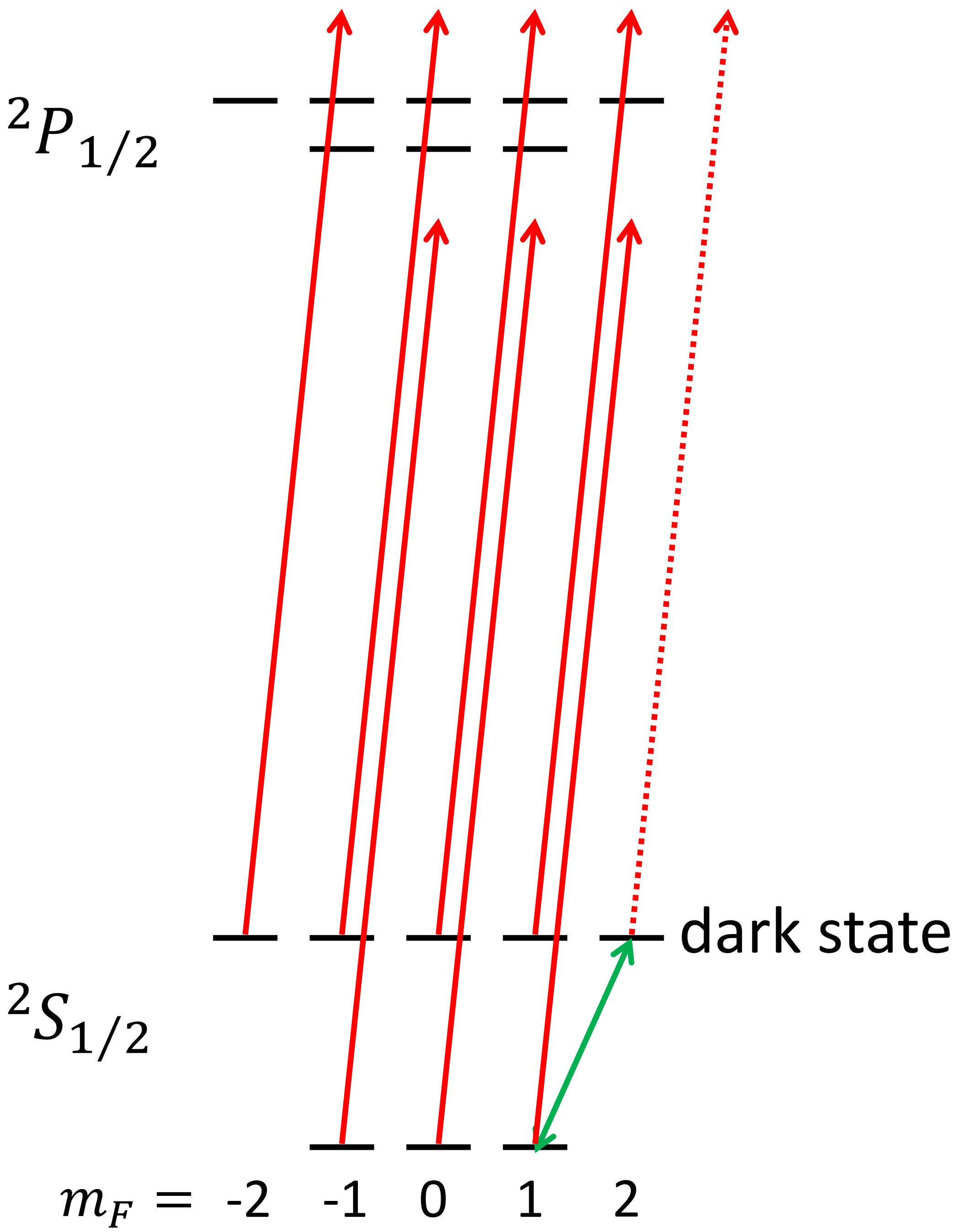

図 2.4: 実験で用いる状態の遷移：緑線が Rabi 振動を表している．
赤の点線は dark state から光による励起先が無いことを表している．

と書く．考える系は 2 準位から成り立つ (2 準位モデル) とし，$\hat{H}_0$ についての固有値問題は既に解けていて

$$\hat{H}_0 |1\rangle = E_1 |1\rangle \tag{2.16}$$

$$\hat{H}_0 |2\rangle = E_1 |2\rangle \tag{2.17}$$

を満たすとする．ここで， $|1\rangle$，$|2\rangle$ はそれぞれ基底状態と励起状態の固有状態，$E_1 = \hbar\omega_1$，$E_2 = \hbar\omega_2$ はそれらの固有エネルギーを表す．実験で考えるカリウムの超微細構造では $|1\rangle = |1, \pm 1\rangle$，$|2\rangle = |2, \pm 2\rangle$ に当たる．超微細構造準位間の遷移は磁気双極子遷移によって起きる．磁気モーメント $\boldsymbol{\mu}$ を持つ原子にラジオ波 $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B_0} \cos(\omega t)$ が作用したときの相互作用ハミルトニアンは

$$\hat{H}_I = -\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{B}_0 \cos(\omega t) \tag{2.18}$$

と書ける．状態ベクトル $|\Psi(t)\rangle$ の形を

$$|\Psi(t)\rangle = c_1(t)e^{-i\omega_1 t} |1\rangle + c_2(t)e^{-i\omega_2 t} |2\rangle \tag{2.19}$$

と仮定し，この状態ベクトルをシュレディンガー方程式 (2.14) に代入すると

$$i\dot{c}_1 |1\rangle e^{-i\omega_1 t} + i\dot{c}_2 |2\rangle e^{-i\omega_2 t} = -\frac{\mu B_0}{\hbar} \cos(\omega t)(c_1 |1\rangle e^{-i\omega_1 t} + c_2 |2\rangle e^{-i\omega_2 t}) \tag{2.20}$$

となる．この式に左から $\langle 1|$，$\langle 2|$ をかけると，それぞれ

$$\dot{c}_1(t) = -ic_2(e^{i(\omega-\omega_0)t} + e^{-i(\omega+\omega_0)t})\frac{\Omega_R}{2} \tag{2.21}$$

$$\dot{c}_2(t) = -ic_1(e^{i(\omega+\omega_0)t} + e^{-i(\omega-\omega_0)t})\frac{\Omega_R}{2} \tag{2.22}$$

となる．ここで $\omega_0 = \omega_2 - \omega_1$ である．Rabi 周波数 Ω_R は

$$\Omega_R = \frac{\langle 1| - \boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{B_0} |2\rangle}{\hbar} = \frac{\langle 2| - \boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{B_0} |1\rangle}{\hbar} \tag{2.23}$$

で定義される．角周波数 $\omega + \omega_0$ を含む振動の項は，原子とラジオ波の相互作用する時間スケールと比べると非常に早いので，時間平均でみてゼロと近似できる (回転波近似)．$\omega - \omega_0 = \delta$ とおくと，

$$\dot{c}_1(t) = -ie^{i\delta t}\frac{\Omega_R}{2}c_2(t) \tag{2.24}$$

$$\dot{c}_2(t) = -ie^{-i\delta t}\frac{\Omega_R}{2}c_1(t) \tag{2.25}$$

この 2 つの式を組み合わせると，

$$\ddot{c_1}(t) - i\delta\dot{c_1} + (\frac{\Omega_R}{2})^2 c_1 = 0 \tag{2.26}$$

$$\ddot{c_2}(t) + i\delta\dot{c_2} + (\frac{\Omega_R}{2})^2 c_2 = 0 \tag{2.27}$$

という c_1，c_2 についての 2 階の微分方程式になる．初期条件として $c_1(0) = 0$，$c_2(0) = 1$ を課して解くと，

$$c_1(t) = ie^{i\frac{\delta}{2}t}\frac{\Omega_R}{W}\sin(\frac{W}{2}t) \tag{2.28}$$

$$c_2(t) = e^{-i\frac{\delta}{2}t}\big[\cos(\frac{W}{2}t) + i\frac{\delta}{W}\sin(\frac{W}{2}t)\big] \tag{2.29}$$

となる．ここで，

$$W = \sqrt{\Omega_R^2 + \delta^2} \tag{2.30}$$

を章動周波数という．原子が各状態をとる確率は式 (2.28)，(2.29) の絶対値の 2 乗なので，

$$|c_1(t)|^2 = \frac{\Omega_R^2}{W^2}\sin^2(\frac{W}{2}t) \tag{2.31}$$

$$|c_2(t)|^2 = \cos^2(\frac{W}{2}t) + \frac{\delta^2}{W^2}\sin^2(\frac{W}{2}t) \tag{2.32}$$

となる．実験では $|c_1(t)|^2$ の時間変化を観測することになる．

実験で得られる Rabi 振動は時間とともに減衰をする．上で導出した Rabi 振動の式には減衰が含まれていない．実験で得られる減衰を含んだ Rabi 振動の式は以下のように表される [6]．この式は原子の状態の確率ではなく実験で得られた信号をフィッティングするための式になっている．

$$f(t) = a - be^{-\frac{t}{\tau_1}} + ce^{-\frac{t}{\tau_2}}\sin(Wt + \phi) \tag{2.33}$$

τ_1,τ_2 は減衰の時定数を表す．式 (2.33) の右辺第 2 項の減衰は，Rabi 振動を考えている 2 準位以外の状態へ遷移することによる原子数の減衰である．右辺第 3 項の減衰は，Rabi 振動の振幅が時間的に小さくなることを表しており，これはスピンの情報が破壊されたりすることによって起こる減衰である．

2.3.2　Rabi 周波数とラジオ波強度

Rabi 周波数とラジオ波の強度との関係を求める [3]．

原子にラジオ波 $\boldsymbol{B}$ を照射したときの相互作用ハミルトニアン式 2.18 は，

$$\begin{aligned}\hat{H} &= -\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \boldsymbol{B} \\ &= -2\mu_B \hat{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{B} \\ &= -2\mu_B(\hat{S}_x B_x + \hat{S}_y B_y + \hat{S}_z B_z) \\ &= -2\mu_B\Big(\frac{\hat{S}_+ B_- + \hat{S}_- B_+}{2} + \hat{S}_z B_z\Big) \end{aligned} \tag{2.34}$$

と変形できる．ここで $\mu_B = 9.274 \times 10^{-24}$ Am^2 はボーア磁子，$\hat{S}_\pm = \hat{S}_x \pm i\hat{S}_y$ はスピンの昇降演算子，$B_\pm = B_x \pm iB_y$ はラジオ波の円偏光成分を表す．

よって $|F, m_F\rangle = |2, \pm 2\rangle$ から $|1, \pm 1\rangle$ への遷移モーメントは，

$$\begin{aligned}\hbar\Omega_R &= \langle 1, \pm 1| - \hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \boldsymbol{B}|2, \pm 2\rangle \\ &= \langle 1, \pm 1| - 2\mu_B\Big(\frac{\hat{S}_+ B_- + \hat{S}_- B_+}{2} + \hat{S}_z B_z\Big)|2, \pm 2\rangle \end{aligned} \tag{2.35}$$

と書ける．

$|1, \pm 1\rangle$，$|2, \pm 2\rangle$ の状態は核スピン $I = \frac{3}{2}$ と電子の全角運動量 $J = L + S = \frac{1}{2}$ の 2 つの角運動量の合成である．いま考える基底状態では $L = 0$ なので，$|F, m_F\rangle = |I, m_I\rangle\,|S, m_S\rangle$ とすると，

$$|1, \pm 1\rangle = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\,|\frac{3}{2}, \pm\frac{3}{2}\rangle\,|\frac{1}{2}, \mp\frac{1}{2}\rangle \mp \frac{1}{2}\,|\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2}\rangle\,|\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\rangle \tag{2.36}$$

$$|2, \pm 2\rangle = |\frac{3}{2}, \pm\frac{3}{2}\rangle\,|\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\rangle \tag{2.37}$$

と書ける [20]．式 (2.36) に $\hat{S}_\pm$ を作用させると，

$$\begin{aligned}\hat{S}_\pm\,|1, \pm 1\rangle &= \pm\hat{S}_\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\,|\frac{3}{2}, \pm\frac{3}{2}\rangle\,|\frac{1}{2}, \mp\frac{1}{2}\rangle \\ &= \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\,|\frac{3}{2}, \pm\frac{3}{2}\rangle\,|\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\rangle \\ &= \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\,|2, \pm 2\rangle \end{aligned} \tag{2.38}$$

となるので，

$$\begin{aligned}\langle 1, \pm 1|\hat{S}_\mp|2, \pm 2\rangle &= \langle 2, \pm 2|\hat{S}_\pm|1, \pm 1\rangle^\dagger \\ &= \pm\frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned} \tag{2.39}$$

ただし，ケットベクトルは

$$\langle 2, \pm 2 | 2, \pm 2 \rangle = 1 \tag{2.40}$$

と規格化されているものとする．また，

$$\hat{S}_{\pm} \left| 2, \pm 2 \right\rangle = 0 \tag{2.41}$$

より

$$\langle 1, \pm 1 | \hat{S}_{\pm} | 2, \pm 2 \rangle = 0 \tag{2.42}$$

である．これより，

$$\begin{aligned} \langle 1, \pm 1 | -\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \boldsymbol{B} | 2, \pm 2 \rangle &= -2\mu_B \frac{B_{\pm}}{2} \langle 1, \pm 1 | \hat{S}_{\mp} | 2, \pm 2 \rangle \\ &= \mp \sqrt{3} \mu_B \frac{B_{\pm}}{2}. \end{aligned} \tag{2.43}$$

ゆえに

$$\hbar \Omega_R = \mp \sqrt{3} \mu_B B_{\pm}. \tag{2.44}$$

符号を $B_{\pm}$ に取り込んでしまえば，

$$\hbar \Omega_R = \sqrt{3} \mu_B B_{\pm}. \tag{2.45}$$

となる．Rabi 周波数を計測できれば $\hbar$，μ_B という物理定数のみを用いて，ラジオ波の $B_{\pm} = B_x + iB_y$ 成分の強度が求めることができる．

第 3 章

実験

この章では実験内容全般について述べる．3.1 節では実験系についておおまかに述べ，3.2 節で使用する実験装置について説明する．3.3 節では実験で得られた結果を紹介する．

3.1 実験系の概要

図 3.1 に実験系の概要を示す．ファイバーから出射されたレーザー光は偏光を $\lambda/2$ 波長板と PBS(Polarizing Beam Splitter) で直線偏光に整えられ，$\lambda/4$ 波長板で円偏光にされる．2 枚のレンズはビーム径を調整し，ガラスセルの前のアイリスでビームのどの部分をどの大きさで使うかを選択する．ガラスセルの後ろのアイリスは，ガラスセルのどの空間を通った光を検出するかを選択できる．カリウム原子の量子化軸はガラスセルの両側に配置した bias coil の作る静磁場によって決定され，原子の量子化軸の向きはレーザー光の向きと一致する．ガラスセルを透過した光はフォトダイオードに当たる．フォトダイオードはカリウム原子の吸光度 (optical density) を検出し，この吸光度の時間変化が Rabi 振動の信号として観測される．Rabi 振動の信号は，ノイズの影響を減らすため，オシロスコープ内部で 128 回の計測の平均をとる．このようにして得られた Rabi 振動の信号をフィッティングをして Rabi 周波数や減衰の時定数を求める．このようなセットアップにより，ラジオ波の量子化軸と直交する成分の強度を測定できる．

ラジオ波や減衰の時定数の空間イメージを作成するときは，アンテナを動かす方法とガラスセルの後ろのアイリスを動かす方法の 2 パターンを行った．アンテナとアイリスのどちらの場合もマイクロメーターを使って量子化軸に垂直な 2 方向に動かす．

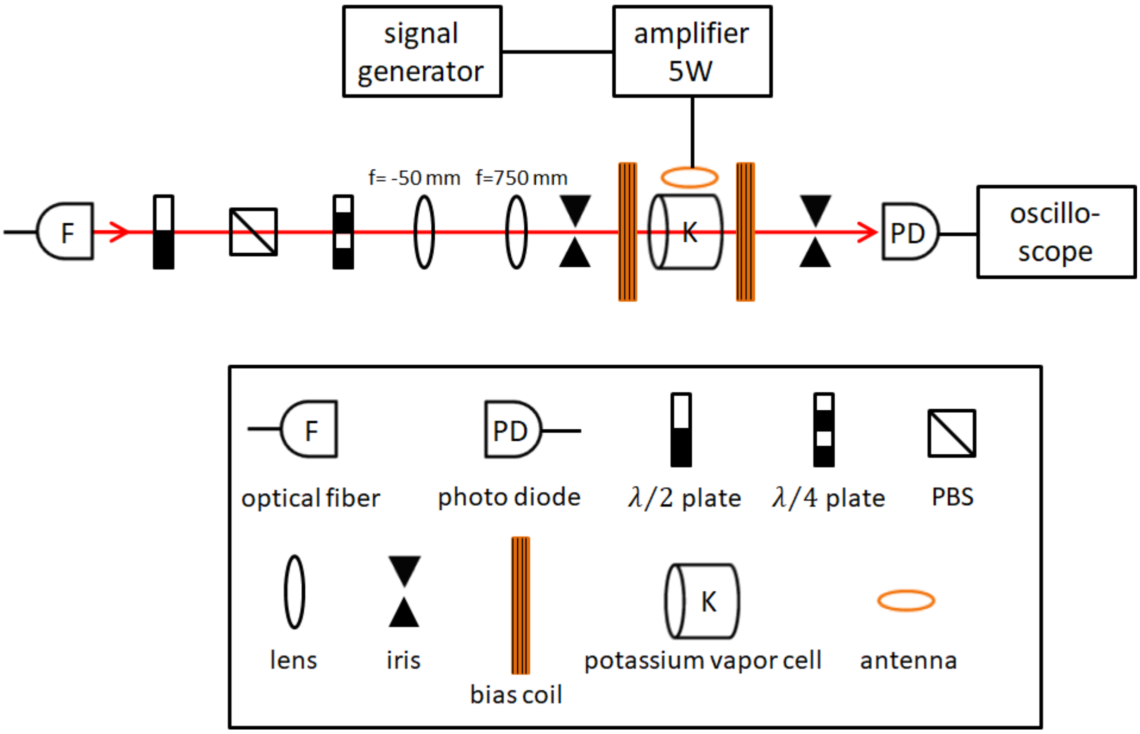

図 3.1: 実験のセットアップ

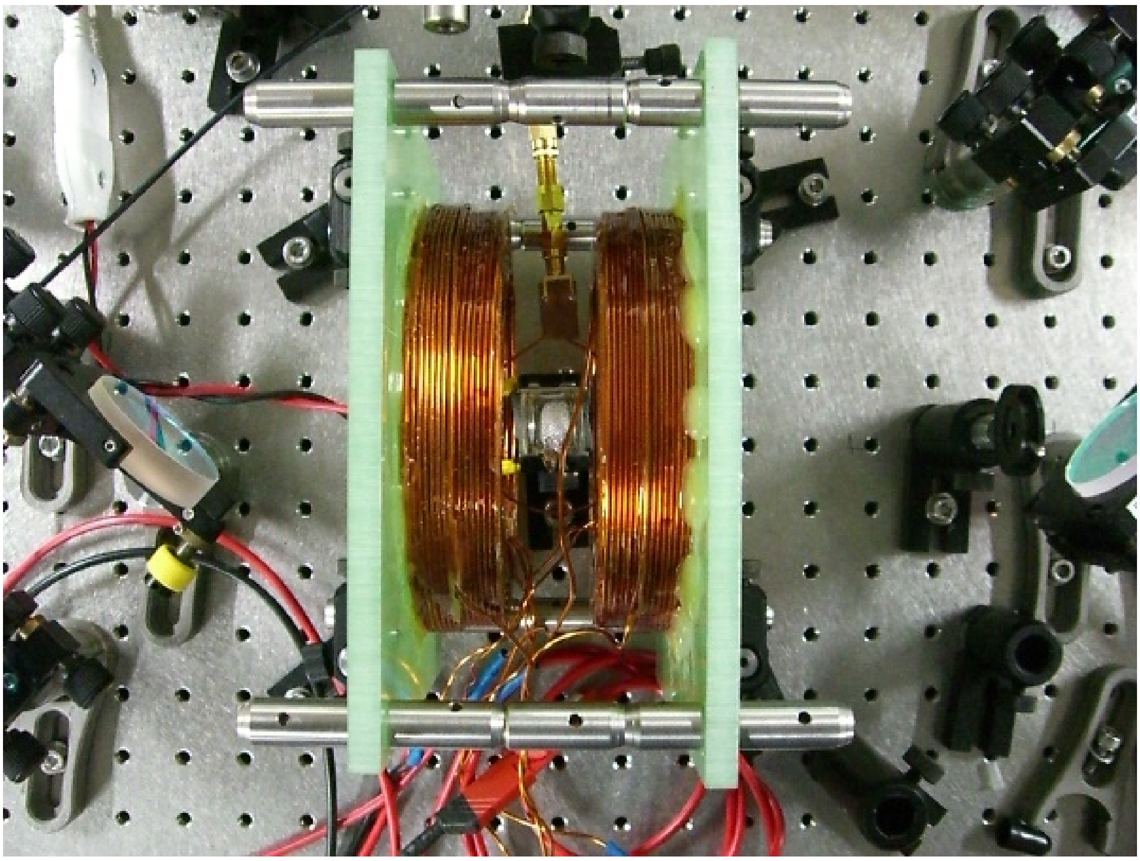

図 3.2: 実験系の写真：中央にガラスセル，ヘルムホルツコイル，共振アンテナがある．

3.1.1 フィッティングに用いる式

フィッティングに用いる式について説明する．先行研究では式 (2.33) を使ってフィッティングをしている [6]．改めて書き直すと，

$$|c_1(t)|^2 = a - be^{-\frac{t}{\tau_1}} + ce^{-\frac{t}{\tau_2}} \sin\bigl(Wt + \phi\bigr). \tag{3.1}$$

