

第1回
レーザー量子物理研究室・原子核理論研究室
意見交換会

千葉陽平
大阪市立大学, NITEP
2019/6/26

意見交換会及び共同研究会の目的・背景

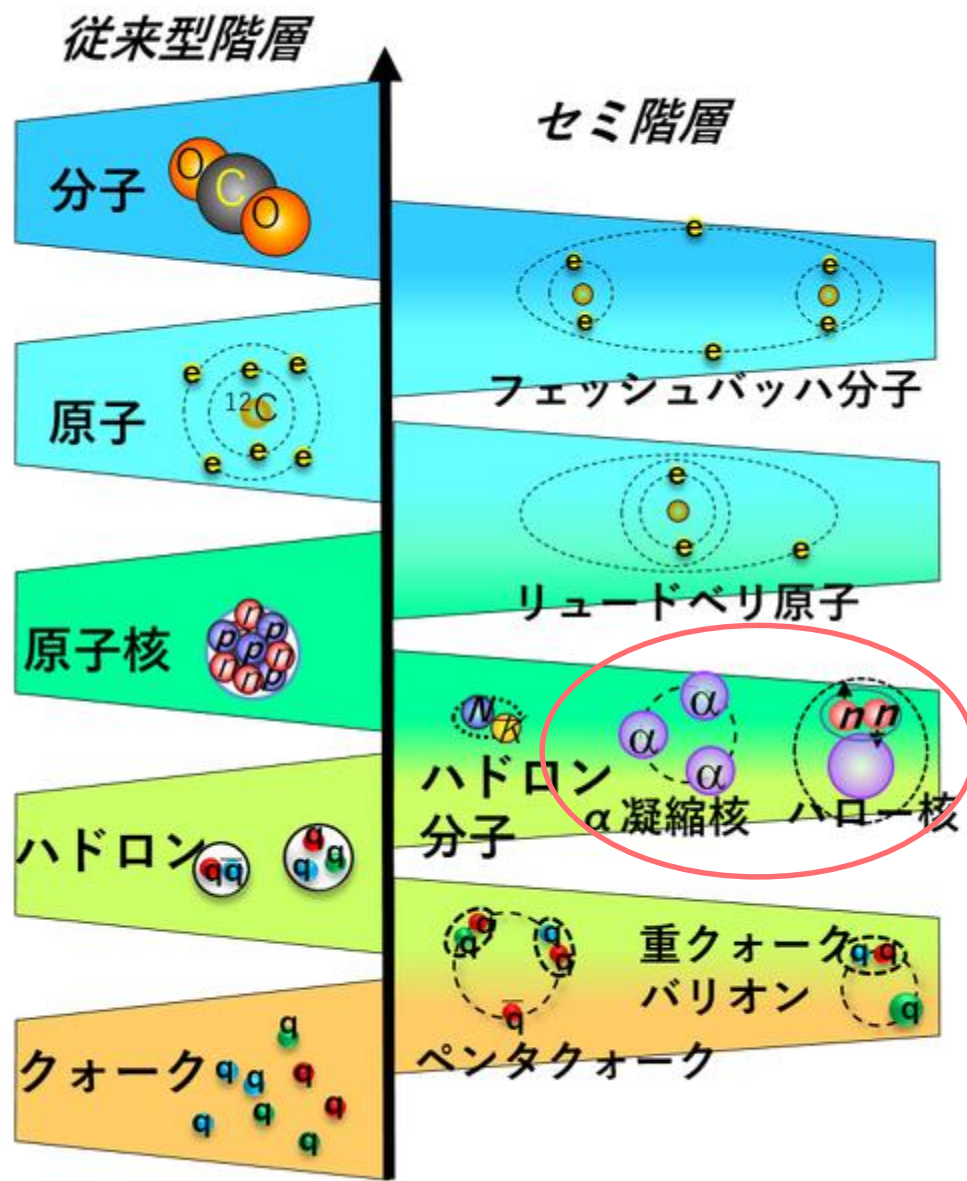
2019年度 NITEP活動計画(案) 原子核理論

3. レーザー量子物理研究室との共同研究会

反応粒子系の閉じたチャンネルに発現するフェッシュバッハ共鳴や3体系に現れる特殊な束縛状態であるエフィモフ状態は、原子核物理学と原子・分子物理学をつなぐ現象として注目されており、新学術領域「量子クラスターで読み解く物質の階層構造」においてもキーワードになっています。このフェッシュバッハ共鳴・エフィモフ状態について、原子核理論研究室とレーザー量子物理研究室のメンバー(および関係者)がそれぞれの観点から語り、議論を交わすことによって、両研究室の共同研究の創発を目指す機会を設けたいと考えています。詳細は、レーザー量子物理研究室と相談して詰める予定ですが、規模を上げすぎず、大阪市大に軸足を据えた堅実な議論ができればと考えています。

意見交換会ではまず、互いの分野における興味など基本的な事柄を確認し、共同研究や研究会につながる議論を行いたい

意見交換会及び共同研究会の目的・背景



原子核におけるクラスター構造

略歴

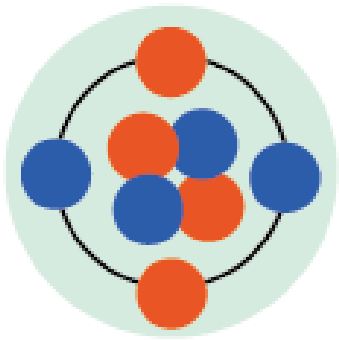
- 1989年4月 北海道江別市生まれ
- 2013年3月 北海道大学理学部物理学科 卒業
- 2015年3月 北海道大学大学院理学院宇宙理学専攻 修士課程 修了
- 2017年3月 北海道大学大学院理学院宇宙理学専攻 博士課程 修了

- 2016年4月 – 2018年3月 日本学生支援機構特別研究員
- 2018年4月 – 大阪市立大学 特任助教

原子核の対称性・性質

原子の“核” = 核子 からなる有限量子多体系

↳ **陽子**・**中性子**を同種フェルミオンと見なし、
アイソスピンの向きが異なる状態として表す



$$|TT_z\rangle = \begin{cases} \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle = |p\rangle, \\ \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = |n\rangle. \end{cases}$$

原子核の量子数：全角運動量 $\mathbf{J}(=L+S)$, パリティ π , アイソスピン T ...

J, π を持つ n 番目の状態を \mathbf{J}^π_n 状態と書く ($0^+_{1}, 3^-_2$ など)

