## 卒業論文

# <sup>41</sup>Kの蒸発冷却のための 磁気トラップの製作

指導教員 井上 慎 助教授

平成19年2月提出

東京大学 工学部 物理工学科

- 50433 新栄 拓人
- 50473 野田開

# 目次

1.	導入		. 1
	11	極低温原子気体の探求	1
	1.1.	その後に生じた研究テーマ	· 1 2
	1.3.	$41$ K $\mathcal{O}$ BEC	. 2
	1.4.	我々の仕事	. 4
2	原理	·· · ·	5
4.	小生		
	2.1.	磁気トフップの一般論	. 5
	2.2.	CLOVERLEAFトフツノ 基式 24-11	. 6
	2.3.	烝宠行 <b>动</b>	. 9
3.	実験	装置	11
	3.1.	光学系	11
	3.2.	磁気トラップの設計	12
	3.2.1	. 達成したいこと	12
	3.2.2	?. 制約	13
	3.2.3	3. 設計の考え方	13
	<i>3.2.4</i>	9. 数值計算	15
	3.3.	トラップ用コイルの製作	16
	3.3.1	. 目的とその実現方法	16
	3.3.2	?. 材料の種類とその役割	20
	3.3.3	3. 治具の種類とその役割	21
	<i>3.3.</i> 4	!. 工具の種類とその役割	22
	<i>3.3.</i> £	5. その他用意するもの	23
	3.3.6	3. 製作手順	24
	3.4.	コイル周辺設備の準備	27
	3.4.1	1. コイルの配置と固定	27
	3.4.2	?. 電気的接続	28
	3.4.5	3. 冷却水の配水	29
	3.5.	大電流スイッチング・モジュール	33
	3.5.1	I. IGBT/ZZSSwitching	33
	3.5.2	9. 大電流用Diodeで逆電流を防止	33
	3.5.5		34
	3.5.4	. 大電流用素子の伶却糸の設計	35
	3.5.5	). <i>期作唯認試験</i>	36
	3.6.	燃場PROFILE	39
	3.6.1	. 磁場Prome側定の手順とその目的	39
	3.6.2		40
	0.0.0 9.6	).	40
	3.0.4 3.6 A	- <i>例に</i> - <i>すい</i> ろ	41
	J.U.U		47
4.	動作	の実証とその結果	49
	4.1.	実験手順	49
	4.2.	結果	49
5.	今後	の実験	50
	DOG	アム本の道山	EO
А.	BUS	12刀4122号山	92
В.	BEĞ	日縮体の振る舞いを記述する理論	53
	B.1.	GROSS-PITAEVSKII方程式	53

B.2	. ]	BECのDEPLETIONと超流動 <sup>4</sup> HEの超流動成分5	4					
<b>C</b> . =	主なK	同位体の諸性質5	5					
D. 3	光学系	ミにおける技術と手法	7					
D.1 D.2 D.3	. 1 . ] . [	飽和吸収分光法	7					
E.1 E.2		完全楕円積分による方法	0 0					
F. ‡	製作に	ニ関わるデータなど	1					
F.1	F.1.1. F.1.2. F.1.3. F.1.4. F.2.1. F.2.2. F.2.3. F.2.4. F.2.5.	2イル製作関連	1 1 1 1 2 1 2 7 2 7 3 7 6 7 9					
謝辞	•••••		1					
参考文	参考文献							

### 1. 導入

本論文で述べるのは,近年飛躍的な発展を遂げて注目を集める極低温原子 (ultracold atom) 分野における一研究である.

- 蒸発冷却とは何か.極低温原子気体生成における蒸発冷却の役割.
- なぜ対象とする原子に<sup>41</sup>Kを選んだか.
- 蒸発冷却における磁気トラップの役割,機能.
- 磁気トラップをどのように設計し、製作したか.またどのような性能を発揮したか.

本論文はこれら4項目について解説し、利点・欠点の評価や選択の必然性について論ずる.ここではま ず議論の前提となる基礎事項を述べる.主に物性物理における極低温原子の物理の位置付けを解説す る.

#### 1.1. 極低温原子気体の探求

歴史的背景:「ボゾン」はインドの物理学者 Bose から名づけられた. 1924 年, Einstein による光量子仮 説を敷衍し, 光子の統計性に気付いた Bose が Planck の輻射則を導出する論文をインドからドイツの Einstein に送ったところ, Einstein もその重要性をただちに見抜き,当時の一流論文誌 Zeitschrift für Physik への掲載[Bose]の力添えをしたという逸話は有名である. さらに Einstein は Bose の議論を光子か ら質量を持つ一般の粒子に拡張し[Ein1], 現在 Bose-Einstein 統計と呼ばれる以下のような概念が確立さ れた.

すなわち,量子力学において性質の等しい粒子同士は互いの区別がない.このため粒子の集団の記述において「粒子Aは状態*i*に,粒子Bは状態*j*にある」といった言明が意味を持たず,代わりに状態の占有数すなわち「ある状態*i*を持つ粒子の数*n<sub>i</sub>*はいくつか」が頻繁に使われる.占有数に関する性質から粒子はボゾンまたはフェルミオンのどちらかに分類される.フェルミオンの占有数が0または1に限られるのに対し,ボゾンの占有数は任意の非負整数となり得る.統計力学から任意の状態*i*の占有数のカノニカル・アンサンブル平均が計算されており,それをエネルギー*e<sub>i</sub>*の関数として書いたものが

Bose分布関数f<sub>B</sub>(ε)である(付章A.1).

$$f_B(\varepsilon) = \frac{1}{\exp[\beta(\varepsilon - \mu)] - 1}$$

このBose分布は意外な性質「Bose-Einstein凝縮(以後BEC)」 を予言した.3次元空間では十分な低温と高密度においては 励起状態に入る粒子の総数が有限になる(この条件を厳密に 述べると、 $\rho$ をde Broglie波長 $\lambda_{dB} = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$ を基に $n\lambda_{dB}^3$ と定義される位相空間密度としたとき $\rho$ >2.6である).すなわち 系の基底状態というたった一つの状態にマクロな個数の粒子 が入る.「粒子が基底状態に寄り集まる」ように見えるのでこれ を「凝縮」と称する.しかし気液相転移等と異なり、基底状

態に粒子を引き寄せる引力ポテンシャルは一切存在しない





図 1.1-1 相空間密度が極めて高いときの Bose 分布

ことに注意する. すなわちBECは純粋にBose-Einstein統計という量子力学の基礎原理に基づくマクロ相 転移である. そしてBose-Einstein凝縮体(以後BE凝縮体)の記述には基底状態の波動関数ただ一つで 十分であり,よって系全体に巨視的コヒーレンスが保たれている. 巨視的コヒーレンスを実験的に観察す る上で貴重な現象である.

相互作用のない自由なボゾンの BEC を予言したのは前述の Einstein による'25 年の論文[Ein2]だったが、 当時では「机上の空論」とみなされた. BEC が起きるような極低温を生成する技術が当時はなかった. さら にほぼ自由なボゾンの気体も冷却するにつれて液体・固体になってしまうのが普通であり, Einstein の議論の対象とは大きく異なるものになってしまう.

その後'38年になってKapitsaらが<sup>4</sup>Heの超流動現象を発見し、LondonによりそれがBECの一種であること が解明された.しかし液体である超流動<sup>4</sup>Heは原子間距離が小さく、原子間相互作用が強い.このため BECの実例として理想的とは程遠く、理論的分析は困難だった(付章).さらに'57年に成立したBCS理論 によれば超伝導は電子のCooper対のBECとみなせることが分かったが、こちらは「対」という存在が特殊 すぎ、また自由な実験的操作が困難だった.他に、理想的に近いコヒーレンスを持つ光であるレーザー が'61年に実現されると、光子がボゾンであることも手伝い、巨視的コヒーレンスの量子力学という観点から BECとの比較に関心が集まった.また理論方面では'47年、BogoliubovがEinsteinの議論の「自由なボゾ ン」を「弱く相互作用するボゾン」に拡張した上で微視的理論に基づきT=0のBECの熱力学的性質の計 算を行った.このようにBECという概念は周辺領域で存在感を発揮していたが、そもそもの想定通りの理 想的なBECを実験的に実現してその性質を調べ、検証することは手付かずのままだった.

しかし'59年には相転移に関する現象論に基づき、スピン偏極した水素原子気体が絶対零度でも液化せずBECを起こすとの予想が立てられ[Hecht]、希薄な原子気体のBEC実現を現実的なものとみなして挑戦する動きのきっかけとなった.実際、'86年に提案された蒸発冷却[evap]が早くも'88にはH気体で成功し、温度T=3 mK、数密度 $n=1\times10^{14}$  cm<sup>-3</sup>を達成した[evap-H].これは予想されていたBEC転移まであと一歩まで迫っていたものの、その一歩がすんなりと進歩する見通しは暗かった.H気体は冷却につれて容器外壁での散逸が激しく増す性質を持っていたためだ.

この状況を打開したのは'75年に提案されたレーザー冷却だった[HS], [WD]. レーザー冷却は適用対象 が単純なエネルギー準位構造を持つアルカリ原子気体等に限られるが,室温の原子気体をミリ秒程度で サブ mK (0.1 mK のオーダー)まで冷却できるという驚異的な性能を誇る.これならば原子気体が液化 するより速く BEC 転移温度にまで冷却できる望みがあった.しかしこちらにも欠点があり, 原子の遷移の 自然幅で決まる程度の温度(サブ mK 程度)までしか冷却できないという限界が判明した.これは BEC 転移温度よりなお3桁高い.なおレーザー冷却の発展に対する功績として Chu, Cohen-Tannoudji およ び Phillips に'97年の Nobel 物理学賞が与えられている.

結局,原子気体のBECを初めて達成したのは、レーザー冷却と蒸発冷却を段階に合わせて巧みに組み 合わせたグループだった.以下にその結果を示す.なおTは到達した温度,nは数密度,NはBE凝 縮体内の原子の個数である.

'95年7月	CornellとWiemanら (Colorado大/JILA)が <sup>87</sup> RbのBEC達成.
	$T = 170 \text{ nK}, n = 2.5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}, N = 2 \times 10^4 \text{ [87Rb-BEC]}$
'95年7月	Huletら(Rice大)が <sup>7</sup> LiのBEC達成.
	$T = 100 \text{ nK}, N = 2 \times 10^4 \text{ [Li-BEC]}$
'95年10月	Ketterleら (MIT) が <sup>23</sup> NaのBEC達成.
	$T = 120 \text{ nK}, n = 1 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}, N = 5 \times 10^{5} \text{ [Na-BEC]}$

Einstein による提唱から 70 年の後に、世界中で競争が続いていた原子気体の BEC 実現が一度に3 グループで達成されたというのは、科学の進歩の奇妙なところである.

レーザー冷却と蒸発冷却を組み合わせたこれら3グループに対し,MITのKleppnerらが蒸発冷却のみで (レーザー冷却の適さない)HのBEC生成を達成したのはその3年後,'98年9月だった. 粒子数 $N=1\times 10^9$ ,数密度 $n=4.8\times 10^{15}$  cm<sup>-3</sup>のBECを生成した[H-BEC].さらに現在までに以下の原子種のBECが達成されている:<sup>85</sup>Rb [85Rb-BEC],<sup>41</sup>K [K-by-Rb],準安定<sup>4</sup>He\* [He-BEC],<sup>133</sup>Cs [Cs-BEC],<sup>52</sup>Cr [Cr-BEC],<sup>174</sup>Yb [Yb-BEC].またボゾンに限らずフェルミオン原子でも同様にFermi縮退が起きるまで冷却する研究が進んでいる.さらには<sup>6</sup>Li<sub>2</sub>,<sup>40</sup>K<sub>2</sub>等のボゾン分子のBECも実現されている.

### 1.2. その後に生じた研究テーマ

こうして「物理学における聖杯 (holy grail)」とも称された希薄な原子気体の BEC が実現したが,その後も 飽きられることはなく,むしろ多様な研究が一気に花開いた.トラップ中の原子気体の BEC は Einstein が 最初に扱ったモデルよりはるかに豊かな物理系であり、原子間の弱い相互作用や、またトラップの拘束力、 外部磁場や入射レーザー(これらは実験者の任意で操作できる)のために様々な性質を示す.

現代の物性物理における中心的な問題はいずれも多体の量子論の解明を目指しており、多体の量子論 は理論・実験の両面から精力的に研究されている.そこではSchrödinger方程式の厳密解を得ることは困 難であり様々な近似が使われるが、まずは平均場近似を行い、次の段階としてBogoliubovの理論のよう に素励起を考慮することが一般的である.BE凝縮体においても事情は同様である.その基礎方程式は 平均場近似で得られるGross-Pitaevskii方程式(特にThomas-Fermi近似を適用したもの)であり、BE凝縮 体を単なる原子気体と区別する基本的な特徴付けの多くはGross-Pitaevskii方程式の吟味から得られる. 例としては最初の<sup>23</sup>NaのBECにおいて決定的証拠とされた「非等方的なTOFイメージ」が挙げられる.ま たBE凝縮体にポテンシャルの変化を加えたときに生じる素励起の観察結果と理論との比較検証が様々 な点で行われている.超流動体において様々に定義される音波の研究との比較も重要である.

超流動体における特筆すべき量子効果として渦の量子化とそれに伴う渦の格子(Abrikosov 格子)の予言がなされた後, He II(超流動相の液体 He)においてそれらが実際に確認された. さらに超流動には弱い相互作用が本質的であること等, 詳しい理論的解析が先行していた. これらの結果を原子気体の BEC で実験的に検証することに力が注がれた結果, 実際に原子気体の BEC でも量子渦の格子が確認された. その動的性質は理論にほぼ合致している.

BEC の入門的議論で扱うのは「占有数が足りないので基底状態に押し込めざるを得ず,これが相転移となる」といった間接的な議論であり, BE 凝縮体そのものの動的な生成過程ではない. 運動論に基づいて BEC 相転移および転移温度付近での詳細な振る舞いを動的に説明する理論の構築に力が注がれている. 特に散乱の終状態がボゾンの統計性に影響されて生じる bosonic stimulation と呼ばれる過程により 急激に凝縮体が成長する過程が明らかになっている.

これまで述べたような「BEC そのものの性質」の探求に加え、人口物質、人口量子系の一形態としても注目を集めている. 対向するレーザーの定在波は理想的な周期ポテンシャルを作り、光格子と呼ばれるが、 ここに BE 凝縮体を詰めた上で固体結晶を模倣する研究が進められている. 光格子ではポテンシャルの 性質が自由に変えられるため、実在の固体結晶では不可能な条件の操作が可能である. 中でも Hubbard モデルのボゾン版を光格子で実現し、相互作用を変えるとともに Mott 絶縁体と超流動体とが移 り変わる相転移が観察されたことは特筆に価する.

原子の共鳴散乱や束縛状態,準束縛状態においても「分子」が生成される.これは化学者の扱う,主に 共有結合に基づく分子とは異なるものの,外場等の条件の自由かつ精密な制御によりその性質を様々に 制御できるという大きな利点がある.従来の分子の物理化学と相補的な役割を果すことが期待される.軌 道が混じり合う効果が小さいため,原子がいかに相互作用をするかについて基礎的な知見を得るために は従来の物理化学よりむしろ強力である.

### 1.3. <sup>41</sup>KのBEC

井上研究室では多体の物性論において重要となるであろう系として、フェルミオンから成る異種二原子分子のBEC生成と、そこで見られる異方的な相互作用の影響の解明を目標にしている.この前段階としてフェルミオンである<sup>40</sup>Kのみを冷却しフェルミ縮退を達成したいが、フェルミオンの蒸発冷却(後述)が困難なので<sup>41</sup>Kを冷媒にしたsympathetic coolingという手法を使いたい.低温では内部状態の等しい(スピン偏極した)フェルミオン同士は二体衝突を起こさないので熱平衡から外れたときに衝突によるエネルギーの再分配が起こらず、蒸発冷却が進まない.しかしボゾンならその問題はない.そこでボゾン<sup>41</sup>Kとフェルミオン<sup>40</sup>Kを混ぜて<sup>41</sup>Kに対して蒸発冷却を行うと、<sup>40</sup>Kも<sup>41</sup>Kとの衝突を通じてエネルギーを奪われてFermi縮退温度まで冷えると期待される.



#### 図 1.3-1 ボゾンでフェルミオンを冷やす sympathetic cooling

<sup>41</sup>KのBEC実現そのものは既に達成されている[K by Rb]. しかしこれは冷却しやすい<sup>87</sup>Rbを冷媒に使ったsympathetic coolingによるもので、<sup>41</sup>K単独のレーザー冷却と蒸発冷却、すなわち「普通の手順」では実現されていない. ここで<sup>41</sup>K単独のBEC生成が実現すると非常に便利である. レーザー冷却の容易なアルカリ元素およびアルカリ土類元素のうち<sup>23</sup>Na,<sup>87</sup>Rbは蒸発冷却も容易である. すなわち蒸発冷却の進行に必須な弾性散乱("good collision")のレートが、原子の散逸の原因となる非弾性散乱("bad collision")のレートを大きく上回っている. その点<sup>85</sup>Rbや<sup>133</sup>Csは極めて扱いづらく、<sup>7</sup>Liは中程度と言える. <sup>41</sup>Kがその点でどのような性質を持つかはよく分かっていないが、我々の仕事でよい結果が出れば扱いやすい原子種のラインナップが新たに増えることになり、その点でも貢献できる.

またレーザー冷却と蒸発冷却だけでなく、その後に重要となるFeshbach共鳴における扱いやすさも考慮 する. Feshbach共鳴は原子間の相互作用を外部磁場で制御できるというすばらしい現象だが、実験的に Feshbach共鳴を引き起こす際には原子種の吟味が必要となる. 例えば前述の<sup>87</sup>Rbはその観点からは極 めて扱いづらいことが知られている. <sup>87</sup>RbでのFeshbach共鳴は 1000 G程度の強磁場を必要とし、さらに 100 mG程度の狭い領域でしか共鳴が起きない. 1000 G程度の磁場を 10<sup>-5</sup>の精度で制御するのはかなり の困難を伴う. 我々の扱う<sup>41</sup>KがFeshbach共鳴においてどのような性質を示すかはよく分かっていないが、 扱いやすい望みが多分にある. これを検証することはさらなる貢献である. このことからも<sup>41</sup>KのBEC達成 はそれ自身の価値を持っていることが分かる.

なお以上のような評価に便利なデータの一覧を付章 C に掲げた.

### 1.4. 我々の仕事

これまで述べたように豊富な物理につながる BEC は、レーザー冷却と蒸発冷却の組み合わせによって 実現するのが優れた選択である. 我々は後段の蒸発冷却を実現する上で必要になる磁気トラップを設計 し、製作した.