本研究のフィッティングに用いる式には，式 (3.1) に修正を加えたものを使う．本研究では時間 t の原点が定まっていないので，$t \to t - t_0$ と時間の原点をずらす．時間の原点 t_0 もフィッティングパラメーターにする．実験では $|2,2\rangle$ にポンピングしていて $|c_1(t=0)=0|^2$ という初期条件なので $\phi = -\pi/2$ とする．ラジオ波の離調 δ は無いものとして $W = \Omega_R$．これより，本研究のフィッティングには以下の式を用いる．

$$a - be^{-\frac{t-t_0}{\tau_1}} + ce^{-\frac{t-t_0}{\tau_2}} \sin\bigl(\Omega_R(t-t_0) - \frac{\pi}{2}\bigr). \tag{3.2}$$

この式の中で，a，b，c，Ω_R，τ_1，τ_2，t_0 がフィッティングパラメーターとなる．a，t_0 以外のパラメーターは正の値をとる．実験の条件によっては，式 (3.2) の第 2 項は第 3 項と比べて無視できるほど十分に小さくなるときがある．そのようなときにフィッティングを試みると，各パラメーターの誤差が異常に大きくなったり，フィッティングがうまくできなかったりする．そのため，第 2 項が十分に小さいときは第 2 項を省いてフィッティングをする．

3.2 実験装置

3.2.1 共振アンテナ

本研究で測定するラジオ波は，自作のアンテナから照射する．アンテナは強いラジオ波が照射できるようにするために共振アンテナにした．まず有名な共振回路である RLC 直列共振回路について説明をする．次に RLC 直列共振回路をアレンジして実際に使用した共振回路について説明をする．

RLC 直列共振回路

RLC 直列共振回路はその名の通り，抵抗 R，インダクタ L，コンデンサー C を直列につないだ回路である (図 3.3)．共振回路は共鳴周波数と呼ばれる特定の周波数を持つ電流をよく流す特性を持つ．

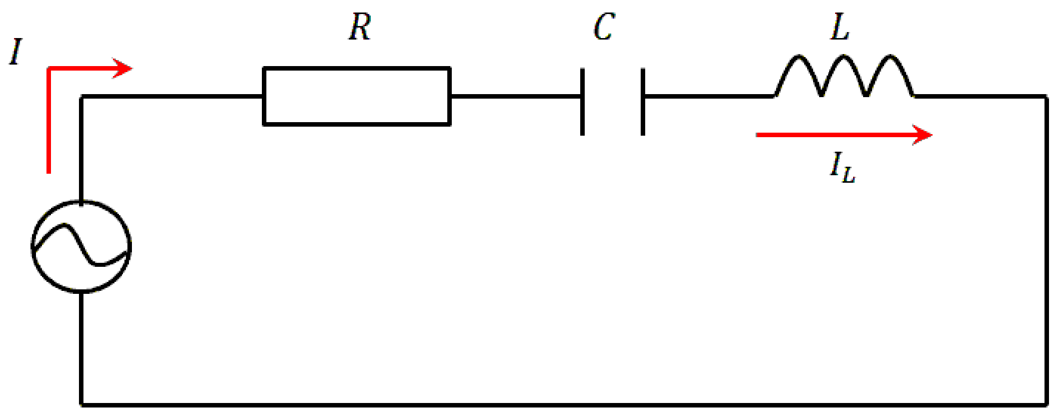

図 3.3: RLC 共振直列回路：L と C の順番が本文中と入れ替わっているが，回路の特性は同じである．

この回路全体のインピーダンスは

$$\begin{aligned} Z &= R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} \\ &= R + \frac{1-\omega^2 LC}{i\omega C}. \end{aligned} \tag{3.3}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \frac{(1-\omega^2 LC)^2}{(\omega C)^2}}. \tag{3.4}$$

インピーダンスが最小となるのは，$(1-\omega_0^2 LC)^2 = 0$，すなわち

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{3.5}$$

のときであり，この ω_0 が共鳴周波数である．また，L に流れる電流は

$$I_L = I \tag{3.6}$$

である．

C が 2 つある共振回路

アンテナに流れる電流が大きくなれば，より強いラジオ波を生み出すことができる．実験で使用した共振回路は，前節で紹介した RLC 直列共振回路にアレンジを加え，より多くの電流がアンテナに流れるように作成した．

図 3.4 に作製した共振アンテナの回路図を示す．この回路は前節で紹介した RLC 直列共振回路に，新たな C を L と並列に付け加えてある．ラジオ波はループアンテナ L から照射される．

図 3.4 の回路の共鳴周波数とその周波数のときにループアンテナに流れる電流値を求める．回路全体のインピーダンスは

$$\begin{aligned} Z &= R + \frac{1}{i\omega C_1} + (\frac{1}{i\omega L} + i\omega C_2)^{-1} \\ &= R + \frac{1-\omega^2 L(C_1+C_2)}{i\omega C_1(1-\omega^2 LC_2)}. \end{aligned} \tag{3.7}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \frac{\left(1-\omega^2 L(C_1+C_2)\right)^2}{\omega^2 C_1^2 (1-\omega^2 LC_2)^2}}. \tag{3.8}$$

$|Z|$ が最小となるのは，$\left(1-\omega_0^2 L(C_1+C_2)\right)^2 = 0$，すなわち

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L(C_1+C_2)}} \tag{3.9}$$

のときである．この ω_0 がこの回路の共鳴周波数である．周波数が ω_0 のときにループアンテナに流れる電流は

$$\begin{aligned} I_L &= \frac{V_L}{i\omega_0 L} \\ &= \frac{1}{1-\omega_0^2 LC_2} I \\ &= \frac{C_1+C_2}{C_1} I \end{aligned} \tag{3.10}$$

である．ここで V_L はループアンテナの両端の電位差を表す．RLC 直列共振回路では，L に流れる電流は I であったが，C_2 を取り付けることで L に流れる電流が I の $\frac{C_1+C_2}{C_1}$ 倍となり，より強いラジオ波を出すことができるようになる．

共振回路の浮遊容量

ラジオ波のような高周波領域では，実際に回路を作製すると，回路図には書かれていない静電容量が回路に付いてしまうことがある [22]．この静電容量は浮遊容量や寄生容量などと呼ばれる．浮遊容量の存在は，共振回路の共鳴周波数がずれる原因となる．

浮遊容量 C_0 が存在しているとき，図 3.4 の共振回路の共鳴周波数は

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L(C_1+C_2+C_0)}} \tag{3.11}$$

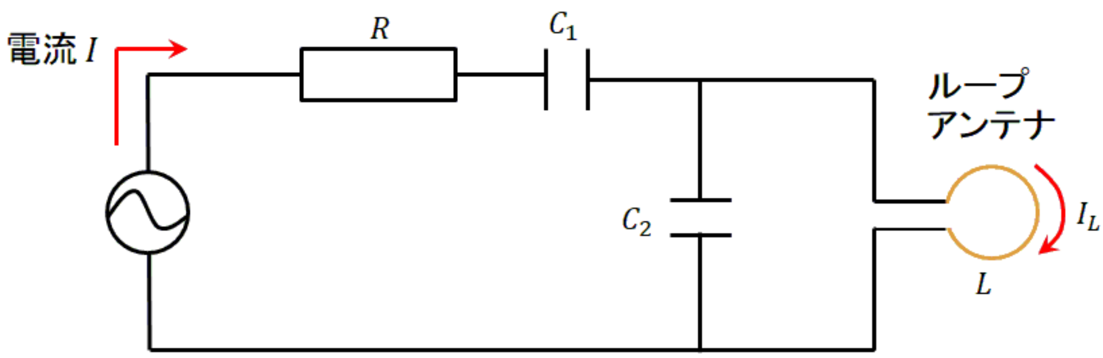

図 3.4: 共振アンテナの回路図：ループアンテナの部分からラジオ波が照射される．

にずれる．

浮遊容量は主にループアンテナの根本のツイスト部分に生まれ，ツイストが長いほど浮遊容量が大きくなる．ループ部分の半径が同じでツイスト部分の長さ l の異なるアンテナを作製し (図 3.5)，共振回路のアンテナ部分だけを付け替えたときに，共振回路の共鳴周波数がどう変化するのかを調べた．表 3.1 にループアンテナのツイストの長さ l と共鳴周波数 $\omega_0/2\pi$ の値を示す．ツイストが長くなるほど浮遊容量 C_0 が大きくなり，式 (3.11) に従い共鳴周波数が小さくなることが確かめられた．

また，回路の基板に銅基板を使ったときと比べてユニバーサル基板を使ったときはのほうが浮遊容量は大きくなる．

表 3.1: ループアンテナのツイストの長さと回路の共鳴周波数の関係

ツイスト長さ l [mm]	共鳴周波数 $\omega_0/2\pi$ [MHz]
18	537
59	330
110	224

ループアンテナのインダクタンス

一般にインダクタの自己インダクタンス L の大きさはその形によって決まる．ループアンテナの場合は次の式で L が求まる [23]．

$$L = a\mu_0\left(\ln\frac{8a}{r} - 2\right). \tag{3.12}$$

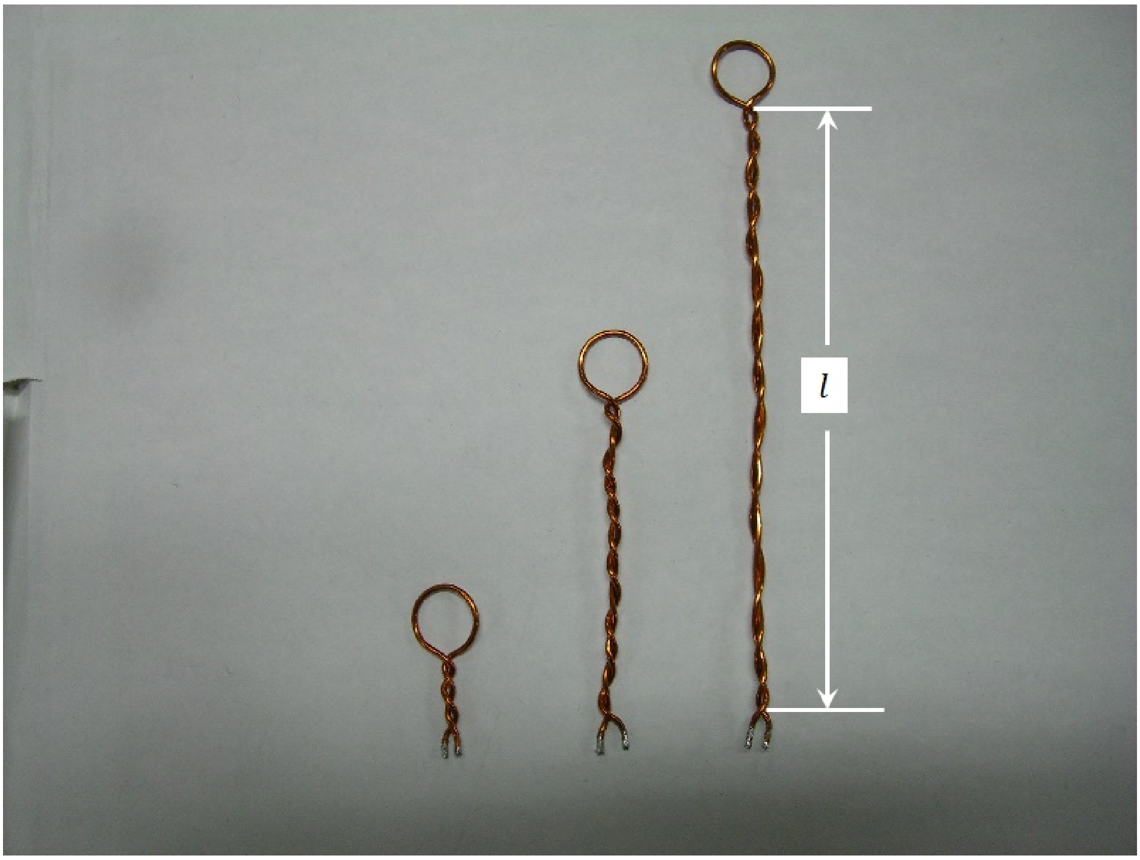

図 3.5: ツイストの長さ l の異なるループアンテナ

ここで μ_0 は真空の透磁率，r は導線の半径，a はループアンテナの半径，μ は導線の透磁率を表す．

ループアンテナの径が大きくなると L も大きくなり，式 (3.11) より，共振アンテナの共鳴周波数が低くなる．ループアンテナの径によっては，浮遊容量が存在して，欲しい共鳴周波数の共振アンテナを作ることが困難な場合がある．

ループアンテナの全長をループ内に流れる交流電流の波長の半波長の偶数倍付近にすると共振し，奇数倍付近だと半共振する．ラジオ波の波長は数 10 cm〜数 m であり，ループアンテナの全長 ($2\pi a$) をラジオ波の半波長に合わせると式 (3.12) より L が大きくなりすぎてしまい，共振回路の共鳴周波数をラジオ波領域にするのが困難になる．実験に用いたループアンテナの全長は数 10 mm〜数 100 mm で作製した．

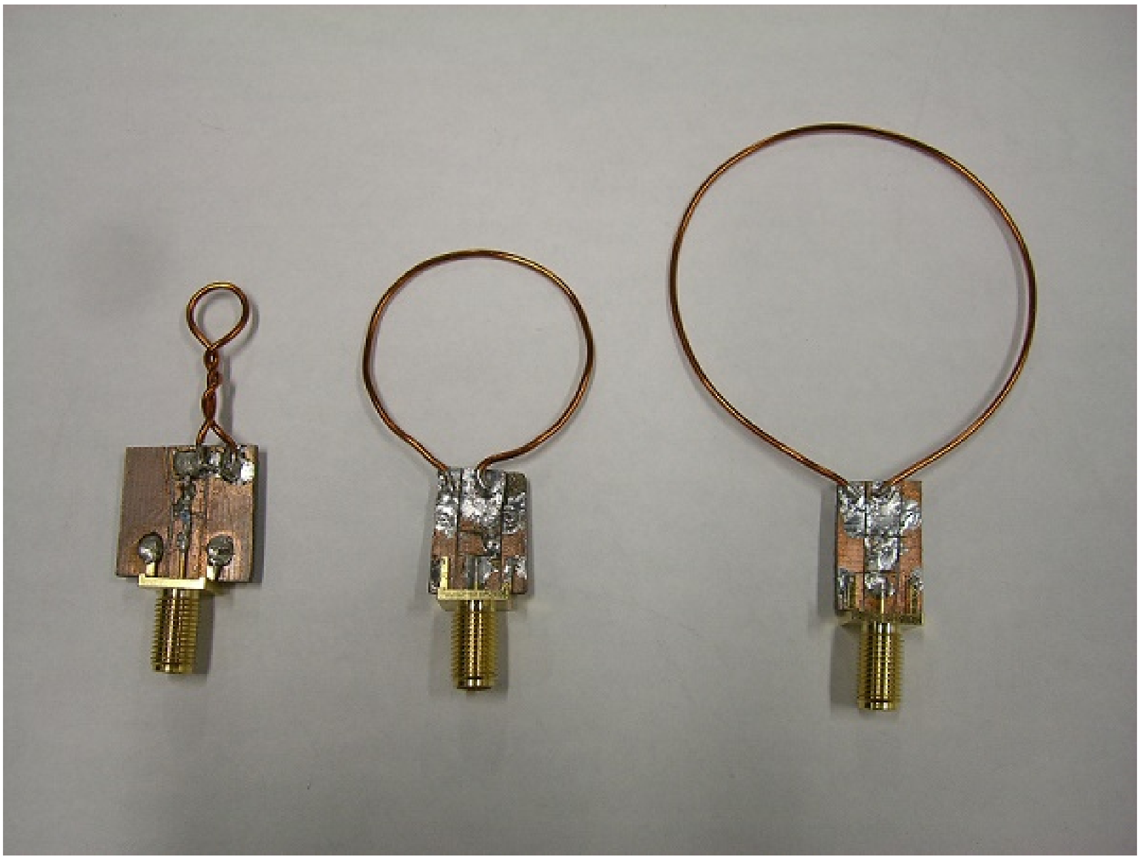

図 3.6: 作製した RF アンテナ：ループアンテナの直径は左から 7 mm，31 mm，52 mm となっている．

作製した RF アンテナ

実際に作製した RF アンテナを図 3.6 に示す．浮遊容量を抑えるため，銅基板上にチップの素子を使って回路を作った．ラジオ波源とは SMA コネクターでつなぐ．いずれのアンテナでも $R = 51\ \Omega$，$C_1 = 0.5$ pF を使い，C_2 は共鳴周波数がラジオ波領域に収まるように，ループアンテナの L の大きさに合わせて変えた．表 3.2 に作成したループアンテナの直径と C_2，ω_0 の関係を示す．直径が 31 mm と 52 mm のアンテナはラジオ波領域で共振を取るため，C_2 を取り付けず RLC 直列共振回路にした．

3.2.2　円形電流の作る磁場

円形電流から発生する磁場の大きさを計算する．

表 3.2: 作製した共振回路のループアンテナの直径と C_2，ω_0 の値

ループアンテナの直径 [mm]	C_2 [pF]	共鳴周波数 $\omega_0/2\pi$ [MHz]
7	8	348±1
31	なし	323±1
52	なし	254±1

電流素片 $d\boldsymbol{I} = Id\boldsymbol{s}$ が r 離れた場所に作る静磁場は次のビオ・サバールの法則で与えられる [24].

$$d\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0 I d\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{r}}{4\pi r^3}. \tag{3.13}$$