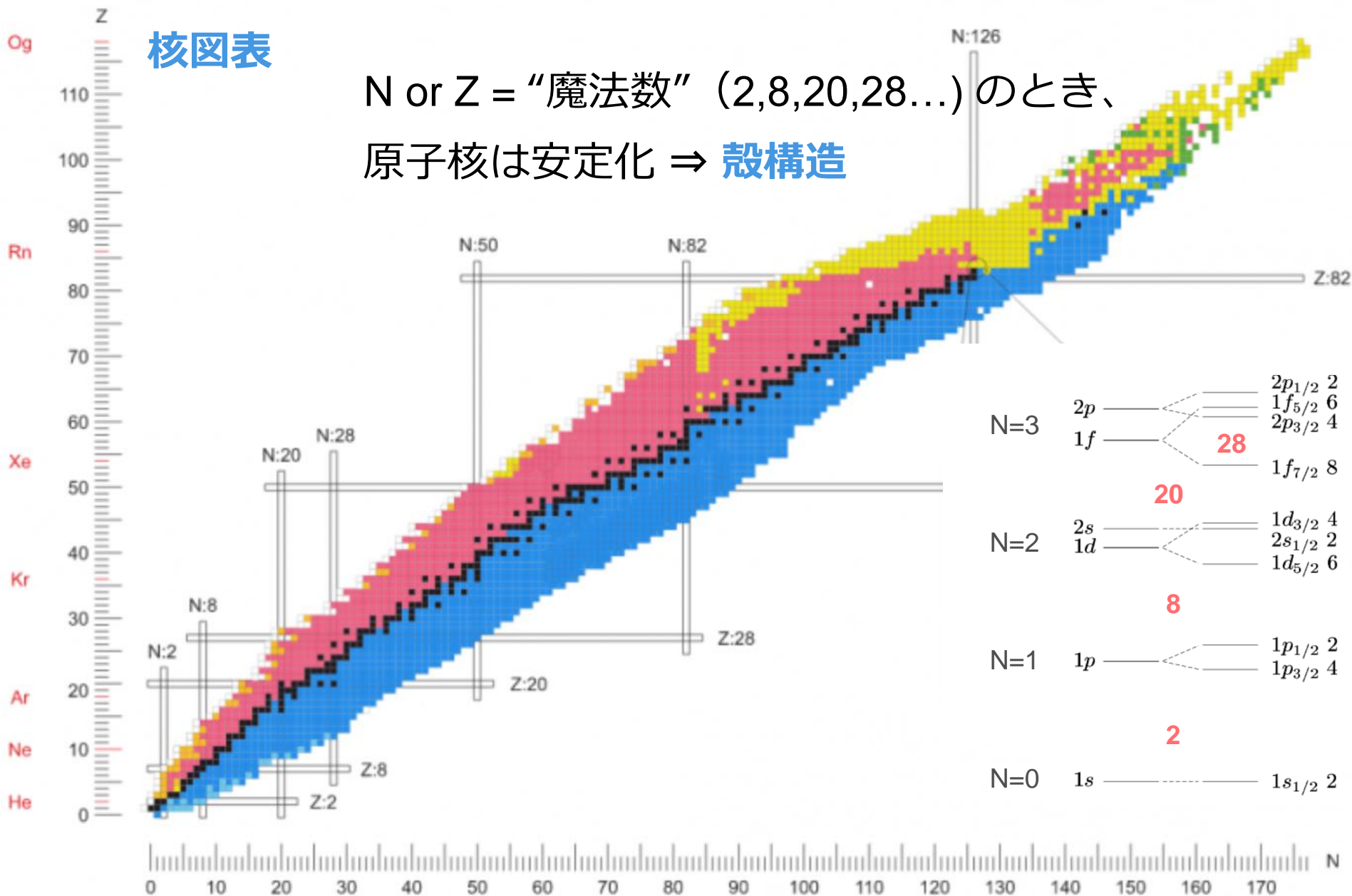
パウリの排他原理により、核子は同じ状態を占有できない

⇒原子核の波動関数は核子の入れ替えに対して完全反対称

原子核の魔法数・殻構造

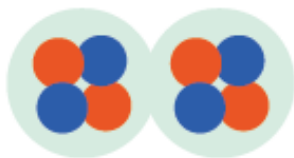
核図表

N or Z = “魔法数” (2,8,20,28...) のとき、
原子核は安定化 ⇒ 殻構造



原子核のクラスター構造

励起エネルギー



クラスター構造

核子が複数の塊（クラスター）にわかれた構造
主に励起状態に出現

クラスターの内部励起・相対運動の励起
⇒ クラスター共鳴

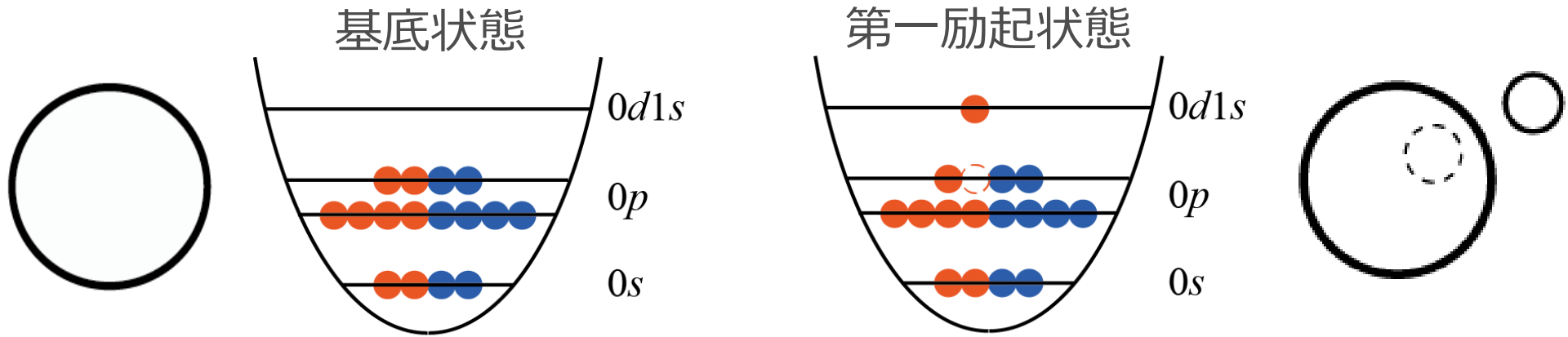


殻構造

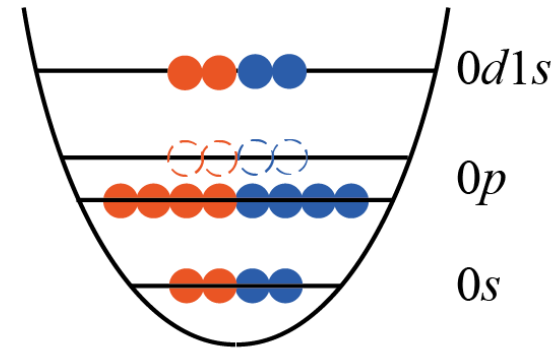
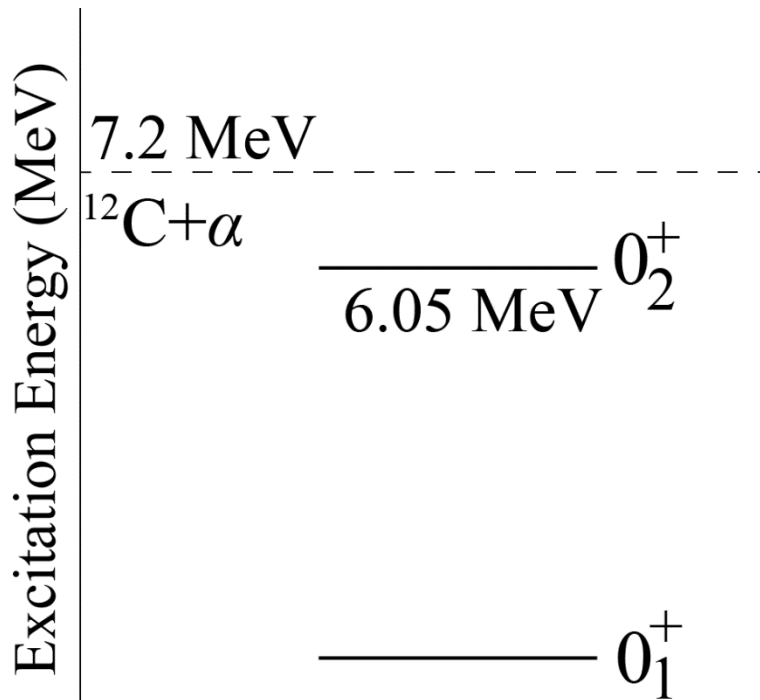
平均場中を核子が運動
基底状態で支配的

一粒子励起や振動・回転などの集団励起
⇒ 一粒子共鳴・巨大共鳴

例) ^{16}O : 奇妙な 0^+ 状態

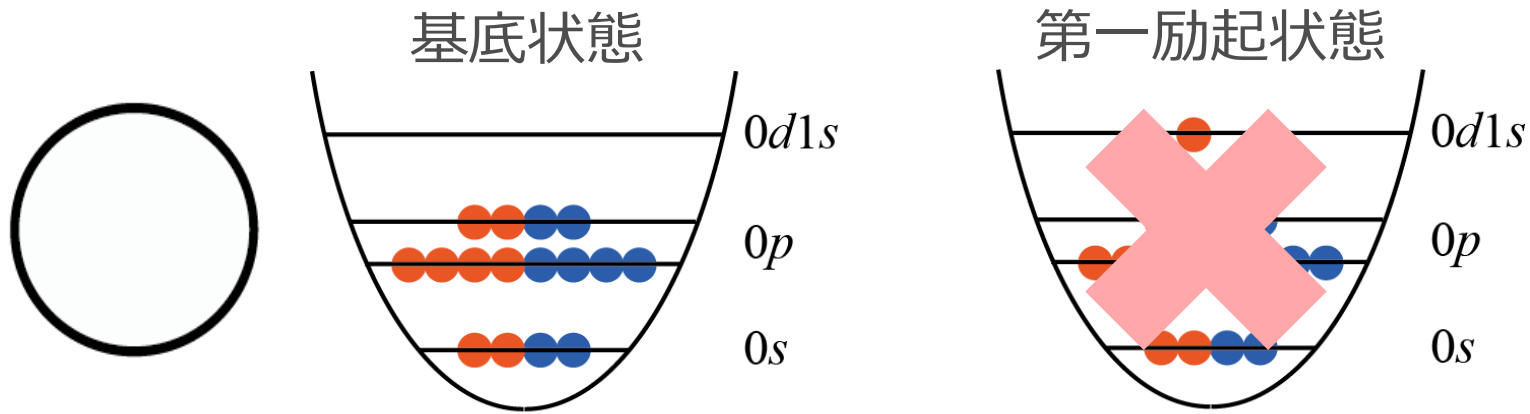


殻模型から予想される第一励起状態は負パリティを持つ1粒子1空孔状態

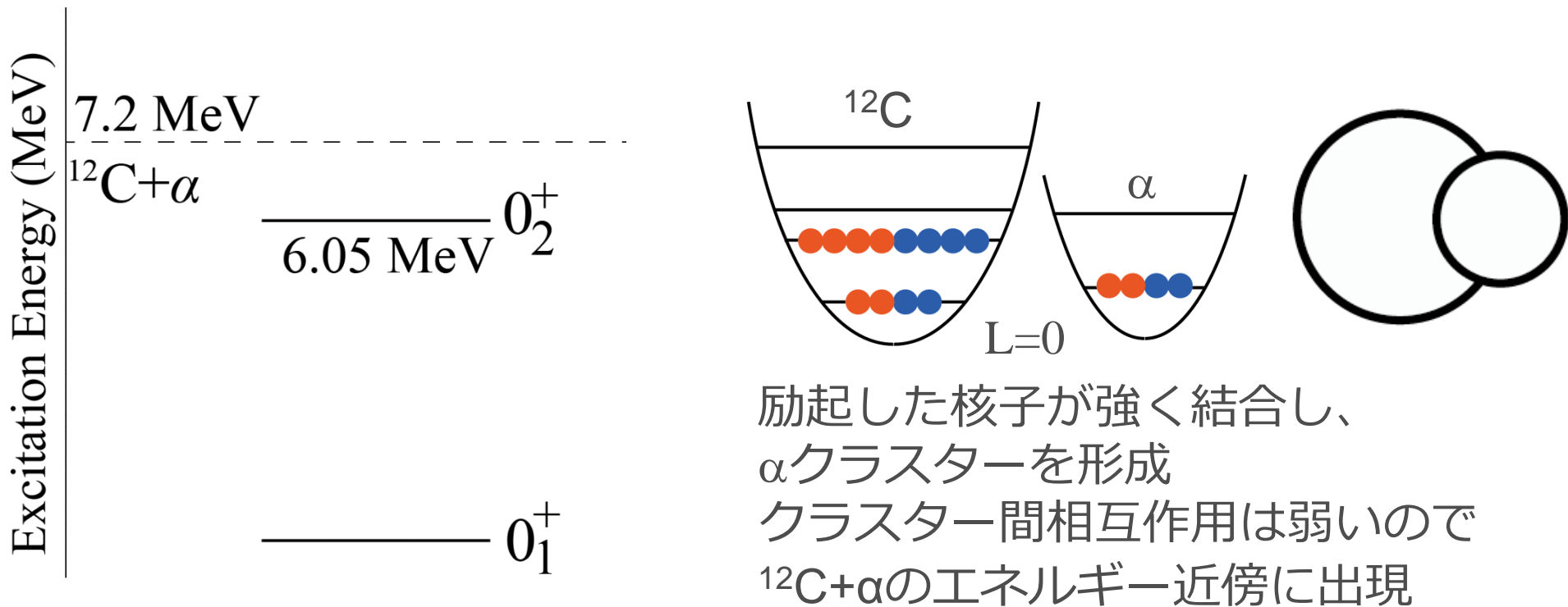


実際には $J\pi=0^+$ かつ4粒子4空孔状態で励起エネルギーは予想よりも低い ($E \sim 24 \text{ MeV}$)