本論文の構成は以下の通りである. 第2章では磁気トラップと蒸発冷却の原理を解説する. さらに我々の 実験系での実際のパラメタを当てはめて簡単な評価を行う. 第3章では実験系の具体的な構成を解説 する. 本卒業研究で直接扱うことのなかった光学系については概説に留め, 主に磁気トラップを構成する 各部の設計過程および製作過程を詳述する. それにはコイル, 電源系, ホルダー等が含まれる. 実際に 磁気トラップを運転したときの磁場の測定値と設計時の理論値とを比較し, 差分の要因および原子集団 に与える影響を議論する.

### 2. 原理

原子と磁場との相互作用を利用して原子をトラップすることができる(磁気トラップ). そのメカニズムを解説 し,留意すべき点を述べる. 次に,より具体的な磁気トラップの構成についてその機能を解説し,そこから 導かれる設計の指針を述べる. 最後に,以上のように作られた磁気トラップを使用する冷却手法である蒸 発冷却について,そのメカニズムと磁気トラップの機能との関連を解説する.

### 2.1. 磁気トラップの一般論

原子は磁気モーメントµを持っており、磁場Bとの相互作用エネルギーはµ・Bである. この相互作用を使っ て原子を自由空間にトラップすることを考える. ここで対象とする原子は既に前段階の冷却手法である MOT (matneto-optical trap) によってサブmKまで冷却されており、直径がmmオーダーの "cloud" を形 成しているものとする. このような対象と相互作用する磁場は 100 G程度で十分であり、このとき原子の超 微細構造のZeeman分裂を考えると、Fがよい量子数でµ・ $B = g_F \mu_B m_F B$ と書ける. ここで次式で与えられ る $g_F$ はg因子、

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) - I(I+1) + J(J+1)}{2F(F+1)}$$
$$g_J = 1 + (g_e - 1) \frac{S(S+1) - L(L+1) + J(J+1)}{2J(J+1)}$$

$$g_e \approx 2(1 + \frac{\alpha}{2\pi}) \approx 2$$

 $\mu_B$ はBohr磁子すなわちe $\hbar/2m_e$ ,  $m_F$ は原子の全角運動量の磁場に沿った射影, Bは磁場Bの大きさ |B|である. よって磁場中のある点に置かれた原子には $\nabla B$ に比例した力が働く. 電流の作る磁場を工夫して自由空間にBの極小を作ることが可能なので,原則的にはその周りに $g_F m_F > 0$ なる原子をトラップできることが分かる. ただし移動する原子に持続的にトラップ力が働く必要があることに注意する. 原子の磁気モーメントは, その向きと平行でない磁場中では歳差運動を行っている. その振動数(Larmor振動数)

$$\Omega_L = \frac{g_F \mu_B B}{\hbar}$$

が原子の移動に伴う磁場の変化速度より十分速ければ、場所依存の磁場内を動くときであっても、各位 置での磁場に従って磁気モーメントは断熱的に向きを変える.これが運動する原子においても B をポテ ンシャルに採用してよい条件となる.以降では主に磁場 B の大きさのみに注目するが、後述の cloverleaf トラップの設計理念でこの条件に立ち戻る.



#### 図 2.1-1 Larmor 振動数と断熱条件

我々は<sup>41</sup>Kを |  $F=2, m_F=2$ 〉 に偏極させた後に磁気トラップするが、このときI=3/2, L=0, S=1/2であり、 g因子は

$$g_F = \left(1 + \frac{\frac{1}{2}\frac{3}{2} - 0 + \frac{1}{2}\frac{3}{2}}{2 \cdot \frac{1}{2}\frac{3}{2}}\right) \frac{2 \cdot 3 - \frac{3}{2}\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\frac{3}{2}}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

である. 従って, 例えば磁場 B = 0.1 G における Larmor 振動数は

$$\frac{\Omega_L}{2\pi} = \frac{1}{2} \cdot 1.40 \, [\text{MHz/G}] \cdot 0.1 \, [\text{G}] = 70 \, [\text{kHz}]$$

となる.

### 2.2. Cloverleaf トラップ

Ioffe-Pritchard 型磁気トラップの一種 cloverleaf トラップは, 超高真空 (UHV: ultra high vacuum) を保っ たガラス製セルを囲む形で下図のように構成される. すなわち

- 4個1組で, さらに2組で1対の cloverleaf コイル(赤/青の区別は電流の向き)
- 1対の curvature コイル(桃色)
- 1 対の anti-bias コイル(緑)

の,3 種類12 個のコイルである.極めて込み入った構成に見えるが,実際にはこれら3 種類のコイルは 別々に考えることができるので設計時に十分な最適化を行い得る.



#### 図 2.2-1 Cloverleaf トラップの構成

なお cloverleaf トラップが他の Ioffe-Pritchard 型トラップ(例えば "Ioffe bar" によるもの[MS])より優れ ているのは、光学的操作を行う上での妨げを最小限にしている点である. すなわち、セルを周囲のうち遮 られる方向は左右のみである(左右方向も中心にはビーム用の穴を空けてある).

Cloverleafトラップにおいて重要な中心付近での磁場を特徴付けるのは以下の3つのパラメタである:

- B': 動径方向の磁場勾配 (dB/dr)
- *B*": 軸方向の磁場曲率 (*d*<sup>2</sup>*B*/*dz*<sup>2</sup>)
- *B*<sub>0</sub>: 中心(極小点)での磁場の大きさ

3 種類のコイルはこれらのパラメタに対し明確に区別された役割を果しており、各コイルをどう調整すれば 望みの磁場が得られるかを考えやすい. 先に各パラメタが原子のトラップにおいて果す役割を説明する.

まず cloverleaf トラップの磁場は z 軸に関してほぼ回転対称であり, 動径方向には(中心の極めて近くの 領域を除き)距離について線形に立ち上がる.よってその傾き dB/dr を B' と呼ぶ.この値が大きい方がト ラップは高性能であり, 典型的な値は 100—300 G/cm である.

次に回転軸方向の拘束に関するB"である.動径方向と異なり,軸方向には調和型に立ち上がるポテン6

シャルが作られる. よってその曲率 $d^2B/dz^2 e^B''$ と呼ぶ. やはりこの値も大きい方が望ましく, 典型的な値は 40—80 G/cm<sup>2</sup>程度である.

最後のB<sub>0</sub>には注意を払う必要がある.まずは蒸発冷却が進んだ段階での動径方向の拘束に注目する. そのとき原子集団は中心近くの領域に集まるが,前述の通り動径方向のポテンシャルは中心の極めて近 くでは線形でなく,実は軸方向と同様に調和型となる.これは中心付近で最初は線形でV字に立ち上 がっていたポテンシャルの先端が,B<sub>0</sub>の存在により鈍った結果と考えればよい.影響を受けるのは磁場の 大きさがB<sub>0</sub>と同程度もしくはそれ以下の領域である.このようにB<sub>0</sub>は拘束を弱くする方向に働くため,その 値を大きくしてはならない.

しかし極端に  $B_0 = 0$  とするとトラップされた原子に損失が生じることに注意する. もしそうすると, トラップ 中の原子が中心を通るとき前述のLarmor振動数は  $Q_L = 0$  となる. それでも原子は依然として運動してお り, それに伴い磁場の変化を感じる. すると断熱条件が破れてスピン状態に変化が起き, 磁気トラップの 効力のない状態への遷移が起きてしまう (Majoranaスピン反転). これを避けるためにcloverleafトラップで は全域で磁場が有限の値を持つようにしており, 磁場の極小値である $B_0$ の典型的な値は 1 G程度である.

以上から分かるように cloverleaf トラップには異方性があり,結果としてトラップされる原子集団は最終的 に長さ 200 μm 程度,直径 50 μm 程度の葉巻状の形になる.そのとき動径方向の拘束力は,原子の 調和振動の周波数(トラップ周波数)で表現すると数百 Hz のオーダーである.同様に軸方向の拘束力は 10 Hz のオーダーである.





Cloverleafトラップの中心付近の磁場は近似的に次式のようになる[DMSK].

$$B_{clv}(x, y, z) = B'(x\hat{x} - y\hat{y})$$
  

$$\vec{B}_{cur+AB}(x, y, z) = -\frac{B''z}{2}(x\hat{x} + y\hat{y}) + \left[B_0 + \frac{1}{2}B''z^2 - \frac{1}{4}B''(x^2 + y^2)\right]\hat{z}$$
  

$$B(x, y, z) = \left|\vec{B}_{clv} + \vec{B}_{cur+AB}\right| = \sqrt{\left[B_0 + \frac{B''z^2}{2} - \frac{B''(x^2 + y^2)}{4}\right]^2 + \left(B' - \frac{B''z}{2}\right)^2 x^2 + \left(B' + \frac{B''z}{2}\right)^2 y^2}$$

ここで $B_{clv}$ はcloverleafコイルによる磁場,  $B_{cur+AB}$ はcurvatureコイルとanti-biasコイルの磁場の合計, ハットのついた文字は各方向を向く単位ベクトルである. この式を使うと, 原子集団が高温 ( $k_BT > |\mu|B_0$ ) で中心から離れたところを運動しているときには, 原子が感じる磁場は近似的に

$$B(x, y, z) = B'r + \frac{B''z^2}{2}$$
  $(r \equiv \sqrt{x^2 + y^2})$ 

となることが分かる.このとき動径方向での磁場の立ち上がりは確かに線形になっている.また原子が冷却されて ( $k_{\rm B}T < \mid \mu \mid B_0$ )中心近くに集まってくると磁場は

$$B(x, y, z) = B_0 + \frac{1}{2}B_r''r^2 + \frac{1}{2}B''z^2 \qquad \left(B_r'' \equiv \frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2}\right)$$

という形を取り、やはり確かに動径方向にも調和型になっている.このとき磁気トラップ中の原子集団の密度は動径方向(2方向分)および軸方向の調和振動の振動数の相乗平均に比例し、具体的には

$$\rho \propto \sqrt[3]{\omega_r^2 \omega_z} \propto \left(\frac{B'^4 B''}{B_0^2}\right)^{1/6}$$

となる. これが cloverleaf トラップの性能の指標である. 前述の3パラメタそれぞれに対する依存性の違い に注意すると、B''よりB'を優先すべきことが分かる.

準備ができたところで、cloverleafトラップの設計方針の基礎を述べる. それは3種類のコイルが、各々3 種類のパラメタを以下のように制御するという点である.

- cloverleaf コイルが B' を作る.
- curvatureコイルがB"を作る.しかしB₀を極めて大きくしてしまう.
- Anti-biasコイルがB<sub>0</sub>を引き下げて2G程度にする



#### 図 2.2-3 cloverleaf の各コイルが果たす役割

これらの関係と密度に対する依存性を元にコイルに要求される性能を決定していけばよい.

Cloverleafトラップは過去の実験で使われた永久磁石によるトラップ[Li-BEC]や、TOPトラップ[Rb-BEC] や、レーザーの双極子力で穴をふさいだトラップ[Na-BEC]より優れている. 最後にそれら過去の磁気ト 8

ラップ設計方式との比較を述べる.

まず B の大きさが変えられない永久磁石より制御の自由度がある電磁石の方が好ましいことは明らかである.永久磁石を採用した Hulet グループはコンパクトで強力かつ安定な磁石としてそれを選んだが,現在では世界のほとんど全てのグループが電磁石,特に cloverleaf トラップを採用している.

TOPトラップは、Majorana スピン反転の起き得る穴を持つ四重極子トラップに高速で回転するバイアス磁場を重ね、時間平均で見ると穴のないトラップを実現した.これは Cornell グループで世界初の原子気体の BEC 生成に使われたが、定常磁場を作る cloverleaf トラップより拘束力の点で劣る. すなわち原子密度が大きくできない.

また磁気トラップ自体には穴があるが、別にレーザーを加えて穴をふさぐという発想も使われた. 共鳴から 波長のずれたレーザーは原子に電気双極子を誘導し、その双極子とレーザーの電場との相互作用で力 が働く(いわゆる双極子力). 短波長側に離調を取ったレーザー (blue-detuned laser) からは反発力が生 まれるため、そのレーザーを磁気トラップの磁場の穴付近に照射すればそこに原子が近づいて Majorana スピン反転が起きることはない. しかしトラップ形状が単純な調和型よりはるかに複雑になり、これでは凝 縮体が生成されても理論的解析が困難になってしまう. さらに当然ながら余分なレーザーは要らない方が 望ましい. これは Ketterle グループで cloverleaf トラップが開発されるまでの期間使われていた.

### 2.3. 蒸発冷却

磁気トラップされた原子集団から運動エネルギーの高い原子を選択的に取り除くことで原子集団全体の 温度が下がる.これを蒸発冷却と呼ぶが,BEC生成に至る最終段階として不可欠な技術である.なお単 にトラップ中の原子集団からランダムに原子を取り除くだけでは冷却にならないことに注意する.このこと を分布関数に注目して説明しよう.

蒸発冷却される前の原子集団は十分に高温なので、あり得る状態の数は全粒子数に対して十分に大きく、 大部分の状態の占有数は1を超えない.このため Bose-Einstein 統計の性質は隠れ、原子は古典的粒 子として振舞うため、原子集団は Maxwell-Boltzmann (MB) 分布で記述される.このとき高温の原子に 対応するのは分布のうち右に伸びる裾野の部分だが、そこを削った新たな分布を考えよう.これは熱平衡 から外れた状態であり、そのような原子集団が熱平衡に達したときには元とは異なる形の MB 分布が生じ る.ここで新たな MB 分布は元の MB 分布より低エネルギー側に圧縮された形を持ち、すなわち低温に 対応する.これに対しランダムに原子を取り除いた際に得られる分布は、元の分布を一様に縮めたものに なる.すると総粒子数こそ減ったものの、この分布の温度は元と変わらない.



#### 図 2.3-1 MB 分布の変形と温度変化

今回は高周波の磁場(いわゆるrf: radio frequency)をトラップに印加し、スピンを反転させる方法を取った (rf-forced evaporation). トラップされた原子はいずれも|B|の最小点に向かう状態のもの( $g_F m_F > 0$ , いわ

ゆるlow-field seeker)だが、その一部を最小点から逃げる状態のもの ( $g_F m_F < 0$ , いわゆるhigh-field seeker) に変えてやれば、それらトラップされた原子集団から取り除かれることになる. この変化は $m_F > 0 \ge m_J < 0$ の状態間のエネルギー差に対応するrfを印加すれば実現できる. (必ずしも $m_J$ を  $-m_J$ に変える必要はないが、「スピン反転」が一般的な言葉遣いである.)

これだけでは「選択的」が説明されていないが,それに Zeeman 分裂が鍵となる. 運動エネルギーの高い 原子はトラップ内での調和振動において中心から離れた位置まで到達するが,そこでは磁場が強いため に Zeeman 分裂も大きい. この違いから rf に対する共鳴に運動エネルギー依存性が生じる. 磁気トラップ 内で中心から遠くまで到達し得た「熱い」原子でないと共鳴しないような周波数の rf を使えばよい.

今回の実験においてはMOTを切った直後にバイアス磁場とポンピング光で<sup>41</sup>Kを |  $F=2, m_F=2$ 〉に偏極 させた上で磁気トラップを行う.使われるrfは、70Gから2G程度の磁場によるZeeman分裂の下で | $F=2, m_F=2$ 〉 ↔ |  $F=2, m_F=1$ 〉遷移に対応する、50 MHzから1 MHzの磁場である.なおこの周波数は | $F=2, m_F=1$ 〉 ↔ |  $F=2, m_F=0$ 〉遷移をも引き起こし得る利点がある.このとき原子が磁気トラップから外れる詳し い経過は以下の通り.原子が |  $F=2, m_F=1$ 〉に変わってしまえば磁気トラップの拘束力は半減し、原子は 大きく外回りの軌道を取るようになる.すなわちもはや重要な冷えた原子の集まっているトラップ中心に近 づくことはなく、衝突で熱を失って再び |  $F=2, m_F=2$ 〉に戻ることはまずない.こうして遠方を移動している うちに再び |  $F=2, m_F=0$ 〉に共鳴するようなZeeman分裂をに対応する位置を通り、 |  $F=2, m_F=0$ 〉に遷移 する.これには磁気トラップの拘束は全く及ばないので完全に「取り除かれた」ことになる.



#### 図 2.3-2 Zeeman 分裂とrfによる遷移

この結果,原子集団の分布は熱平衡から外れる.効率よい(捨てた原子数に対する温度低下の大きい) 蒸発冷却のためには,ここから二体衝突によって熱平衡に向かって戻ってゆく (thermalization) ことが必 要である.再び大きな運動エネルギーを持った「熱い」原子が生まれ,それがまたスピン反転で除かれる. 前述の通りスピン反転が起きるのはトラップ中の空間的に一部の領域のみなので,取り除きたい原子がそ の領域を確実に繰り返し(スピン反転が起きるまで)通過するように注意する.そうして熱平衡に戻るよう注 意を払わないと,冷却への寄与の大きい熱い原子が生まれるより先にさほど熱くない原子を取り除いてし まうことになり,効率の悪化につながる.rfの周波数走引のペースの限界や効率を最大化する関数形が 理論的研究から与えられている.

### 3. 実験装置

41KのBECを達成するために必要な実験装置のうち、本研究で製作した磁気トラップのためのコイルを中心に解説する.

### 3.1. 光学系

以下に我々の使う光学系の模式図を示す.光学系は卒業研究の主題である磁気トラップの設計と直接の 関係はないが,

- 光学的冷却手法,特にMOTと蒸発冷却との組み合わせこそが極低温原子の生成における強力な 標準的手段であり,我々の目指す<sup>41</sup>KのBEC生成に重要であること(トラップ深さの浅い磁気トラップ はMOTの次の段階としてのみ機能することに注意)
- 磁気トラップにおいて望ましい状態に原子集団をスピン偏極させるポンピング過程において光学系 を利用すること
- トラップされた原子集団の分析は例外なく光吸収に基づくこと

等の理由から、本論文において併せて述べることにする.



図 3.1-1 光学系の構成



#### 図 3.1-2 光学系の模式図. なお実際の具体的な配置を反映してはいない.

我々の光学系では高性能で扱いやすい半導体レーザー(普通 laser diode の略である "LD"の名で呼ばれる)のみを使っている. 半導体レーザーの基本的な解説についてはレーザー工学の一般的な教科 書[山角][LD][伊中]を参照のこと. 使われている重要な技術としては他に

- LD 発振周波数のフィードバック制御を行う上で必要な飽和吸収分光法,特に FM サイドバンド法
- 低パワーのレーザーで高パワーのレーザーを操る injection locking
- レーザー増幅器の一種である TA (tapered amplifier)

の3要素がある. 我々の光学系の構成方針は「線幅の狭い(単色性の良い), しかしパワーの弱い種レー ザーをまず生成し, 後に2段階に渡ってそれを増幅した上で使う」というものだが, 種レーザーに必要な のが飽和吸収分光法であり, injection locking とTA は増幅の技術である. これらの解説は付章 D で扱う.