ここで μ_0 は真空の透磁率である．

円形電流 (半径 a) を考えた場合，式 (3.13) を完全に解くのは数学的に容易ではない．円形電流から十分離れて $r \gg a$ という条件が成り立つときには近似的に解くことはできるが，本研究ではこの近似の条件が成り立たない．しかし，円形電流の中心軸上の磁場に限っては近似を使わなくても解析的に解くことができる．円形電流の中心軸方向に z 軸を取ると，対称性から磁場は z 軸上で z 成分のみを持ち，その大きさは次の式で求まる．

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}. \tag{3.14}$$

ループアンテナから照射されるラジオ波は静磁場ではないため，この式の通りに従うわけではない (電流が交流のときの補正は付録 D 参照)．しかし，この式に近い強度変化をしているかどうかを観測して調べてみようと考えた．

3.2.3　ヘルムホルツコイル

カリウム原子には量子化軸を決定するための静磁場を印加する．印加する静磁場は巻き数と半径が等しい 2 つのコイルを用いて作る．2 つのコイルによって作られる磁場と磁場勾配を以下で求める．

巻き数 n のコイルが中心軸上に作る磁場は，前節で求めた式 (3.14) に n をかけて，

$$B_z(z) = \frac{n\mu_0 I a^2}{2(a^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}. \tag{3.15}$$

で求まる．$z = \pm\frac{a}{2}$ の 2 か所に同じ形のコイルを配置したとする．この配置をヘルムホルツ配置という．そのときに作られる磁場は 2 つのコイルが作る磁場の重ね合わ

せで

$$B(z) = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + \left(z - \frac{a}{2})^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\mu_0 I' a^2}{2(a^2 + \left(z + \frac{a}{2})^2\right)^{\frac{3}{2}}}. \tag{3.16}$$

2 つのコイルの中間付近での磁場と磁場勾配は $z = 0$ 周りでテイラー展開するとそれぞれ

$$B(z) = \frac{\mu_0 n}{2a}\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}}\left[(I + I') + \frac{6}{5}(I - I')\frac{z}{a}\right] + O(z^3) \tag{3.17}$$

と

$$\frac{dB(z)}{dz} = \frac{\mu_0 n}{2a}\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{6}{5}(I - I')\frac{1}{a} + O(z^2) \tag{3.18}$$

と求まる．$B(z)$ の z についての 2 次の項は $I - I'$ に依らずに消える．

式 (3.17)，(3.18) より，$z = 0$ では $I + I'$ で磁場が，$I - I'$ で磁場勾配が決定できるとわかる．$I + I'$ と $I - I'$ はそれぞれ独立に決定できるので，磁場と磁場勾配は任意に決められる．特に $I = I'$ のときは磁場は z についての 1 次から 3 次までの項が消えて 4 次以降の項だけが残る．また，$z = 0$ で磁場勾配がゼロとなり，磁場が空間的に均一に近くなる．

実験では $a = 56$ mm，$n = 240$ のコイルを使用した．このコイルに $I = I'$ の電流を流したときに作られる静磁場をホールプローブで測定し，それが式 (3.17) に従っているかを確認した．$z = 0$ の位置にホールプローブを固定し，コイルに流す電流を変えながら静磁場を測った．電流は 2 つのコイルに直列で流した．その結果を図 3.8 に示す．式 (3.17) から計算で求まる電流の増加量に対する静磁場の増加量 $p = 19.4$ G/A に一致した．

実際で用いたコイルには厚みがあるため，半径 a や 2 つのコイルの間隔を正確には決定できない．そのため 2 つのコイルをヘルムホルツ配置にしたつもりでも，コイルの間隔は a からずれている．上で計算するときの半径 $a = 56$ mm という値は内径 45 mm と外径 66 mm の平均で決めた．

3.2.4　レーザー光源

レーザー光には自作の IFLD(Interference-Filter-stabilized external cavity Diode Laser) を用いる．このレーザーから出力される光の強度は数 10 mW，線幅は 14 ± 2 kHz で [21]，^{39}K の基底状態の超微細構造間隔 (461.7 MHz) より十分に狭い．光の波長は $^2S_{1/2}$ の $|1, \pm 1\rangle$ から $^2P_{1/2}$ の $|2, \pm 2\rangle$ への遷移波長 (D1 線，770.108 nm) に合わせる．

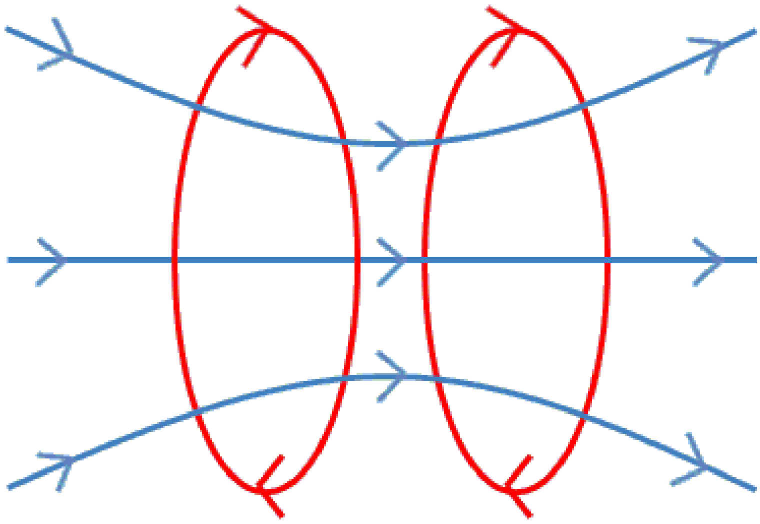

図 3.7: ヘルムホルツコイルが作る磁場

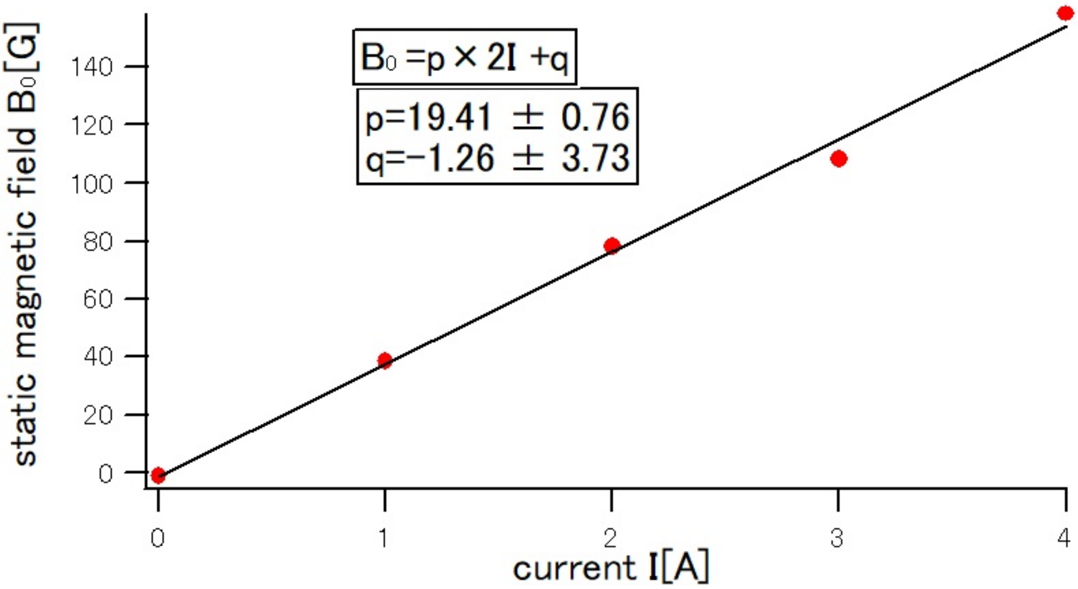

図 3.8: 実験で用いたヘルムホルツコイルに流す電流と作られる静磁場の関係

3.2.5 ラジオ波源 (シグナルジェネレーター)

ラジオ波の波源となるシグナルジェネレーターには Rohde & Schwarz 社の SMC100A を用いた．ラジオ波は常に出力したままにするのではなく，シグナルジェネレーターの振幅変調機能を用いて，Rabi 振動の周期より十分に長いパルス状にして一定の時間間隔で出力する．

ラジオ波には立ち上がりが十分早くなおかつ強度が時間的に一定という性能が求められる．観測する Rabi 振動の周期は早いもので 1 μs 程度なので，ラジオ波の立ち上がりは数 100 ns 以下であれば十分早いといえる．図 3.9，3.10 にシグナルジェネレーターからオシロスコープに直接入力して得たラジオ波 (450 MHz) の概形を示す．この測定には Rohde & Schwarz 社の RTO 1024 というオシロスコープを使用した．通常のオシロスコープの帯域は 100 MHz 前後だが，このオシロスコープの帯域は 2 GHz なのでラジオ波でも測定できる．図 3.9，3.10 では表示の関係で細かい振動はつぶれてしまっているが，データ上ではラジオ波の波形が測定できている．パルスの長さは 100 μs でシグナルジェネレーターでの出力レベルは 0 dBm である．ラジオ波の立ち上がりは 100 ns 程度で十分に早く，強度も時間的に一定で必要な条件を満たしている．

パルス状のラジオ波を作る方法は上述のシグナルジェネレーターの振幅変調機能を用いるほかに，ミキサーを使った方法と RF スイッチを使った方法もある．この 2 つの方法で作られるラジオ波についても調べた．この 2 つの方法では，ラジオ波は内部変調機能は使わずシグナルジェネレーターから連続的に出し続け，別の信号源から矩形波を出力し，ラジオ波と矩形波をミキサーあるいは RF スイッチで混ぜてパルス状にする．それぞれの装置を使って得られた波形を図 3.11，3.12 に示す．どちらの装置を使った場合でも立ち上がり時間は 100 ns 程度で十分早いが強度が安定していない．そのため以後の実験では，ラジオ波は上述のシグナルジェネレーターの内部変調機能でパルス状にする方法を用いることにした．

3.2.6 ガラスセルを乗せる台と加熱用ヒーター

ガラスセルを乗せるための台は自作した (図 3.13，設計図は付録 A を参照)．本実験に取り掛かかった初めのころガラスセルはリボンヒーターを巻いて温めていたが，リボンヒーターの厚さの分だけアンテナをガラスセルに近付けられなくなるためヒーターを台に付けて温めることにした．台にはヒーター抵抗 (Isabellenhütte 社の PBH 1Ω) を 2 つ取り付けていて，ヒーターに流す電流でガラスセルの温度を調節できるようになっている．このヒーター抵抗の定格電力は 1 個あたり 10 W なので，電流は 3 A くらいまでなら安全に流せるが，ガラスセルはパイレックスガラスでできているので高温でも耐えられるはずだが，高温になりすぎると茶色く変色した．

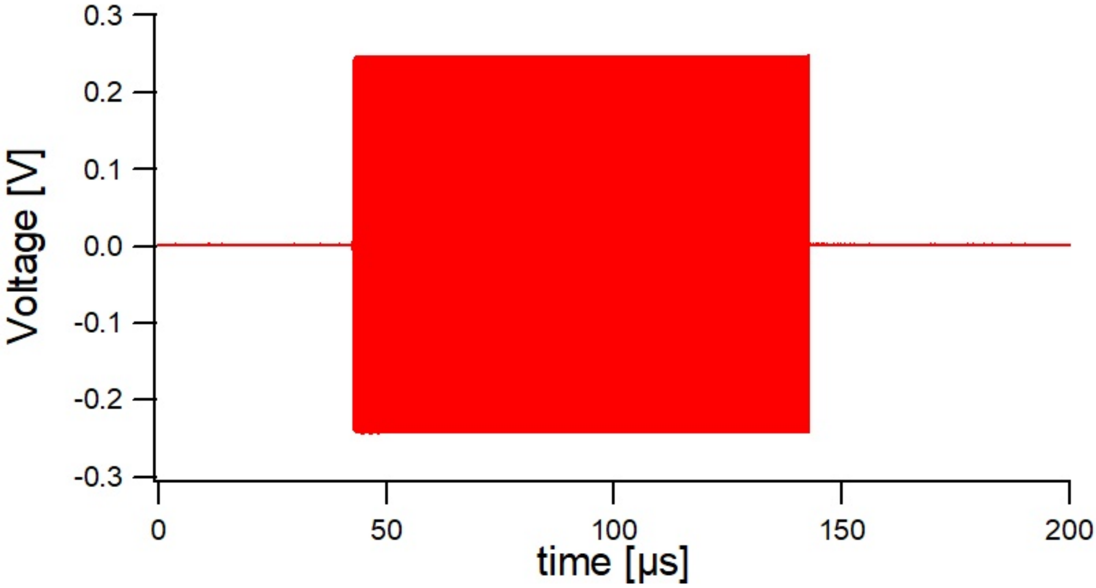

図 3.9: シグナルジェネレーターから出力される RF の概形

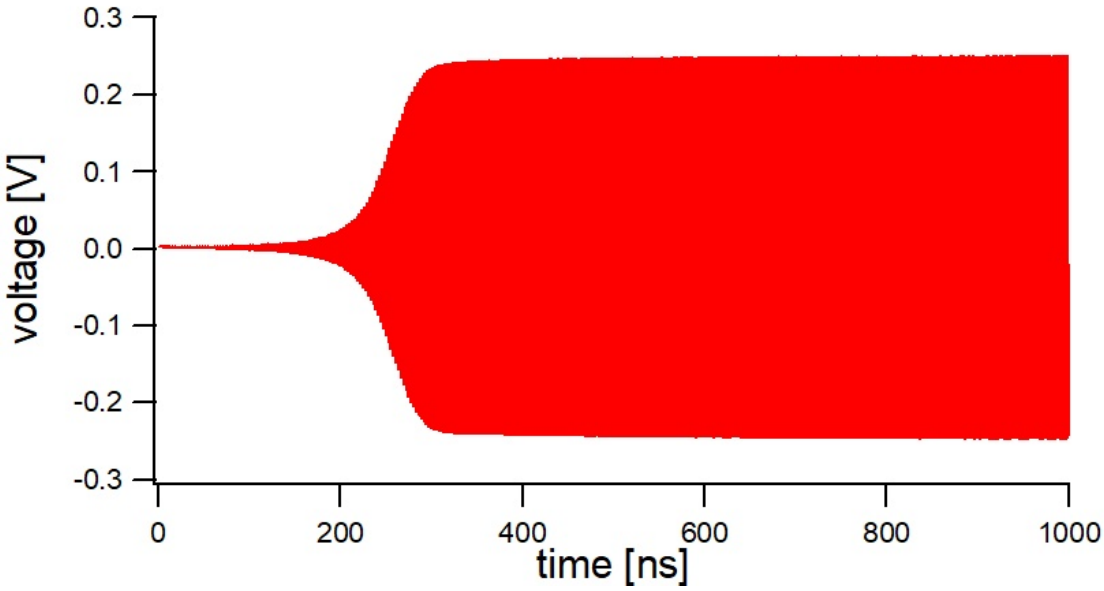

図 3.10: 図 3.9 の RF の立ち上がり部分を拡大した図

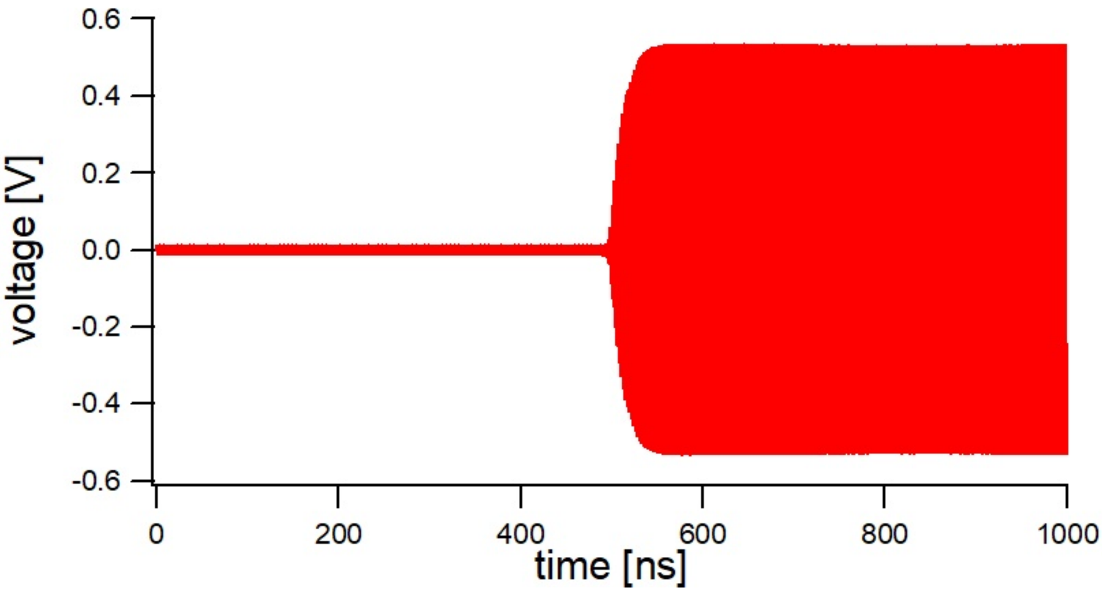

図 3.11: ミキサーでパルス状にしたラジオ波

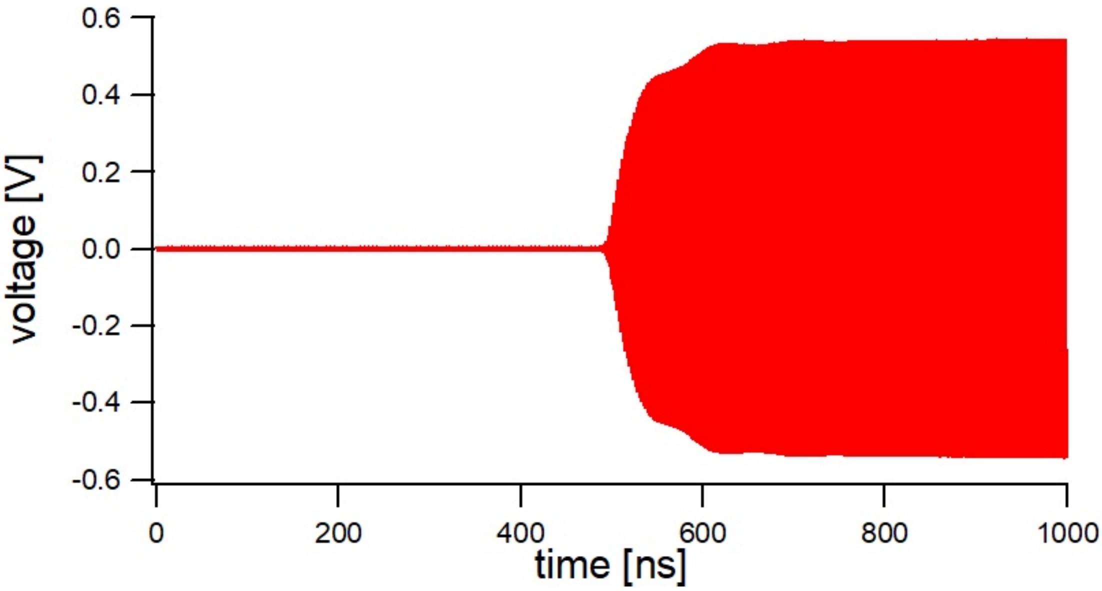

図 3.12: RF スイッチでパルス状にしたラジオ波

この変色の理由は不明である．またヒーターと導線は半田で接続しているが，半田は 180 ℃ 付近で融けてしまう．そのため安全を考慮してヒーターに流す電流は 2.5 A(130 ℃) くらいまでに留めるようにした．

台とガラスセルの間に熱電対を挟み，ヒーターに流す電流とガラスセルの温度との関係を調べた．その結果を図 3.14 に示す．台の温度は電流の 2 乗でおよそ変化している．実験中のガラスセルの温度は，ヒーターに流す電流の大きさから，図 3.14 中に書かれた式を用いて求める．こうして求める温度はガラスセルの台と接している部分の温度であり，ガラスセルの台に接していない面や内部の温度はそれよりも低い．

ガラスセルの上側は下側よりも温度が低いため，ガラスセル中で気化したカリウムが張り付きやすい．ガラスセルの端面に張り付いたカリウムは入射する光を反射して実験を妨げる原因となる．また，ガラスセルの上側に張り付いたカリウムはそれ自身が金属の塊であるため，RF アンテナに作用してアンテナの回路の特性 (L や C_0) を変える可能性がある．よってこれらの張り付いたカリウムは除去する必要がある (付録 B).

