

第14回レーザー量子・原子核合同  
Monthly Meeting

これまでの議論を振り返って(+  $\alpha$ )

千葉陽平  
大阪市立大学, NITEP  
2021/4/21

# 意見交換会及び共同研究会の目的・背景

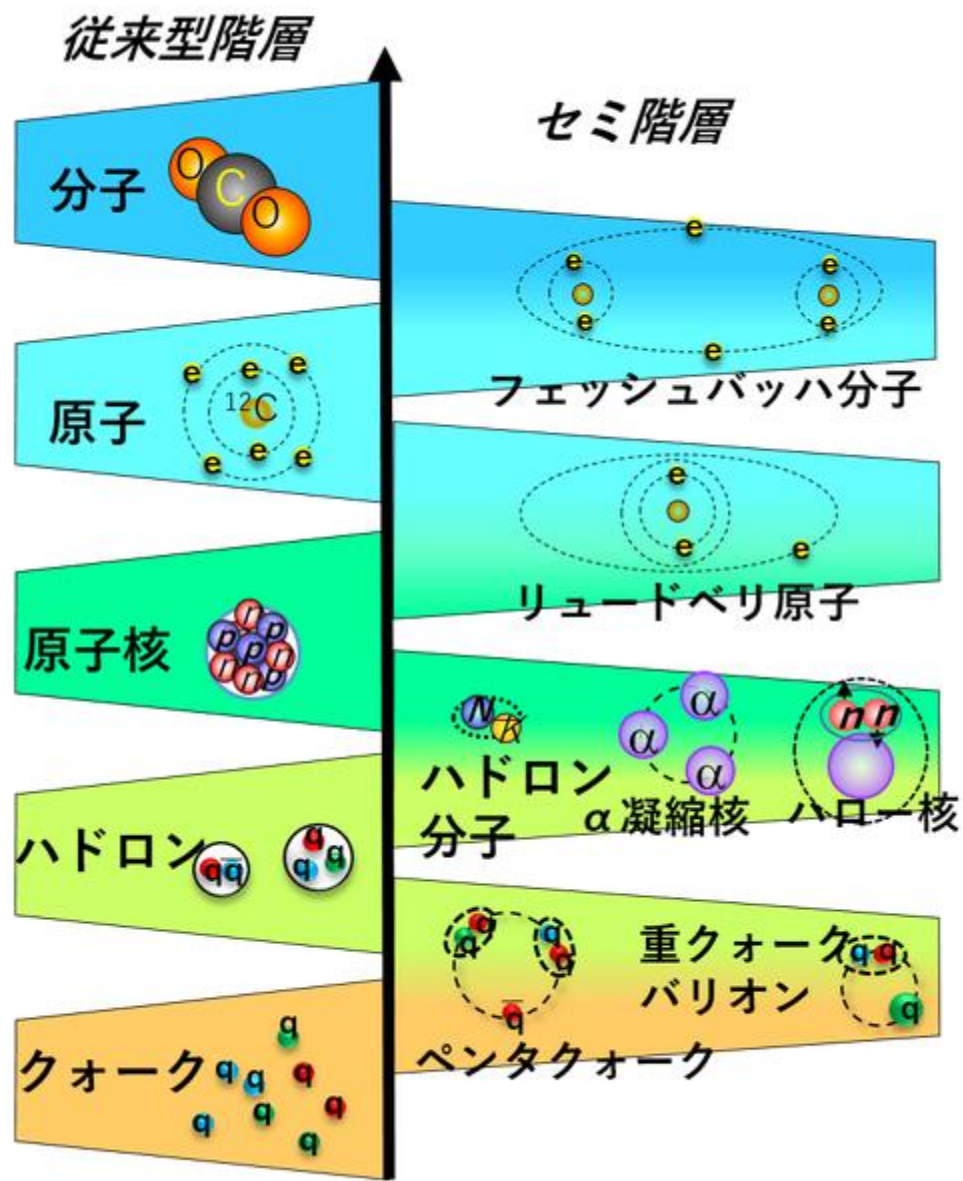
## 2019年度 NITEP活動計画(案) 原子核理論

### 3. レーザー量子物理研究室との共同研究会

反応粒子系の閉じたチャンネルに発現するフェッシュバッハ共鳴や3体系に現れる特殊な束縛状態であるエフィモフ状態は、原子核物理学と原子・分子物理学をつなぐ現象として注目されており、新学術領域「量子クラスターで読み解く物質の階層構造」においてもキーワードになっています。このフェッシュバッハ共鳴・エフィモフ状態について、原子核理論研究室とレーザー量子物理研究室のメンバー(および関係者)がそれぞれの観点から語り、議論を交わすことによって、両研究室の共同研究の創発を目指す機会を設けたいと考えています。詳細は、レーザー量子物理研究室と相談して詰める予定ですが、規模を上げすぎず、大阪市大に軸足を据えた堅実な議論ができればと考えています。

意見交換会ではまず、互いの分野における興味など基本的な事柄を確認し、共同研究や研究会につながる議論を行いたい

# 意見交換会及び共同研究会の目的・背景



# これまでの議論

- 第1回：2019年6月26日（水）  
発表者：千葉 陽平  
議事録：千葉が原子核におけるクラスターの重要性について 基礎的事項の解説を行った。特に「アルファ粒子の凝縮状態」と呼ばれる取り扱いについて、実際に凝縮しているか否か区別できるのか 冷却原子の例と比較しながら議論した
- 第2回：2019年7月17日（水）  
発表者：堀越 宗一  
議事録：冷却フェルミ原子系で実現される少数系と多体系の概観」少数多体系や量子縮退気体の示す一般的性質について、冷却フェルミ原子系と原子核系を比較しながら 類似点、相違点について議論した。さらに これらの系の性質の鍵を握る共鳴散乱について 具体的な評価方法を議論した
- 第3回：2019年8月23日（金）  
発表者：緒方 一介  
議事録：リチウム11原子核の励起状態に見られる束縛状態をフェッシュバツハ共鳴との対応で説明。連続状態と共鳴状態を区別するcomplex scaling methodについても解説した