例) ^{16}O : 奇妙な 0^+ 状態

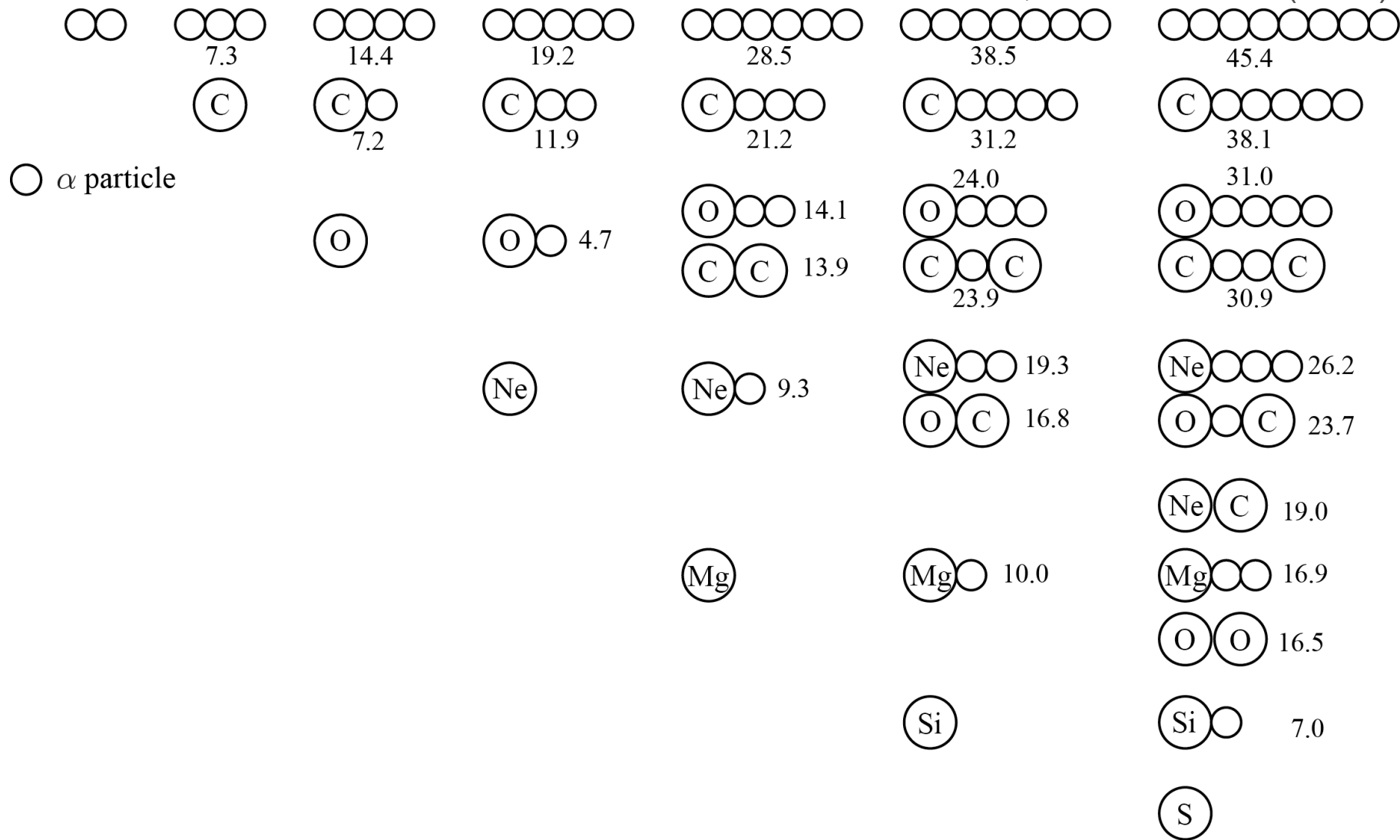


第一励起状態が $^{12}\text{C}+\alpha$ クラスター構造を持つと考えると説明可能



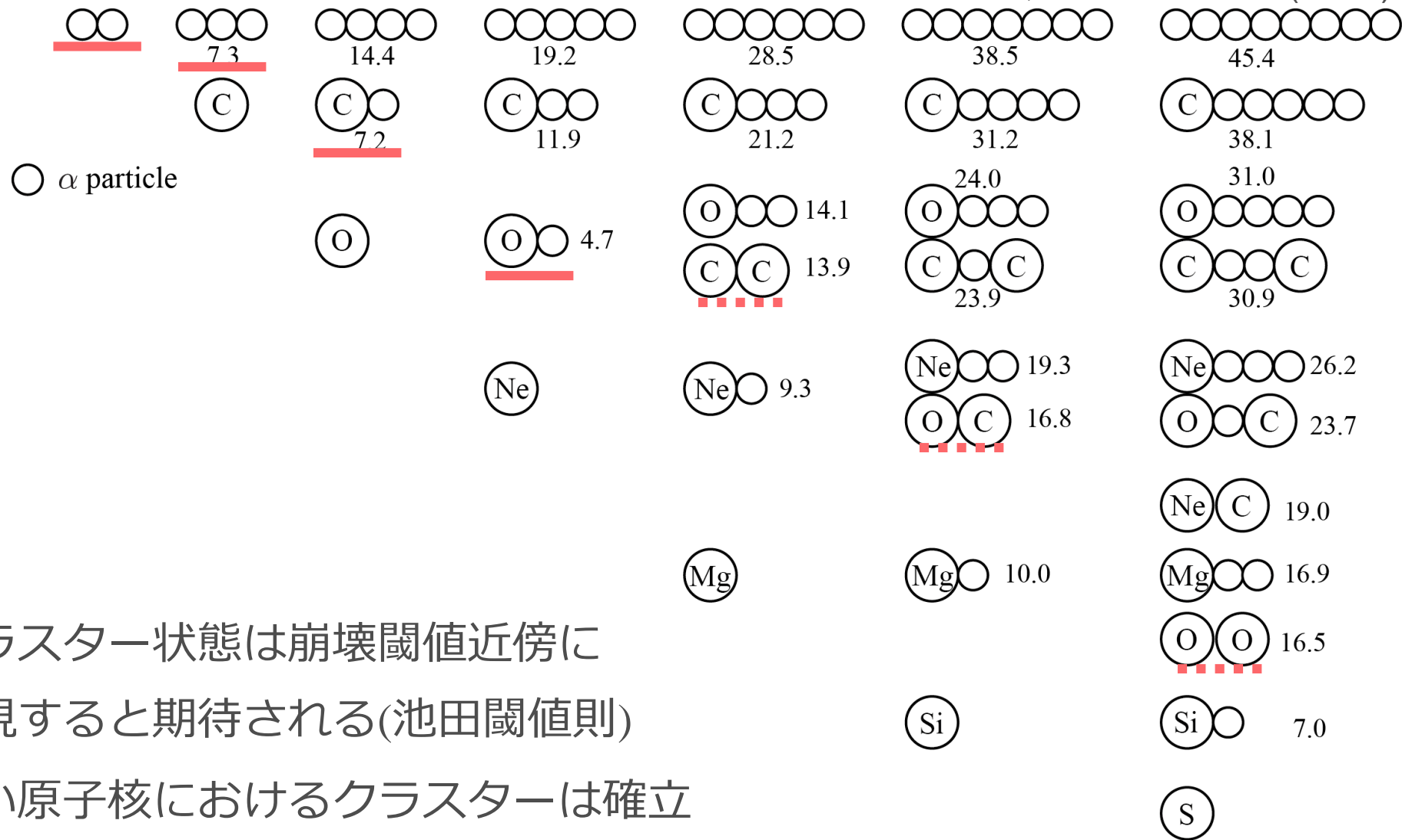
池田闕値則

Ikeda et al., PTPS Ex. 464 (1969)



池田閾値則

Ikeda et al., PTPS Ex. 464 (1969)



□ クラスター状態は崩壊閾値近傍に出現すると期待される(池田閾値則)

□ 軽い原子核におけるクラスターは確立

(^{12}C : 3α , ^{16}O : $^{12}\text{C}+\alpha$, ^{20}Ne : $^{16}\text{O}+\alpha$, Be isotope: $\alpha+\alpha+xn$)

Extended Ikeda diagram

W. von Oertzen, Int. J. Mod. Phys. E 20 (2011).

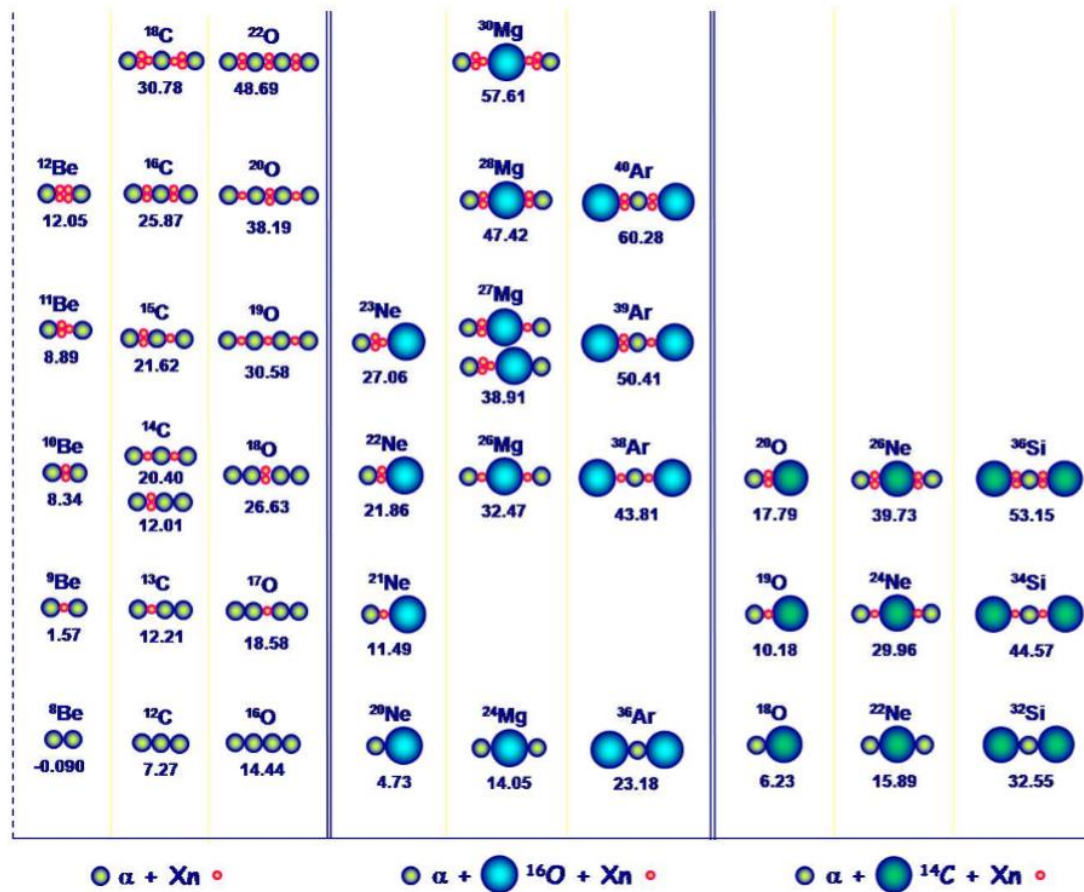
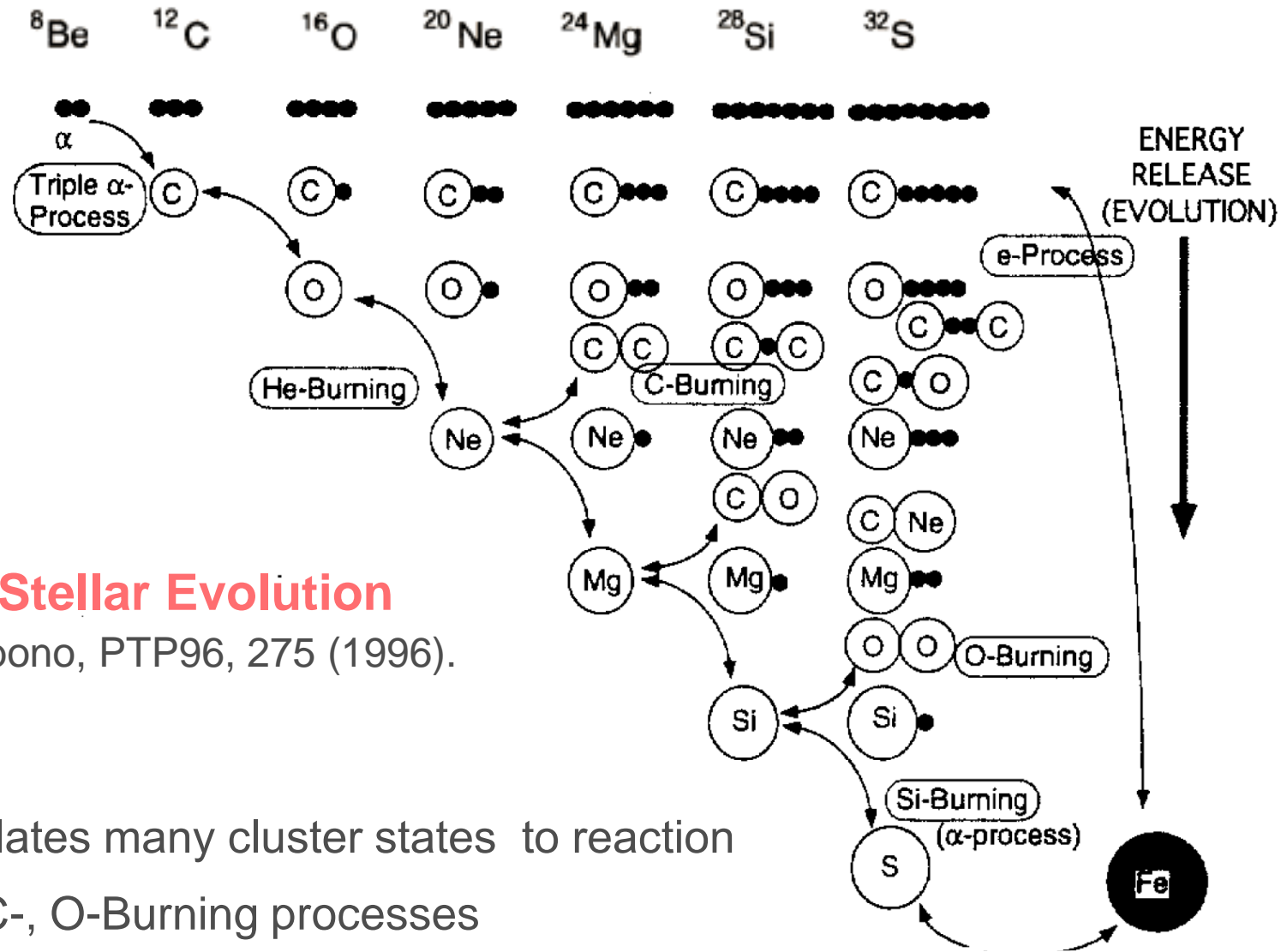