3.3　Rabi 振動の観測とイメージングの作成

3.3.1　Rabi 振動とそのフィッティング

図 3.15 に得られた Rabi 振動の信号の一例を示す．図の縦軸の voltage はは光の吸光度 (optical density) に対応している．この信号を得た測定は図 3.6 の直径 7 mm のアンテナを用い，ラジオ波の周波数 361 MHz，静磁場 50 G，温度 80 ℃ という条件で行った．赤線が観測データ，青線がそれをフィッティングした結果を表す．フィッティングの結果，各パラメーターの値は

$$\begin{aligned}
a &= 175.0 \pm 0.1 \text{ mV} \\
b &= 47.7 \pm 0.1 \text{ mV} \\
c &= 124.9 \pm 0.2 \text{ mV} \\
\Omega_R &= 2\pi \times (1.397 \pm 0.001) \text{ MHz} \\
\tau_1 &= 1.48 \pm 0.01\ \mu\text{s} \\
\tau_2 &= 0.558 \pm 0.001\ \mu\text{s} \\
t_0 &= 0.2269 \pm 0.0003\ \mu\text{s}
\end{aligned}$$

と求まった．このときのラジオ波の強度は式 (3.17) より，$B_- = 576.3 \pm 0.4$ mG と計算される．

また図 3.16 は，式 (3.2) の第 2 項が十分に小さい ($b \ll c$) ときの Rabi 振動の様子

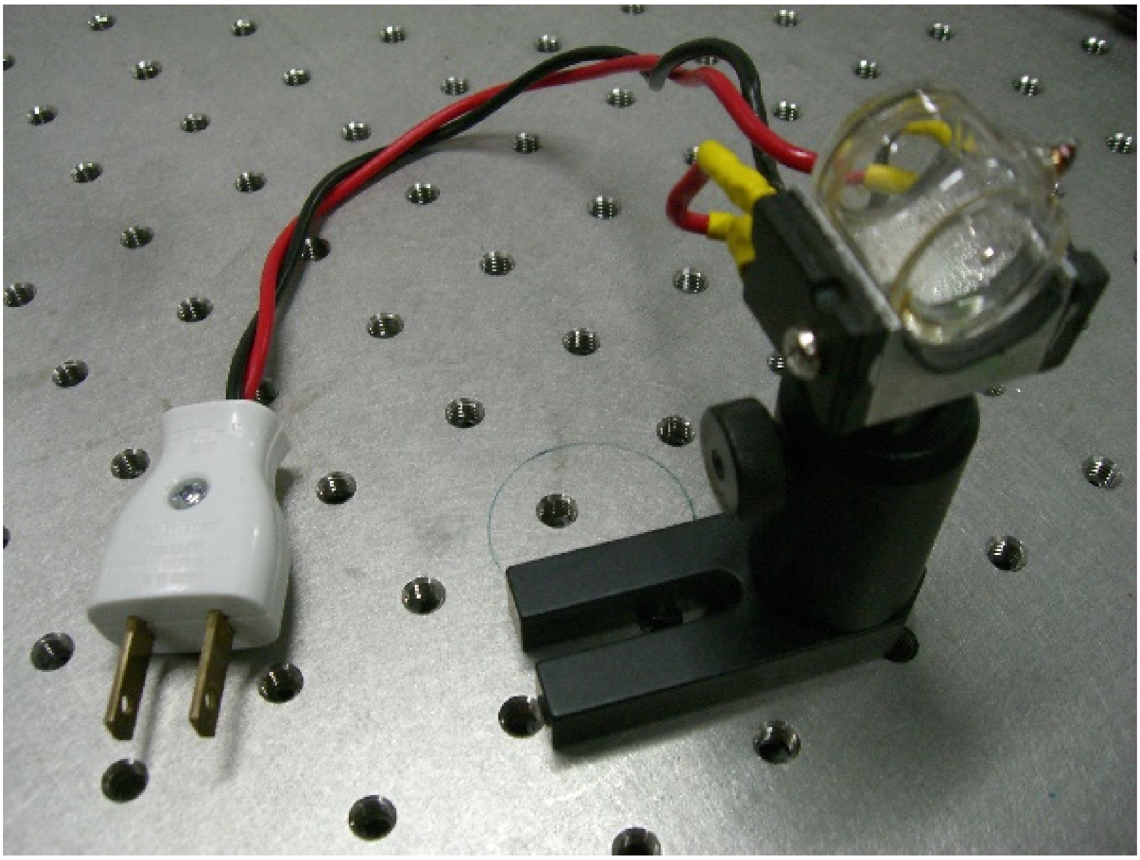

図 3.13: ガラスセルを乗せる台

で，第 2 項を無視をしてフィッティングした．b は c より 3 桁以上小さい．第 2 項が無くてもよくフィッティングができている．このフィッティングによる各パラメータの値は

$$\begin{aligned}
a &= 37.66 \pm 0.01 \text{ mV} \\
c &= 30.43 \pm 0.09 \text{ mV} \\
\Omega_R &= 2\pi \times (242.88 \pm 0.08) \text{ kHz} \\
\tau_2 &= 6.79 \pm 0.02 \ \mu\text{s} \\
t_0 &= -1.862 \pm 0.002 \ \mu\text{s}
\end{aligned}$$

と求まった．

ラジオ波の周波数は図 2.2 のように静磁場を制御しゼーマンシフトの大きさを変えることで，251 MHz〜608 MHz のラジオ波を観測できた．測定できたラジオ波の

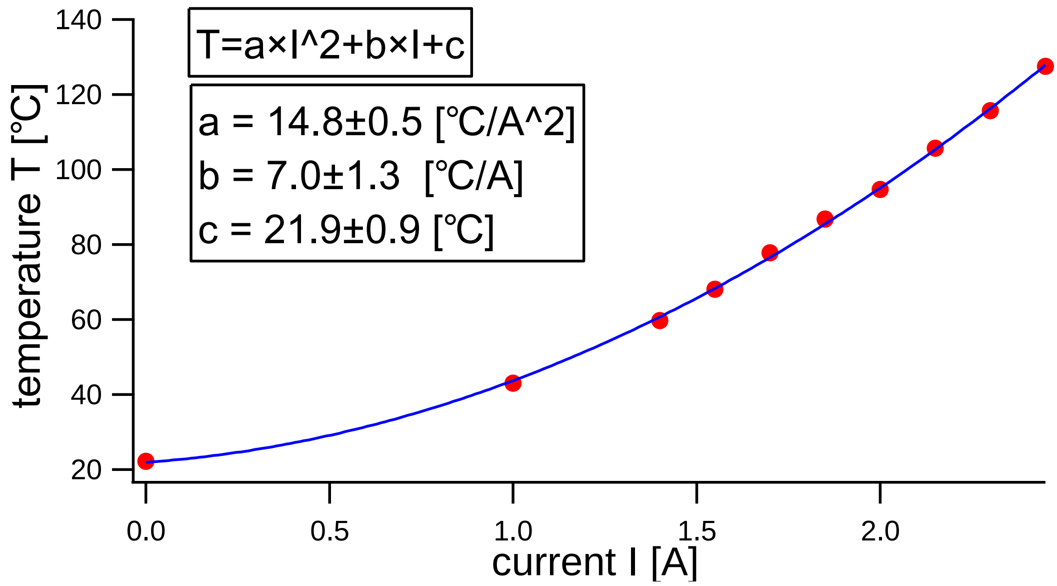

図 3.14: ヒーターに流す電流と台の温度との関係

周波数範囲は作製したアンテナの共鳴周波数の都合から上記の範囲に収まったが，適当なアンテナを用意できればより広い周波数範囲のラジオ波を測定できると期待される．

3.3.2 アンテナを動かしたイメージング

ラジオ波強度の空間イメージの作成は，アンテナをマイクロメーターで 1 mm ずつ動かして行った．アンテナを動かしたときに得られる Rabi 振動の信号からラジオ波強度を求め，その値をつなぎ合わせてイメージを作った．このようにして作成したアンテナから照射されるラジオ波のイメージを図 3.17 に示す．1 マスの大きさは 1mm × 1mm で，画素数は 26 × 10 である．アンテナとイメージは 7 mm 程度離れている．この間隔はガラスセルに厚さがあるため生じる．

図 3.17 ではラジオ波はループアンテナに近い場所ほど強いということが確認できる．またイメージの右上の部分ではその左側よりも少し強いラジオ波が観測されている．これはループアンテナの導線と基板との隙間から出ているラジオ波が出ていることの現れである．

アンテナの中心軸上でのラジオ波強度

ループアンテナの中心軸上の振動磁場が式 (3.14) に近い形をしているかを確かめた．データは図 3.17 を作成したときのものを用いた．図 3.18 にその結果を示す．式

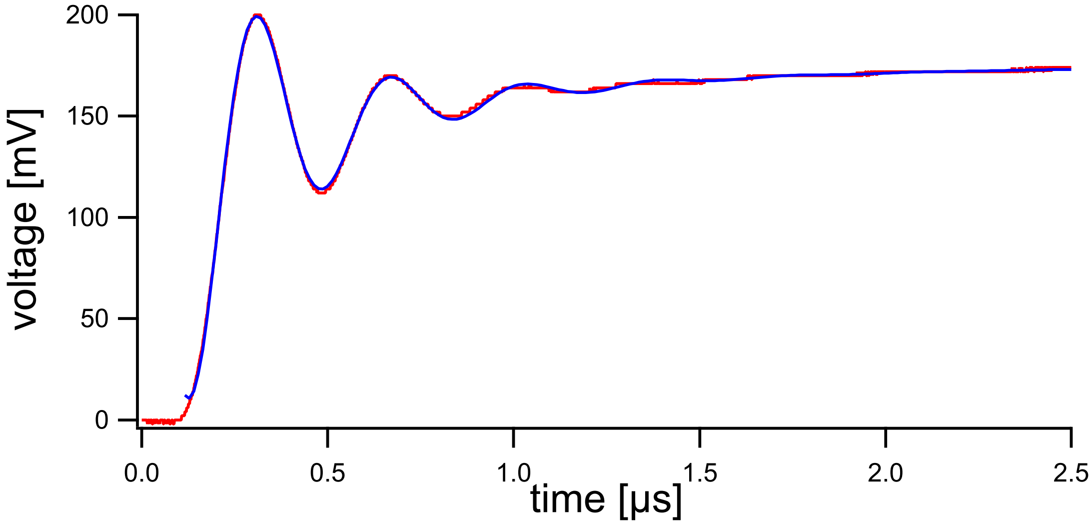

図 3.15: Rabi 振動の一例

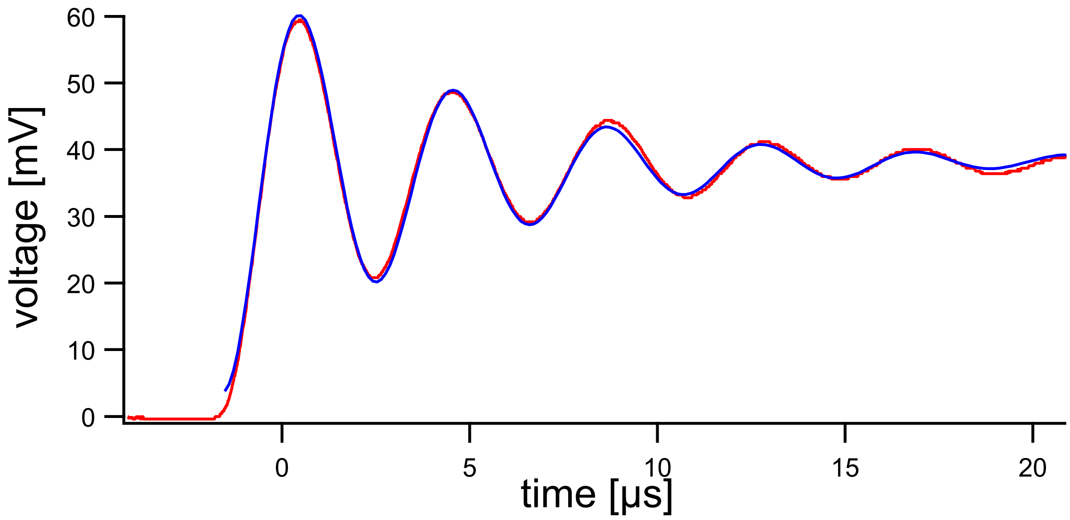

図 3.16: 第 2 項が小さい Rabi 振動の一例

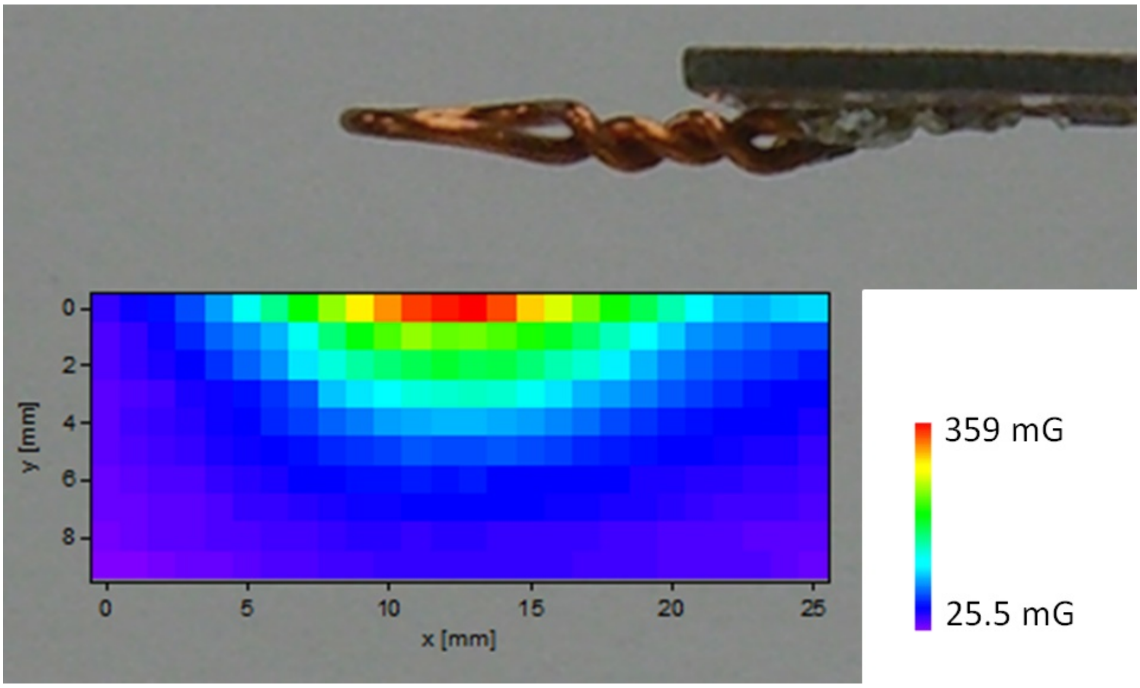

図 3.17: アンテナから照射されるラジオ波の空間イメージ
アンテナの直径は 7 mm.

(3.14) の式によくフィットしている．また，ループアンテナのある位置 z_0 も実験条件と一致している．よって磁場が交流電流によって作られた場合でもビオ・サバールの法則にある程度従っていると考えられる．

3.3.3 アイリスを動かしたイメージング

図 3.19 にアイリスを動かして作成した原子の章動周波数の空間イメージを示す．動かしたアイリスは図 3.1 のガラスセルの右側のアイリスである．また図 3.20 に Rabi 振動の減衰の時定数の空間イメージを示す．どちらの図も 1 マスの大きさは 1 mm×1 mm で図の上側にアンテナがある．アンテナは障害物に当たらない限りどこまでも動かせるが，アイリスの動かせる範囲はビームかセルの大きさで限界が決まる．そのためアンテナを動かすほうがイメージできる範囲は広い．

図 3.19 では Rabi 周波数が空間的にまばらになっていて，図 3.17 ほどきれいなイメージになっていない．これはヘルムホルツコイルの不均一性が原因である．ヘルムホルツコイルで作った静磁場は空間的に均一に近いとは言われるものの完全な一様ではない．よって原子が存在する位置によって感じる静磁場の強さや向きがわずかに違ってくるため，原子のゼーマンシフトの大きさが空間変化する．結果として，

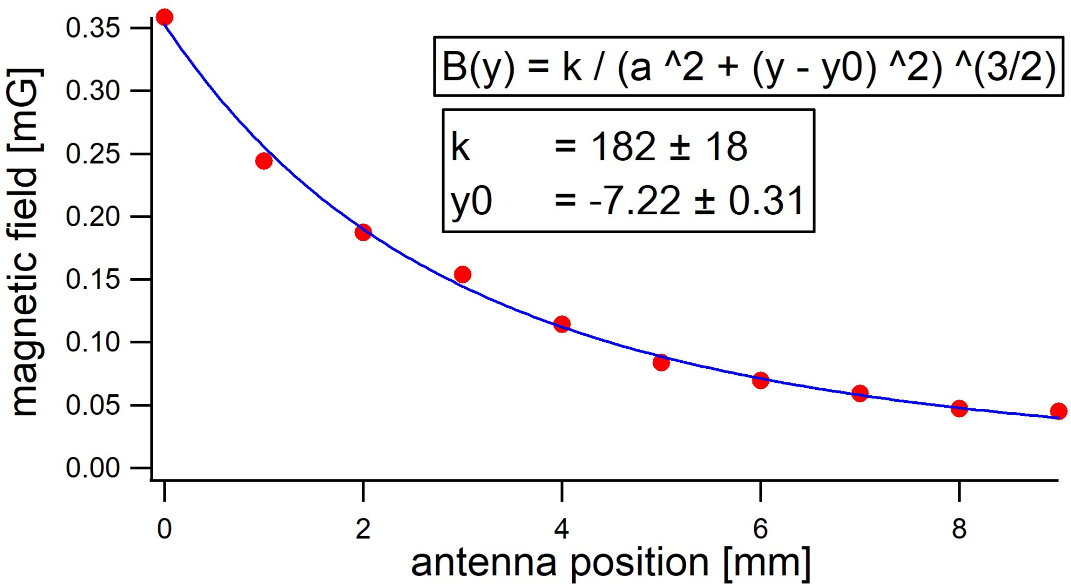

図 3.18: ループアンテナの中心軸上の磁場強度：フィッティングではループアンテナの半径 a は 3.5 mm で固定した

原子は存在する位置によっては離調が付いたラジオ波を感じることになる．そのため図 3.19 が表しているのはラジオ波強度あるいは Rabi 周波数の空間イメージではなく，章動周波数 $W = \sqrt{\Omega_R^2 + \delta^2}$ の空間イメージとなる．

ヘルムホルツコイルの中心軸上から x もしくは y 方向に 5 mm ずれた位置で静磁場はどの程度変わるのかを概算する．x，y 方向の磁場の式は具体的に求まらない．そこで x，y 方向の磁場勾配は z と同じオーダーだと仮定する．ヘルムホルツコイルの磁場勾配は，式 (3.16) から

$$\frac{dB(z)}{dz} = -\frac{3\mu_0 n I a^2}{2}\left[\frac{z-\frac{a}{2}}{(a^2+(z-\frac{a}{2})^2)^{5/2}} + \frac{z+\frac{a}{2}}{(a^2+(z+\frac{a}{2})^2)^{5/2}}\right] \tag{3.19}$$