MOTには,主要な"trap"光と,冷却サイクルからこぼれた原子を戻す"repump"光の2種類を入れる 必要がある.これらは<sup>41</sup>Kの超微細構造に合わせた波長にする必要がある.まず大まかに $4^{2}S_{1/2} \rightarrow 4^{2}P_{3/2}$ 遷移に対応する767 nmの光を作り,それを分けた後に変調して2種類の光を作り出す. MOTに使う レーザーにはパワーが必要なので,個別のTAで増幅している.

### 3.2. 磁気トラップの設計

### 3.2.1. 達成したいこと

銅チューブを巻いたコイルを適切に配置して電流を流し,高性能の磁気トラップを実現したい.

磁気トラップの性能の指標は原子気体の密度だが、これは磁気トラップの磁場形状によって定まる. Cloverleafトラップでは、3 つのパラメタB'、B"、B0によって書かれる. 第 2.2 節ではB' の方がB" よりも優先 させるべきことを導いた. よって以下のようにしたい:

- B' をなるべく大きくする(200—400 G/cm 程度)
- B" をなるべく大きくする(40—80 G/cm<sup>2</sup>程度)
- *B*<sub>0</sub>を2G程度にする
- *B*<sub>0</sub>が中心で最小になるようにする(特に 0 になる点が生じないように する)

最後の点について補足: 調和ポテンシャルの底が低すぎて中心の近傍 で *B*=0 となってしまうと, 原子がそこに集まるのでトラップとして機能し なくなる.



図 3.2-1 ポテンシャルの底の設定を 誤った場合.

また,コイルは蒸発冷却用の磁気トラップとしてのみ使うのではない.実験における異なる過程に転用することも含めて設計することにし,以下のことを考慮する:

- 片側の curvature と反対側の anti-bias に同じ向きの電流を流すことで MOT コイルとして動作する
- Anti-bias コイルが Feshbach 共鳴用の均一な磁場を生成できるように Helmholtz 配置にする

### 3.2.2.制約

- 銅チューブには太さがあり、ある曲率以上できつく曲げると潰れる(曲率半径の下限は *R* = 10 mm 程度)
- コイルにはできるだけ大電流を流したいが, 今回使う電源での上限は 220 A である
- 銅チューブには有限の抵抗(1.6 mΩ/m)があるが、今回使う電源は30 Vまでの電圧しか出せないのでコイルを巻く銅チューブの長さには上限がある
- (当然ながら)別々のコイルはぶつからないように配置する必要がある.特に電流の出入り口となる導線が干渉しないようにする
- 原子気体は UHV ガラス・セル(3 cm×3 cm)内に浮かばせるため, コイルはセルの外側に置かなけ ればならない
- セルは光学定盤の上に立たせた棒の上に固定しているが、棒を伸ばすと振動の影響が大きくなるため、あまり高くはできない、よって中心軸がセルを通るようなコイルの半径はその高さが上限となる
- MOT ビームのうち1本の軸は curvature コイルの軸と一致するため, curvature コイルの内径はビー ム径 φ30 mm 程度を下限とする. また cloverleaf コイルたちもそのビームを干渉しないようにある程 度中心軸から離して配置しなければならない
- コイルを構成する銅チューブには太さがあるため、周を重ねるごとに外側へ巻かないとならない. す なわち径の大きいコイルとなっていく.

### 3.2.3.設計の考え方

まず*B*<sub>0</sub>は2G程度と決まっているので*B'*, *B''* を大きくすることを考える. 密度への寄与を考えると*B'* は*B''* より優先すべきなのでB'を作るcloverleafの位置を決める. 原則は「なるべく近くに」である.

cloverleafはz軸方向にはセルぎりぎりまで近づけてよい.具体的には隙間を2mmだけ空けることにした.残るパラメタは内径,各 cloverleaf中心の座標(これは全体軸からの距離を定めればそれぞれ決定される),軸方向の巻き数(長さを決定),周方向の巻き数(外径を決定),aspect ratio(以後 ar)である. Aspect ratio とは楕円形の cloverleafを作るときの長径と短径の比のことを指している.実際,MIT には楕



図 3.2-1 cloverleaf の並び方と, そこから生じる制約

円形の cloverleaf を使っている実験装置がある [Chikkatur].

図から明らかなように、例えば真円形(ar=1)の cloverleaf では  $\rho = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} \ge \sqrt{2R_0}$  でなければならな い.  $\rho$  は小さいほど B'は強くなるので、 $\rho$  が最小値を取るときを考える. これは隣り合う cloverleaf 同士が 外接するときである. このとき Ro さえ決めれば  $\rho$ も(すなわち中心座標たちも)決定される. (ただし実際 には、コイルを保持するホルダーの強度を保つため、 $\rho$ をわずかに大きくして(B'を犠牲に cloverleaf をわずかにセルから遠ざけて)隣り合うコイル同 士の間に 1 mm 強の隙間を空ける)

楕円形の cloverleaf においても事情は同様である. 初等幾何学から p の最小値は Ro を使って次のように書ける:

ここで Roを固定しよう.また軸方向の巻き 数はとりあえず1とする.このとき残る任意 性は周方向の巻き数(すなわち内径)のみ である.巻き数を増やすほど B'も向上する が,これは仮想的に cloverleaf の軸近くに 銅チューブを詰め込んでいく作業とみてよ い.すると銅チューブの曲げについて,曲 率半径の最小が制限として効いてくる. すなわち性能と,工作の手間や破損のリ スクとのトレードオフである.今回は銅



図 3.2-2 楕円形 cloverleaf. 真空槽に穿たれた筒状のくぼみに 収めるために MIT で使われている.

チューブの曲げ試験を基に内径 Ri=10 mm 程度を限度とした.





コイルを遠くまで伸ばしてゆくと磁場は確かに大きくなっ ていくが, 次第に一定値で飽和する.これは左図の積 分で得られる.補間曲線は c [1-exp(-ax)] の形.

図 3.2-4 (左)cloverleaf コイルが遠ざかるにつれてセル位置に作り出す磁場が小さくなってゆくさま. (右)結果として, セルから遠くまで積み重ねた cloverleaf コイルはあまり効率のよくないものになる.

以上を全て固定してしまえば、残る任意性は「軸方向に何層重ねてゆくか」だけになる。層を重ねるとB' は向上することは事実である。しかしどんどんセルから遠い位置にコイルを配置することになるので、図に 示した通りできれば避けたい方法である。特に電源電圧から来る制限で無限の長さの銅チューブを使うこ とはできないので、できれば1層目にできる限りの銅チューブを詰め込みたい。ただし1層目の外周をど んどん大きくしても話は同様で, できれば1周目に詰め込みたい. このような「周を膨らませる」「層を厚く する」ことのトレードオフが存在する.

コイルを巻く過程を考えると、まず(周方向の)1周目を軸方向にn層目まで巻いていき、n層目が終わったところで上に巻き上がって2周目を(今度はn層目から1層目に向かって)巻いていくことになる.これから、図のような長方形でない断面のコイルは製作が難しい.よってコイルの巻き数は1巻き単位で細かく調整することが難しく、例えば6x7=42の次は(4x11=44等は不自然として退け)6x8=48、...等となってしまう.さらにチューブの先端はセル側に突き出させるようにする訳にはいかないので、周方向には偶数周である必要がある.

楕円の曲率半径が最小となるのは長径との交点だが, aspect ratio を増してゆくとそこでの曲率半径が小さくなってゆく. すなわち外径を固定して考えると内側に巻いていける周が減っていくことになる. 理想的な楕円を仮定して,最内周における最小曲率が R=10 mm を割らない限りで巻ける形を, aspect ratioの値ごとに描いたものを図に示す. これから,特に理由のない限りは cloverleaf は真円形とすることがよいと分かる. (楕円形の cloverleaf を使ったチームは,金属チェンバーをドーナツ状に凹ませた部分に cloverleaf を配置しており,その部分を最大限に活用するために楕円形を使ったものと考えられる. 我々には特にそのような制限はないので楕円形は損なばかりである)

必要な銅チューブの長さは

$$L_{\rm clv} = \sum_{i} 2\pi [R_i + (i+1/2)a]$$

と書ける.これはコイルの形状を入力すれば即座に厳密な計算ができる. 楕円形コイルであっても, 楕円 積分の級数展開を利用すれば数 %の誤差で算出できる.

銅チューブの断面積は 7 mm<sup>2</sup>である(詳細は製作の節を参照). 理科年表によれば銅の抵抗率は 0  $^{\circ}$ で 1.55×10<sup>8</sup> m·Ω, 100  $^{\circ}$ Cで 2.23×10<sup>8</sup>m·Ωである. よってジュール熱による加熱を多めに見積もって 60  $^{\circ}$ Cで動作したとして 1.8 Ω/mとなる. また納品された銅チューブは約 102 mがリールに巻かれた状態 だったが, その両端に 10 Aを流して電圧降下から抵抗を求めたところ, 1.8 Ω/mとなった. 両者はほぼー 致しているので計算には 1.8 Ω/mという値を使った.

電源電圧が 30 [V]であり, スイッチング用半導体素子 IGBT の PN 接合において 1.8 V, IGBT への逆電 圧を防ぐために直列に入れたダイオードにおいて 0.9 V の電圧降下がある. さらに雑多な接合部分の接 触抵抗や接続部分の抵抗を合わせ, 5 V 程度が失われると考える. すなわちコイルの実質の抵抗値は

(30-5)[V] / 200[A] = 0.13 [Ω] すなわち長さは 130 [mΩ] / 1.8 [mΩ/m] = 70 [m] が上限である.

MOT オペレーションについて: curvature コイルと anti-bias コイル 1 つずつのみに電流を流すことで anti-Helmholtz 配置であるべき MOT コイルの代わりに使うことができる. curvature と anti-bias とでは径, 巻き数, 厚みいずれも大きな差があるが, MOT においてはきれいに対称を保った磁場は必要ないのでこ れで十分である. 唯一 注意を払う必要があるのは MOT の中心である. MOT の中心と, その後に機能 する磁気トラップの中心とがずれていると, 原子を MOT から磁気トラップに移す瞬間に原子が大きく移動 することになる. これは実験操作が困難になるだけでなく, 原子を不必要に加熱させる要因にもなりかね ない. このずれは弱い電流を流す外部コイルによって修正するが, 外部コイルの磁場性能の範囲内に収 まることを確認する必要がある.

### 3.2.4.数値計算

与えられた形状の導線を流れる電流の作る磁場は Biot-Savart の法則から計算できる. 円形電流の作る 磁場は Biot-Savart の法則に基づいた厳密解が知られている(see 太田, Jackson). その解には完全楕円 積分が含まれるが, Mathematica を使うとそれも正確に計算できる. しかし楕円形電流となると厳密解は知 られていない. 楕円をパラメタ表示した上で Biot-Savart の法則の数値積分を Mathematica に任せる方法 もあるが, 計算精度より計算速度の方が試行錯誤の段階では重要なため,より粗い近似を採用した. すな わち円を多角形で近似し, 各辺に対応する電流要素の作る磁場を積算する方法である. 有限長の線分 を流れる電流の作る磁場は厳密解が知られており(see 太田), しかも平方根程度の関数しか必要としな い. ただし任意の方向 vector で指定される線分についての結果は極めて複雑な表式となるため Mathematica に記号積分を実行させて得た. (もちろんいくつかの単純な場合についてチェックを行っ た.)なお円形電流の軸上の磁場もやはり(単純な)厳密解が知られているため,多角形近似のチェックに 利用した.16角形での近似は最大で(軸上,遠方において)2%程度の誤差が見られた.これは試行錯 誤段階で使うには十分な精度である.

なお C 言語等で数値計算プログラムを組んでネイティブ・コンパイル後に実行すれば実行速度の向上が 見込まれるが、グラフ描画等において Mathematica の利便性は圧倒的なため、その手段は採らなかった.

得られる磁場について: 図は|B|のx依存性とz依存性を併せてプロットしたものである(ともに偶関数なので反対側を省いた).x依存性はほぼ線形,z依存性はほぼ理想的な調和型である.この図からは読み取りづらいがB0は確かに2[G]程度になっている.これは実際のコイル配置作業において容易にずれてしまうが,そこは現場調整で対処する.図には200[A]における磁場の値を示したが,電源の上限である220[A]まで流せればさらに値は上昇する.

MOT オペレーションの数値計算も示す. 中心のずれはほんの僅かであり, 実際には工作上のずれが優越するだろう. それならば外部コイルで十分に補正できる.

説教臭いまとめ: このように具体的な物体を扱って設計をする際には、一つ一つは自明な制限が多数存在する. そのどれか一つたりとも忘れないように注意しつつ、目的の指標を最大化することになる. また実験者の扱う実験装置としての「使い易さ」や製作者の「作り易さ」を忘れる訳にはいかない. こう表現するとずいぶん曖昧だが、この場合では例えば外径が「使い易さ」の大きな要因であることに注意する、そのような明確な指標は他の指標とどのようなトレードオフ関係にあるか厳密に考察できる. 要するに「使い易さ」等の茫漠とした指標からいかに外径等の具体的、定量的な指標を分離し、いかに曖昧な部分を縮小してゆくかが重要である.

### 3.3. トラップ用コイルの製作

トラップとして機能するべき磁場を発生する Cloverleaf 型のコイルセットは、4つ一組の Cloverleaf を1対、Curvature を1対、Anti Bias を1対である。

以下にその製作について説明する。

#### 3.3.1.目的とその実現方法

コイル製作時に追求するべき点は以下の2つである。

(i) 巻き数の最大化

銅管は有限の太さを持つので、同じ空間に巻いた場合、理想的同軸円環の集合よりも 巻き数が減少する(→その仕組みは「位相」参照)。限られた空間内で、この巻き数を最大 にする。そのために、動径方向と厚み方向に生じる間隙を最小化しつつ巻く(以下、「最 密に巻く」と表現)ことが必要となる。

(ii) 形状の安定と再現性

有限の太さを持つ銅管で、可能な限り円対称に近いコイルを製作する。また、実験に用いるに際し、形状が歪まない程度の強度が必要。3種類のコイルを製作するが、トラップ中心位置を安定させるなどのため、コイルはそれぞれ狂いが少なく、同種のコイルと同じ形状である必要がある。製作の正確性と再現性を実現し、それを確認できる方法を考える。

以上、2点を実現するための要点を以下に示す。

① 四角管

可能な限り間隙なく密に巻く必要がある。そこで、円管ではなく四角管を用いた。



図 3.3-1 四角管の方が、同じサイズに収めたときの巻き数を多くできる。

「ねじれ」・・・四角管を用いる際のデメリット

四角管を用いると、ねじれが生じたときに隙間が大きくなり、巻き数の減少やサイズの肥大 化が起こる。巻き作業にはこのねじれ現象を抑えるための工夫が必要になる。試行の結果、 ねじれ現象を考慮しても円管よりも四角管の方が有利と判断した。今回は先行研究を参考 に、1/8 インチ四角中空銅管(3.3.1.2-(i)参照、以下「銅管」とも)を用いることにした。



#### 図 3.3-2 ねじれ現象

ねじれると周囲の管とぶつかって隙間ができてしまう。一度ねじれができてしまうと、外側の周にも波及し、修正するのはほぼ不可能である。このねじれを防止する。

② 銅管の塑性と掛けるテンション

銅管の変形を最小限に抑えつつ、かつ小さい径で巻く。1/8 インチ銅管はその太さのため 塑性変形にかなりの力を要する。さらに、変形を繰り返すほど塑性が失われるので、少ない 変形回数で適切な形状を得ることが必要である。特に径が小さい部分を巻いているときには 大きな力が必要になり、また複数回の変形が難しくなるので注意が必要となった。



図 3.3-3 コイル径(22mm)と銅管太さ(3.5mm)の比較

「巻き数の最大化」の実現のために、銅管にテンションを掛けて張られている状態にして おき、硬質の芯(3.3.1.3-(i)「芯」参照)に巻きつけていくことで動径方向の間隙を防止し た。銅管に適度なテンションを掛けるために、ホルダー(テフロン製、3.3.1.3-(iv))を製作し て使用した。

また、芯の両側に側板(3.3.1.3-(ii)「側板」参照)を取り付け、コイルの型を決めて側板 に押し付けるように巻くことで厚み方向の間隙を防止した。芯と側板によりコイルの型(内径と 厚み)を決めることは形状の再現性の確保にも貢献した。

③ 位相

銅管には有限な太さがある。このため、ひとつのコイルの中に理想的な同軸円ではない 部分が存在する。すると「理想的には6巻する空間に、実際には5巻と300°しか巻けな かった」といった現象が起きる。これが巻き数を減らす原因になるので、この現象を最小限に する。この現象を「位相遅れ」と呼んで、遅れの角度を記録し、そのばらつきの小ささを、コイ ル形状の再現性実現の指標のひとつにする。



巻き進むにつれて位相が遅れる

図 3.3-4 「位相遅れ」 1→2 周目、3→4 周目、5→6 周目巻き上がり部分は裏側にある



図 3.3-6 巻き上がり(S 字)部分

巻き始め部分、巻き終わり部分に流れる電流は磁場が乱れる原因になる。よって、その影響を最小にするために、トラップ中心から最も遠くにこれらを配置する必要がある。そのため、 両者の位相を揃える。



図 3.3-7 コイルを最近接する。ただし、磁場を乱す原因はトラップ中心から最も遠くに配置する。

④ 接着剤の使用

銅管だけで巻いていくと、巻き終えた後、コイルが自然にほどける力を抑えることができない。そこで、形状を確実に保持できる頑丈なコイルを作るために銅管表面に接着剤を塗り、 銅管を互いに接着させながら巻き進む。一巻を巻き終えたら、テンションを保ったまま固定し て完全硬化まで保管する。

### 3.3.2.材料の種類とその役割

コイルの材料とその役割について説明する



d=銅管の径 m=ターン数

材料の主なデータは巻末付録参照。

(i) 四角中空銅管

コイル本体を構成する。400mm 径のリールに巻かれていて、 絶縁のために表面に紙が巻いてある。スムースに引き出すため に、リールの中心にパイプを通して支え、リールを浮かせて自由 に回転できるようにした。

(ii) エポキシ系接着剤

銅管を互いに接着させるために用いる。

接着剤は、温度上昇(今回は60℃程度まで)に耐え、実験中 に変形しない程度の強度を得られ、仮硬化、実用硬化時間が 巻き作業時間に適したものを選ぶ。吾々はエポキシ系接着剤 Devcon(仮硬化時間30分、実用硬化時間8~12時間)を用い た。