Figure 1. Schematic illustration of the structures of molecular shape isomers in light neutron-rich isotopes of nuclei consisting of α -particles, ^{16}O - and ^{14}C -clusters plus some covalently bound neutrons (X_n means X neutrons) [9]. The so called "Extended Ikeda-Diagram" [8] with α -particles (left panel) and ^{16}O -cores (middle panel) can be generalized to ^{14}C -cluster cores (right panel). The lowest line of each configuration corresponds to parts of the original Ikeda diagram [7]. However, because of its deformation, the ^{12}C nucleus is not included, as it was earlier [7]. Threshold energies (in MeV) are given for the relevant decompositions.

Cluster Nucleosynthesis

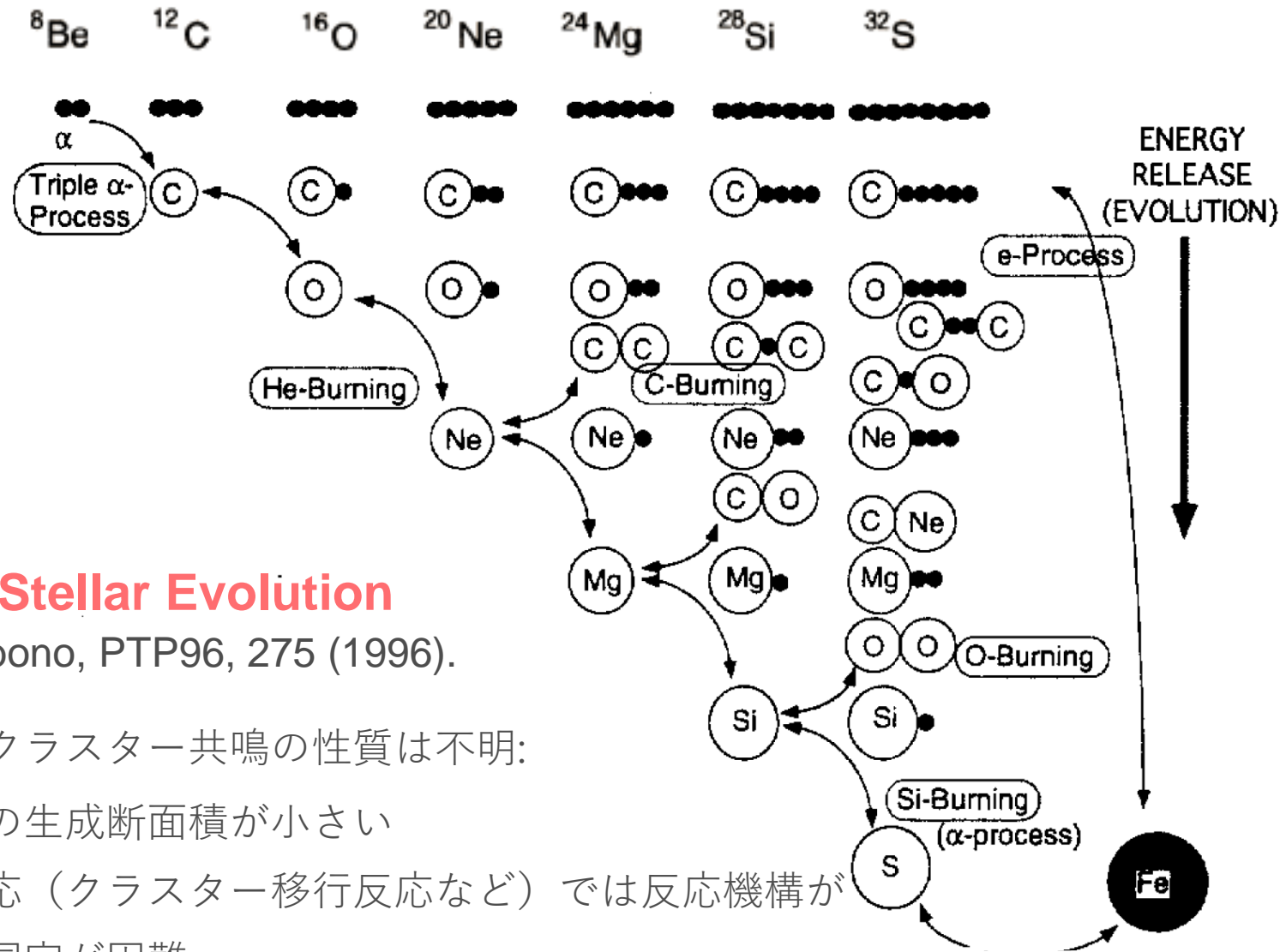


Cluster states in Stellar Evolution

S. Kubono, PTP96, 275 (1996).

“Threshold rule” relates many cluster states to reaction channels of He-, C-, O-Burning processes

Cluster Nucleosynthesis



Cluster states in Stellar Evolution

S. Kubono, PTP96, 275 (1996).

- ❑ 残念ながら多くのクラスター共鳴の性質は不明:
 - ❑ 直接的方法での生成断面積が小さい
 - 一方で代替反応（クラスター移行反応など）では反応機構が複雑になり、同定が困難
- ❑ 多数のクラスター構造を一つのフレームワークで扱うのが困難

α -cluster gas-like states in ^{12}C

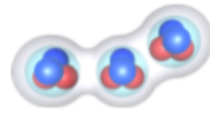
T.Neff, H. Feldmeier,
NPA738(2004)357

Y. Kanada-En'yo,
PTP117(2007)655

C.Kurokawa and K. Kato,
NPA792(2007)87

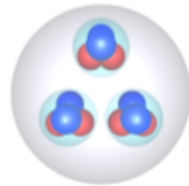
S.Ohtsubo et al,
PTEP2013,073D02

M.Freer et al,
PRC83(2011)034314



Linear-like 3α chain state (0^+)

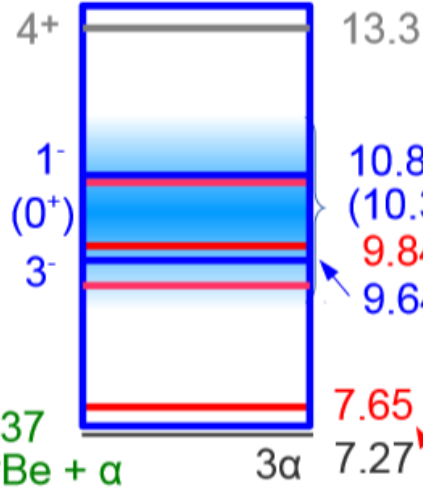
$^8\text{Be}(2^+) + \alpha$



Higher nodal of Hoyle state (0^+)

$^8\text{Be}(\text{g.s.}) + \alpha$

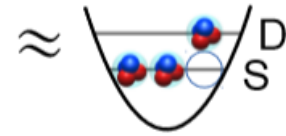
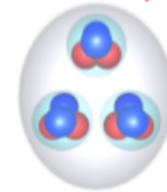
The α -cluster gas phase



$^8\text{Be} + \alpha$

3α

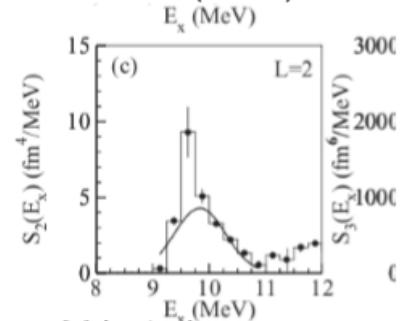
$(^8\text{Be}(\text{g.s.}) + \alpha)_{J=2}$