となる．測定のときの電流 $I = 1.33$ A だったのでこの値を用いると，

$$\begin{aligned}\Delta B &= \frac{dB(z = 5\ \mathrm{mm})}{dz} \times 5\ \mathrm{mm} \\ &= -15.4\ \mathrm{mG}\end{aligned} \tag{3.20}$$

中心軸上での静磁場は $B = 52.2$ G として，そこから静磁場が 0.0154 G ずれた場合の原子の $|1,-1\rangle$ と $|2,-2\rangle$ 状態のゼーマンシフトのずれは，Breit-Rabi の式 (2.1)

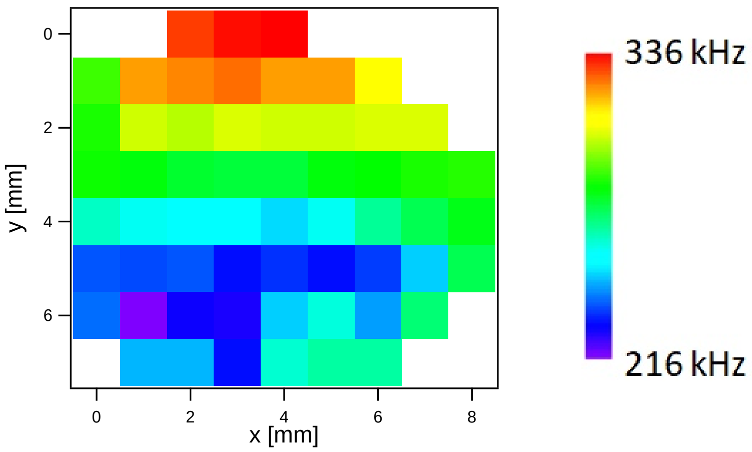

図 3.19: 章動周波数の空間イメージ

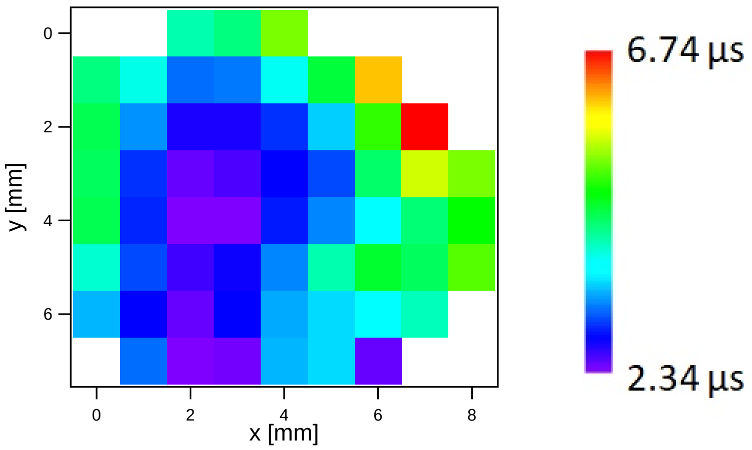

図 3.20: 減衰の時定数の空間イメージ

より，

$$\begin{aligned}\Delta E_{|1,-1\rangle} &= \Delta E_{|1,-1\rangle}(B) - \Delta E_{|1,-1\rangle}(B - 0.4\ \mathrm{G})|_{B=52.2\ \mathrm{G}} \\ &= -0.00420\ \mathrm{MHz}\end{aligned} \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_{|2,-2\rangle} &= \Delta E_{|2,-2\rangle}(B) - \Delta E_{|2,-2\rangle}(B - 0.4\ \mathrm{G})|_{B=52.2\ \mathrm{G}} \\ &= -0.000871\ \mathrm{MHz}\end{aligned} \tag{3.22}$$

となる．これより 2 準位の間隔は

$$\begin{aligned}\Delta E &= \Delta E_{|2,-2\rangle} + \Delta E_{|1,-1\rangle} \\ &= -0.00507 \text{ MHz} \end{aligned} \tag{3.23}$$

だけずれる．ラジオ波の周波数は 1 kHz の精度で決めているが，そのずれが 5 kHz あるということになる．これが Rabi 周波数の離調の大きさになる．図 3.19 の章動周波数は 216〜336 kHz なので，ヘルムホルツコイルの作る静磁場の不均一性は静磁場が均一だった場合と比べて 2 % 程度の誤差を生みだすと思われる．図 3.19 のイメージの悪さは 2 % 以上あるので，静磁場の不均一性以外にも原因はあると思われる．ラジオ波強度のイメージを作成したいときには，この誤差をなくすために，アイリスではなくアンテナを動かしたほうが良い．

対して，Rabi 振動の減衰の時定数の空間イメージを作成するにはアイリスを動かすと良い．アンテナを動かす場合では，光は同じ場所を通過しているだけので，ガラスセル内部の空間についての情報は得られない．ヘルムホルツコイルで作られる静磁場が完全な一様でないということも，アイリスを動かしたおかげで気づくことができた．

時定数のイメージ (図 3.20) では中央付近と図の下側で時定数が短くなっている．中央付近の時定数が短い理由は，レーザー光が強い場所ほど減衰が早く，レーザー光がガウシアンビームの形をしていて中央付近では光が強いためだと思われる．図の下側で時定数が短くなったのは，ヒーターに近く高温であるため，あるいはガラスセルを乗せている台の付近でラジオ波の分布が乱れているためではないかと思われる．Rabi 振動の減衰の時定数については第 4 章で考察する．

3.3.4　シグナルジェネレーターの出力とラジオ波強度

共振アンテナから出力されるラジオ波の強度は電流 I に比例し，シグナルジェネレーターの出力パワー P は $P \propto I^2$ であるから，シグナルジェネレーターの出力とラビ周波数の間には

$$P \propto \Omega_R^2 \tag{3.24}$$

の関係が成り立つと期待される．

シグナルジェネレーターの出力パワー P を変化させていったときの Rabi 周波数 Ω_R の 2 乗の変化を図 3.21 に示す．Ω_R^2 は P の増加とともに線形に増加することが期待されたが，P の増加とともに曲がっている．原子気体ではなくピックアップコイルを使ってラジオ波の強度を測っても同様の結果を得られた (図 3.22)．これはシグナルジェネレーターと共振アンテナとの間にアンプを挟んでいることが原因で，図 3.21 はアンプの入力-出力特性を表していることになる．

3.3.5 光の奥行き方向への空間分解

レーザー光はガラスセルの長さ 20 mm を通過する．ヘルムホルツコイルで空間均一な静磁場を印加していた場合，20 mm の空間に存在するすべてのカリウム原子の Rabi 振動を起こし，光では 20 mm の間で起きている Rabi 振動の重ね合わせを観測することになる．図 3.17，3.19，3.20 のイメージも紙面方向に 20 mm の空間を見ている．

光が通過する方向の一部分の空間のみを観察したい場合には，静磁場の大きさを空間変化させるとよい．磁場の大きさが場所によって異なると，原子のゼーマン分裂の大きさが空間変化する．そのため，ある周波数のラジオ波によって Rabi 振動を起こすかどうかが，原子のいる場所によって決定されることになり，空間の一部分の原子のみを光で観測できるようになる (図 3.23)．

一部分の原子のみを見ることになると，観測する原子の数は減るので Rabi 振動の振幅は小さくなる．また，空間の不均一性が増すので Rabi 振動の減衰が早くなる．

空間の一部にある原子の Rabi 振動を観測しながら，アンテナをレーザー光に平行に動かしたときの Rabi 振動の信号の変化を図 3.24 に示す．アンテナが $z = 0$ mm からずれるにつれて Rabi 振動の周期が遅くなっていくのがわかる．また，原子が感じるラジオ波は弱くなるので振幅は小さくなる．空間分解をした結果，奥行き方向の Rabi 周波数の空間変化を観測できるようになった．

磁場勾配と Rabi 振動の振幅

原子の共鳴周波数から離調 $\delta = \omega - \omega_0$ がついたラジオ波を原子に当てたときの Rabi 振動の振幅の大きさは，式 (2.31) より

$$\frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2 + \delta^2} \tag{3.25}$$

という離調 δ のローレンツ関数に従う．$\delta = \Omega_R$ のときに振幅は離調が無いときの半分になる．

図 3.25 に磁場勾配をかけたときの Rabi 振動の振幅の変化を示す．磁場勾配が大きくなるにつれて Rabi 振動の振幅が小さくなり，Rabi 振動を起こす原子の数が減っているとわかる．

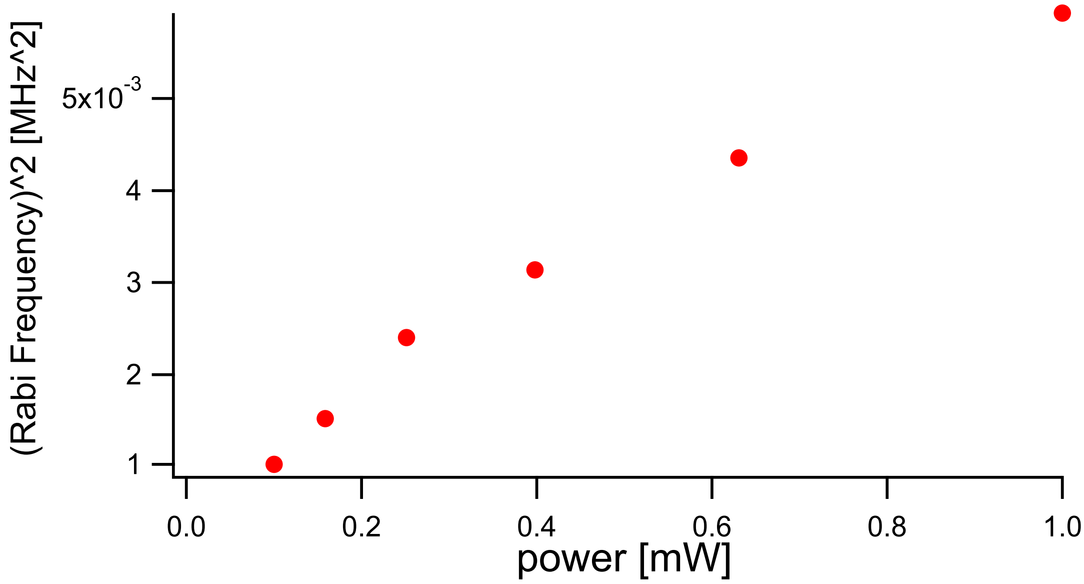

図 3.21: シグナルジェネレーターの出力と Rabi 周波数の 2 乗との関係

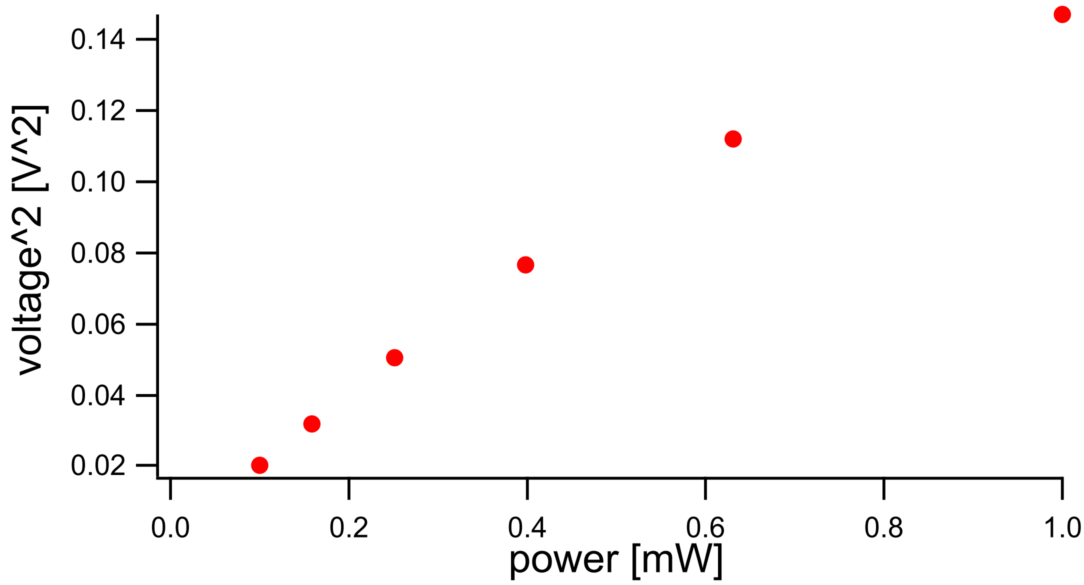

図 3.22: シグナルジェネレーターの出力とピックアップコイルで測ったラジオ波の振幅との関係

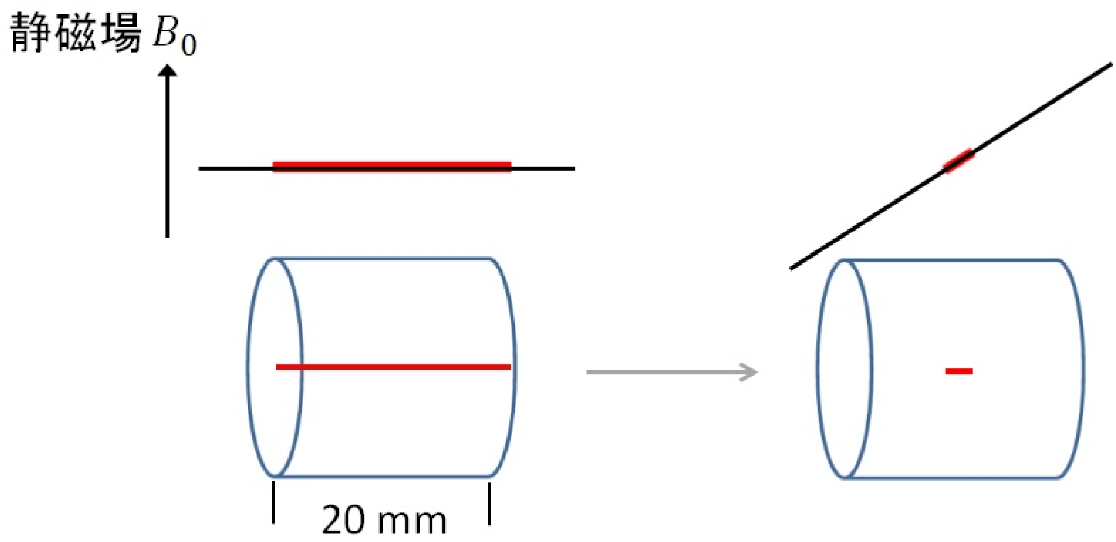

図 3.23: 磁場勾配による空間分解のイメージ

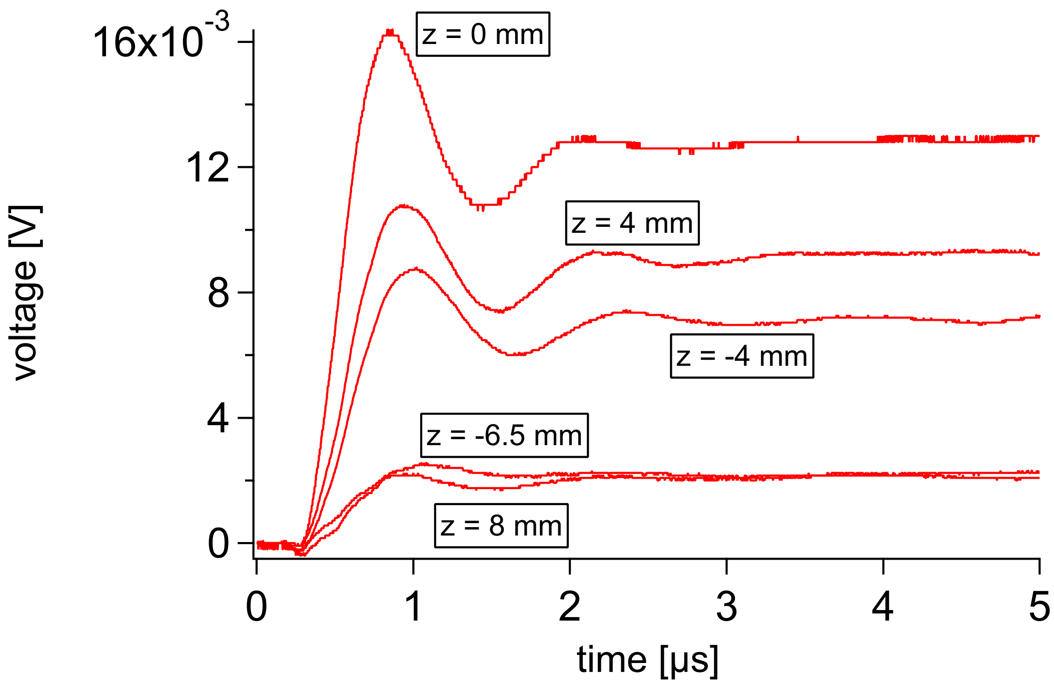

図 3.24: 量子化軸方向にアンテナを動かしたときの Rabi 振動の様子

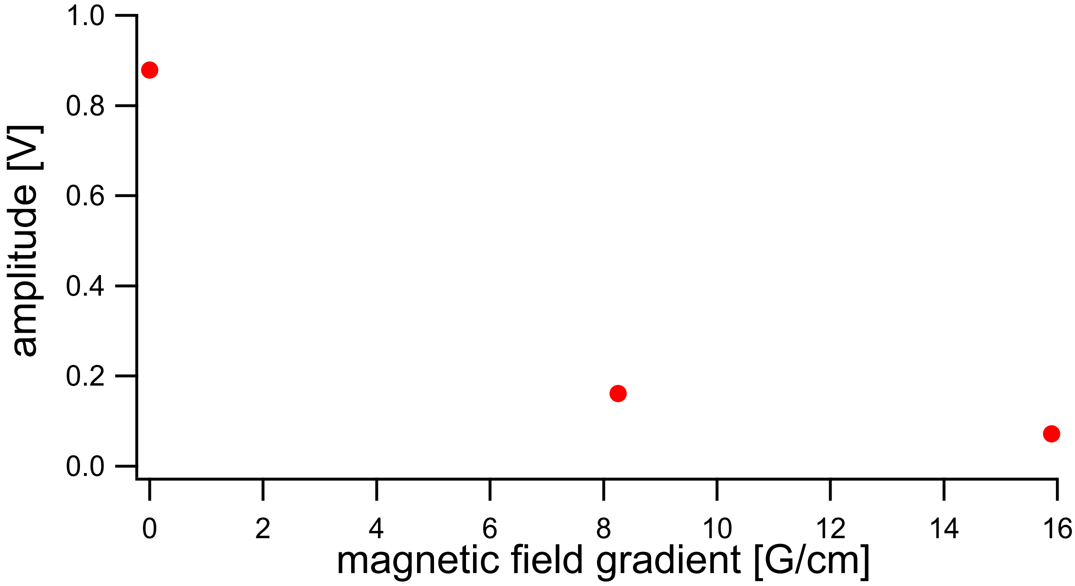

図 3.25: 磁場勾配と Rabi 振動の振幅との関係

第 4 章

Rabi 振動の減衰

Rabi 振動の減衰が遅く，Rabi 振動の山が多く見えたほうが Rabi 周波数は精度良く求まる．また，弱いラジオ波による Rabi 振動は周期は遅いため，Rabi 振動の減衰が早いと Rabi 周波数を正確に測れなくなる．よって式 (3.2) における Rabi 振動の減衰の時定数 τ_2 は，測定できるラジオ波強度の測定限界を決めている．本研究では減衰の時定数 τ_2 を伸ばすことにも取り組んだ．この章では，減衰の時定数に影響を与える要素について考察する．