図 3.3-8 (左) 接着剤が充填するコイルの間隙。

最密に巻くので、接着剤の入っている間隔は目視できないほど狭いのが 望ましい。 ※エポキシ系接着剤は、硬化した後でも長時間水に浸すと強度が落ち、はがれやすくなる。コイルを使用するとき、水漏れや、温度差による結露などが起きないように注意が必要となる。これはコンクリートエポキシ接着剤でホルダーに接着(3.4.1 参照)した後にも言えることで、水に注意する。

(iii) スペーサー用銅管

最密に巻き、かつコイルの巻き始めと巻き終わりの位相を揃えると、巻き終わりに間隙ができてしまうことがある。その際、接着剤の完全硬化まで銅管を密に押しつけておくため、スペーサーを用いる。スペーサーには銅管の切れ端を用い、コイルと一緒に接着する。



図 3.3-9 スペーサー用銅管と巻き終わり固定

### 3.3.3.治具の種類とその役割

コイル製作に必要な治具とその役割について説明する。

治具の設計図は巻末付録参照。

(i) 芯

コイルを巻きつける芯。ジュラルミン製の円柱。直径(=コイル内径)と厚さ(=コイル厚さ) は旋盤加工で 0.1mm程度の精度を出した。

(ii) 側板

コイルを axial 方向に押さえつけるための壁になる治具を1対。3mmジュラルミン板を円盤状に加工。ここに、コイルを巻き始めるときの一端を出しておくためのスリットを空けておく。 角度を彫り、コイルの巻き数の記録に使用する。

(ⅲ) 軸

回転させるための軸。ジュラルミン製円柱。今回は旋盤に軸を固定し、旋盤を駆動させず に手動で回転させながら巻いていった。 以上3点の円形治具の中心に貫通穴を開け、ネジ棒で一体にして旋盤回転軸に固定した。

#### (iv) テフロンホルダー

旋盤のバイトホルダーに装着し、銅管に適度なテンションをかけ、また、ねじれを防止する。 この材質選択は非常に重要で、銅管を変形させすぎず、なおかつ巻き進まない時は緩まず、 さらに巻き進むときは銅管が滑るものである必要がある。



#### 図 3.3-10 銅管にテンションを掛けつつ巻く

(v) 巻き始め固定用治具

スリットから出た銅管の固定に使用。側板のスリット出口にネジ止めで装着する。ねじれを 防止するとともに、銅管にかかるテンションを保持し、緩みを防止した。

(vi) 巻き終り固定用治具

巻き終り側の銅管を固定して、接着剤が完全硬化するまで銅管にかかるテンションを保持 する。

### 3.3.4.工具の種類とその役割

コイル製作に用いた工具とその役割について説明する。

工具設計図は巻末付録参照。







図 3.3-11

(i) 叩き込み棒(以下、単に「棒」とも)

銅管を隙間無く巻きつけるために、巻きつく位置を 叩いて調整。材質は銅に傷を付けない程度の硬さ、 今回は桜の木やジュラコンを用いた。棒の先端の形 状を工夫したものを数種類用意しておくと、作業効率 が良い。

#### (ii) ゴム槌

叩き込み棒を叩いて塑性変形させる。金槌では棒 に対して硬すぎるので不適である。

図 3.3-12 叩き込み棒の使い方

(iii) ねじり戻し工具

巻きつく直前の銅管がねじれていたら、ねじり戻して直すための工具。テフロンとジュラコンで製作したが、ジュラコンの方が効果大であった。テフロンはこの用途には柔らかすぎて 不適であった。

(iv) スペーサー用工具

銅管を側板との間に挟んで固定し、叩き込み棒を補助する。主に巻き進み(S字)部分の 緩み防止や、乗り上げ現象(巻末付録 図 F.1-16 参照)の防止に用いる。叩き込み棒と同じ 材質、同程度のサイズで、直方体。

### 3.3.5.その他用意するもの

その他、コイル製作に使用した物は以下の通り。

(i) 旋盤

コイル芯を装着して回転でき、銅管変形時の衝撃に耐え、かつテンションを掛けられ る回転台として、旋盤を利用した。

(ii) ワックス 側板に塗布する。接着剤の実用硬化完了後、治具からコイルを取り外すとき、側板と コイルを離れやすくするため。汎用カーワックスを使用。

(iii) カプトンテープ

芯に貼付する。接着剤の実用硬化完了後、治具からコイルを取り外すとき、芯とコイルを離れやすくするため。

(iv) 脚立 リールを浮かせておくための台として利用した。

### 3.3.6.製作手順

以下に、コイル製作工程を順に説明する。

巻き始め固定図

- 治具の準備・メンテナンス 連続して作るとき、前回に作った接着剤が側板に付着しているので、剥がして洗浄する。 記録のために角度を記入し、コイルと接する面にワックスを塗っておく。軸にカプトン テープを巻く。リールを脚立にセット。
- 2、治具の取り付け

旋盤回転軸に治具 i, ii, iiiを固定する。

3、テンション確認

リールから銅管先端を引き出し、テフロンホルダーに通してテフロンホルダーをバイト ホルダーに装着する。このとき、テフロンホルダーをネジで押し付けて固定し、銅管に適 度なテンションを掛ける。

4、巻き始め固定

銅管を側板スリットに通す(端の長さは30cm程度)。巻き始め固定治具を側板外側 にねじ止めし、銅管を側版に押し付けることでねじれを防止する。銅管先端は回転させ たときに邪魔にならないように Axial 方向に曲げておく。バイトホルダーを動かして、テフ ロンホルダーの位置を調整し、銅管を側板に密着させる。



#### 図 3.3-13





図 3.3-14

巻き始め。この状態から接着剤を塗り、旋盤を回転させて巻き始める。写真右の側板 から銅管が離れているが、巻き始め直後、棒で側板に押しつけられることになる。

5、コイル巻き工程

叩き込み棒で適宜 Axial 方向に詰めながら、旋盤を回して巻き進める。銅管を叩くと「同時」に旋盤を回して巻き進む。銅管が巻きつく向きを常にチェックし、テフロンホルダーの位置で調整する。

絶縁用の銅管被覆の紙を破らないように注意する。



#### 図 3.3-15 ホルダー位置の調整

接着剤は、銅管が互いに接着するように適宜塗布する。仮硬化時間(今回の場合 30 分)を考えて、硬化した接着剤が障害とならないように塗布のタイミングを決める。 →その他、生じる問題と解決方法など、コイル巻き工程の詳細は巻末付録 F.1.4 参照



#### 図 3.3-16 巻き工程途中。「S 字」の成形が成功している。

※コイル巻き工程は、3人(最低2人)の協働作業になる。具体的には、叩き棒担当、旋盤 回転担当、記録・補助担当である。工具と分担を工夫すれば2人でも可能。1人では回転さ せながら叩くのが非常に困難になる。



6、巻き終わり

形状安定のために、間隙をスペーサー 用銅管で埋める。巻き終り固定用治具を用い て、銅管のテンションを保ったまま巻き終わり 側の銅管を固定する。旋盤バイトホルダーか らテフロンホルダーを外し、銅管を切断する。 コイルを治具とともに旋盤から取り外し、埃を かぶらないように保管する。

図 3.3-17 巻き終わり固定の様子

7、続けて巻く場合

接着剤が実用硬度まで硬化するには長時間(今回は 8~12 時間)掛かることがある。 この間にもうひとつコイルを巻く場合、治具(i)~(iii)、(v)、(vi)を別に1セット用意し ておき、旋盤に装着して使用する。

8、治具再利用時の注意

接着剤が側板の内側に付着しているので、カッターなどで剥ぎ落とす。カプトンテー プ、ワックスを付け直し、記録用の回転角の数字が消えていたら再び記入する。一度 使った治具のうち、特に側板は再度の使用までのメンテナンス作業工程が多い。側板 の製作は比較的短時間で済むので、他の治具よりも多く予備を作って使用した。

9、検査

硬化完了後、コイルを治具から取り外し、コイルの形状(外径、内径、厚さ)、電気抵抗(銅管同士の絶縁確認)、管が塞がれていないかどうか、をチェックし、使用まで保管した。



図 3.3-18 コイルセット このようにして、計 12 個のコイルからなるコイルセットを製作した。

### 3.4. コイル周辺設備の準備

卒業研究生が製作主体ではなかったが、磁場の製作において重要なものがある。

- ・「コイル固定用グラスエポキシホルダー」
- ・「コイルへの電気的接続関係」(銅端子など)
- ・「コイル水冷系」(配水盤など)

以上の3つについて、この節で説明する。

### 3.4.1.コイルの配置と固定

コイルに電流を通じると、互いの発生する磁場によってコイル同士がローレンツ力を受ける。このとき、ミリ秒単位で 0G から数百 G まで変化するという急激な磁場変化があり、そのときコイルが受ける力は瞬間的に巨大になる。この力でコイルの位置がずれると、トラップ中心もずれてしまう。トラップ中心が、トラップすべき原子 Cloud の位置からずれていると、原子は高いポテンシャルにいることになり、トラップされる過程で移動し、加速する。つまり加熱されてしまう。もし1対のコイルセットのうち片方が 1mm ずれると、トラップ中心が 0.5mm ずれることになる。これは冷却の上でも、観測の上でも非常に不利益である。

よって、強い剛性を持つホルダーにコイルを固定し、トラップ中心位置が安定するようにす る必要がある。今回は硬度に優れた4枚のグラスエポキシ製の板にコイルを填め込む溝を 彫り、さらに接着固定することによって固定を実現した。また、コイルの相対位置の調整は、4 枚の板の間にロッドを渡して Radial 方向の位置を合わせ、Axial 方向はホルダー間隔を調 節することで実現した。

・ グラスエポキシホルダー

グラスエポキシホルダー(以下ホルダー)は、厚さ20mmのグラスエポキシ板に、コイルを 固定する溝、レーザー光を照射する孔を掘ったもので、計4枚。材質は、硬度が高く磁化し にくいものを選択。その切削加工は困難をきわめた。4枚を繋げるロッドと、光学定盤に固定 するための脚をつけることができる。

ステンレスロッド

ステンレスロッド(以下ロッド)は、径 20mm 長さ 200mm の円柱(6本)であり、ホルダー4 枚をつなぎ合わせ、Axial 方向にだけ可動にする。ホルダー間隔を調整することによってコ イル間隔を決定する。これも硬度と磁化しにくさが求められる。

・ コンクリートエポキシ接着剤

コイルとホルダーを接着するために用いる。コイルーホルダー間に間隙ができないように 充填しつつ接着する。硬化後はかなりの硬度を持ち、工具が無いと削り落とせないので、 接着の際は必要以上に厚く塗りすぎないように、また、不要な部分(ネジなど)に付着して 動作を阻害しないように注意が必要。

#### 3.4.2. 電気的接続

コイル同士の電気的な接続は、電気抵抗が少なく、かつ光学系の働きを妨げないために、 小さな空間で行うのが望ましい。特に、コイル材料の四角中空銅管は200A を通じると 4mV/cm 程度の電圧降下を生じる。四角管を通電させる長さを短く作り、コイル以外の部分 の電気配線はより断面積の大きな銅線や銅端子にするのが望ましい。そのため、ホルダー 至近に銅端子を設置し、圧着端子で配線を行うことで電気的な接続を実現した。

銀蝋接着により1/8inch四角中空銅管→1/4inch丸管へと繋ぎ、1/4inch銅管から10mm厚 銅端子に電流が流れ、圧着端子を取り付けた平編線と100mm<sup>2</sup>銅線で配線した。



図 3.4-1

グラスエポキシホルダー(中央緑4枚)と至近に配置されている銅端子(両側)。中央2枚の間に Cloverleaf コイルが接着固定されている白い表面が見えている。左2枚の狭い間隙 に Anti-bias の白い表面が見えている。Curvature は Anti-bias の陰に隠れていて見えない。

### 3.4.3.冷却水の配水

冷却水は、コイルごとに並列接続する。コイル一個を構成する四角管部分が長い Curvature と Anti-bias (特に Anti-bias)は、Cloverleaf にくらべて冷却水が流れにくく、さらに 長さに比例してジュール熱も大きい。水道水圧の上限は一定なので、配水を工夫して Curvature と Anti-bias に冷却水がよく流れるようにする。

1/4inch 丸管までは水流と電流は平行して流れる。電流が銅端子に流れたところで水流と 電流が分岐し、水流は 1/4inch 丸管端に取り付けられた SWAGELOK を通じて 1/4inch チューブに流れ、配水盤に繋がる。



#### 図 3.4-2 冷却水配水図

冷却水は上記のように2系統に分ける。フローメーターは、流量が少ないときに電源を切る Inter Lock 付の大型のものと、各コイルに正常に流れているかをチェックする小型のもの を併用した。

当初は同一水源から12個のコイルに配水する予定だったが、Cloverleafに冷却水のほと

んどを取られてしまい、大電流通電時にAnti-biasが過熱した。よって配管を組み替えて上 図のように水源を分けることにした。それでも完全に冷却することはできず、Curvature & Anti-bias系統については150A以下で動作させることにした。加圧ブースターの導入ができ 次第、当初予定の200A動作が実現できる予定である。<sup>1</sup>

1資料、冷却水通水確認試験の結果と推移

冷却水の量についての確認試験の結果を以下に示す。

まず、各コイルが分離していた時点における、通水確認試験を行った。

表 3.4-1

冷却水通水試	通水1分間あたり								
	1月17日								
Cloverleaf		12/7	12/8A	12/8B	12/9A	12/9B	12/11A	12/11B	12/12A
	通水量[ml]	260	260	260	280	270	280	280	260
フローメーター	回転数	95	92	90	93	97	93	94	91
Curvature		12/12B	12/13						
	通水量	200	200						
フローメーター	回転数	61	61						
Anti-bias		12/14	12/15						
	通水量	200	200		銀ロウ打	妾着直後	きであり		
フローメーター回転数		60	61		銅の赤い粉が時々流れていた				

12/7 などはコイルの製作月日、A,B はそれぞれ午前、午後を表す。

表 3.4-2

配水改良測定							
	2007年	1月24日					
改良前(単一系統によ	る配水)						
	Anti-biasA	Anti-biasB	CurvatureA	CurvatureB	Cloverleaf1	Cv&AB系統	CI系統
通水量[ml]							
フローメーター回転数	26	22.5			50		
INPUTのみ2系列化後	、両側通水						
通水量[ml]							
フローメーター回転数	30	27.5				2000(全系列	1合計)
INPUTのみ2系列化後	<u>、片側通水</u>						
		45				730	1800
OUTPUTを2糸列化後							
						800	1700
フローメーター回転数	55	51	53	53			
付加コイル設置後、測	<u>بر</u>	2月10日					
						730	21.00
フローメーター回転数	56	51	46	45	80		
INTERLOCK動作確認	済(2/13)						

(A,Bは接着した位置による記号)

当初予定では全コイルを単一の配水系で冷却しようとしていたが、全コイルに同時に流れたときの流量のせいで、コイル以外の部分(特に、Inter Lock 付フローメーター)における水圧低下が 無視できない大きさになり、コイル前後での水圧差が水道水圧よりも著しく下がってしまい、最

ホルダーへの固定が完了し、200A 通電試験を行った際、Anti-bias コイルの過熱の危険が判明した。直後、冷却水の流量テストと配水改良を行った。その推移を以下に示す。



図 3.4-3 配電と配水。互いの分岐

も流れにくい Anti-Bias コイルの流量が過小となった。

よって、まず給水側を分離したが、片側通水時は流量が改善していたものの、両側同時通水時に は、やはり排水側での水圧降下が大きく、ほとんど改善しなかった。よって、完全に2系統に分 けることにした。

**※INTERLOCK**は2系統の冷却水が十分通水していなければ、両系統の200A 電源に直ちに Protect が掛かるようになっている。
# 3.5. 大電流スイッチング・モジュール

Clover-Leaf型コイルから、蒸発冷却に必要な強力な磁場を発生させるには、200Aの大電流が必要である。CurvatureとAnti Bias 各1対、計4個を直列に1回路、Cloverleafコイル8個を直列に1回路、計2回路で構成する。

(本節で登場した素子の定格などは巻末付録参照の事)

大電流回路製作の考え方

- 200A もの大電流をミリ秒単位で自在にコイルに通じ、また自在に切るためには、コイルの自己インダクタンスにより流れ続けようとする電流を抑えなければならない。そのために IGBT (Isolated Gate Bipolar Transistor)を大電流スイッチング素子として用いる。
- ・ 外部入力信号によるスイッチングを可能にするため、IGBT に駆動用の Gate Driver を接続する。
- 200A という大電流であることから、わずかな抵抗でも大量のジュール熱を生じる。熱による素子の故障の危険が伴うので、大電流を長時間通じる素子には排熱が必要。
- 電源電圧の上限を超えないため、また過熱を防ぐため、接続箇所で発生する接触抵抗などによる配線中の電圧降下を抑制する。具体的には、端子には10mm 厚の銅板を用い、配線には100mm<sup>2</sup>の銅線に圧着端子を取り付けたものを用いて抵抗の最小化を目指す。
- 200A を通じる回路は接地させず、全系 Float とする。万一1箇所被覆がはがれて接地したとき、電流が Ground と回路に分かれて流れる危険を防ぐためである。

## 3.5.1.IGBT による Switching

IGBT は大電流用スイッチング素子である。 微弱な外部入力信号が Gate-Emitter 間に掛ける電圧の高低 を変化させることにより、1 $\mu$ s ほどの遅れで Collector-Emitter 間に流れる大電流を On/Off することがで きる。 今回使用する IGBT (三菱半導体製、CM600HA-24H)は、4.5~7.5V をしきい値として、 Gate が Emitter に対して高電圧になると Collector-Emitter 間が導通し、低電圧では絶縁するという設計になって いる。

## 3.5.2.大電流用 Diode で逆電流を防止

IGBT は順方向には優れたスイッチング素子として働くが、逆電流はスイッチできず導通してしまう。今回の実験では、逆電流が流れる可能性を残しておく意味は無い。そのため、大電流用 Diode を用いて逆電流を防いでいる。



#### 図 3.5-1 Gate Driver 内部配線概略図

Gate Driver 内部の OPTO-COUPLER により、外部入力回路からの Float を実現した。 ①、⑤、⑭など: Gate Driver 端子番号。なお表記されていない番号の端子は、今回は 使用せず全て Open とした。



## 3.5.3.保護回路の必要性

IGBT は高圧大電流に耐える(今回用いた素子の定格は600A-1200V、瞬間的には1 200A)が、大電流をスイッチ Off した時にコイルのインダクタンスにより瞬間的に生じるスパイク電圧は巨大であり定格電圧を大きく超え、IGBT の絶縁を破壊してしまう。よって、IGBT 保護回路(以下保護回路)としてダイオードと抵抗を直列にした IGBT 保護素子(以下保護 素子)をコイルに並列に接続し、IGBT 素子の破壊を防いだ。 スイッチをOffした瞬間、スパイク電流は保護素子に流れ、LR 回路を形成して減衰して いく。