2^+ excitation of Hoyle state

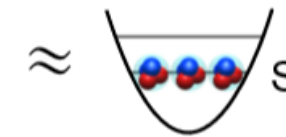
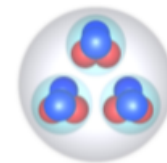
Y. Funaki et al, EPJ A24(2005)321

(α, α')
in RCNP

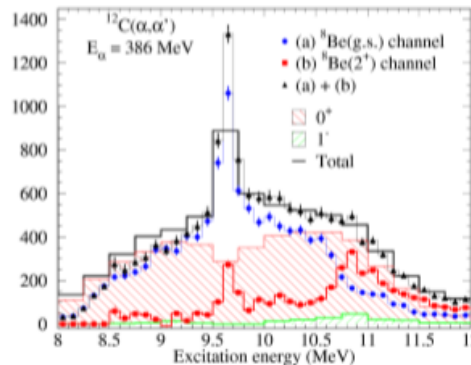


Hoyle state

M.I et al,
PRC84(2011)054308

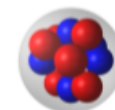


Ground state of the 3α gas-like state



$(\alpha, \alpha') + \text{decay-}\alpha$
in RCNP

^{12}C

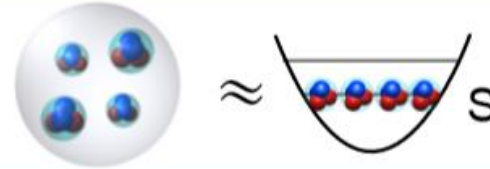


Ground state of ^{12}C

M.I et al,
J.Phys. Conf.Ser. 436, 012006 (2013)

α cluster gas-like states in ^{16}O

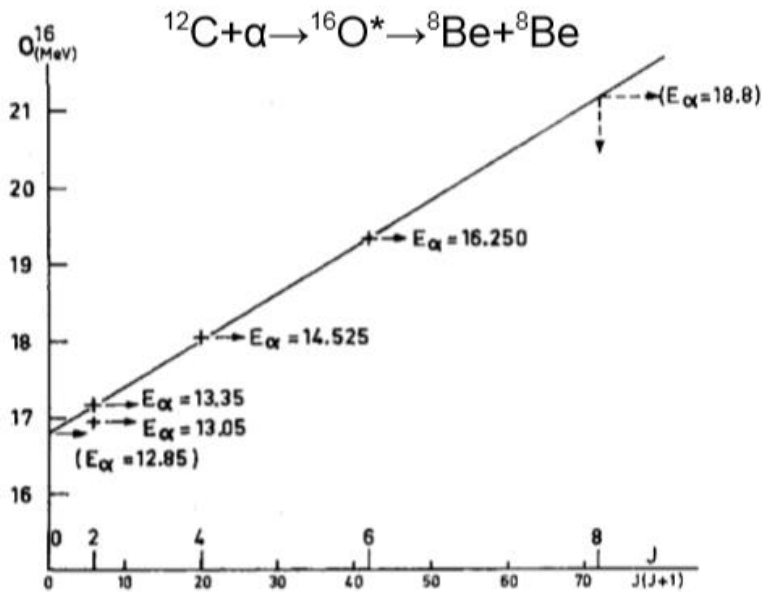
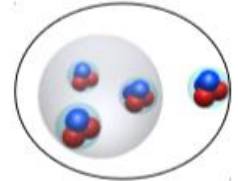
0^+ state at 15.1 MeV: α condensate state
 Y.Funaki et al, Phys.Rev.Lett. 101(2008)082502



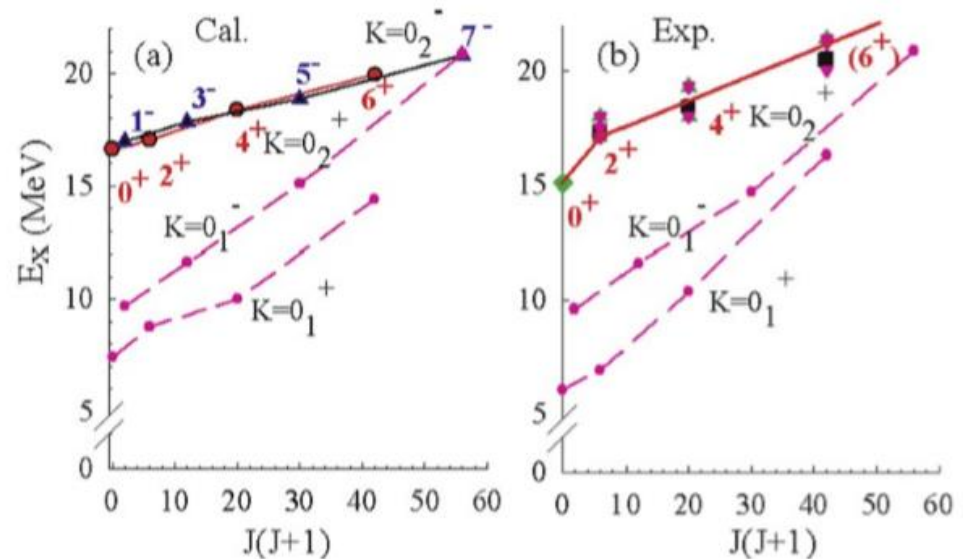
Linear chain structure



Hoyle + α cluster



P.Chevallier and M.W. Sachs.
 Phys.Rev. 160(1967)827



S. Ohkubo and Y. Hirabayashi,
 Phys.Lett. B684(2010)127

The bandhead 0^+ state : 16 ~ 17 MeV

Feshbach resonance in ^{11}Li ($^{10}\text{Li} + n$)

$^9\text{Li}+n+n$ cluster model
with CSM

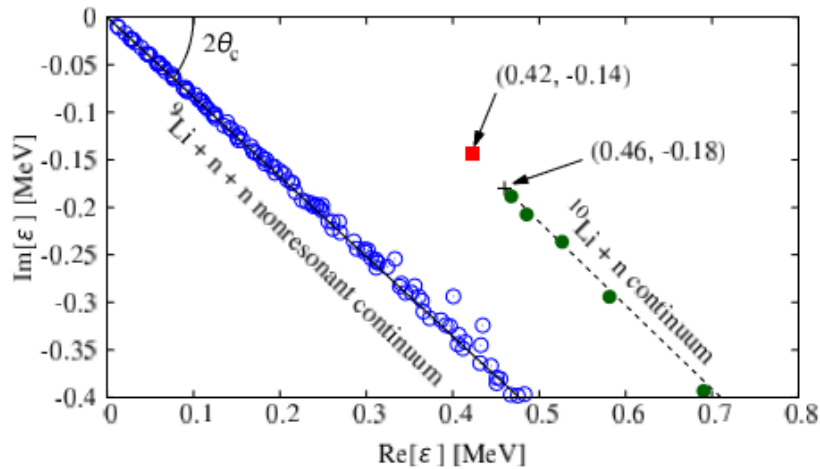


FIG. 1: Eigenenergies for 1^- states calculated with CSM on the complex-energy plane measured from the $^9\text{Li} + n + n$ threshold. The scaling angle θ_c is taken to be 20° , and the cross mark shows the $^{10}\text{Li}-n$ threshold on the complex plane.

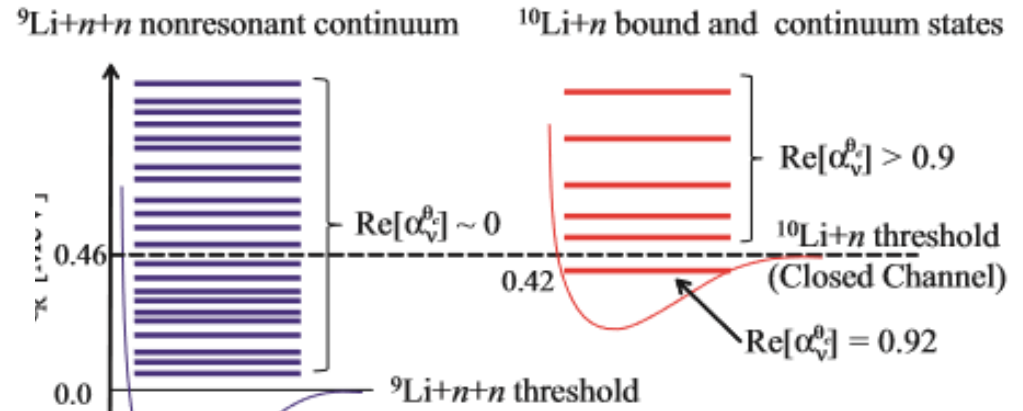
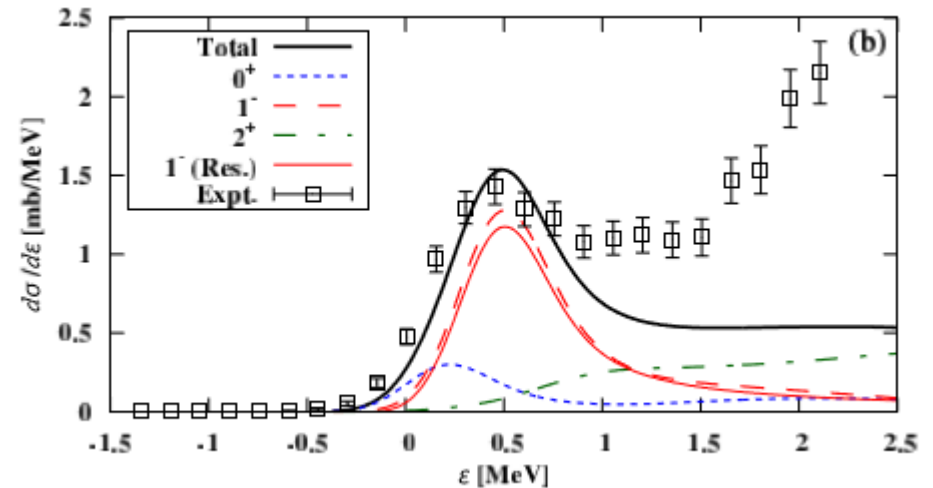
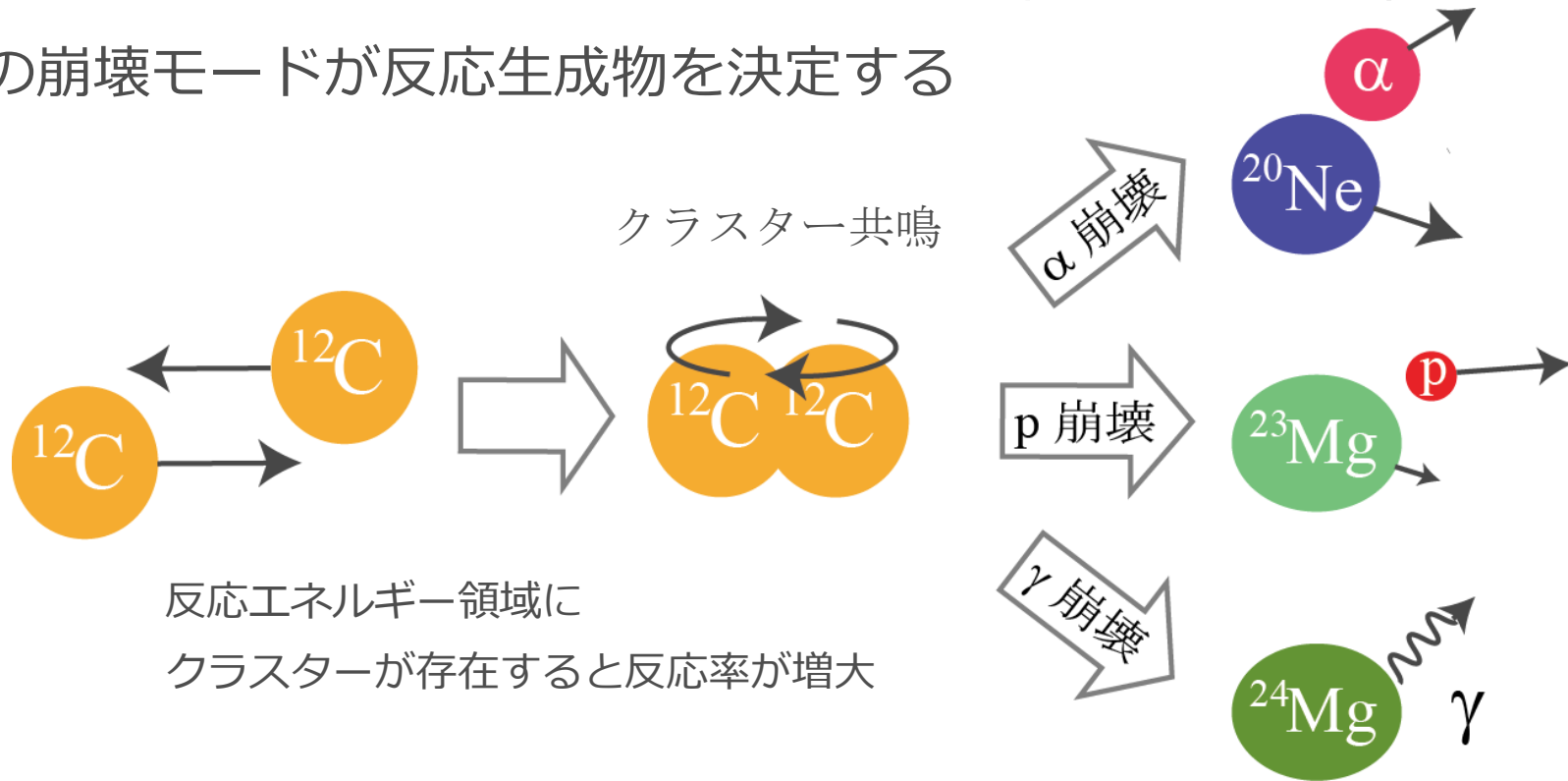