4.1 節では Rabi 振動の減衰が起こる物理的な原因について述べる．4.2 節からは実験条件を変化させながら得られたデータを紹介する．実験条件としては

- ヘルムホルツコイルがつくる静磁場 (4.2 節)
- レーザー光の強度 (4.3 節)
- レーザー光のビーム径 (4.4 節)
- ガラスセルの温度 (4.5 節)
- ループアンテナから照射されるラジオ波 (4.6 節)

を変化させた．最後に 4.7 節では先行研究との比較を行う．

4.1 減衰の原因

実験で観測した超微細構造準位間の Rabi 振動は，カリウム原子の電子スピンの回転である．$|1, \pm 1\rangle$ がスピン上向き，$|2. \pm 2\rangle$ がスピン下向きにあたる．スピンの情報が破壊されると Rabi 振動の振幅は減衰する．一度スピンの情報が破壊された原子はラジオ波によって再び Rabi 振動をしても，他の原子とは Rabi 振動の位相が異なるので信号の振幅は復活しない．

スピンの情報が破壊される原因としては

1. ガラスセルの壁への衝突
2. 他のカリウム原子との衝突

3. バッファーガス原子との衝突
4. 2 準位以外の準位への遷移

が考えられる．

ガラスセル内にバッファーガスを封入しているので，1. の現象は起きにくいはずである．もしバッファーガスが無ければ，ほとんどの原子は早いレートで壁と衝突しスピン情報が破壊され Rabi 振動を観測できない．ガラスセルの内側にパラフィンコーティングを施すことで，原子がガラスセルに衝突してもスピンの状態が維持されるという報告もある [25]．

2. はカリウム原子同士が衝突するとそれぞれの原子が持つスピンを交換するため起こる．この現象はガラスセル内の気体のカリウム原子の数が多いほど起きやすい．

ガラスセル中ではカリウム原子よりもバッファーガスのネオン原子のほうが数が多く，3. の現象は 2. よりも起きる確率は高い．しかし，原子の衝突自体は起きやすいが，スピンの破壊が起こる確率は 2. よりもはるかに低い．

4. は主に光の吸収によって起きる．

上に挙げた原因とは別に，スピンの情報は破壊されないものの減衰が起こる場合がある．実験で観測している Rabi 振動の信号は，レーザー光が通過した位置にある多数のカリウム原子の Rabi 振動の重ね合わせである．ラジオ波が照射され Rabi 振動が始まった直後は観測しているほぼすべての原子の Rabi 振動の位相が揃っているが，時間が経つにつれてそれぞれの原子の Rabi 振動の位相はずれはじめ，結果として観測している信号では Rabi 振動の振幅は減衰する．Rabi 振動の位相がずれる原因としては，静磁場やラジオ波の空間不均一が考えられる．これらの空間不均一によって原子の Rabi 周波数は場所によってことなってくるためである．

4.2　静磁場の空間不均一

Rabi 振動の観測に成功した頃，減衰の時定数の主な要因は空間中の Rabi 振動の重なり合いだと考えた．3.3.5 節で述べたように静磁場が空間均一だと，ガラスセルの厚さ 20 mm 分の原子の Rabi 振動が重なりを観測するため減衰が起こるのだと考え，光の奥行き方向への空間分解をすれば解決すると考えた．当時は図 3.1 のガラスセルの前に $f = 50$ mm の凸レンズを配置し，その焦点がガラスセルになるようにしていた．

図 4.1 にその当時に測定した静磁場の勾配と減衰の時定数の関係を示す．静磁場の勾配は 2 つの bias coil に流す電流を制御して作った．磁場勾配が大きくなると時定数は短くなっているが，次節以降に述べる光の強度やラジオ波の均一性と比べると影響は小さい．離調 δ が大きい場合，原子はそもそも Rabi 振動を起こさなくなるため減衰への影響が少ないのだと思われる．

この測定は光をレンズで絞っていたため，ビーム径が狭く光の強度は強いという

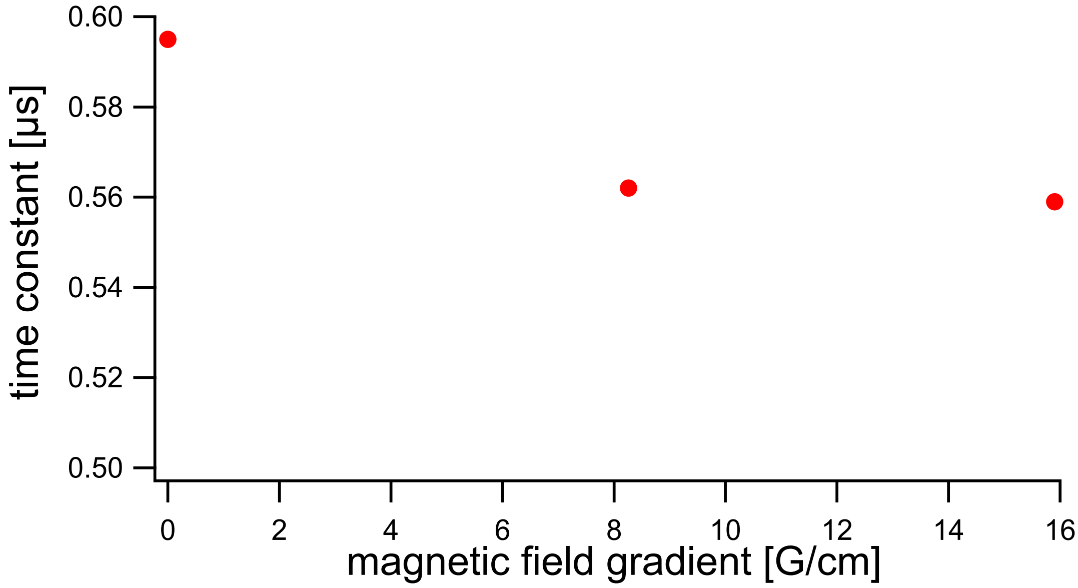

図 4.1: 静磁場の勾配と Rabi 振動の減衰の時定数 τ_2 との関係

条件で行われている．そのため，減衰の時定数 τ_2 は約 0.6 μs で他の測定よりも短くなっている．ビーム径が広く光の強度は弱いという条件で同様に磁場勾配のある測定を行おうとすると，観測できる原子の数が少なくなりすぎ Rabi 振動を観測できなかった．

4.3　光の強度

原子の Rabi 振動の様子は，光の吸収量の時間変化で観測している．この光の吸収は，原子の状態を Rabi 振動をしている 2 準位以外の準位に遷移させる．そのためレーザー光の強度が弱いほど他の準位への遷移のレートが低くなり，Rabi 振動の減衰は遅くなるだろうと考えた．

励起状態の $^2\mathrm{P}_{1/2}$ の寿命は 26.72 ns[11] で Rabi 振動の周期と比べ非常に短く，Rabi 振動が減衰し終わる前に自然放出により基底状態に緩和される．一度他の準位に遷移した原子は元の準位に戻ってきても，再び起きる Rabi 振動の位相が他の原子と揃わないので Rabi 振動の振幅に寄与しない．

図 4.2 に入射する光の強度と Rabi 振動時定数の関係を示す．入射光の強度は図 3.1 において，2 つのレンズの前で測った．図 4.2 からは，光が強くなるほど減衰が早くなることが分かる．光の強度は本章で考察する減衰の原因のなかではラジオ波の均一性と共に特に大きな要因となる．

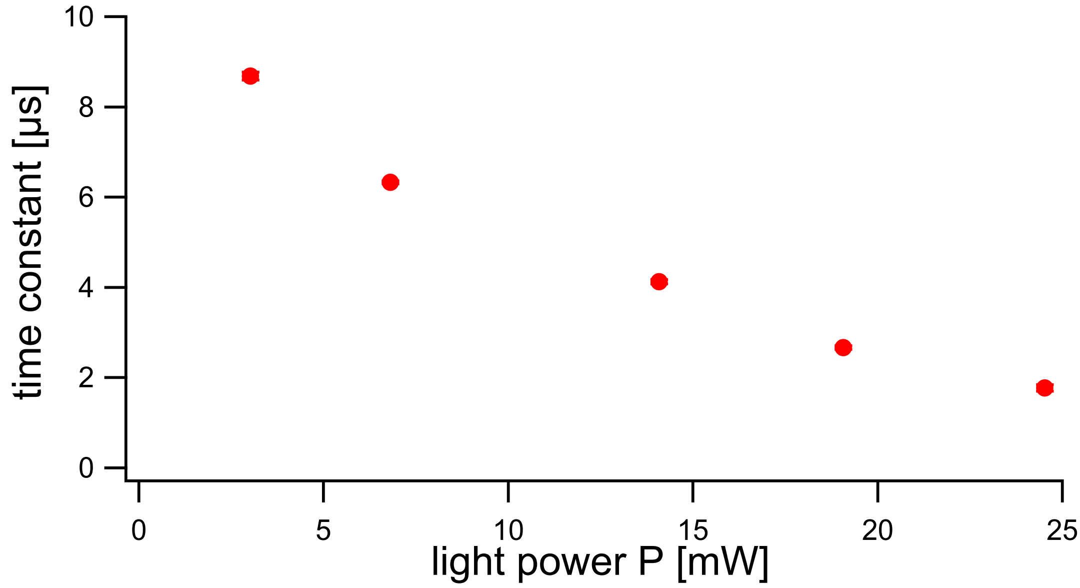

図 4.2: 入射光の強度と Rabi 振動の時定数の関係

4.4　ビーム径

原子に照射している光は Rabi 振動を観測するだけでなく，カリウム原子を $|2,\pm2\rangle$ 状態にポンピングするという役割もある．当然，光の当たっていない原子はポンピングがされないので，はじめから $|2,\pm2\rangle$ 状態にある原子以外は Rabi 振動を起こさない．そのため，光の断面の大きさ (ビーム径) が小さいとポンピングされる原子の数が少ないためにポンピングの効率が悪くなり，Rabi 振動の減衰が早くなる可能性がある．2.1.3 節での見積もりによると，ビーム径が 1 mm あれば十分長いコヒーレンスタイム (120 ms) を確保できるはずであるが，拡散係数 D が正確には分からないため念のために実験で確認をした．

ガラスセルの後ろのアイリスの大きさを 1 mm に固定し，ガラスセルの前にあるアイリスでビーム径を変えたときの Rabi 振動を観測した．ビーム径と減衰の時定数 τ_2 との関係を図 4.3 に示す．τ_2 の値はビーム径によらずほぼ一定という結果を得た．この時の実験の条件下ではビーム径と時定数との間に有意な関係は見られなかった．したがってビーム径は 1 mm 以上であれば十分であると言える．

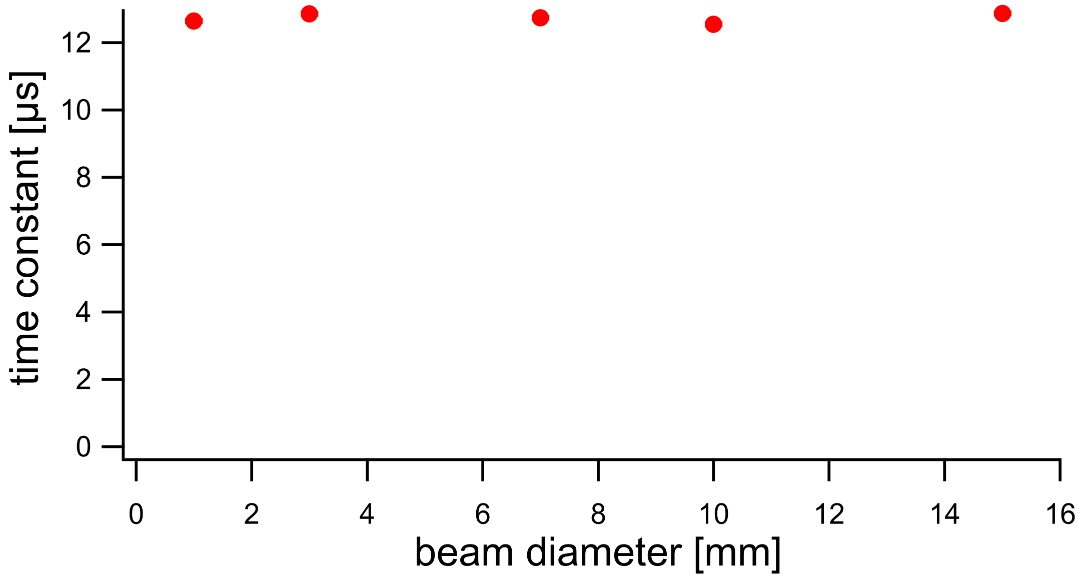

図 4.3: ビーム径と Rabi 振動の時定数の関係

4.5　ガスセルの温度

ガラスセルの温度が高いほど，気化するカリウム原子の数が増え，カリウム原子同士の衝突が起こる確率が上がる．また，原子自身の熱運動も激しくなり，原子やガラスセルの壁との衝突も起きやすくなる．

図 4.4 に温度と減衰の時定数の関係を示す．先行研究 [6] によると，τ_1 は温度が上がると指数関数的に短くなるので，τ_2 でも同様の変化が起きると期待したがそのような結果は得られなかった．ガラスセルの温度をさらに上げられれば変化が見えたかもしれないが，装置の都合により実験できなかった．

4.6　ラジオ波の空間不均一

先行研究 [6] でも，マイクロ波が一様に近い部分では $\tau_2 = 140\ \mu$s だが，マイクロ波の勾配が大きな場所では $\tau_2 = 27.6\ \mu$s という時定数が求まっている．また，チップ回路から出る不均一性の高いマイクロ波を測定した研究 [7] では $\tau_2 = 7.8\ \mu$s という値を計測している．

本研究ではループアンテナからラジオ波を照射している．ループアンテナはその径が大きくなるほど照射するラジオ波の空間均一性が増す．図 4.5 にループアンテナの直径と Rabi 振動の減衰の時定数 τ_2 との関係を示す．この測定は，ループアン

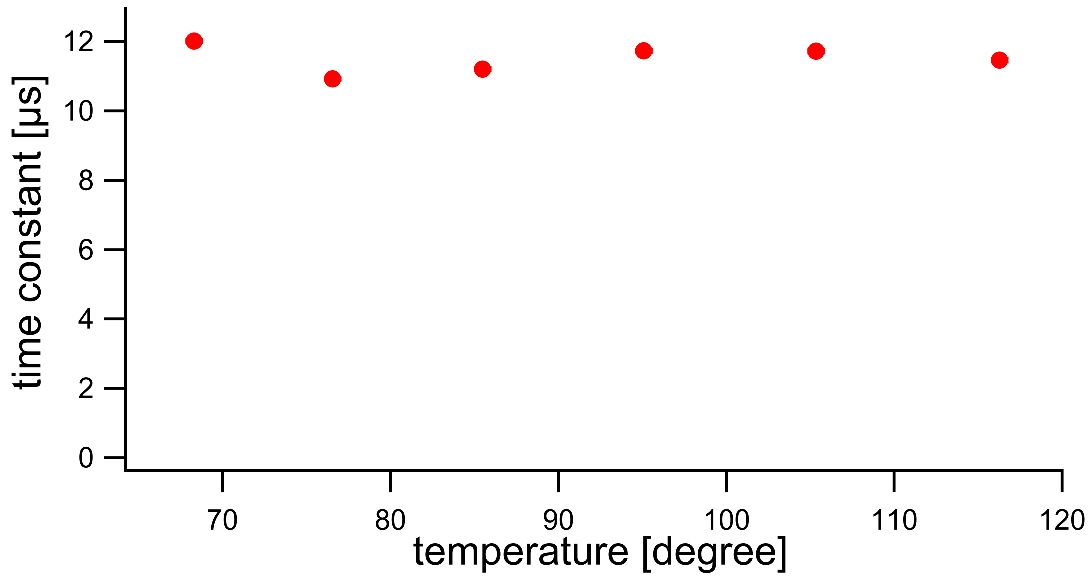

図 4.4: ガラスセルの温度と Rabi 振動の時定数の関係

テナとレーザー光との距離を約 10 mm の一定に保つようにして行った．ループアンテナの共鳴周波数はそれぞれ異なるので静磁場の勾配もヘルムホルツコイルに流す電流 I に比例して変化するが，前節の結果を踏まえ影響は微小であるとみなした．ループアンテナの直径が大きいほど τ_2 は大きくなる．ラジオ波の均一性が τ_2 に影響していることが確かめられた．

図 4.6〜4.8 に直径の異なる 3 つのループアンテナによる Rabi 振動の様子を示した．図 4.8 のみ横軸のスケールが異なることに注意されたい．ループアンテナの直径が大きくなるほど，減衰の時定数 τ_2 が長くなって，Rabi 振動の山の数が多く観測される．図 4.8 の時定数は $\tau_2 = 24.7\ \mu$s で本研究中で得られた最大の時定数となった．

4.7　ラジオ波の測定精度

本研究のラジオ波の測定精度は，観測できる Rabi 周波数の限界が $\Omega_R = 2\pi/\tau_2$ で決まるとすると，前節で得た最大の時定数 τ_2=24.7 μs を用いて

$$\begin{aligned} B_{\pm} \cdot \sqrt{\tau_2} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{h}{\mu_B} \frac{1}{\sqrt{\tau_2}} \\ &= 8.3\ \mathrm{nT}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \end{aligned} \tag{4.1}$$