図 3.5-3 保護回路の動作図:Switch Off の直後

電流減衰時間 τ は 1/R に比例するので、R を大きくするほど高速でスイッチ Off できる。 しかし、R が大きいほど IGBT に負荷が掛かり、保護素子としての意味が無くなるので、ここ にトレードオフが生じる。今回は経験的判断に基づき2Ωの抵抗器を使用したが、IGBT 保 護、スイッチ Off ともに適切な動作が得られた。

# 3.5.4.大電流用素子の冷却系の設計

磁場発生中、IGBTとDiodeには200 Aの大電流が流れ続けるが、このとき IGBTで1.9V、Diodeでは0.85Vほどの 電圧降下があり、ジュール熱が発生する。 空冷のみでは過熱するため、排熱のため に、CPU冷却用のファン付循環型水冷 装置(Poseidon WCL-04)のCPU用小型 ヒートシンクに置換して大型銅ヒートシン クを取り付け、それをIGBT 放熱部(底) やダイオードと接触させることで、廃熱を 処理した。

循環型水冷装置は水道水で排熱する 場合にくらべて冷却能力は劣るが、蒸発 冷却に要する時間スケール(1分程度) での温度上昇を、素子の働きを妨げない 範囲におさめるには十分な冷却能力を 持つと判断した。閉じた系を冷媒(エチレ ングリコール水溶液)が循環するために、 水漏れの危険が少なく、また外部の配水 系接続が不要になるため配線・設置が簡 便になるというメリットがある。



図 3.5-4 スイッチング素子冷却系

実際には IGBT・Diode・水冷装置をひとつの箱にまとめて、大電流スイッチ Box として製作した。

(参照:巻末に大電流スイッチ Box 設計図)

## 3.5.5.動作確認試験

Cloverleaf コイルの試作品(以下、ダミーコイルと呼ぶ)を用いて、スイッチング時間測定と 保護回路の動作確認、スイッチング素子の排熱確認、各部の接触抵抗値測定を行った。ま た、コイルに大電流を通じた時の排熱確認もここで行った。

① スイッチング時間測定

ホール素子内蔵プロブによる電流計を、コイル直近の四角銅管に装着して電流を測定した。



#### 図 3.5-5

右図より、スイッチ Off 時の Delay 時間は2µs 程度のように見える。



### 図 3.5-6

スイッチ On 時の立ち上がり時間は DC 電源の応答を待たねばならないので遅い。図では 5~10ms で立ち上がっている。

また、用いた200A 電源の定電流動作を行うときの特性として、導通(入力信号 On)直後、 設定した電圧上限値まで一旦出力した後、設定上限値を超える電流を出力していることを 内部で測定・計算し、電流上限値まで調整する仕組みになっている。信号 On から 50ms 後 に電流値が微減しているのはそのためである。 これでスイッチング動作の確認はできたかと思われた。しかし、測定に用いた電流計の測 定範囲の上限は100A であり、正確な電流値を示していないことがわかった(200A 出力時 の読みは170A 程度となっていた)。よって、正確な波形を得るために出力電流を50A に変 えて再び測定した。



図 3.5-7

左図 Cursor1-2間隔より、減衰時間 τ = 20 μ s 程度。LR 減衰回路の動作となっている。 右図 Cursor1-2間隔より、スイッチ Off 時の delay は2 μ s 程度である。これは IGBT と Gate Driver の公称遅延時間(付録参照)の合計にほぼ一致。

また、周期が1µs程度の微細な振動は、保護回路中の Diode の内蔵電気容量が原因と 考えられる(→詳細は巻末付録 F.2 参照)。



図 3.5-8

電源の設定電圧が50A に相当する値を大きく超えていた。このとき、電源の出力調整は 200A 立上り測定時よりも早く、20ms ほどで始まっている。このことから、電源の出力調整は 超過分の電流の時間積分値によって開始する仕組みになっていると思われる。

測定に用いた電流計は測定範囲が最大100A であったため、波形は50A の方が正確と 考えられる。減衰時間  $\tau$ は20  $\mu$  s ほどである。磁場トラップは数百  $\mu$  s でスイッチ Off できれ ば良いので、スイッチングの成功が確認された。

② コイル&スイッチング素子排熱確認



#### 図 3.5-9 温度上昇測定

(左)ダミーコイルに冷却水を通じ、配水側に熱伝対を接触させて温度を測定した (右)CPU 冷却用水冷装置の水温計表示の時間変化を記録した。

コイルは接着剤の耐用温度(80℃)より十分低い温度で安定しており、冷却に成功している。

一方、素子の冷却は、特に Diode の熱伝達が悪く、冷媒温度の飽和には至らなかった。 しかし、3~5分間連続的に通電した後でも Diode の接合温度上限(190℃)より十分低い (100℃以下)と判断(→注)されたので、蒸発冷却時間(1分程度)の使用には十分耐えると 考えられる。

(注→Diode の熱抵抗などの定格値から計算したところ、200A 通電時の接合温度は (Heatsink 温度+27)℃以下であった。Heatsink 温度が冷媒温度より極端に高くなければ、 グラフから見て、接合温度は100℃を超えていないと推定される。)

③ 保護回路動作確認

IGBT 素子がスパイク電流から保護されており、繰り返しの使用に耐えることを確認した。 入力信号に 0.1~1Hz 程度の矩形波を用いてスイッチングを数分間続けて行ったが、保護 回路に用いた Diode、抵抗(2Ω)は過熱していなかった。

保護回路における仔細な測定結果は巻末付録を参照の事。

④接触抵抗值測定

特に注意して測定した部分は、コイル両端と大電流用 100mm<sup>2</sup> 銅線の接続部分である。 ここは配水系と配電系が分岐するので銀ロウ付けなど複数の接続・接触が集中している。

電源陽極~コイル間、コイル~スイッチング陽極 Box 間、スイッチング Box 陰極~電源 陰極間、いずれも接触抵抗値は小さく、直列に接続した磁場トラップ用コイル(Cloverleaf8 つ直列の系統、Curvature1対&Anti-Bias1対を直列の系統)に200A 通じた場合でも、電 源出力電圧の上限を超えず、また過熱の懸念も無いことを確認した。

### 3.6. 磁場 Profile

製作したコイルに通電し、磁場の強さと形状を測定して、原子のトラップに適した磁場が得られている かどうかをチェックする。その際、必要があれば磁場を調整する。

以下、Axial 方向をz 方向とする。

コイルセットに電流を通じ、トラップ磁場を完成させるまでの手順を説明する。基本的には 3.2.4 のような磁場形状の構築を目指して、調整と測定を行うことになる。

### 3.6.1.磁場 Profile 測定の手順とその目的

出来上がった磁場がトラップに有効かどうかチェックしながら測定と調整をすすめる手順を説 明する。

磁場の調整のため、条件が変わるたびに似通った測定手順を繰り返すことになる。ここに、基本的な手順を示す。

- (i) Anti-bias のみ通電し、Anti-bias 間隔を調整して Helmholtz 条件を達成し、d<sup>2</sup>Bz/dz<sup>2</sup>を0 [G/cm<sup>2</sup>]にする
- (ii) Curvature と Anti-bias に通電して、Curvature 間隔を調整して、B₀=2G にした上で、 d<sup>2</sup>Bz/dz<sup>2</sup>を測定する
- (iii) Cloverleaf コイルに通電して、Radial 方向磁場勾配 Bx', By'を測定する
- (iv) 3 種類のコイル (Cloverleaf、Curvature & Anti-bias) が作るトラップ中心位置が動作 中の変位を測定し、補正コイルに求められる磁場を見積もり、磁場 Profile を求める。
- 以下の磁場測定では、(i)~(iv)の測定手順を繰り返す。
- ※なお、測定が長時間に及ぶことが多いので、コイルに通じる電流値はトラップ動作時より小 さく、過熱しない程度を選択する。

※測定(iv)については脚注参照2

<sup>2</sup>理想的Cloverleaf型トラップでは、CloverleafコイルはBrのみを作って(ゼロ軸を作って)ト ラップ中心位置のRadial方向座標を決め、Curvature & Anti-bias コイルはBzのみを作って (ボトムを形成して)中心のAxial方向座標を決める。よって、理論的にはCloverleafコイルに 流れる電流と、Curvature & Anti-biasコイルに流れる電流の比を変えてもトラップ中心は動か ないはずである。しかし、実際に流れる電流は円電流の集合だけではないため、Cloverleaf 系列の電流全体が作る磁場にはわずかながらBz成分も含まれ、Curvature & Anti-bias系列 の電流全体が作る磁場にはBr成分が含まれる。これが、磁場トラップ動作中に中心位置が 動いてしまう原因になる。

磁場トラップ時には、Curvature & Anti-bias 系統の電流値を一定にしたまま、Cloverleaf 系統の電流値だけを変化させるオペレーションがある。このときにトラップ中心が動くことによ り原子が加速されるのは望ましくないので、対策として補正コイルを設置してオペレーション に連動して動作させ、トラップ中心の固定を目指すことになる。

よって測定(iv)では3種類のコイルセット全てに通電し、Brが0になる位置を測定し、その点を つないでゼロ軸とし、その中でBzが最小となる点をトラップ中心と考える。このとき、

## 3.6.2.磁場測定実験系

磁場測定には Hall 素子を内蔵した三次元磁場測定器(以下ガウスメーター)を使った。 レーザー光用の空孔の中心から、Axial 方向に平行にガウスメーターのホールプロブを挿入 し、トラップ中心付近にプロブ先端をセットし、マイクロメーターにプロブを固定して、マイクロ メーターを 10 µ m 精度で動かすことで、25mm 立方の空間の磁場を測定した。



図 3.6-1 磁場測定実験系概略図

このコイル間隔調整は0.1mmの精度で行う。

# 3.6.3.磁場の調整方法

磁場の調整方法は、3種類存在する。

a)ホルダー間隔調整

理想的には、Background 磁場(地磁気や実験室内の装置(最大のものは Ion-Pump)による)以外は、この調整で解決できるはずだった。

b)大電流系コイルの調整、付加コイルの追加

Cloverleaf 系回路と Curvature & Anti-bias 系回路に通電する電流の比を調整する。または 大電流を通じる回路に、新たにコイルを追加する。これを付加コイルと呼ぶことにする。正規

Curvature & Anti-bias 系統に対する Cloverleaf 系統の電流値の比(100%、50%など)を 数種類用意しておき、各電流比についてトラップ中心を求め、その変位が磁場トラップ動作中の トラップ中心位置の移動であるとする。これと中心付近の磁場 Profile から、必要な補正磁場が わかる。 のコイルセットが発生する磁場に大きなずれが生じたために用いた。

c)小電流駆動の補正コイルの追加

Background 磁場や、コイル形状や位置の精度による不可避な磁場の乱れを打ち消すための補正コイルをホルダーに巻きつけて、細かい調整を行う。磁場の小さなずれやトラップ位置の調整に用いる。

### 3.6.4.測定

0、予備測定(ホールド以前)

行った測定:測定(i)~(iv)

ホルダーにコイルを接着固定する前に、コイルを配置した上で10Aの小電流を通じて磁場 Profile を測定しておいた。配線はワニロクリップで行い、16V-10A安定化電源より出力した。

十分な磁場を得られるかどうか、トラップ中心位置など各種の修正すべき誤差が許容範囲 内<sup>3</sup>に収まっているかどうかを見積もり、ホルダーの形状、コイルの形状と填め合いに異常が 無いかを確認し、コイル表面に付着した接着剤の凹凸の研磨除去と、ホルダーの切削加工 の仕上げを行った。

行った測定:測定(i)~(iv)

1、ホールド後、正規の3種類12個のコイルセットを用いて測定。 行った測定:測定(i)~(ii)

ホルダーへの接着固定、200A 大電流の配線、冷却水の配水の完了後、磁場測定を 行った。測定に用いた電流値は50A。

ここで2つの問題が生じた。

 Curvature にくらべて Anti-bias が強すぎて、ホルダー位置の調節可能限界まで Curvature を近接しても測定(ii)における Bo=2G を達成できず0を割り込み、Bz= 0の地点が生じてしまった。

この原因は、巻き数の差である。Curvature コイルは Cloverleaf コイルと同じく、 銅管の太さからくる巻き数減少を一律に1巻きと定めて製作したが、Anti-bias コイル はホルダー設計の都合上、巻き数減少せずに巻き終わり部分を外側にせり出すよう に巻いた。そのため Anti-bias は Curvature よりも計算値からの磁場強度の減少が 小さかった。

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>許容範囲とは、具体的には±10G程度までである。この10Gとは補正コイルに期待されうる 磁場である。実際の磁場トラップ時は、地磁気などBackgroundを打ち消すためや、細かい磁場 の乱れに対応するために補正コイルを巻いて小電流で動作させる。主要3種のコイル

<sup>(</sup>Cloverleaf、Curvature、Anti-bias) にくらべて電流値が小さいことと、トラップ中心から遠 いことなどから、10Gを超える大きな磁場の乱れに対しては、精度良く補正できるコイルを設 置するのが難しくなっている。



図 3.6-2 設計通りに巻ききれなかった部分の2通りの対処

(左)Curvature は設計より1巻少なく止めた(右)Anti-bias は設計通りの巻き数で外にせり出した 製作中に生じたこの差により、均衡すべき磁場に約2%の違いが生じ、Bo=2G 達成 を阻んだ。

・ また、Cloverleaf コイルのみに通電し測定(iii)を行うと、本来発生しないはずの Bz が存在した。

これは、Cloverleaf コイル同士をホルダーの至近で配線していた銅端子を流れる電流によるものである。このため、Cloverleaf コイル通電時、Z 方向にバイアス磁場が掛かるようになってしまった(200A 換算で10G 程度)。



図 3.6-3 コイル配電用銅端子と Cloverleaf コイル間接続を流れる電流の向き。 裏側にも同様の構造があり、Axial 方向バイアス磁場を形成した。

前者を解決するために、Curvatureの作る磁場を強化する付加コイルをホルダー外 側表面に設置し、Curvatureと直列接続することで大電流を通じることにした。 また、後者についても、同一の付加コイルによるバイアス磁場で解決することにした。<sup>4</sup> (なお、Curvature や Anti-bias 用の銅端子は、発生する磁場を打ち消し合うように配 置してあるので問題とならなかった)

2、付加コイルをつけて測定

行った測定:測定(i)~(iv)

電流値はトラップ動作時の 30% (Cloverleaf 系統 60A、Curvature & Anti-bias 系統 45A) における測定を行った。

付加コイルは、4 枚のグラスエポキシホルダーの外側の2 枚の壁面にコンクリートエポキシ 接着剤により接着固定する。材料は1/8インチの丸銅管で、内径 90mm 外径 105mm、厚さ 7~8mm 程度の範囲におさまるように製作する。巻き数は4 巻で、厚さは銅管2本分以内。 Curvature と直列にする電気的接続には銅端子を用い、正規のコイル同様、水冷も行う。

1において達成できなかった  $B_0 = 2G$  を達成し、磁場 Profile を求め、必要となる補正磁場を計算する。

測定(i)、(ii)の結果、コイル間隔は Cloverleaf:34.18 Curvature:89.28 Anti-bias:70.08 (単位[mm]) となった。 (設計値は Cloverleaf 34mm Curvature 89mm Anti-bias 69.6mm)

この位置でコイルホルダーを固定し、磁場 Profileを測定する。

<sup>4</sup> Cloverleaf型コイルセットによるトラップ性能の指標となる値が

 $B'^{4/3} B''^{1/3} B_0^{-2/3}$ 

である。

Cloverleaf系統に通電する電流値を変化させてB'を変化させ、トラップの強弱をコントロールするオペレーションが想定されている。理想的にはCloverleafコイルはAxial (Z)方向磁場には寄与しないが、今回のように配線の都合上、あるいは形状の狂いによる磁場の乱れなどでCloverleaf系列の電流がわずかにBoに寄与している場合には、Bzoが変動することがオペレーションを阻害しないようにせねばならない。

まず、Bo=0 となると磁場のゼロ点が生じてしまい、原子の磁場トラップができなくなる。 また、Bo=0 にならないまでも、オペレーションによるB'の増減の向きとBoの増減の向き が同じになると、B'<sup>4/3</sup> B''<sup>1/3</sup>Bo<sup>-2/3</sup>の増減の方向が不明確となり、望ましくない。よって、 Cloverleafコイルに流れる電流の大小が常にトラップの強弱と一致する設計が望ましい。

Cloverleaf 系列の電流が発生する Axial 方向磁場はできるだけ小さくするべき だが、もし生じるのであれば Curvature が作る磁場と逆方向(Anti-bias が作 る磁場と同じ方向)に、勾配の少ないバイアス状の磁場ができるようにするべ きである。





Bo=1.22[G]、d<sup>2</sup>Bz/dz<sup>2</sup>=67.2[G/cm<sup>2</sup>]となった(100%動作時の電流値換算)。

冷却の都合上、Axial 方向磁場を担当する Curvature & Anti-bias 系統の電流が 75% になっているので設計値よりも  $d^2Bz/dz^2$  の値が低くなっている。Cloverleaf の配線用銅端子 は  $d^2Bz/dz^2$ を弱める方向に働いたが、付加コイルが  $d^2Bz/dz^2$ を強める方向に働いており、ほぼ 75% ちょうどの  $d^2Bz/dz^2$  が得られた。

Radial 方向変位については、磁場の絶対値 | B | を測定した。



Radial方向変位における磁場変化

#### 図 3.6-5

Radial 方向変位の磁場 Profile(30%動作を100%に換算) 磁場の Radial 方向勾配 d | B | /dr:約 292[G/cm](100%動作時の電流値換算)

ほとんど一次関数2本をつないだ形状であるが、Bx、By が小さくなるトラップ中心付近では、 Bz>0の寄与が無視できなくなり、|B|のグラフは調和関数に似た形状になる。



#### 図 3.6-6

中心付近の Radial 変位の磁場 Profile (30%動作を 100%に換算)

中心付近においてはBoの存在により、二本の1次直線を2次曲線が対称に繋いだ形状になっている。調和型になっている部分の幅<sup>5</sup>は100 µm程度。



#### 図 3.6-7

中心付近の Radial 変位の磁場の理論値(電流値 30%動作時で計算) 中心付近で傾きが著しく変化し、二つの直線をなだらかに繋げている領域の幅が 100 µ m オーダーとなった。測定値と一致している。