Fig. 2: A schematic representation of complex-scaled states ^{11}Li for $I^\pi = 1^-$ is shown.



クラスターと天体核反応

クラスター共鳴が反応エネルギー近傍に存在すると反応率が增大し、その崩壊モードが反応生成物を決定する



クラスター状態の探索には

構成するクラスターを“くっつける”反応がよく使われるが、

閾値近傍の状態はクーロン力に阻まれるため観測困難

原子核を割る方法：アイソスカラー型単極遷移

アイソスカラー型単極遷移によって基底状態からクラスター状態を生成できることが証明

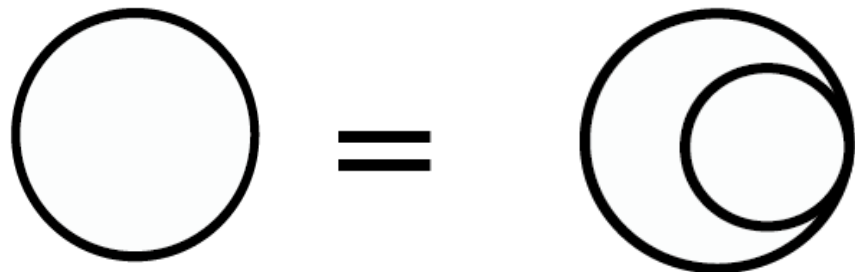
T. Kawabata, et.al., PLB646, 6 (2007),

Y. Kanada-En'yo, et. al., PRC75, 024302 (2007).



IS型単極遷移演算子

$$\mathcal{M}^{IS0} = \sum_{i=1}^A (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{c.m.})^2$$



基底状態

$$M_n(IS0) = \langle \Psi_n^{J\pi=0+} | \mathcal{M}^{IS0} | \Psi_{g.s.}^{J\pi=0+} \rangle,$$