と求まる．

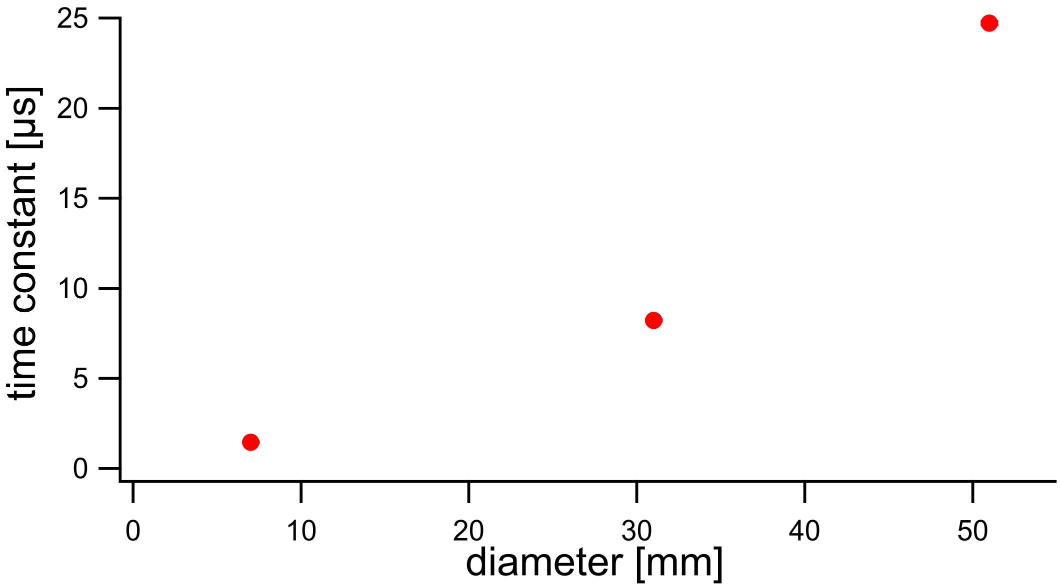

図 4.5: ループアンテナの直径と Rabi 振動の減衰の時定数 τ_2 との関係

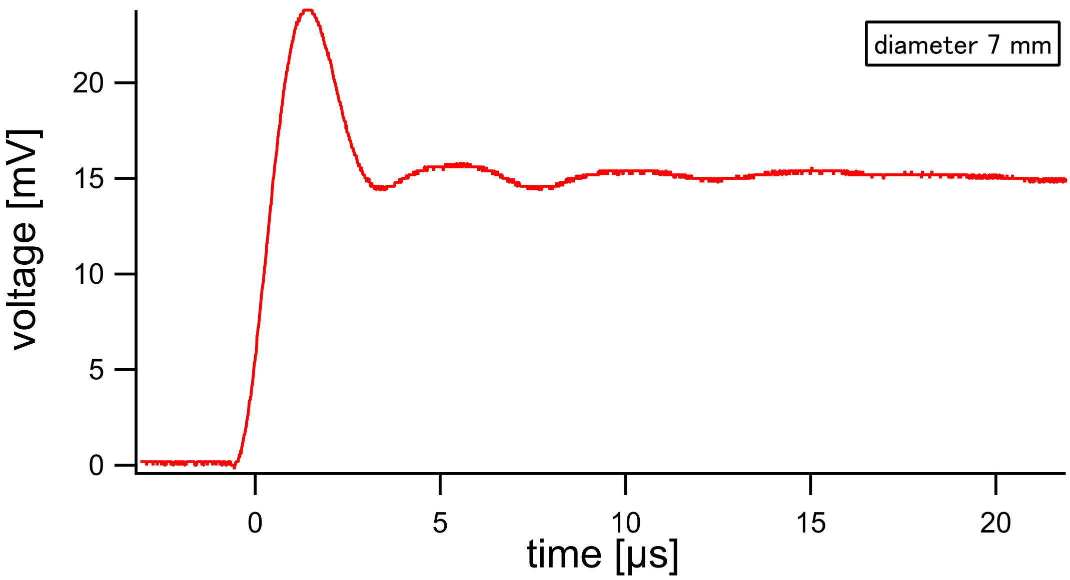

図 4.6: 直径 7 mm のループアンテナによる Rabi 振動の様子

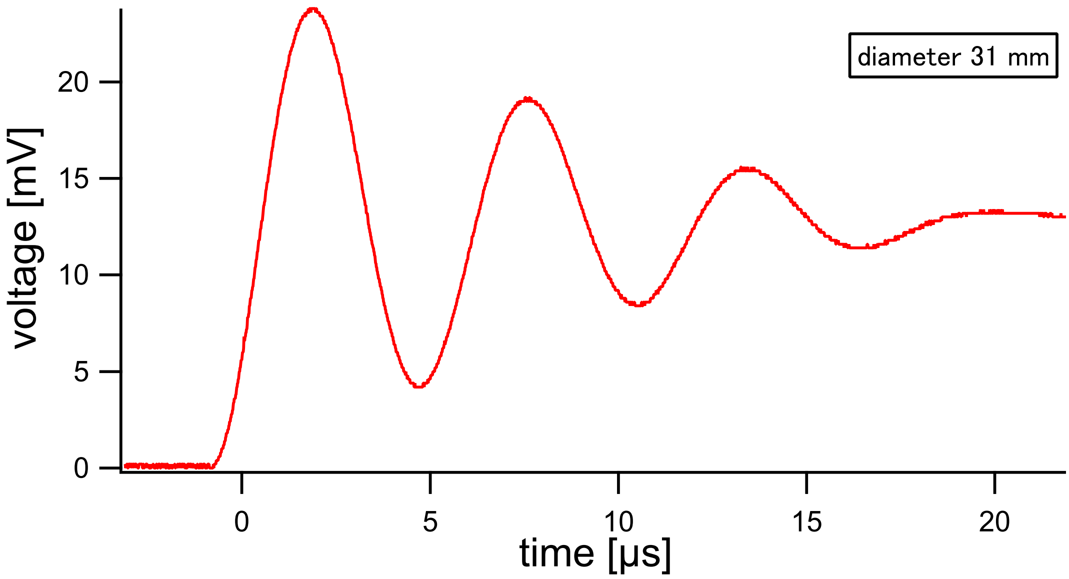

図 4.7: 直径 31 mm のループアンテナによる Rabi 振動の様子

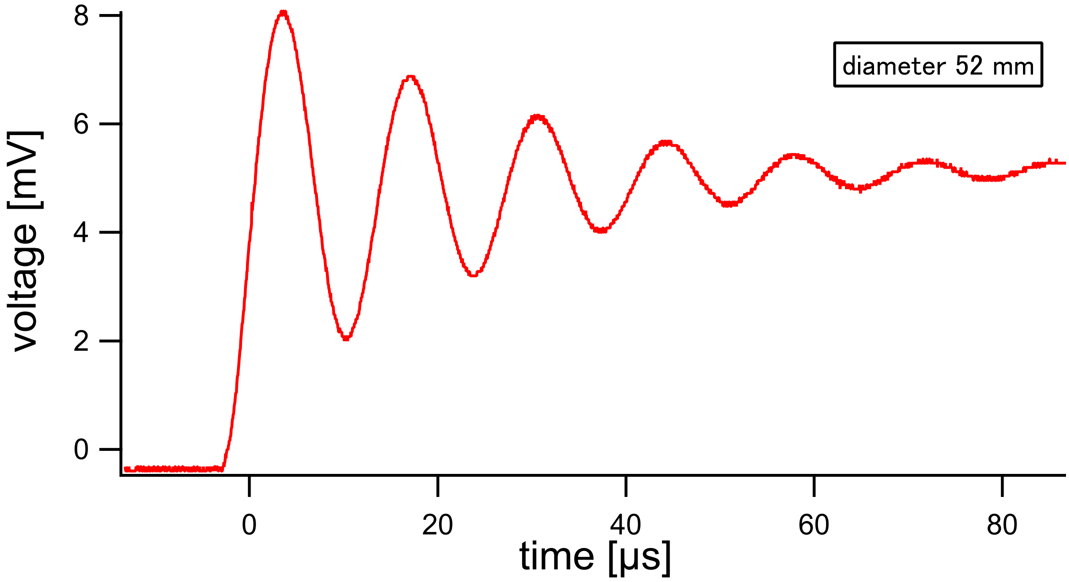

図 4.8: 直径 52 mm のループアンテナによる Rabi 振動の様子

4.8　先行研究との比較

本研究で測定した減衰の時定数は最大で約 24.7 μs，測定精度は 8.3 nT/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ である．ルビジウム原子を用いた先行研究 [6] ではマイクロ波が均一な部分では $\tau_2 = 94$ μs まで減衰を遅らせることに成功しているが，マイクロ波の不均一の大きいところでは 27 μs という値になっている．また，チップ回路を用いた別の研究 [7] では 7.8 μs の時定数が計測されている．先行研究 [7] での測定精度は 12 nT/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ である．本研究の取り組みにより，減衰の時定数と測定精度のどちらも先行研究のものと同程度にまで近づけられた．

減衰の時定数に影響がありそうな本研究と先行研究との違いを表 4.1 に示す．

表 4.1: 本研究と先行研究 [6] との実験系の比較

	本研究	先行研究 [6]
静磁場源	ヘルムホルツコイル	ソレノイドコイル
電磁波源	ループアンテナ	cavity

本研究では静磁場源には 2 つのコイル，ラジオ波源にはループアンテナを用いたのに対し，先行研究では静磁場源にソレノイドコイル，マイクロ波源にマイクロ波 cavity を用いて本研究よりも均一な場が作られている．

本研究で測定したラジオ波の波長は数 10 cm〜数 m あり，そのスケールの cavity を準備して実験に用いれるのかは疑問が残る．

カリウム原子を気化させるにはルビジウムの場合より高い温度が求められる．本研究では 2 つのコイルの隙間の空間を活用してガラスセルを温められるようにしていたが，静磁場源にソレノイドコイルを使うにはガラスセルの加熱に一工夫必要になる．

このように実験系についてはまだまだ改善部分はありそうだが，減衰の時定数は先行研究と同じオーダーまでは達成できた．

第 5 章

まとめと展望

本研究では

- カリウム原子の超微細構造準位間の Rabi 振動を観測し，周波数が 251 MHz～608 MHz のラジオ波の強度を測定できた．
- ラジオ波強度の空間イメージを作成した (図 3.17)．このイメージ領域の広さは $10 \times 25\ \mathrm{mm}^2$ で，先行研究のものより大きい．
- 交流電流によって作られる磁場もビオ・サバールの法則に近い空間変化をすることを確かめた．
- Rabi 振動の減衰の時定数 τ_2 は光の強度とラジオ波の均一性が特に効いてくることを確かめた．
- 減衰の時定数 τ_2 を 24.7 μs にまで伸ばせた．この値は先行研究のものと同程度の大きさである．
- 測定精度は 8.3 $\mathrm{nT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ となった．

といった成果をあげた．
今後の目標としては

- 時定数 τ_2 を伸ばすために先行研究のような空間均一な静磁場やラジオ波を作り出して測定をする．
- 空間イメージの量子化軸方向への解像度を上げる．

等が挙げられる．

付録 A

ガラスセルを乗せる台の設計図

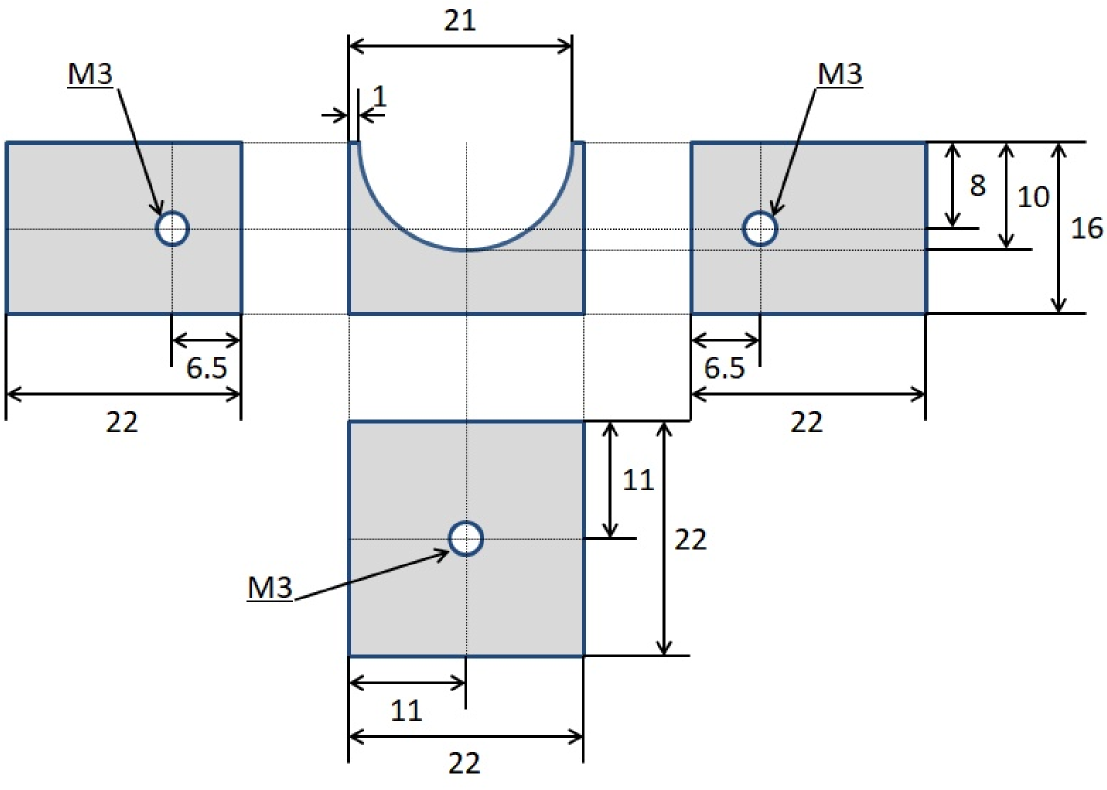

図 A.1: ガラスセルを乗せる台の設計図

付録 B

ガラスセル内の金属剥し器

ガラスセル内でカリウム原子は気化と凝縮を繰り返す．ガラスセル内で気化したカリウム原子はガラスセルの温度が低い部分に凝縮して張り付く．この張り付いた金属カリウムが実験の邪魔をすることがある．例えば，ガラスセルの端面に張り付くと，光がガラスセルの入射面で反射されてしまい，光がガラスセル内を通らなくなる．また，ガラスセルの上側に張り付いた金属カリウムは，ラジオ波の強度や向きには影響を及ぼさないが，ラジオ波を出すアンテナに作用して共振アンテナの回路の浮遊容量が生まれる原因となりうる．そのため，ガラスセル内の金属カリウムを剥がして実験の邪魔にならない部分に集める装置を作製した．

図 B.1，B.2 に金属剥がし器の設計図を，図 B.3 に作製したそれを示す．この装置には，実験で用いたセルを温める台と同じヒーターを 3 つ直列に付けている．

電源とはコンセントプラグで接続するが，家庭用電源 (100 V) では電流が流れすぎるので繋いではいけない．直流電源で電流を流す．目安として，ヒーターに電流 2.85 A を 1 日以上流せば，金属カリウムはほぼ剥がれて図 B.4 のように金属は一部分に集まる．

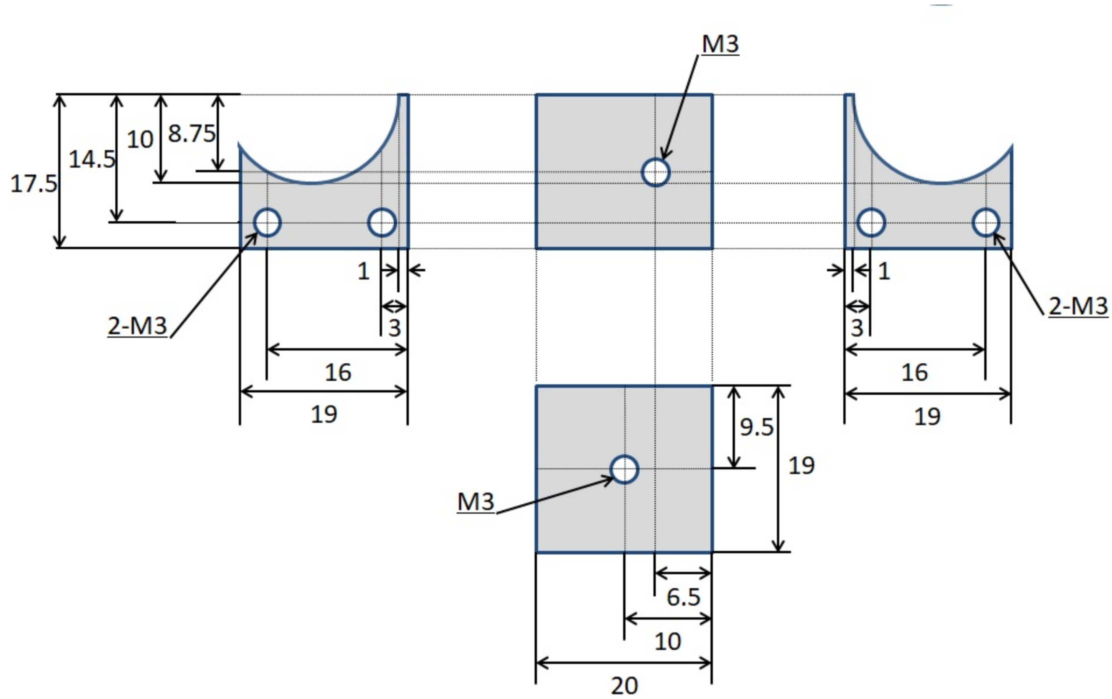

図 B.1: 金属剥がし器の設計図 1

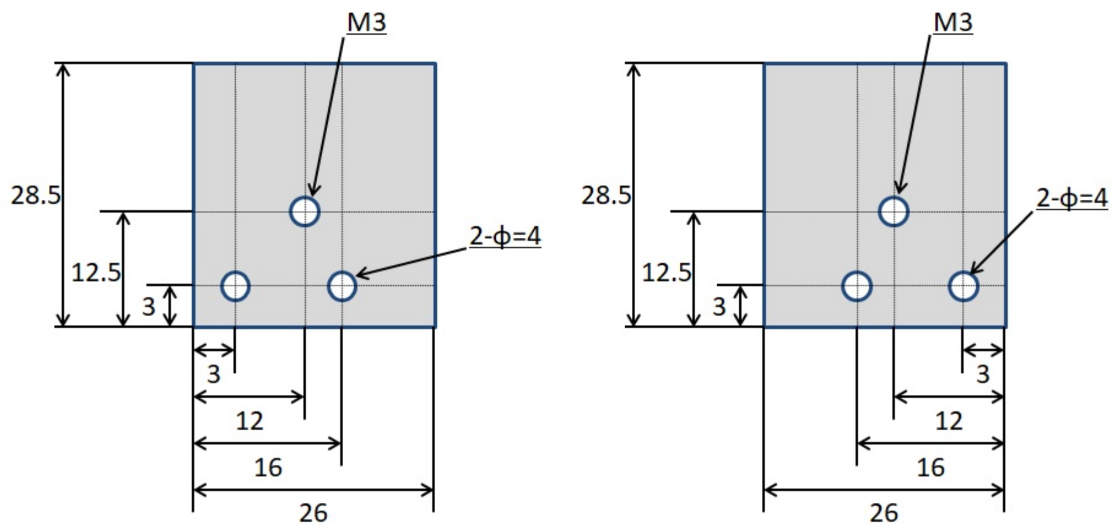

図 B.2: 金属剥がし器の設計図 2 : 2 つの部品は左右対称の関係になっている．どちらも厚さは 6 mm.