・補正コイルに求める磁場動作の計算

測定(iv)によって、補正コイルに求める磁場を正確に求める。

<sup>5</sup>本測定に用いたガウスメーターのプロブ先端に内蔵されたホール素子のActive Areaは 500 µ m × 1mmという有限の大きさを持つ。よって、仮に実際の磁場が完全に 2 本の一次直線からなるV 字型をなしていたとしても、ガウスメーターの読みがActive Area全体にわたって積分した値で あったとすれば、V字の底であるトラップ中心付近では、測定値はなだらかなカーブを描いて繋 がることになる。よって、カーブ部分を実際より広く見積もってしまう疑いが生まれるかもしれ ない。

しかしながら、中心付近においてガウスメーターが実際に測定していたのは | B | ではなく、 ほぼ1次直線の Bx、By と、放物線の底である Bz という3成分であり、 | B | は3成分から計 算したものである。よって、プロブの大きさによる測定精度限界によって、調和型となっている 領域が広く見えてしまったという危険は少ないと判断される。 Curvature & Anti-bias 系統の電流を45A に固定し、Cloverleaf 系統の電流を60A と30A の 2通りに変えて計測した。それぞれの場合で、トラップのゼロ軸(Br=0となる点の集合)のx座 標、y座標、z座標を測定し、その結果、および補間曲線からトラップ中心位置を計算した。



トラップのゼロ軸上のBz



放物線のボトム位置が、トラップ中心の Z 座標と考える。



### 図 3.6-10 Radial 方向変位 2 y方向(鉛直方向)

Radial 方向については、トラップ中心の Z 座標を補間曲線に代入した値を、トラップ中心 座標と考える。

概算値で $\Delta x = 50 \mu m$ 、 $\Delta y = 20 \mu m b$ なり、これは Radial 方向磁場勾配(300G/cm 程度)から換算すると1.5G、0.6G b なるので、補正コイルの出力の許容範囲内である。一方、  $\Delta z = 10 \mu m dz$ 方向に 0.4 [G/cm]程度の磁場勾配を掛けることで調節できる。これはさらに小さな補正で済むので、正規の 3 種類のコイルと付加コイルを合わせたコイルセットの動作は、位置の精度の面からも十分であることが示された。

#### 番外、MOT 動作時の磁場を測定

片側の Curvature と、逆側の Anti-bias をひとつずつ動作させ、生じる四重極子磁場を測定する。今回はこれを MOT の磁場として利用する。



#### 図 3.6-11 MOT 動作試験

MOT 用に別の Anti-Helmholtz コイルを設置することもあるが、今回は行わず、上記の MOT 接続を行うことで対処する。この MOT 磁場の中心位置と、磁場トラップ位置の中心位 置を合わせることも、MOT から蒸発冷却への移行のためには重要である。

### 3.6.5.まとめ

以上の測定から、製作したコイルセットによる磁場 Profile が得られた。図 3.6-4 と図 3.6-5 の 解析結果から得られた値と、設計値を比較する。





図 3.6-13 磁場 Profile の設計値(Cloverleaf 系統の電流を 200A、Curvature&Anti-bias 系統を 150A として計算)

B' = 310G/cm

 $B''=67G/cm^2$ 

Bo=1.97G

B'は設計値の94%を、B"は設計値の100%を、それぞれ達成した。Boも十分に小さく、ゼロより大きい値を達成することができた。

B'が設計値より約6%低くなった理由は、Cloverleaf コイルの巻き数が36巻→35巻となっていること(-2.78%)、Cloverleaf コイル間隔が34mm→34.18mmとなったこと、コイルを流れる電流に理想的同軸円電流以外の成分があること、などが挙げられる。

B"は設計値とほとんど同じ磁場を得た。B"を強める要素は付加コイルがバイアス磁場を形成するだけでなくCurvatureと同じ働きをして B"を作っていることが挙げられる。逆に B"を弱める要素は Curvature の巻き数が 48→47 と下がっていること(-2.1%)、Curvature を流れる 電流にも同軸円電流以外の成分があることなどが挙げられる。両者が拮抗して打ち消されたと考察される。

以上をもって<sup>41</sup>Kの蒸発冷却のためのトラップ用磁場の製作は完了とする。以降はこの磁場を用いて原子をトラップし、<sup>41</sup>Kの蒸発冷却、そしてBECを目指すことになる。

# 4. 動作の実証とその結果

蒸発冷却を行う前に,製作した磁気トラップが原子集団をトラップできることを実証する実験を行った.その結果,正しく動作することが分かった.

## 4.1. 実験手順

蒸発冷却の前段階に当たる冷却手法である MOT は原子による光子の吸収・再放出サイクルを利用して いるため, MOT 中の原子集団は蛍光を放っており, これは CCD カメラで直接観察できる. このことを利 用し, 磁気トラップした原子集団を再び MOT で再捕獲すれば, 原子集団が磁気トラップされていたことを 確認できる.

以下に具体的な手順を示す.

1. MOT を切る.

(本来の蒸発冷却ではここで光ポンピング等が入るが、トラップされる原子数の最大化を狙わない今回の実験では省略する)

2. 直後に磁気トラップを動作させ, MOT に捕獲されていた原子集団が拡散する前に磁気トラップで捕獲する.

(本来の蒸発冷却ではここで磁場補正用の小コイルを運転するが、今回はやはり省略する)

- 3. 磁気トラップを動作させたまま5秒間ほど待つ.磁気トラップが機能していなければこの間に原子集 団は完全に拡散してしまうはずである.
- 4. 磁気トラップを切り, 直後に再び MOT を動作させる.
- 5. MOT に再捕獲された原子集団の蛍光を CCD 画像として観察する.

## 4.2. 結果

磁気トラップを動作させたときの CCD 画 像と,動作させないときのバックグラウンド を計るための画像との差分を求めた結果, 下図のような画像が得られた.これは明ら かに再捕獲後も原子集団が MOT 中に存 在していることを示しており,すなわち原 子集団を磁気トラップできたことを意味す る.

なお、この原子集団の原子数、温度や数 密度等の性質についてはまだ解析を行っ ていない.



図 4.2-1 再捕獲後の MOT における原子集団の蛍光(擬似カ ラー)

# 5. 今後の実験

次の段階として,動作の実証が済んだ磁気トラップを用いて実際に蒸発冷却を行うことになる.

MOT と蒸発冷却を経て BEC を生成する実験のタイム・シーケンスの概要を以下に示す. なお数値は典型的なものを挙げたに過ぎず,実際の実験では変わり得るので注意されたい.

青色部が本研究の直接関わる部分である.

表 5-1

	(原子源)	MOT loading	С МОТ	光ポン ピング	磁気トラッ プで捕獲, 圧縮	蒸発冷却	TOF	撮像	解析
時間		4 s	5 ms	1 ms	3 s	20 s	20 ms	1 ms	10 s
数密度	$10^8  {\rm cm}^{-3}$	$10^{11} \mathrm{cm}^{-3}$				$10^{13} \mathrm{cm}^{-3}$			
温度	300 K	200 mK			400 mK	200 nK			
位相空 間密度	10 <sup>-19</sup>	10 <sup>-7</sup>	10-6	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-6</sup>	> 2.6			

- 1. (原子源)とあるのは、ディスペンサーから放出されたばかりの K 原子を意味する. ディスペンサーで は加熱で駆動される化学反応により K 原子が放出されるので、その温度は室温以上である. 量子 縮退の度合いを計る上で重要な位相空間密度は極めて低く、この時点では古典的粒子のビーム以 外の何者でもない.
- 2. K 原子線は第1真空槽を満たし、そこで MOT (1st MOT) にロードされる. MOT ではトラップと冷却 を同時に行えるために数密度は増加し温度は低下する. よって位相空間密度が大幅に向上するも のの、未だ BEC 達成には遠い. なおこの段階にかかる時間は適当な原子数がトラップされるのを待 っための時間である.
- 1st MOTに多数 (~10<sup>8</sup>) の原子がトラップされた後,これを蒸発冷却を行うために 2nd MOTに移す. 2nd MOTは超高真空の第2真空槽内に設けられる(2 つの真空槽は細くコンダクタンスの小さい differential tubeで接続されているため真空度の差が保たれる). プッシュ・ビームの輻射圧を受けた 原子集団はdifferential tube内を通って2番目の真空槽に移り,そこで(既に数百nK程度の低温な ので)ほとんど拡散しないまま 2nd MOTにトラップされる. この段階では数密度と温度はほとんど変 化しない.

(なお, 2nd MOT では CMOT (Compressed MOT) と呼ばれる手法を使う予定もある[CMOT]. これ は急激に磁場勾配を高めると共に MOT レーザーの離調を大きく取ることで原子集団を圧縮するも のである. 温度はほとんど変わらないが数密度が 10 倍程度に向上する. 継続的に圧縮できる手法 ではないが, 磁気トラップへ移す過程では有益である.)

- 4. MOTを切った後,全原子のスピンを磁気トラップ可能な状態に揃えるための光ポンピングを行う.こ れを行わないと大幅な原子数の損失が生じてしまう.ここでは向きのよく定義されたバイアス磁場の 下で円偏光のレーザーを原子集団に当てる.すると光子との相互作用により | F=2, m<sub>F</sub>=2・状態へ の遷移が起きる.これはわずかな時間なので原子集団はほとんど拡散しない.
- 5. ポンピングのための磁場とレーザーを切った後,磁気トラップを運転し,原子集団をトラップする.このとき同時に磁場補正のための小コイルも運転する必要がある.これは地磁気の補正や,MOT 中心と磁気トラップ中心とのずれの補正を含む様々な役割を担っており,コンピュータ制御で段階に応じて様々な磁場を作り出す.
- 6. 捕獲後,磁場勾配を高めることで原子集団を断熱的に圧縮し,数密度を10倍程度に高める.これ は最終目標である相空間密度の向上に直接は寄与しないが,蒸発冷却を効率的に行う上で必要と なる.

- 7. 蒸発冷却では、磁気トラップされた原子集団にスピン反転を誘起する ffを印加する. ここでは原子 数が減少するが、数密度は増加し温度は低下する. 最終的に相空間密度が1のオーダー(自由な ボゾンでは 2.6)を超えると BEC が達成される.
- 8. TOF (Time of Flight) は、原子集団の運動量分布を実空間の数密度分布に(破壊的に)写して観察 する手法である. 急激にトラップを切ると、トラップされていた原子はトラップ中での運動量を持ったま ま自由に拡散する. そのまま一定時間待つと、大きい運動量を持つ原子は遠方まで移動し、小さい 運動量を持つ原子はトラップのあった領域付近をさほど離れていない状態になる. このとき吸収イ メージングにより数密度分布を測定すれば、トラップ中での運動量分布が判明する. 元々トラップさ れていた原子集団の形が反映されなくなる程度まで待つことと、トラップされていた原子の運動の周 波数より十分速い速度でトラップを切ることが重要である.
- 9. 得られた TOF 画像はコンピュータによりフィッティングなどの解析が行われる. ここで BEC 中の原子 数や温度などが判明する.

# A. Bose 分布の導出

例えば温度T=1/(k<sub>B</sub>β)と粒子数Nが一定であり、自由な(相互作用のない)ボゾンの集団を扱うカノニカ ル・アンサンブルにおいて、ある状態(状態 1 と呼ぶ)の占有数のアンサンブル平均・ $n_1$ ・<sup>(N)</sup>を求めてみよう. ここでは教科書でよく見られるようなLagrange未定乗数法とStirling近似を使わない、Schmidtによる導 出[distrib]を紹介する:

$$\langle n_1 \rangle^{(N)} = \frac{1}{Z^{(N)}} \sum_{n_1} \cdots \sum_{n_N} n_1 \exp\left(-\beta \sum_j \varepsilon_j n_j\right)$$
 (和の範囲はn\_1 = 0, 1, 2, ..., n\_N = 0, 1, 2, ... ただし n\_j = N)

和の範囲にボゾンの特徴が現れている. なおɛjは状態jの粒子のエネルギー, Z<sup>(N)</sup>は粒子数Nの場合のカ ノニカル分配関数である:

$$Z^{(N)} = \sum_{n1} \cdots \sum_{nN} \exp\left(-\beta \sum_{j} \varepsilon_{j} n_{j}\right) \quad (和は同じ範囲)$$

式 1 の和において $n_1 = 0$ となる項は和に寄与しないことに注意しよう. すると和の範囲を $n_1 = 1, 2, ..., n_2 = 0, 1, 2, ..., n_N = 0, 1, 2, ... としても同じである. ここで<math>n_1 \delta n_1 + 1$ に書き換えると次式を得る:

$$\langle n_1 \rangle^{(N)} = \frac{1}{Z^{(N)}} \sum_{n_1} \cdots \sum_{n_N} (n_1 + 1) \exp \left[ -\beta \left( \varepsilon_1 (n_1 + 1) + \sum_j \varepsilon_j n_j \right) \right]$$
  
(和の範囲は $n_1 = 0, 1, 2, ..., n_N = 0, 1, 2, ... ただし  $\Sigma n_j = N - 1$ )$ 

変数の書き換えに伴い総粒子数に関する制約が変化したことに注意.この式を等価変形してゆく:

$$Z^{(N)} \langle n_1 \rangle^{(N)} = \exp(-\beta \varepsilon_1) \sum_{n_1} \cdots \sum_{n_N} (n_1 + 1) \exp\left(-\beta \sum_j \varepsilon_j n_j\right)$$
$$= \exp(-\beta \varepsilon_1) \left( \langle n_1 \rangle^{(N-1)} + 1 \right) Z^{(N-1)}$$

ここでグランド・カノニカル・アンサンブルの考えを援用して比Z<sup>(N)</sup> / Z<sup>(N-1)</sup>をexp(-βµ) と置き(ここでは示さ ないがµは化学ポテンシャルに相当する),上式を代入すると

$$\exp(-\beta\mu)=\exp(-\beta\epsilon_1)(^{(N-1)}+1)/^{(N)} = \exp(-\beta\epsilon_i)(+1)/$$
を得る. ここでN>>1のとき< $n_1>^{(N)}=^{(N-1)}$ と近似し、また添え字を $i$ に一般化した. これから  
< $n_i>=f_B(\epsilon_i)=1/\{\exp[\beta(\epsilon_i-\mu)]-1\}$ 

を得る. すなわちボゾンの占有数はfB(ɛ)で表されるBose分布をなす.

ついでながら, 粒子数が十分大きくないときであっても Bose 分布が得られることを見る.

# B. BE 凝縮体の振る舞いを記述する理論

ここに示すのは BEC に関する理論体系のほんの一端である. BEC は, 同じくマクロなコヒーレンスの現れ る系と言われる超流動 He と比較して「相互作用が小さいために解析しやすい」としばしば言われるが, そ の点について定量的に考察する.

## B.1. Gross-Pitaevskii 方程式

BE 凝縮体の動力学を扱う上で第一に重要なのが Gross-Pitaevskii 方程式(以後 GPE)であり,様々な局面で目にすることになる. 例えば BEC に特徴的な非等方的 TOF プロファイルは, GPE に Thomas-Fermi 近似という大幅な近似を施すことで説明される. また光格子中での Mott 絶縁体・超流動体転移を説明する Bose-Hubbard モデルの基礎にもなっている. ここでは GPE の直感的導出を示す. 場の量子化の概念を使う.

1 粒子に関する Hamiltonian は,外場のポテンシャルを Uとするとき

$$H_0^{(1)} \equiv -\frac{p^2}{2m} + U(r)$$

であり,これは第二量子化において

$$H_0 = \int \frac{\hbar^2}{2m} \nabla \varphi^+(r,t) \nabla \varphi(r,t) + U(r) \varphi^+(r,t) \varphi(r,t) dr$$

と書かれる. 次に相互作用のポテンシャル V(|r-r'|)に基づく Hamiltonian は第二量子化において

$$H_{\rm int} = \frac{1}{2} \int \varphi^+(r,t) \varphi^+(r',t) V \varphi(r',t) \varphi(r,t) dr' dr$$

と書かれる(これらの導出については標準的な場の量子論の教科書[高橋]を参照のこと). ここで相互作 用項を簡単化する擬ポテンシャルとして  $U(r-r') = g\delta(r-r')$  を用いる近似を使う. 係数 g としては s 波散 乱長 a に基づく

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}$$

を使えばよい.低温極限においてはアルカリ原子の電子状態は基底状態となり,これは散乱に寄与する 部分波が s 波のみとなることを示す.このとき原子同士は極めて接近したときのみ相互作用するので,δ 関数による近似を採用した[PS].このとき相互作用 Hamiltonian は

$$H_{\rm int} = \frac{g}{2} \int \varphi^+(r,t) \varphi^+(r,t) \varphi(r,t) \varphi(r,t) dr$$

となる.

こうして得た Hamiltonian の表式を,場の演算子の時間発展を記述する Heisenberg 方程式に代入し,交換関係を使って変形する:

$$\begin{split} i\hbar\partial_{t}\varphi(r,t) &= \left[\varphi(r,t), H_{0} + H_{\text{int}}\right] \\ &= \varphi(r,t)(H_{0} + H_{\text{int}}) - \int \varphi^{+}(r',t)\varphi(r,t)H_{0}^{(1)}\varphi(r',t)dr' - \frac{g}{2}\int \varphi^{+}(r',t)\varphi^{+}(r',t)\varphi(r,t)\varphi(r',t)\varphi(r',t)dr' \\ &= \varphi(r,t)(H_{0} + H_{\text{int}}) - \int [\varphi(r,t)\varphi^{+}(r',t) - \delta(r-r')]H_{0}^{(1)}\varphi(r',t)dr' \\ &\quad - \frac{g}{2}\int \varphi^{+}(r',t)[\varphi(r,t)\varphi^{+}(r',t) - \delta(r-r')]\varphi(r',t)\varphi(r',t)dr' \end{split}$$

$$= \varphi(r,t)(H_{0} + H_{int}) - \varphi(r,t)H_{0} + \int \delta(r - r')H_{0}^{(1)}\varphi(r',t)dr' - \frac{g}{2}\int [\varphi(r,t)\varphi^{+}(r',t) - \delta(r - r')]\varphi^{+}(r',t)\varphi(r',t)\varphi(r',t)dr' + \frac{g}{2}\varphi^{+}(r,t)\varphi(r,t)\varphi(r,t)\varphi(r,t) = \varphi(r,t)H_{int} + H_{0}^{(1)}\varphi(r,t) - \varphi(r,t)H_{int} + g\varphi^{+}(r,t)\varphi(r,t)\varphi(r,t) = H_{0}^{(1)}\varphi(r,t) + g\varphi^{+}(r,t)\varphi(r,t)\varphi(r,t)$$

最後に場の演算子を,演算子でなく単なる複素数の場とみなす近似を用いる(本来は  $N = \varphi^+ \varphi$  だったの  $\sigma \varphi = N^{1/2}$ とする). すなわち揺らぎを無視した平均密度による近似である. するとGross-Pitaevskii方程式 を得る:

$$i\hbar\partial_t\varphi(r,t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(r) + g |\varphi(r,t)|^2\right]\varphi(r,t)$$

ここで平均密度  $\varphi$  は Ginzburg-Landau の理論における秩序パラメタの役割を持っており, BEC 転移と共 に値を持つようになる.