$$B(IS0; g.s. \rightarrow 0_n^+) = |M_n(IS0)|^2,$$

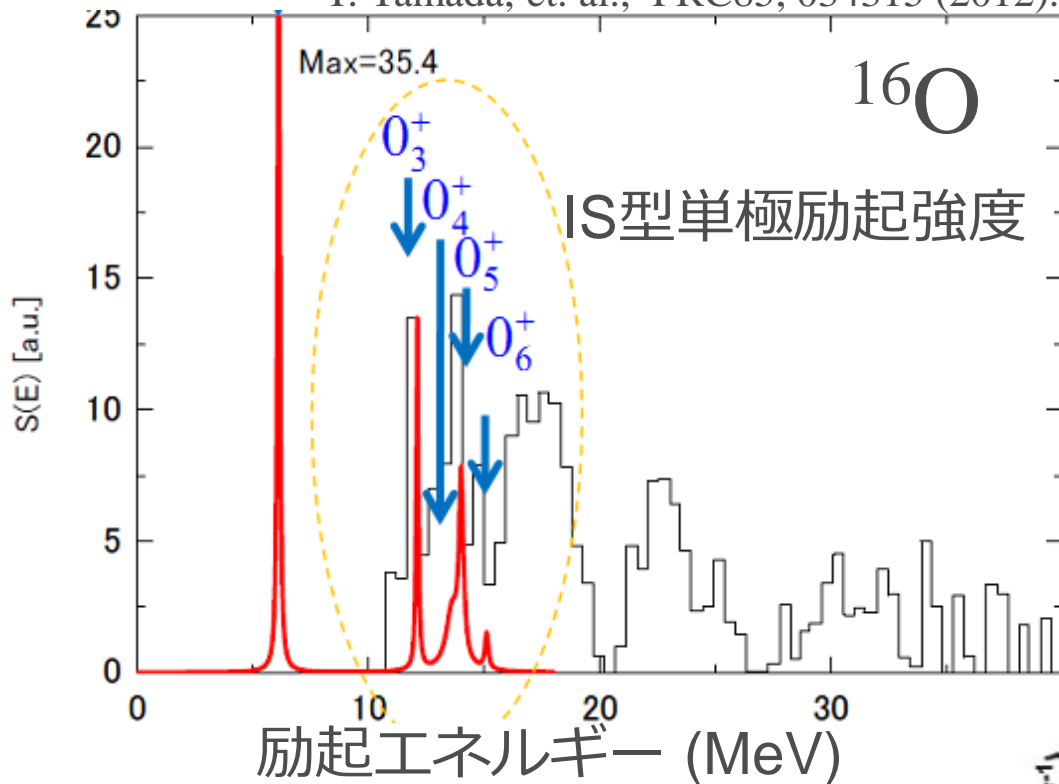
実は基底状態は非常なコンパクトなクラスター状態と見なせる

単極遷移演算子を作用させると波動関数が空間的に広がり、割れた状態（クラスター状態）ができる

ただし、割れ方は一つでないので、どのような状態が作られるかは不明

例) ^{16}O のIS型単極励起強度分布

T. Yamada, et. al., PRC85, 034315 (2012).

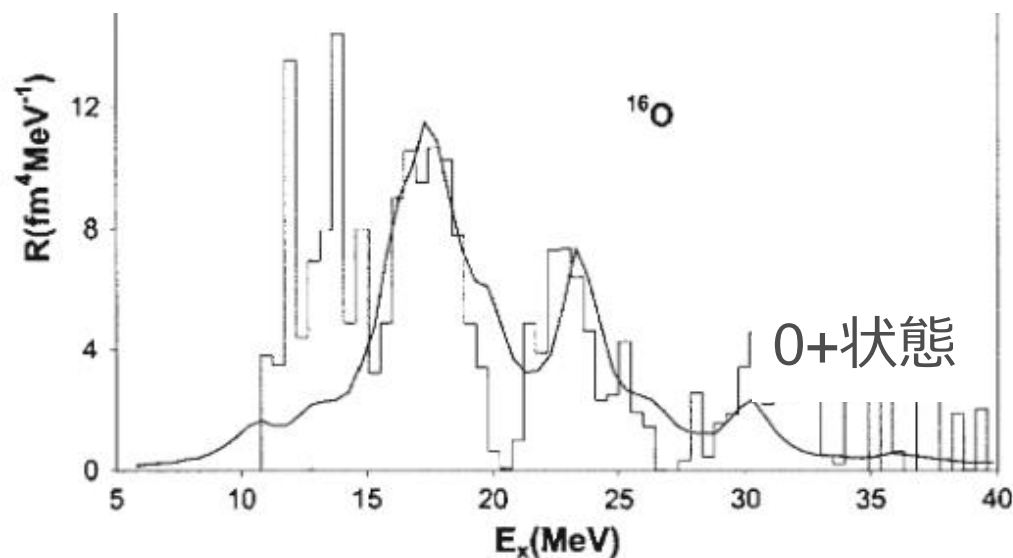


15 MeV以下の鋭いピークは
クラスター由来！

ヒストグラム: 観測データ

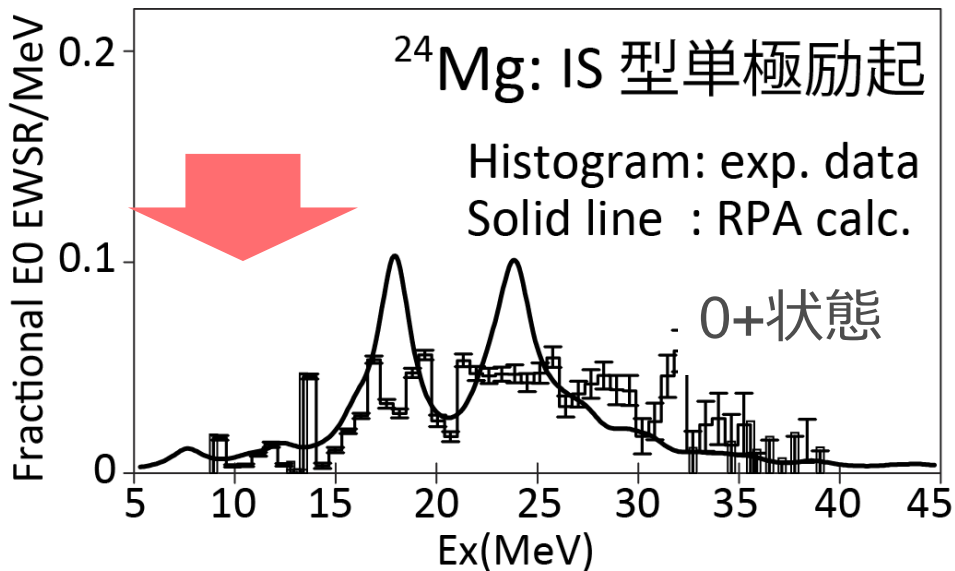
赤線: 4α クラスター模型計算

黒線 (下図) : 平均場計算

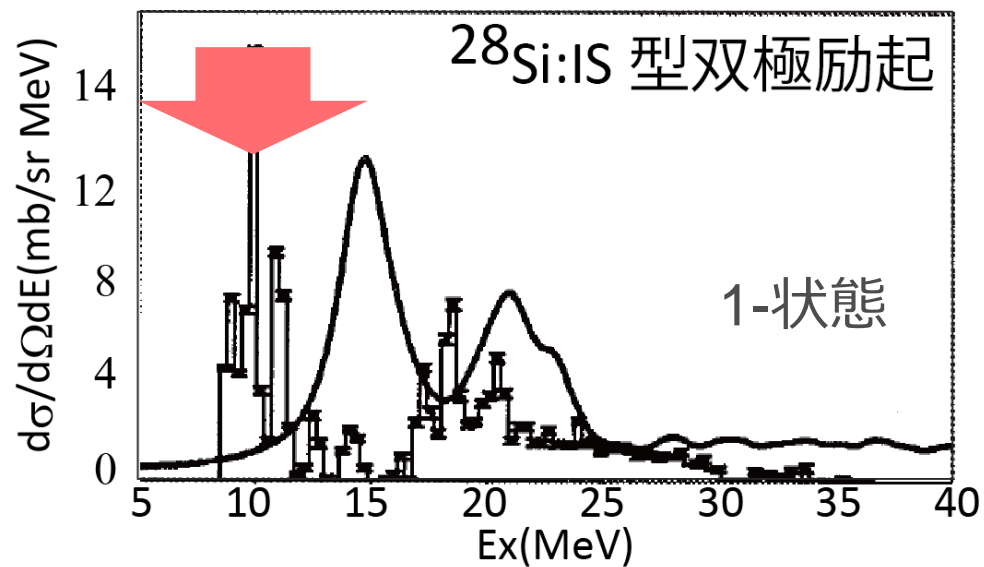
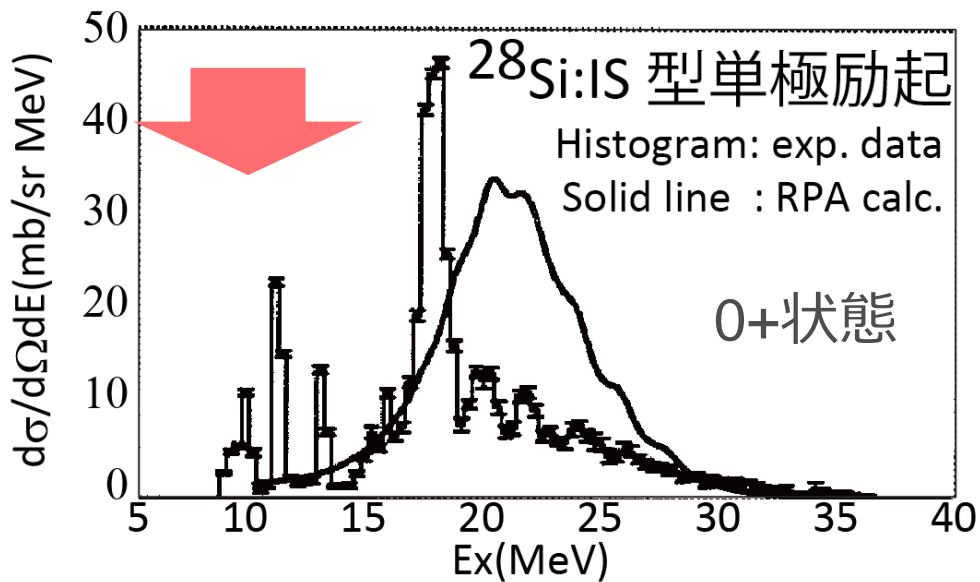
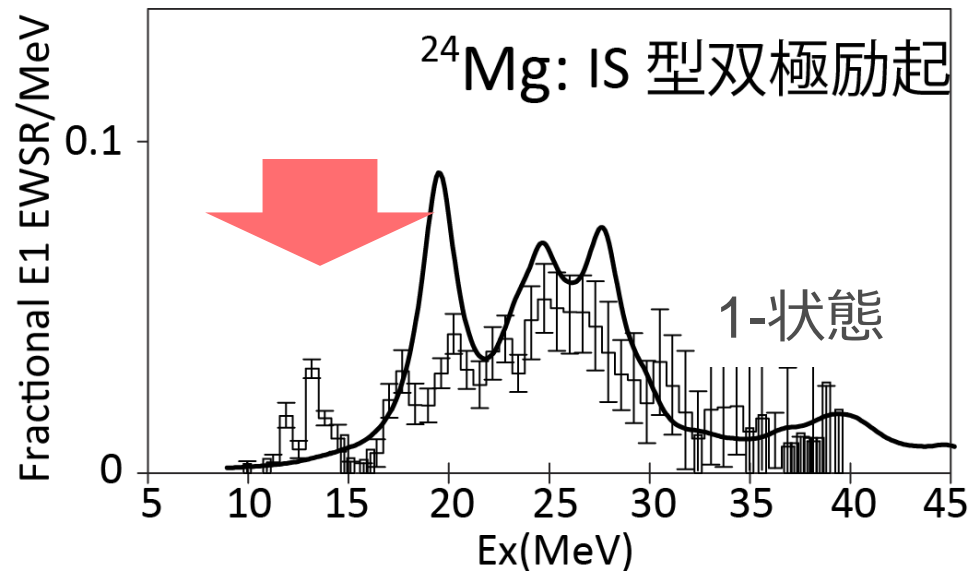


IS型単極・双極遷移強度の観測データ

X. Chen et al., PRC80, 014312 (2009).



D. H. Young-Blood et al., PRC65, 034302 (2002).



^{24}Mg のIS型単極励起強度と クラスター構造

- $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ クラスター状態の探索-

原子核をどのように記述するか？

Hamiltonian

$$\hat{H} = \sum_i^A \hat{t}_i - \hat{t}_{c.m.} + \sum_{i<j}^A \hat{v}_{\text{GognyD1S}}(r_{ij}) + \sum_{i<j}^Z \hat{v}_{\text{Coulomb}}(r_{ij})$$

運動エネルギー 核力 クーロン力

構造を議論したいので、重心運動のエネルギーは取り除く

原理的には完全系を用意してHamiltonianを対角化すると、
固有波動関数・固有エネルギーが得られる

$$|\Psi\rangle = \sum_i |\Phi_i\rangle C_i,$$

$$\sum_j \langle \Phi_i | \hat{H} | \Phi_j \rangle C_j = \epsilon \sum_j \langle \Phi_i | \Phi_j \rangle C_j.$$

ただし、多体系の完全系を用意することは事実上不可能なので、
考えている問題に対して適切な模型空間を用意する

原子核をどのように記述するか？

基本的な戦略

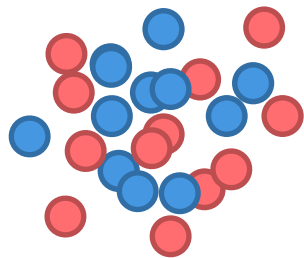
1. 適当な模型波動関数を仮定して、
エネルギーを最小化するパラメータを決定（変分計算）
2. 励起状態を記述するために、拘束条件の元で1.を実施
3. 1.と2. で得られた基底関数の線形結合で固有波動関数を記述、
固有エネルギーを求める（Hamiltonianの対角化）
4. 固有波動関数から遷移強度・崩壊幅等を評価して、
実験と比較に基づき解析を行う

基底関数の用意

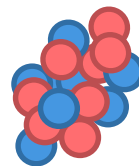
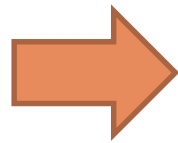
変分波動関数 (AMD波動関数)

$$\Phi^\pi = \frac{1 + \pi \hat{P}_x}{2} \Phi_{int} = \frac{1 + \pi \hat{P}_x}{2} \mathcal{A}\{\varphi_1 \varphi_2 \cdots \varphi_A\}$$

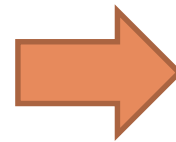
$$\varphi_i(\mathbf{r}) \propto \exp \left\{ -\nu_x \left(x - \frac{Z_{ix}}{\sqrt{\nu_x}} \right)^2 - \nu_y \left(y - \frac{Z_{iy}}{\sqrt{\nu_y}} \right)^2 - \nu_z \left(z - \frac{Z_{iz}}{\sqrt{\nu_z}} \right)^2 \right\} \otimes \{a_i|\uparrow\rangle + b_i|\downarrow\rangle\} \otimes \tau_i$$



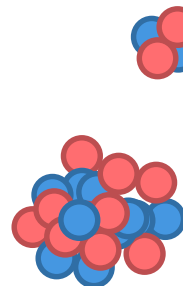
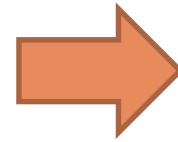
Randomly generated



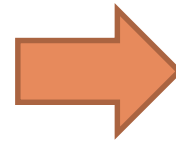
Gathering around c.m.



Mean-field w.f.



Gathering two or more parts



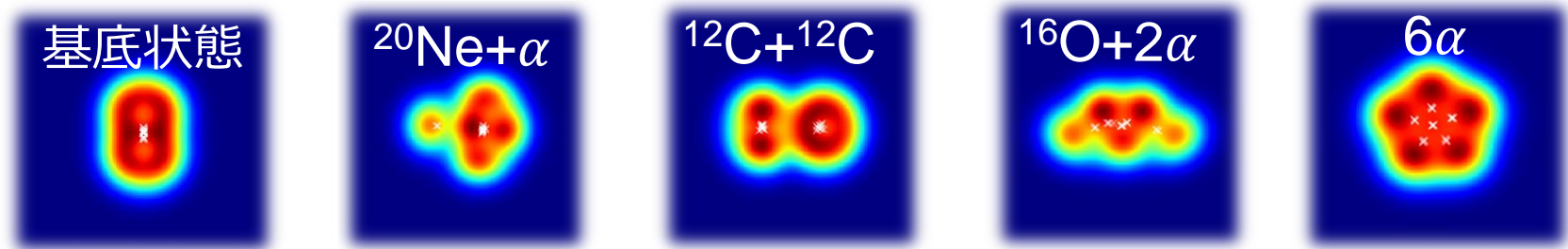
Cluster w.f.