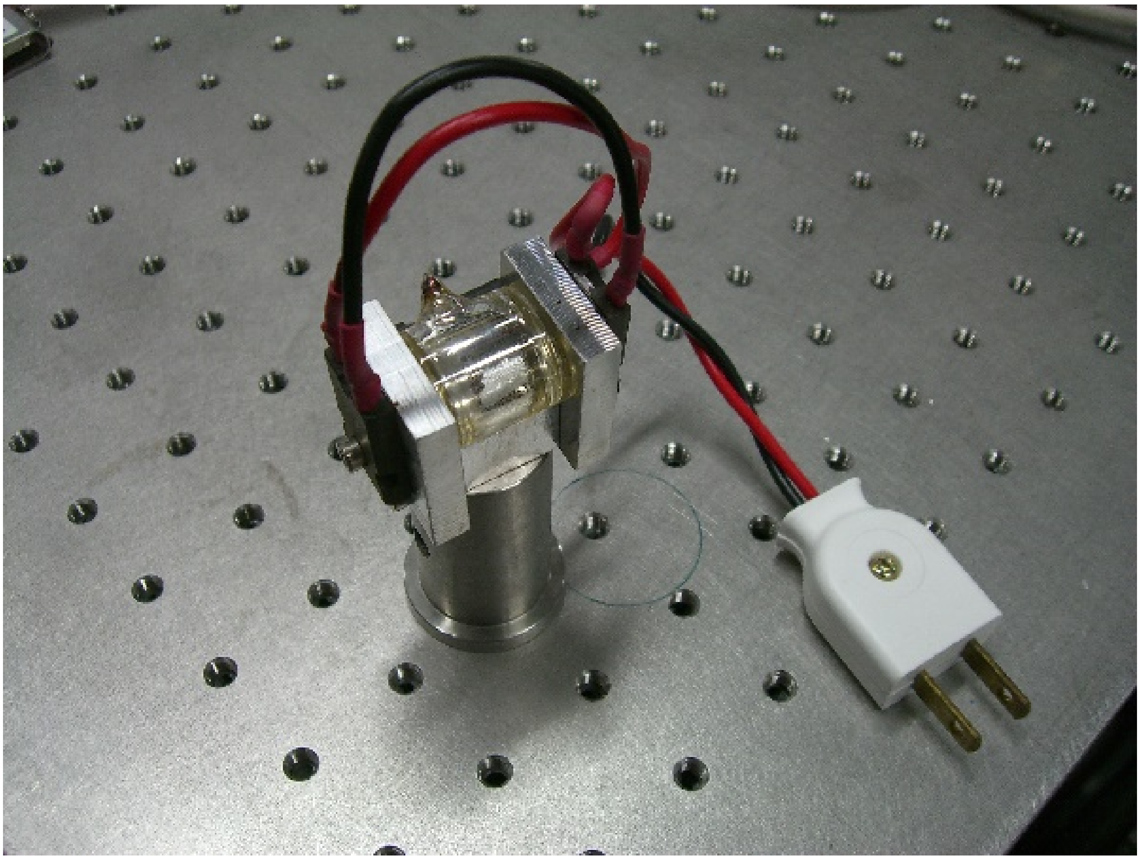

図 B.3: 金属剥がし器

図 B.4: 金属を剥がしたガラスセル：金属が一部分だけに集まっている

付録 C

周波数ロック用のカリウムガラスセル

本研究で用いたレーザー (IFLD) から出射される光の周波数は，誘電体多層膜フィルターでおおまかに決定し，共振器内のピエゾ素子にかける電圧で IFLD 内の共振器長を微調整して周波数ロックをする [21]．周波数ロックには原子の光の吸収による遷移を用いる．本研究の場合には図 2.1 の ^{39}K の ^{2}S$_{1/2}$ の $F = 1$ から ^{2}P$_{1/2}$ の $F' = 2$ への波長 770.108 nm の遷移に周波数ロックをする．F，F' が別の値の場合，実験はできるもののポンピングの効率が落ちる．

周波数ロックをするには，ラジオ波を測定したカリウムのガラスセルとは別にもう一つカリウムのガラスセルを用意して分光をする．このガラスセルにはバッファーガスは不要である．また，このガラスセルは長さが 76 mm で，ラジオ波の測定に用いたガラスセルよりも長い．

このガラスセルもラジオ波を測定したガラスセルと同じく加熱してカリウム原子を気化させる必要があるが，金属カリウムが光の入射面や出射面に張り付いてしまう問題も同様に起きる．この問題を解決するために，加熱に使ったリボンヒーターの巻き方を工夫した．リボンヒーターを 2 つ，ガラスセルの両端にそれぞれ巻き，ガラスセルの端は高温で中央が低温になるようにし原子の張り付きをコントロールした．

2 つのリボンヒーターは直列に繋ぎ，17.90 A の直流電流を流した．これより低い電流値だとカリウムがあまり気化しない．リボンヒーターに流す電流が交流電流だと，ガラスセルの内部に交流磁場が発生してカリウムのエネルギー構造が安定しないことがあった．

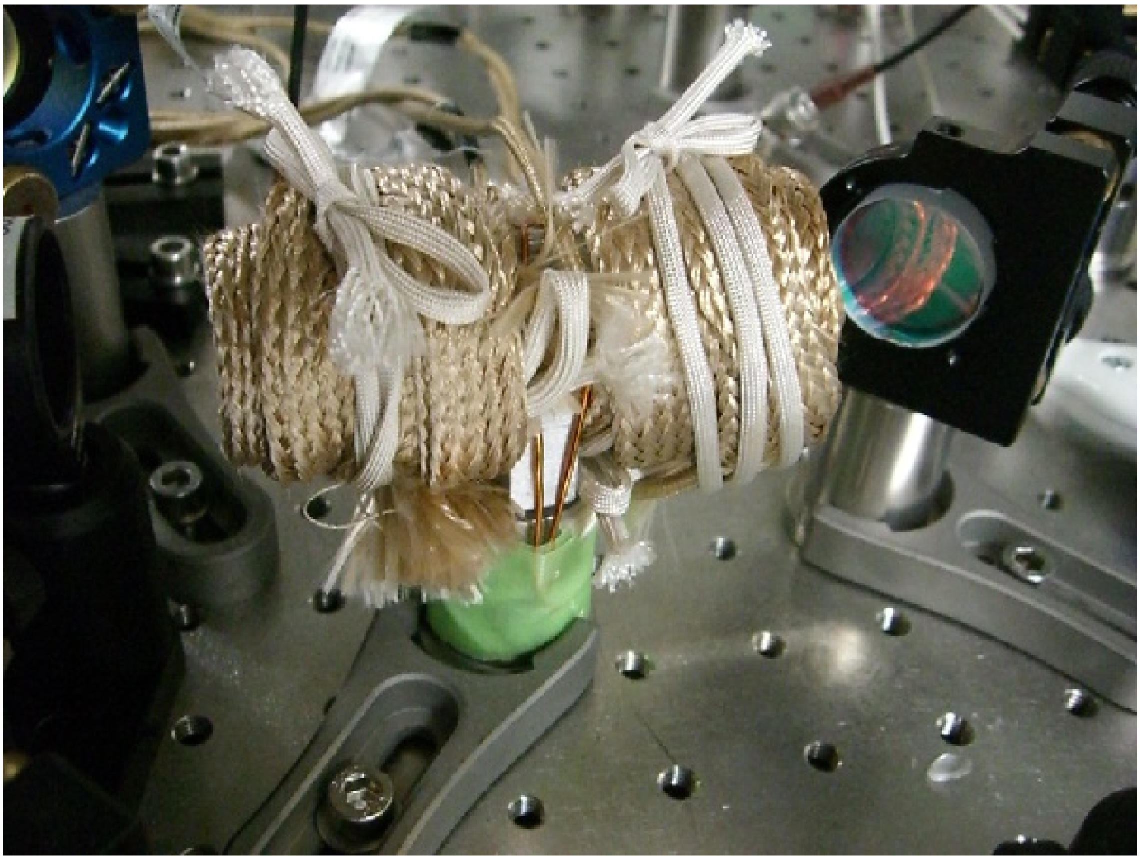

図 C.1: リボンヒーターを両端に巻いたガラスセル

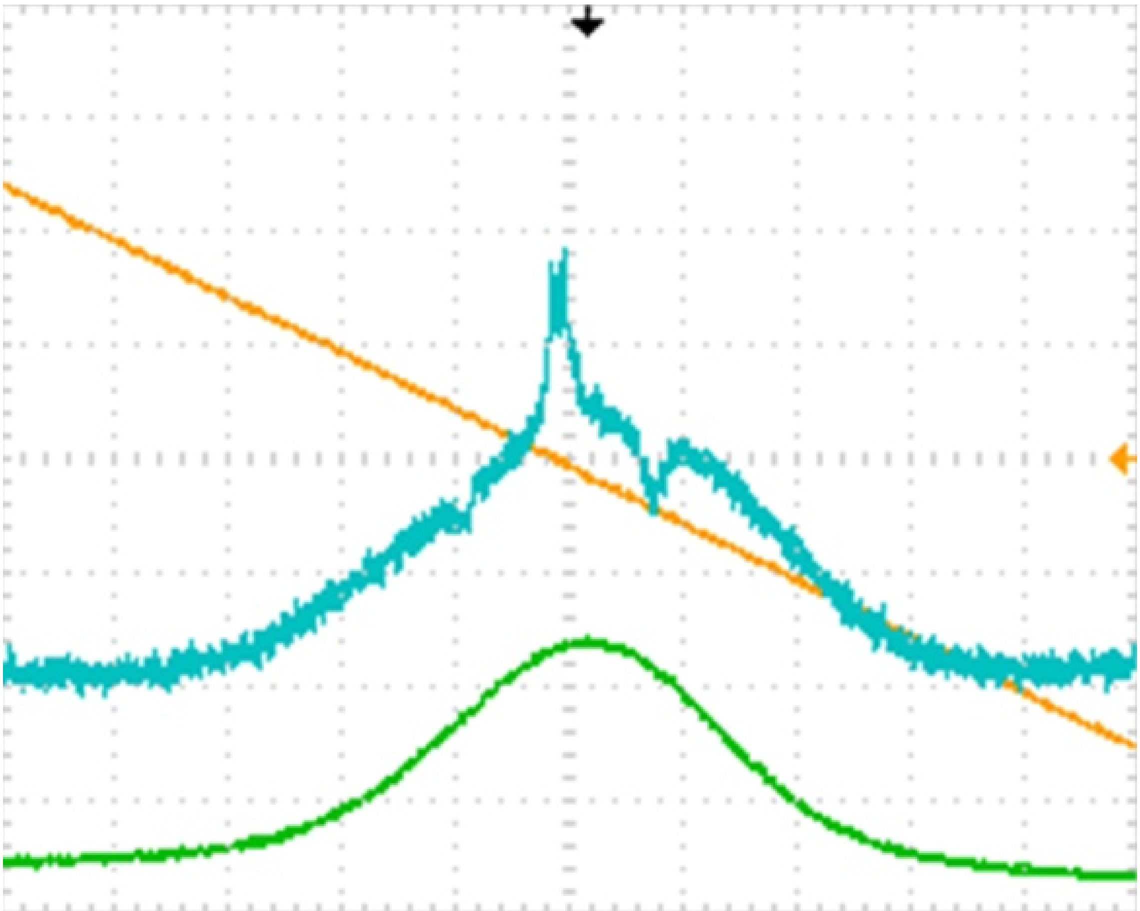

図 C.2: 飽和吸収分光で得たカリウムの D1 線の吸収スペクトル (青線)
黄線は IFLD のピエゾ素子にかけている電圧，緑線は飽和吸収分光をしなかった場合の光の吸収を表す．
緑線では吸収スペクトルのドップラー広がりが表れている．

付録 D

ビオ・サバールの法則の補正

真空中に電荷密度 $\rho(\boldsymbol{r},t)$, 電流密度 $\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r},t)$ があるとき，電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$ と磁場 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$ はマクスウェル方程式

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\frac{\rho(\boldsymbol{r},t)}{\epsilon_0} \tag{D.1}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0 \tag{D.2}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{D.3}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{B}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}+\mu_0\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r},t) \tag{D.4}$$

に従う．また，$\rho(\boldsymbol{r},t)$ と $\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r},t)$ は連続の式

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot\boldsymbol{i}=0 \tag{D.5}$$

を満たす．スカラーポテンシャル ϕ とベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ を用いると，電場と磁場はそれぞれ

$$\boldsymbol{E}=-\nabla\phi-\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t} \tag{D.6}$$

$$\boldsymbol{B}=\nabla\cdot\boldsymbol{A} \tag{D.7}$$

と書ける．ローレンツゲージ

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t}+\nabla\cdot\boldsymbol{A}=0 \tag{D.8}$$

を用いると解くべき方程式は

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}-\nabla^2\phi=\frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{D.9}$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{A}}{\partial t^2}-\nabla^2\boldsymbol{A}=\mu_0\boldsymbol{i} \tag{D.10}$$

と簡単になる．

式 (D.9)(D.10) にループを流れる角周波数 ω の交流電流の場合を当てはめる．ループでは電荷密度は生じないので $\rho(\boldsymbol{r},t)=0$．よって式 (D.9) より $\phi(\boldsymbol{r},t)=0$ とできる．波数 $k=\omega/c$ を用いると，式 (D.10) は

$$(k^2+\nabla^2)\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t)=-\mu_0\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r},t) \tag{D.11}$$

となる．$(k^2+\nabla^2)\psi(\boldsymbol{r})=\delta(\boldsymbol{r})$ の解が

$$\psi(\boldsymbol{r})=-\frac{1}{4\pi}\frac{e^{ikr}}{r} \tag{D.12}$$

であることを利用すると，式 (D.11) の解は

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{e^{ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|}}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|}\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r'})d\boldsymbol{r'} \tag{D.13}$$

となる．$\partial r/\partial x=x/r$ などを用いると，

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) &= \nabla\times\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})\\
&= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\nabla\times\left(\frac{e^{ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|}}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|}\right)\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r'})d\boldsymbol{r'}\\
&= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\left(-\frac{(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'})\times\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r'})}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|^3}+ik\frac{(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'})\times\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r'})}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|^2}\right)e^{ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|}d\boldsymbol{r'}\\
&= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r'})\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'})}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|^3}(1-ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|)e^{ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|}d\boldsymbol{r'}
\end{aligned} \tag{D.14}$$

となる．$k=0$ のときは直流電流にあたり，式 (D.14) はビオ・サバール則になる．$k\neq 0$ のとき，周波数が有限であるためビオ・サバール則に $(1-ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|)\exp(ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|)$ の補正項が生じる．低周波 $(k|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|\ll 1)$ のとき，その大きさは

$$(1-ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|)e^{ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|}\sim 1+\frac{(k|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r'}|)^2}{2} \tag{D.15}$$

程度である．ラジオ波の波長を 0.5〜1 m(周波数 600〜300 MHz) であり，アンテナと原子の距離を 10 mm とすると，補正の大きさは波長 0.5 m で

$$\frac{(2\pi\times 0.01\ \mathrm{m}/0.5\ \mathrm{m})^2}{2}\sim 0.8\ \%. \tag{D.16}$$

波長 1 m で

$$\frac{(2\pi\times 0.01\ \mathrm{m}/1\ \mathrm{m})^2}{2}\sim 0.2\ \% \tag{D.17}$$

程度になる．よって交流電流による補正は十分小さいので，ラジオ波強度の分布は図 3.18 のように直流電流の場合とほとんど差はない．

謝辞

本論文は大阪市立大学大学院理学研究科数物系専攻レーザー量子物理学研究室における前期博士課程の 2 年間での研究をまとめたものです．本研究を行うにあたっては多くの方々にご指導・ご協力をしていただきました．ここに御礼申し上げます．

指導教員である井上慎教授には学部 4 年のときからの 3 年間大変お世話になりました．井上先生は私に大小さまざまな仕事を与えてくださり，学部 3 年までには無かった多くの知識と経験を得ることができました．また社会人として物理の研究に限らず様々な仕事に取り組む姿勢も井上先生から学びました．

本研究室の加藤宏平特任助教は私が学部 4 年で研究室に配属されたときから多くの指導を頂きました．加藤先生は私を含めた学生のことをいつでも気にかけてくださり，実験や工作から就職活動のことまであらゆることについて多くのアドバイスをしてくださりました．加藤先生が朝早くから夜遅くまで実験室で研究に打ち込む姿を見て，研究とはこういうものなのだと感じました．

超低温物理学研究室の石川修六教授と生体構造物性物理学研究室の杉崎満准教授には本論文の査読を務めていただきました．お忙しい中，貴重なご意見をいただきありがとうございました．

修士課程 1 年の大前真秀氏と小林一平氏とは 2 年間を共に過ごしてきました．研究や本読みを 2 人で協力して進める姿勢は私も見習わないといけないと感じました．これからも 2 人で助け合いながら頑張って下さい．

学部 4 年の谷澤昂樹氏は研究室に配属されたときに私が指導を担当しました．私が不在のときでも自分の力で実験や回路の製作を進めていたのが印象的でした．

留学生の Janek Fleper 氏とは数か月の短い間でしたが一緒に過ごしました．私にもなじみのある DMD や IFLD などについて非常に詳しくて感心しました．また，来日したときにはすでに簡単な日本語を話したり読み書きができることにとても驚きました．

2017 年度に前期博士課程を修了された二村亮氏とは様々な部分でともに協力をして研究を進めました．本論文の共振アンテナについての研究も二村さんの残してくださった研究成果のおかげでスムーズに進められました．

最後に，今まで私を支えてくれた両親に心より感謝申し上げます．

参考文献

[1] R.C. Black, F.C. Wellstood, E. Dantsker, A.H. Miklich, D. Koelle, F. Ludwig, and J. Clarke, *Imaging radio-frequency fields using a scanning SQUID microscope*. Appl. Phys. Lett. **66**, 1267 (1995).

[2] I.M. Savukov, S.J. Seltzer, and M.V. Romalis, *Tunable Atomic Magnetometer for Detection of Radio-Frequency Magnetic Fields*. Phys. Rev. Lett. **95**, 063004 (2005).

[3] P. Böhi, M.F. Riedel, T.W. Hänsch, and P. Treutlein, *Imaging of microwave fields using ultracold atoms*. Appl. Phys. Lett. **97**, 051101 (2010).

[4] C.F. Ockeloen, R. Schmied, M.F. Riedel, and P. Treutlein, *Quantum Metrology with Scanning Probe Atom Interferometer*. Phys. Rev. Lett. **111**, 143001 (2013).

[5] P. Böhi and P.Treutlein, *Simple microwave field imaging technique using hot atomic vapor cells*. Appl. Phys. Lett. **101**, 181107 (2012).

[6] A. Horsley, G.-X. Du, M. Pellaton, C. Affolderbach, G. Mileti, and P. Treutlein, *Imaging of relaxation times and microwave field strength in a microfabricated vapor cell*. Phys. Rev. A **88**, 063407 (2013).

[7] A. Horsley, G.-X. Du, and P. Treutlein, *Widefield Microwave Imaging in Alkali Vapor Cells with sub-100 μs Resolution*. New J. Phys., **17**, 112002 (2015).

[8] A. Horsley and P. Treutlein, *Frequency-tunable microwave field detection in an atomic vapor cell*. Appl. Phys. Lett. **108**, 2011102 (2016).

[9] F. Sun, D. Hou, Q. Bai, and X. Huang, *Measuring magnetic field inside a microwave cavity via Rabi resonances in Cs atoms*. arXiv: 1611. 09998 (2016).

[10] M.E. Gehm, *properties of ^{6}Li*. http://www.physics.ncsu.edu/jet/techdocs/pdf/PropertiesOfLi.pdf

[11] T.G. Tiecke *Properties of Potassium*. http://www.tobiastiecke.nl/archive/PotassiumProperties.pdf

[12] D.A. Steck, *Rubidium 87 D Line Data* http://steck.us/alkalidata/

[13] D.A. Steck, *Cesium D Line Data*. http://steck.us/alkalidata/

[14] 文部科学省国立天文台，理科年表 平成 15 年 (机上版) 丸善，(2002).

[15] J. Melja, T.B. Coplen, M. Berglund, W.A. Brand, P.D. Blèvre, M. Grönlng, N.E. Holden, J. Irrgeher, R.D. Loss, T. Walczyk, and T. Prohaska *Atomic weights of the elements 2013 (IUPAC Technical Report)*. Pure Appl. Chem. **88**, 265 (2016).

[16] G. Breit and I.I. Rabi, *Measurement of Nuclear Spin*. Phys. Rev. **38**, 2082 (1931).

[17] Christopher J. Foot, *Atomic Physics*. OXFORD UNIVERSITY PRESS (2005).

[18] J.C. Slater *Atomic Radii in Crystals*. J. Chem. Phys. **41**, 3199 (1964).

[19] 藤掛 陽輔，電磁場による極低温原子の内部状態の制御．修士論文，東京大学，(2009)．

[20] Philipp Treutlein, *Coherent manipulation of ultracold atoms on chips*. PhD thesis, Ludwig-Maximilians-Universität München, (2008).

[21] 二村 亮，干渉フィルターを用いた外部共振器半導体レーザーの製作と線幅の評価. 修士論文，大阪市立大学，(2018)．

[22] Ron Schmit 著, 黒田 忠弘 監訳，LSI 技術者のための親切な電磁気学．丸善, (2005).

[23] 野本真一，ワイヤレス基礎理論．電子情報通信学会，(2003)．

[24] 砂川重信，電磁気学 (物理テキストシリーズ 4)，岩波，(1987)．

[25] M. Klein, M. Hohensee, D.F. Phillips, and R.L. Walsworth, *Electromagnetically induced transparency in paraffin-coated vapor cells*. Phys. Rev. A **83**, 013826 (2011).

[26] W. Franzen, *Spin Relaxation of Optically Aligned Rubidium Vapor*. Phys. Rev. **115**, 850 (1959).

[27] D.Budker and M. Romalis, *Optical Magnetometry*. Nat. Phy. **3**, 227 (2007).

[28] Andrew Horsley, *High Resolution Field Imaging with Atomic Vapor Cells*. PhD thesis, University of Basel, (2015).

[29] D. Budker, D.F. Kimball, and D.P. Mille, *ATOMIC PHYSICS an exploration through problems and solutions*. OXFORD UNIVERSITY PRESS (2004).

[30] Idealphotonics Inc. *Tunable Diode Laser Absorption Spectroscopy solution*. http://www.idealphotonics.com/mod_article-article_content-article_id-182.html