以上の導出から、φを主人公とする GPE は BE 凝縮体の動力学の第一近似でしかないことが分かる. 次のステップとしては Bogoliubov による準粒子を主人公とした素励起の分析が基本的である.

# B.2. BECのdepletionと超流動<sup>4</sup>Heの超流動成分

Bogoliubov理論によれば、弱く相互作用するボゾンのBECにおいて、絶対零度においても有限個の粒子が励起状態に置かれる. すなわち相互作用により(Pauliの排他律ほど顕著な影響はないが)基底状態から「追い出される」効果が働いている. これを "quantum deplesion" と呼ぶ. 励起状態に入る粒子の割合 fdepは、計算によれば

$$f_{dep} = \frac{8}{3\sqrt{\pi}}\sqrt{na^3} = 1.5\sqrt{na^3}$$

である(ただしnは数密度, aはs波散乱長). 典型的な原子気体のBECにおける値はn =  $10^{14}$  cm<sup>-3</sup>, a ~  $10^{1}$  a<sub>0</sub> ~  $10^{-7}$  cmより 0.1 %程度となる.

しかしこれを超流動 4Heと比べてみよう. 絶対零度の超流動<sup>4</sup>Heにおいて凝縮体の割合は高々10%程度 であることが知られている.この大きな差は、ひとえに両者の相互作用の強弱の差を反映していると言っ てよい.実際、超流動<sup>4</sup>Heの原子間距離は 0.1 nm程度であるのに対し、原子気体のBE凝縮体では 1 µm 程度である.<sup>4</sup>Heでは距離が接近することで原子間相互作用が強く働いており、その振る舞いを支配して いる.希薄な原子気体のBEC生成が重要なのは、そのような強い相互作用の影響に覆い隠されない物 理を見る上で貴重だからである.

# C. 主な K 同位体の諸性質

以下に安定な K の同位体の諸性質を挙げる.

表 C-1

同位体	存在比 [%]	寿命	核スピン /[ħ]
<sup>39</sup> K (ボゾン)	93.2581 (44)	安定	3/2
40K (フェルミオン)	0.0117 (1)	13 億年	4
<sup>41</sup> K (ボゾン)	6.7302 (44)	安定	3/2

なおアルカリ原子については一般に「質量数が奇数ならばボゾン,偶数ならばフェルミオン」と覚えておけ ばよい.

±.	$\mathbf{C}$	2
X	U-	-2

同位体	A [MHz]	A'[MHz]	<i>B'</i> [MHz]	Triplet散乱長 [a <sub>0</sub> ]
<sup>39</sup> K (B)	27.775(42)	6.093(25)	2.786(71)	-33 ±5 [K-SLs]
<sup>40</sup> K (F)	-34.523(25)	-7.585(10)	-3.445(90)	-80 < -28
<sup>41</sup> K (B)	15.245(42)	3.363(25)	3.351(71)	60 ±2 [K-SLs]

超微細構造において状態 | I, J〉のエネルギーのずれΔv<sub>hf</sub>は次式で計算される:

$$\Delta v_{hf} = \frac{A}{2}K + \frac{B}{8}\frac{3K(K+1) - 4I(I+1)J(J+1)}{I(2I-1)J(2J-1)}$$
  

$$\Box \Box \heartsuit K = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$$

係数のうちAは $S_{1/2}$ における値,  $A' \geq B'$ は $P_{3/2}$ における値という意味である. 光コムによる測定値を挙げた [K Dline]. 散乱長は極低温原子の相互作用を特徴付ける物理量だが, 散乱される原子 2 つの状態が tripletかsingletかによって値が異なるので, 原子気体のBEC関連で重要なtriplet散乱長を示した. これは スピン偏極した原子気体を扱うからである.

また,主要なエネルギー順位の超微細構造を下図に掲げる [Goldwin].



図 C-1 K 同位体のエネルギー順位の超微細構造

なお初期段階においては, 性質が<sup>41</sup>Kとほぼ一緒で自然存在比の豊富な<sup>39</sup>Kを対象に光学系を組む. <sup>41</sup>Kを濃縮して存在比を高めたK試薬は非常に高価である.

# D. 光学系における技術と手法

ここでは要素技術について述べる.全体構成は第3.1節を参照のこと.

# D.1. 飽和吸収分光法

基本的には、実験に使う半導体レーザー(ダイオード構造を持つため LD と称される)は固有の発振周波数を持っている.しかし単に発振させただけでは様々な周波数の光が共存するマルチモード発振状態になったり、また加熱等の影響で周波数のドリフトが生じる.それでは使い物にならないので、フィードバック制御により求める波長にロックする必要がある.

フィードバックの基準として,実際に K 気体をガラスに封じ込めた小さなセルを使う.ここにレーザーを通したときの吸収を最大化するような制御を行う. MOT に使うレーザーは K の吸収線からは大きく離調を取ってある(すなわち波長をずらしてある)ものの, K の吸収線を基準にしていることに違いはない.

ただしセル内の K 原子は 100 m/s 程度で熱運動をしており(多数の K 原子を気化させ吸収を大きくする ためにセルは 60℃程度に加熱する), このために Doppler 効果で吸収スペクトルに広がりが生じ (Doppler 広がり), フィードバックが不正確になる. これを回避するための技術が飽和吸収分光である. 対 向する 2 本の光(それぞれ pump 光と probe 光)を使うことで Doppler 広がりのないスペクトルを得ることが できる.

Pump 光を K セルに入れた上で probe 光の吸収を計ると停止している原子に対する吸収だけを得ること ができる[向山].

# D.2. Injection Locking

強いレーザーの発振器に弱いレーザーを入れると、弱いレーザーの周波数に「引き込まれる」現象が生じる. これを使うと強いレーザーの線幅を狭いまま、弱いレーザーの増幅器として使うことができる. ここで弱いレーザーの方に逆に強いレーザーが入ってしまうと役に立たない. これを防ぐためにはレーザーの「一方通行」が必要になることは明らかである. しかしそれだけでは駄目で、同時に互いの光路を一致させなければならない. このため、本来「光の一方通行」のために使われる光学素子である Faraday isolator を工夫して使い、injection locking のために転用する. 一般に2つのレーザーの光路を一致させるには、両者をそれぞれ p および s 偏光に変えた上で一つの偏光ビーム・スプリッタ (PBS)に入射させればよい. 偏光ビーム・スプリッタ (PBS) は p 偏光 (入射面に平行)の光を透過させ、s 偏光 (入射面に垂直)の光を分離する. 出口側から見ればちょうど一つの楕円偏光の光が分離したように見える.



図 D.2-1 「光の一方通行」を実現するFaraday isolatorの基本動作. 例えば図の構成では, p偏光の光ならば左から右へほぼ 100 %透過する. しかしどちらの偏光の光も右から左へ透過することはできない. こんこん



図 D.2-2 Faraday isolataroを転用してinjection lockingを行う. マスタレーザの光路とスレーブレーザの光路はisolatorの先では一致しており, スレーブLDにマスタレーザが入射している. しかしマスタLDにスレーブレーザは入射しない.

# **D.3. Tapered Amplifier**

半導体レーザーの増幅器の一つに TA (tapered amplifier)がある. この物理的本質は半導体レーザーの

LD と変わらない. ダイオード構造を作り, バイアス電圧により反転分布を持つに至った半導体に, 左から弱いレーザーを通すと, 誘導放出により右から同じ波長で強いレーザーが出てくる. このとき線幅の広がりが少ないことが TA の長所である(LD の長所である単色性の良さを殺すことがない). ここで「テーパー」がかかっている(入射面より出射面の方が広い)のは増幅されたレーザーがそのまま半導体内を通ると, 高いエネルギー密度のために TA が焼けてしまうからである(加熱に伴い大量の点欠陥が生じるなど微視的構造に不可逆的な変化が起き, 誘導放出を起こさなくなる). それを防ぐため, 次第に面積を広くしてエネルギー密度を下げている.

LDにおける増幅媒質のゲインは10<sup>5</sup>程度であり(すなわち1個の光子が媒質を通ることで誘導放出により10<sup>5</sup>個に増幅される),最初のレーザーである,ルビー結晶等を媒質とする「固体レーザー」のゲイン10<sup>-2</sup> 程度とは大きな差がある.このため固体レーザーでは媒質を囲むように共振器を組み,共振器の片側の 鏡面は増幅されたレーザーをわずかに透過させるのみとする.よって何度も何度も増幅を起こさせる.こ のため半導体レーザーでは外部に共振器を作って (ECDL: external cavity diode laser),レーザー光を LDから出た後にそこに入れ,増幅と周波数および空間的モードの改善とを別々に行っている.すなわち レーザー光が媒質を1度しか通らないTAは半導体レーザーの事情からすれば不思議はない.

半導体レーザーはゲインが大きい, すなわち誘導放出を起こす原子の数密度が大きい, すなわち反転分 布を保つのが困難である. これは局所的に増幅媒質の役割を果さない部分が生じる (hole burning) こと につながる. すると単純に考えて「誘導放出→再ポンピング」に伴う出力パワーの時間的揺らぎが生じる が, それだけでなく空間的モードも不安定になる. 半導体レーザーは, 安定した高出力化において「ゲイ ンの大きさ」ゆえの困難を抱えているのである.

半導体レーザーの TA は現在では市場に広く出回っているが, そのメカニズムの解説は少ない. レーザー工学の発展的教科書のいくつかで扱われているようだが, 入手できなかった.

# E. 磁場の数値計算と Mathematica プログラミング

かつて磁気トラップ設計に必要な磁場の数値計算はかなりの負担であり、少しでも負担を軽減しようと級数展開に基づく計算法等が提案されていた[TrapCalc].しかし現在の発展を遂げた計算機の能力により、磁場の数値計算は非常に容易になっている.

# E.1. 完全楕円積分による方法

Mathematica Professional [math]は完全楕円積分 K(k), E(k)を高速かつ高精度で計算する組み込み関数 EllipticK, EllipticE を持っている. これがあれば標準的な電磁気学の教科書に挙げられている円環電流の作る磁場の公式

$$A_{\varphi}(r,\theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{4Ia}{\sqrt{a^2 + r^2 + 2ar\sin\theta}} \left[ \frac{(2-k^2)K(k) - 2E(k)}{k^2} \right]$$
$$k^2 = \frac{4ar\sin\theta}{a^2 + r^2 + 2ar\sin\theta}$$
$$B = \operatorname{rot} A$$

(ここで a は円環の半径, I は電流,  $\mu$ 0 は真空の透磁率で, T と m の代わりに G と cm を使う, いわゆる "LAB units" では  $4\pi/10$  とすればよい)をそのままプログラムに使える. Mathematica の記号微分機能を 使えばこれを直交座標での表式にに直すことも容易である.

# E.2. 折れ線近似による方法

円形電流を多角形で近似して磁場を求める方法について解説する. パラメトライズを容易にするため図 形はいずれも xy 平面と平行な平面内に存在するものとするが, これは cloverleaf 設計のためには十分 である.

最初に円の中心と半径を受け取って多角形のN本の辺を表すベクトル(中心の位置ベクトルと方向ベクトルで記述される)の並んだリストを返す関数 polylinify を作る. ここでN角形をN本の辺から成る「閉じた」存在と考える動作と(N-1)本の辺から成る「開いた」存在と考える動作を切り替えるオプションを用意しておくと後に便利である.

次にベクトルと電流の大きさを受け取ってそこに流れる電流要素が作る磁場を計算する関数 primBS を 作る. これは Biot-Savart の法則に従って Mathematica の記号積分機能を利用することで得られる.

次に円形電流1個分の磁場を求める関数 circleBS を作る. これには polylinify の返した辺を表すベクト ルの並んだリストの各要素に primBS を適用し, 各結果の総和を求めればよい.

次に多重コイルを指定するパラメタ(動径および軸方向の巻き数,導線の太さ,軸の位置)を受け取って, コイルを構成する複数の円を表すパラメタの並ぶリストを返す関数 coilDecompose を作る.

これらを組み合わせれば折れ線近似が計算できる. 関数型プログラミングの手法に従い map 関数や reduce 関数(もしくはその同等品)を活用すれば簡潔で読み易いプログラムになる. また Mathematica 自 身の持つプログラム解析能力を生かしやすいので効率よいプログラムになる望みがある.

折れ線近似による方法の長所は楕円等の自由な図形に対して一般化できる点だが、完全楕円積分を提供しないシステム(Mathematicaの廉価版の CalcCenter や一般の C 言語, Java 言語プログラム等)でも計算ができる点も挙げられる.

# F. 製作に関わるデータなど

## F.1. コイル製作関連

### F.1.1. 材料データ

(i)四角中空銅管 日立電線製 四角中空銅管

材質:電子管用無酸素銅(焼鈍材) 断面形状 1/8inch square(管の形状)1/16inch square(穴の形状) 銅断面積:7.15mm<sup>2</sup> 中空孔断面積:2.382 mm<sup>2</sup> 電気抵抗 0.152 Ωg/m<sup>2</sup> 管内流速:1.5m/s 以下推奨

(日立電線 高機能材料事業本部土浦工場 技術部 美留町氏の説明)

(ii)エポキシ接着剤Devcon 2-トン クリヤーエポキシ (DEV TUBE SERIES)

仮硬化時間:30min(2 液混合時から起算、20℃) 実用硬化時間:8~12hr 引張剪断接着強さ:15.4MPa 耐熱温度:90℃

(Devcon の商品解説ページ)

(ⅲ)グラスエポキシ板

厚さ 20.7mm (厚さ揺らぎ数百 µ m あり。注意)

(iv)コンクリートエポキシ接着剤 コニシ製 ボンド E520

使用可能時間:50min(2 液混合時から起算、20℃)

指触硬化時間:4hr(20℃)

実用硬化時間:1dav

耐熱温度:※80℃(この製品については当該データの記載無し、性質が良く似た種類の接 着剤のデータを参照)

接着剤

(接着剤ツールファースト商品解説ページ・商品包装解説)

※ コンクリートエポキシ接着剤の中には、鉄粉が混ざっているものがあるので注意。磁化してしまうので、今回の用途には不適。

※ エポキシ系接着剤やコンクリートエポキシ系接着剤の付着を避けるべき部分は養生として シートで覆う。この用途には市販の表面シリコーン加工されたクッキングシートが適してい る。今回は「リード・ホットクッキングシート Oven Papers」を用いた

# F.1.2. 治具設計図





### 図 F.1-1 Cloverleaf 用治具

4つ×1対、合計8つ作る。接着剤の硬化時間(8~12時間)を利用して同時進行で2つのコイルを製作するために2セットの治具を用意した。

しかし芯の製作ミスにより、正常なサイズのコイル 4 つと、厚さを誤って 0.5mm 小さく作っ たコイル 4 つができてしまった。チェックが甘く、このミスにコイル製作中に気づくことができ なかった。しかしその後の磁場計算と測定により、このサイズ変異による誤差はほとんど無 視できる範囲内であると判断し、使用することに決定した。



#### 図 F.1-3 Anti-bias 用治具

Anti-Bias は径が大きいため、側板と芯の固定には中心の M8 ネジ棒だけでなく、M4 ねじを併用して4箇所固定した。しかし、コイル巻き作業中、叩き棒で叩くと同時に側板が揺れる現象が観察され、そのため Axial 方向に間隙が生じ、わずかながらコイルの厚さが増大してしまった。今回の製作ではサイズ変動は 0.3 mm未満であったので、許容範囲としてそのまま使用した。

大きなコイルを巻く場合は、芯と側板の固定を確実に行う必要があり、より万全を期するに



図 F.1-5 テフロンホルダー

(v) 巻き始め固定治具
 ◆3貫通
 ◆3貫通
 <sup>7</sup>
 <sup>7</sup>
 <sup>10</sup>
 <sup>15</sup>
 <sup>10</sup>
 <sup>10</sup>
 <sup>10</sup>
 <sup>15</sup>
 <sup>10</sup>
 <sup>10</sup>
 <sup>15</sup>
 <sup>10</sup>



### 図 F.1-7 巻き始め固定方法図解

側板と固定治具で四角中空銅管を挟んでネジ止め固定。銅管がつぶれない程度の強さで 締める。



### 図 F.1-8 巻き始め固定

製作時の回転を妨げないように、銅管を曲げておく。

軸のロックナット(側板からワッシャー、ナットをはさんで2個目のナット)は必須。巻き作業中にナットが緩み、締め直す場面が生じた。





図 F.1-9 巻き終わり固定治具 ナット、ワッシャー用の溝を彫っておく。



## 図 F.1-10 巻き終わり固定治具方法図解

一巻を巻き終えたら、スペーサー用銅管にて間隙を埋めた後、ロックナットだけを外し、 側板の外側にワッシャーとナットで固定する。M3ねじ2本を用い、巻き終わり部分の銅管を、 テンションを掛けたまま固定する。



### 図 F.1-11 巻き終わり固定

※ 接着剤硬化後の治具の取り外し方法

側板と芯以外は全てネジを緩めることで外れる。

側板はノミ状の工具(小型マイナスドライバーが適)をコイルと側板の接着部分に挿し込むように叩き入れると容易に外れる。芯を取り外すには、芯よりわずかに大きな穴のある台の上にコイルを載せ、ゴム槌などで芯を叩くとよい。

側板を外すときに接着剤が盛り上がり、数百μmに達することがある。これがグラスエポキ シホルダーへの接着の障害となり、削り落とす必要があった。

# F.1.3. 工具設計図

(i) 叩き込み棒 本文参照



図 F.1-12 ねじり戻し工具 材質はジュラコンが適

(iv) スペーサー用工具



図 F.1-13 スペーサー用工具

叩き込み棒と同じ材質、直方体。幅 a の算出も叩き込み棒に準ずる。この工具を側板と銅管の間に押し込むことで銅管を一時的に固定する。

# F.1.4. 製作時の留意点など

I、直線部分の巻き方

コイル芯の接線方向に沿って巻いているときは以下のようにする。



困難な部分は無いが、棒で叩くタイミングに合わせて旋盤を手動で回転させる点に注意。

### Ⅱ、巻き進み(S字)部分の成形

巻き進み部分の成形には、有効な工具や治具を特別に開発できなかった。そのため、作 業手順の工夫と技術の向上によって適切な成形を目指した。



図 F.1-15 S 字形成方法 1

乗り上げ現象



図 F.1-16「乗り上げ」

周が上がったばかりの1層目、2層目のS字部分成形で起こりやすい。ホルダー位置 調整開始が遅すぎた時や、棒で強く寄せすぎると生じる。径が大きくなる弊害を生む。


図 F.1-17 S 字形成方法 2

ホルダー位置は、巻きつく銅管の角度を見て調節する。

Ⅲ、巻き上がり部分

各周最後の1巻は、寄せる必要も無く密に詰めるだけなので単純作業になる。巻き上がる直前は、間隙を減らし、できる限り内側の周の巻き数を増やすために強く叩くことになるが、銅管を潰さないように注意する。