生成座標法・単極励起強度分布

生成座標法(GCM)

様々な殻構造・クラスター構造を角運動量射影の後、重ね合わせる

$$\Psi_n^{J\pi} = \sum_{Ki} f_{nKi} \hat{P}_{MK}^J \Phi_i$$



Hamiltonianの対角化により、固有エネルギー、固有波動関数を求める

$$\sum_{jK'} H_{iKjK'} f_{jK'\alpha} = E_\alpha \sum_{jK'} N_{iKjK'} f_{jK'\alpha}, \quad H_{iKjK'} = \langle \hat{P}_{MK}^J \Phi_i | \hat{H} | \hat{P}_{MK'}^J \Phi_j \rangle,$$
$$N_{iKjK'} = \langle \hat{P}_{MK}^J \Phi_i | \hat{P}_{MK'}^J \Phi_j \rangle$$

励起強度分布: $S(E_x)$

$$M_n(IS0) = \langle \Psi_n^{J\pi=0+} | \hat{O}_{IS0} | \Psi_{g.s.}^{J\pi=0+} \rangle,$$

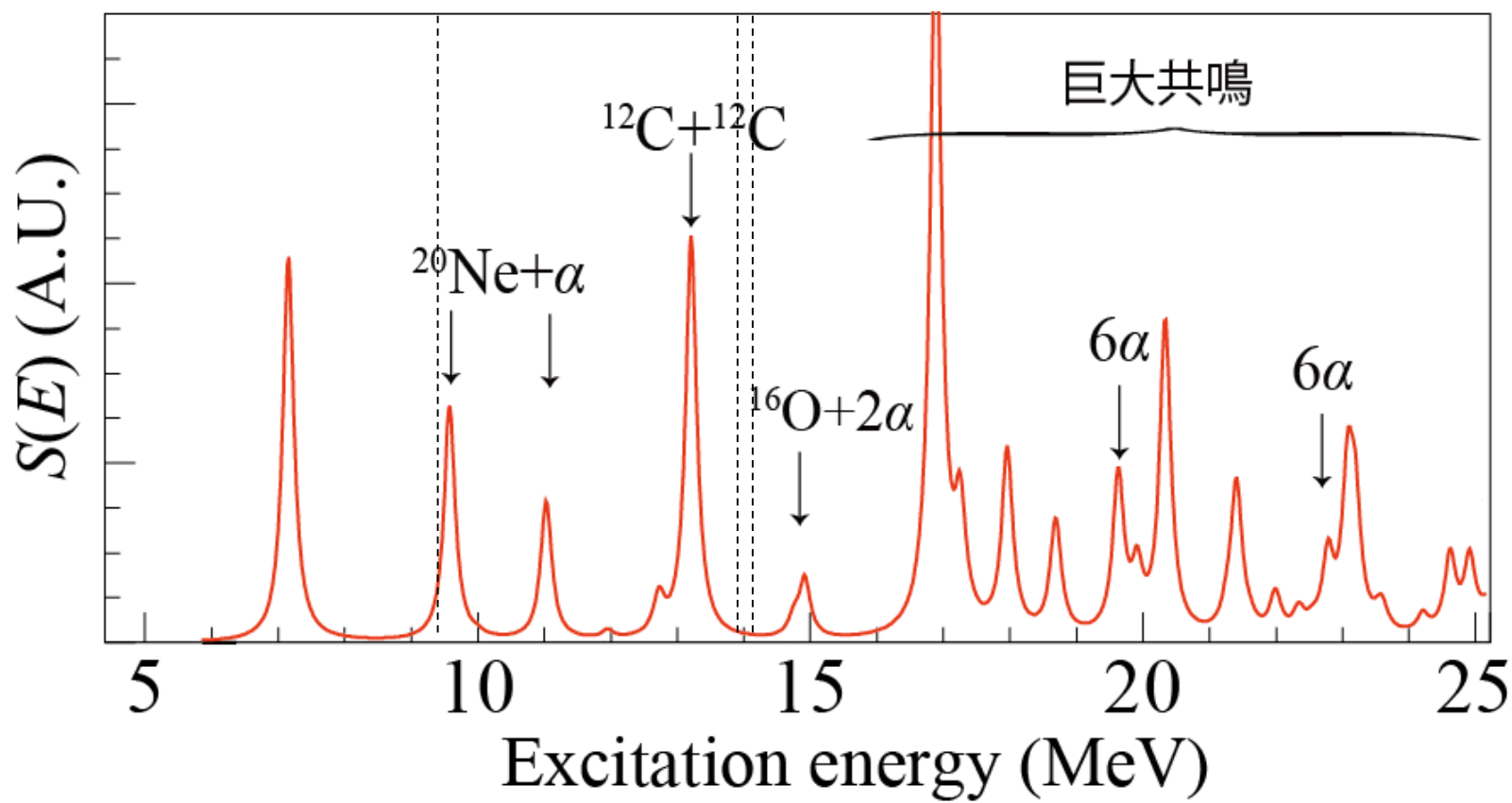
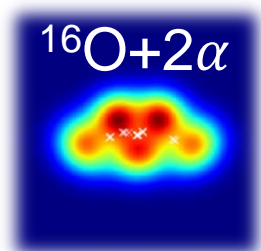
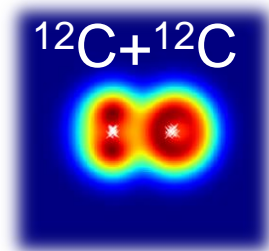
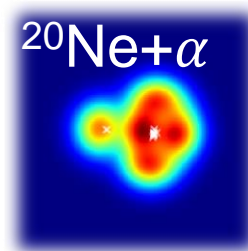
$$S(E_x) = \sum_n |M_n(IS0)|^2 E_n \delta(E_n - E_x)$$

^{24}Mg : IS型単極励起強度分布

励起強度分布: $S(E_x)$

$$M_n(IS0) = \langle \Psi_n^{J\pi=0+} | \hat{O}_{IS0} | \Psi_{g.s.}^{J\pi=0+} \rangle,$$

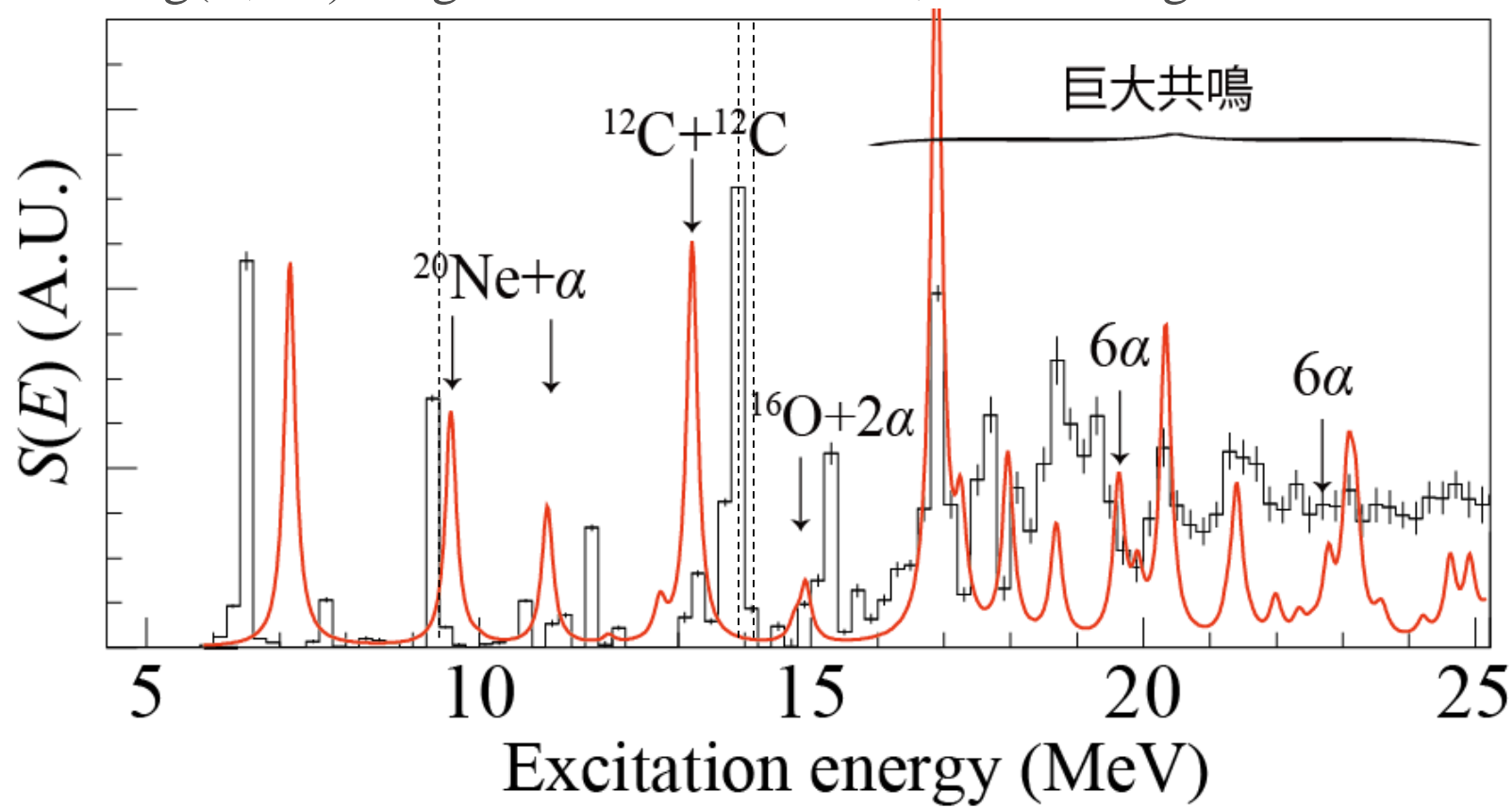
$$S(E_x) = \sum_n |M_n(IS0)|^2 E_n \delta(E_n - E_x)$$



^{24}Mg : IS型単極励起強度分布

- 観測データ(ヒストグラム)と非常に良く一致
- 10-15 MeVの共鳴状態は $^{20}\text{Ne}+\alpha$, $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ クラスタ状態

$^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha')^{24}\text{Mg}^*$ T. Kawabata et al., Proceedings of Cluster12



^{24}Mg のまとめ

IS型単極遷移によって、原子核を割ることができる

^{24}Mg のIS型単極励起強度分布とクラスター構造