巻き上がる直前にテフロンホルダーの位置を確認し、巻き上がり後に銅管が緩ま ない場所に調整する。巻き上がったら作業を中断し、回転数と巻き上がり位相を記 録する。今回は同時に写真を撮影し、磁場に雑音が生じたときの原因特定の資料と した。このタイミングで接着剤を塗布することが多い。

### 表 F.1-1 コイル巻き数&位相記録の例

	コイル巻き数& 位相記録								
		「巻き終わり」	に表記した	角度はスベ	ーサー用銅	管で埋める	領域		
Cloverleaf		単位[゜]							
	Turn数	12/7	12/8A	12/8B	12/9A	12/9B	12/11A	12/11B	12/12A
1周→2周	5	300	330	315	330	315	330	315	345
2周→3周	11	240	270	260	320	250	270	270	250
3周→4周	17	180	210	200	255	200	240	225	220
4周→5周	23	145	160	180	210	170	200	200	180
5周→6周	29	125	120	140	180	140	160	160	140
巻き終わり	35	100		120	150	120	100		
							440 o 140		
Curvature		単位[゜]					121日のはらつき	ç.	
	Turn数	12/12B	12/13		400				
1周→2周	5	310	340		350			[	♦12/7
2周→3周	11	260	300		300	<u> </u>			12/8A
3周→4周	17	240	250		250	<b>\$</b>	•		▲12/8B
4周→5周	23	190	210		200		÷ ÷ ×		×12/9A
5周→6周	29	150	190		150		• *	*	*12/9B
6周→7周	35	110	170		50			•	• 12/11A
7周→8周	41	90	140		°_ L				-12/17A
巻き終わり	47		90		0	10	20 30	) 40 <sup>L</sup>	
AntiBias		単位[゜]							
	Turn数	12/14	12/15						
1周→2周	4	340	340						
2周→3周	9	330	340						
3周→4周	14	315	315						
4周→5周	19	300	300						
巻き終わり	20	0	0						

このように記録し、極端に大きな狂いが無いかどうかをチェックしつつ製作した。





図 F.1-18 位相遅れ比較

製作直後の計測によると、位相が進んで、多く巻かれているように見えるコイルは、その分外 径が大きくなる傾向があった。「乗り上げ」の影響である。

この巻き上がり位相の差や、巻き進み(S字)位置の違い、乗り上げ現象による外径の狂い、 その他の形状による誤差が、発生する磁場に重大な影響を及ぼすほどの狂いになっていな いことを、実際に通電して磁場測定した結果から確認し、コイルの形状誤差が動作に支障が 無い範囲内であると判断した。

# F.2. 大電流スイッチング・モジュール関連

#### TTL+ TTL-IGBT 0 15\ $\bigcirc$ E or - 9V E Gate Driver 基板) 0V DC200A Switching電源 12V + 15V -15V 0V Switching電源 レギュレータ ±15V 基板 OV 121 57 • Diode Diode • 箱接地 水冷器 AC100V 電源 DC200A陽極 DC200A陰極 入力信号 DC 小電流 AC100V DC 200A

# F.2.1. IGBT 箱 配線図

図 F.2-1 (IGBT2個を並列接続した場合)

## F.2.2. 各素子の型番と主要データ



図 F.2-2 素子配置図

 200A DC Power Supply Agilent 製 システム DC 電源 6691A

出力電流:I=0~220A(40℃を超える高温では、1%/℃で減少)精度±17mA 出力電圧:V=0~30V 精度±650μV 定電流時ノイズ:50mA 未満 応答時間:900μs (定格出力電流 220A の 100%から 50%にもしくは 50%から 100%に ステップ変化の後に出力電圧が設定値の±150mV 以内に回復するまでの時間)

(日本 Agilent のホームページ(以下 HP)より)

② IGBT

三菱半導体 IGBT モジュール CM600HA-24H

Collector-Emitter 電圧:1200V Collector-Emitter 電流:600A(定常) 1200A(パルス) 接合温度:-40~150℃ Gate-Emitter 間 しきい値電圧:V<sub>GE(th)</sub>=4.5~6(標準)~7.5V 遅れ時間 Turn On:300ns , Turn Off:450ns 上昇時間:700ns 下降時間:350ns 幅 62mm 奥行き110mm 最大高さ36mm

(三菱電機半導体情報 HP より)

③ Gate Driver IGBT モジュール駆動用ハイブリッド IC M57962CL-01

電源電圧(H):Vcc=15V 電源電圧(L):VEE=-7~-10V 出力電圧(H):VOH=13~14V 出力電圧(L):VOH=-8~-9V プルアップ電源電圧(入力信号電圧):VIN=4.75~5.25V 遅れ時間 Turn On:500~1000ns , Turn Off:800~1300ns 上昇時間:600~1000ns , 下降時間:400~1000ns

(イサハヤ電子株式会社の HP より)

④ 大電流用 Diode SD400N/R SERIES

> 順方向電流(平均):I<sub>F(AV)</sub>=400A (120℃) 順方向電流(実効):I<sub>F(RMS)</sub>=630A 尖頭チャージ電流:I<sub>FSM</sub>=8250A (50Hz) 順方向しきい値電圧:V<sub>F(TO)</sub>=0.80~0.85V 順方向スロープ抵抗:R<sub>f1</sub>=0.51~0.55mΩ 接合温度:T<sub>J</sub>=-40~190℃

(International Rectifier  $\mathcal{O}$  HP)

 ⑤ CPU 冷却用循環型水冷装置 3RSYSTEM 製 Poseidon WCL-04

冷却能力 Max:600W Coolant Ethylene Glycol+H2O=エチレングリコール水溶液 幅 200mm 奥行き 485mm 高さ 70mm (ASK Corporation の HP) ⑥ IGBT 用 Heatsink
高木製作所 M-400W

幅 120mm 奥行き 210mm 高さ 15mm 重量:250g 材質:無酸素銅

(高木製作所の HP)

⑦ Diode 用 Heatsink 高木製作所 P-100S

> 幅 60mm 奥行き 60mm 高さ 10mm 重量:3000g 材質:無酸素銅

(同上)

⑧ ±15V Switching Power Supply ETA ELECTRIC VTM23WA

> 出力電圧:15V, -15V 出力電流:各 0.5A

(ETA ELECTORIC の HP より)

(9) 12V Switching Power Supply ETA ELECTRIC SVS12SA

> 出力電圧:12V 出力電流:0.84A

(同上)

10 スイッチ Box 用ラックケース(箱) TAKACHI JRH-149-50S

幅 430mm 奥行き 500mm 高さ 149mm (外のり)

(TAKACHI ラックケースカタログ より)

## F.2.3. 箱への取り付け





図 F.2-3 Switch Box ラックケース底板設計図

Diode 用 Heatsink は M4、 基板と Switching Power Supply は M3、 その他は M6 のネジ 穴。 基板と Switching Power Supply はナイロン足と M3 ネジで固定。 その他は、 絶縁のアク リル 円柱 (15mm 径)を脚に用いて M6 ネジで箱に固定し、全ての素子を箱から電気的に Float させる。





図 F.2-6 ラックケース フロントパネル 孔×3、M3ネジ用貫通穴×4 銅線とホースの長さで調整できるので、各素子の位置は多少ずれても良い。BNC コネクタは BNC 固有のサイズ。



F.2.4. 配電用銅端子設計図

図 F.2-8 陽極用銅端子&アクリル端子台設計図

### F.2.5. 200A 回路の保護動作中の電流振動の原因解明

200A 回路の保護動作中(=スイッチ Off 直後)の電流振動(約1 μ s 周期)の原因を解 明する

ダイオードは微小な容量を持つコンデンサーとしての性質があり、今回保護回路動作測定に用いたダイオードも(電流によって変動するが)0.1nF程度の容量が観測された。信号電圧が0になりIGBTがOFFになった直後、保護回路内でLC振動を生じつつ減衰していく様子が観測された。



また、保護回路の各所で、互いにやや異なった波形が観測された。

#### 図 F.2-9 保護動作時の電流の流れと、保護回路動作測定点





測定点1において、Diodeの逆方向に電流が観測されてしまった。 測定点2は、3.4.5 においてコイルに流れる電流を測定した位置と同じ。



#### 図 F.2-11 保護回路動作 電流変化2

測定点3では IGBT が導通しなくなると同時に、保護回路内よりも急激に電流が下降している。

測定点4においても測定点1と同じく逆方向電流が観測されている。

保護素子の前後(下図測定点1と測定点4)で、本来流れるはずの無い方向の電流が流れる瞬間がある。Diodeの内蔵容量(接合容量と呼ばれる)はバイアス電圧によって PN 接合の空乏層幅が変わることで変化する。スイッチ Off 直後、Diode に掛かる電圧が急激に目まぐるしく変化する。これにより、充電や放電が起き、逆方向にもわずかながら電流が生じる。測定点2の図より、コイルに流れる電流は逆転していないので、不適切な逆方向に磁場が生じる危険は無い。

なお、この測定以後、保護素子は接合容量の無いショットキー型 Diode を用いて作ることにしたので、電流の LC 振動はかなりの軽減が見込まれる。

# 謝辞

本研究は東京大学工学部物理工学科 2006 年度卒業研究としてなされたものです。研究 を進める上でお世話になった多くの方々に、この場にて心よりお礼の言葉を申し上げさせて いただきます。

まず指導教員である井上慎助教授に最大の感謝を捧げます。半年間を通じて没頭した やり甲斐のある研究テーマを与えていただいた他、初歩的なことから最先端を見渡す展望、 情熱まで、一線の研究者たることのあり方を教えていただきました。また理論と実験から工作 まで全般に渡って丁寧に面倒を見てくださった岸本哲夫助手に感謝いたします。おかげさ まで見事に機能する磁気トラップ完成までどうにか漕ぎ着けることができました。岸本助手の 卓越したテクニックを幾分なりとも盗み取れたための結果だと信じております。小林淳博士は、 深夜まで長引く実験の際も一緒に実験室に留まり続けてくださり、先が見えずに我々が頭を 抱えていたときも的確なアドバイスをいただきました。毎朝の光学系調整を担当してくださっ た修士1年の相川清隆様、この磁気トラップはきっとMOTと協同してすばらしい結果を出 すはずですので、ぜひご期待ください。同じく修士1年の石谷直哉様にはオンラインジャー ナルからの簡単な論文の取り寄せ方法を教えていただきました。

総合文化研究科 広域科学専攻の鳥井寿夫助教授には、磁気トラップ製作を控えた9月 と11月の2度にわたって装置を見学させていただき、また急遽 必要になったコイル用銅 管を譲っていただいたことに感謝いたします。鳥井助教授のご好意なくして磁気トラップ完 成は不可能だったでしょう。鳥井研究室修士2年の武者敦史様からは、磁気トラップ製作工 程に関して経験に基づく貴重なアドバイスをいただきました。徹夜明けのところを突然訪問し てしまったにも関わらず、懇切丁寧な説明をありがとうございました。

日立電線(株)高機能材料事業本部の土浦工場技術部美留町様と同事業企画部の佐藤 様、四角中空銅管の詳細なスペックをご回答いただきありがとうございました。

工学部6号館地階工作室において工作の指導をしていただいた、技官の川端光洋様と 佐藤秀和様には大変お世話になりました。我々二人のうち、特に新栄は覚束ない手つきで ご迷惑をお掛け致しました。

上田マクロ量子制御プロジェクト強相関グループのリーダー向山敬博士、五神研究室博士1年の稲田安寿様、宮戸泰三様には論文執筆に関して様々なアドバイスをいただきました。特に宮戸様の修士論文執筆とは時期が重なりましたが、宮戸様の執筆のご様子を横目に見てモチベーションを分けていただきました。

前 JST 技術参事で研究が開始したときからお世話になりました山口敦史 現金沢工大教授、同じく技術参事でコイル巻き作業までも手伝っていただいた榎本陽一様、時間ぎりぎりまで居残って作業する我々を面倒見てくださった事務参事の佐藤敏彦様にも感謝いたします。皆様のおかげで滞り少なく、急ピッチの作業を続けることができました。

その他にもお世話になった方々は書ききれない程ですが、今回の卒業研究がいただいた 御恩の僅かでも報いることになっているように祈り、また今後報恩が叶うように願って、感謝 の言葉に代えさせていただきます。



[K-By-Rb] G. Modugno, G. Ferrari, G. Roati, R. J. Brecha, A. Simoni, M. Inguscio, Bose-Einstein Condensation of Potassium Atoms by Sympathetic Cooling, Science 9 November 2001: Vol. 294. no. 5545, pp. 1320 – 1322

[HS] Haensch and Sharlow, Optics Communications, Volume 13, Issue 1, January 1975, Pages 68-69

[WD] D Wineland and H Dehmelt, Proposed 10  $14\Delta v \le v$  Laser Fluorescence Spectroscopy on Tl+ Mono-Ion Oscillator III, Bull. Am. Phys. Soc, 1975

[K-SLs] H. Wang, A. N. Nikolov, J. R. Ensher, P. L. Gould, E. E. Eyler, W. C. Stwalley, J. P. Burke, Jr., J. L. Bohn, Chris. H. Greene, E. Tiesinga, C. J. Williams, and P. S. Julienne, Ground-state scattering lengths for potassium isotopes determined by double-resonance photoassociative spectroscopy of ultracold 39K, Phys. Rev. A 62, 052704 (2000) [Issue 5 – October 2000]

[ultracold.at] Atom Traps Worldwide http://www.uibk.ac.at/exphys/ultracold/atomtraps.html

[Yb-BEC] Takasu, Kenichi Maki, Kaduki Komori, Tetsushi Takano, Kazuhito Honda\*, Mitsutaka Kumakura, Tsutomu Yabuzaki, and Yoshiro Takahashi, Spin-Singlet Bose-Einstein Condensation of Two-Electron Atoms, Phys. Rev. Lett. 91, 040404 (2003) [Issue 4 – July 2003]

[Cs-BEC] Tino Weber, Jens Herbig, Michael Mark, Hanns-Christoph Nägerl, Rudolf Grimm, Bose-Einstein Condensation of Cesium, Science 10 January 2003: Vol. 299. no. 5604, pp. 232 – 235

[85Rb-BEC] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, Stable 85Rb Bose-Einstein Condensates with Widely Tunable Interactions, Phys. Rev. Lett. 85, 1795 - 1798 (2000) [Issue 9 – August 2000]

[H-BEC] Dale G. Fried, Thomas C. Killian, Lorenz Willmann, David Landhuis, Stephen C. Moss, Daniel Kleppner, and Thomas J. Greytak, Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen, Phys. Rev. Lett. 81, 3811 - 3814 (1998) [Issue 18 – November 1998]

[MS] Metcalf and Straten, Laser Cooling and Trapping, Springer

[PS] ペシイックおよびスミス,ボーズ・アインシュタイン凝縮,吉岡書店

[高橋] 高橋,物性研究者のための場の量子論 I, 培風館

[Goldwin] Goldwin, Ph. D thesis

[Math] S. Wolfram, The MathematicaBook, Wolfram Research, Inc. (現在では電子書籍としてのみ提供されている. http://documents.wolfram.co.jp/mathematica/)

[Bose] S. N. Bose, Plancks gesetz und lichtquantenhypothese, Zeitschrift fuer Physik 26, 178-181 (1924)

[Ein1] A. Einstein, Quantentheorie des einatomigen idealen gases. Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Physik- Mathematik 1924, 261–267 (1924)

[Ein2] Einstein, Quantentheorie des einatomigen idealen gases. Zweite abhandlung, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Physik-Mathematik 1925, 3–14 (1925)

[Hecht] Hecht, The possible superfluid behaviour of hydrogen atom gases and liquids, Physica 25, 1159 (1959)

[evap] Harald F. Hess, Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen, Phys. Rev. B 34, 3476 - 3479 (1986) [Issue 5 – September 1986

[evap-H] Naoto Masuhara, John M. Doyle, Jon C. Sandberg, Daniel Kleppner, Thomas J. Greytak, Harald F. Hess and Greg P. Kochanski, Evaporative Cooling of Spin-Polarized Atomic Hydrogen, Phys. Rev. Lett. 61, 935 - 938 (1988) [Issue 8 – August 1988]

[He-BEC] A. Robert, O. Sirjean, A. Browaeys, J. Poupard, S. Nowak, D. Boiron, C. I. Westbrook, A. Aspect, A Bose-Einstein Condensate of Metastable Atoms, *Science* 20 April 2001: Vol. 292. no. 5516, pp. 461 – 464

[Cr-BEC] Axel Griesmaier, Jörg Werner, Sven Hensler, Jürgen Stuhler, and Tilman Pfau, Bose-Einstein Condensation of Chromium, Phys. Rev. Lett. **94**, 160401 (2005)

[K Dline] John L. Bohn, James P. Burke, Jr., Chris H. Greene, H. Wang, P. L. Gould, and W. C. Stwalley, Collisional properties of ultracold potassium: Consequences for degenerate Bose and Fermi gases, Phys. Rev. A 59, 3660 - 3664 (1999) [Issue 5 – May 1999]

[distrib] Helmut Schmidt, A simple derivation of distribution functions for Bose and Fermi statistics, American Journal of Physics -- December 1989 -- Volume 57, Issue 12, pp. 1150-1151

[TrapCalc] T. Bergeman, Gidon Erez, Harold J. Metcalf, Magnetostatic trapping fields for neutral atoms, Phys. Rev. A 35, 1535 - 1546 (1987) [Issue 4 – February 1987]

[向山] 向山敬, ストロンチウム・フェルミ同位体のレーザー冷却, トラッピングに関する研究, 博士論文

[LD] Diehl (ed.), High-Power Diode Lasers ---Fundamentals, Technology, Applications, Topics in Applied Physics 78,

Springer.

特にその中の

Boller, Beier and Wallenstein, Properties and Frequency Conversion of High-Brightness Diode-Laser Systems

Mikulla, Tapered High-Power, High-Brightness Diode Lasers: Design and Performance

[CMOT] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher, and E. A. Cornell, "Behavior of atoms in a compressed magnetooptical trap," J. Opt. Soc. Am. B 11, 1332- (1994)

[DMSK] Stamper-Kurn, Peeking and Poking at a New Quantum Fluid: Studies of Gaseous Bose-Einstein Condensates in Magnetic and Optical traps, Ph. D thesis. (2000)