- 第4回：2019年11月6日（水）  
発表者：堀越 宗一  
タイトル："Study of excited cluster states using Feshbach molecules"  
議事録：フェッシュバツハ分子を用いると光会合のスペクトルにどのような変化があるかを議論した

# これまでの議論

- 第5回：2019年12月11日（水）  
発表者：佐藤 弘一  
タイトル：「原子核における自発的対称性の破れ—超流動性と変形—」  
議事録：超流動性を考慮すると原子核の変形の計算の見通しがどのように良くなるかを解説した
- 第6回：2020年1月29日（水）  
発表者：井上 慎  
タイトル：「冷却原子の散乱」  
議事録：冷却原子における散乱長の決定の実際などについて解説した
- 第7回：2020年3月25日（水）  
発表者：櫻木 弘之  
タイトル：「Feshbach共鳴と分子的構造」  
議事録：原子核における共鳴構造について議論した
- 第8回：2020年4月30日（木）  
議事録：セミナーの今後の方針について議論した
- 第9回：2020年5月29日（金）  
発表者：加藤 宏平  
タイトル：「冷却原子を用いた少数多体系の研究」  
議事録：エフィモフ状態の束縛エネルギーの決定方法などについて解説した

# これまでの議論

- 第10回：2020年6月30日（火）  
発表者：千葉 陽平  
議事録：原子核の基底状態における $\alpha$ クラスター構造とクラスター総和則について議論した
- 第11回：2020年11月24日（火）  
発表者：緒方 一介  
タイトル："Some note on the correspondence between nuclear clustering and scattering observables"  
議事録：ノックアウト反応を用いて核内クラスターを実証する際の注意点について議論した
- 第12回：2021年2月1日（月）  
発表者：堀越 宗一  
議事録：ハイデルベルグのJochimグループの少数フェルミオン原子系の実験について議論した
- 第13回：2021年3月26日（金）  
発表者：千葉 陽平  
議事録：Hoyle状態はアルファ凝縮しているか？について議論した

延与さんの論文から抜粋  
PTEP 2012.1 (2012)

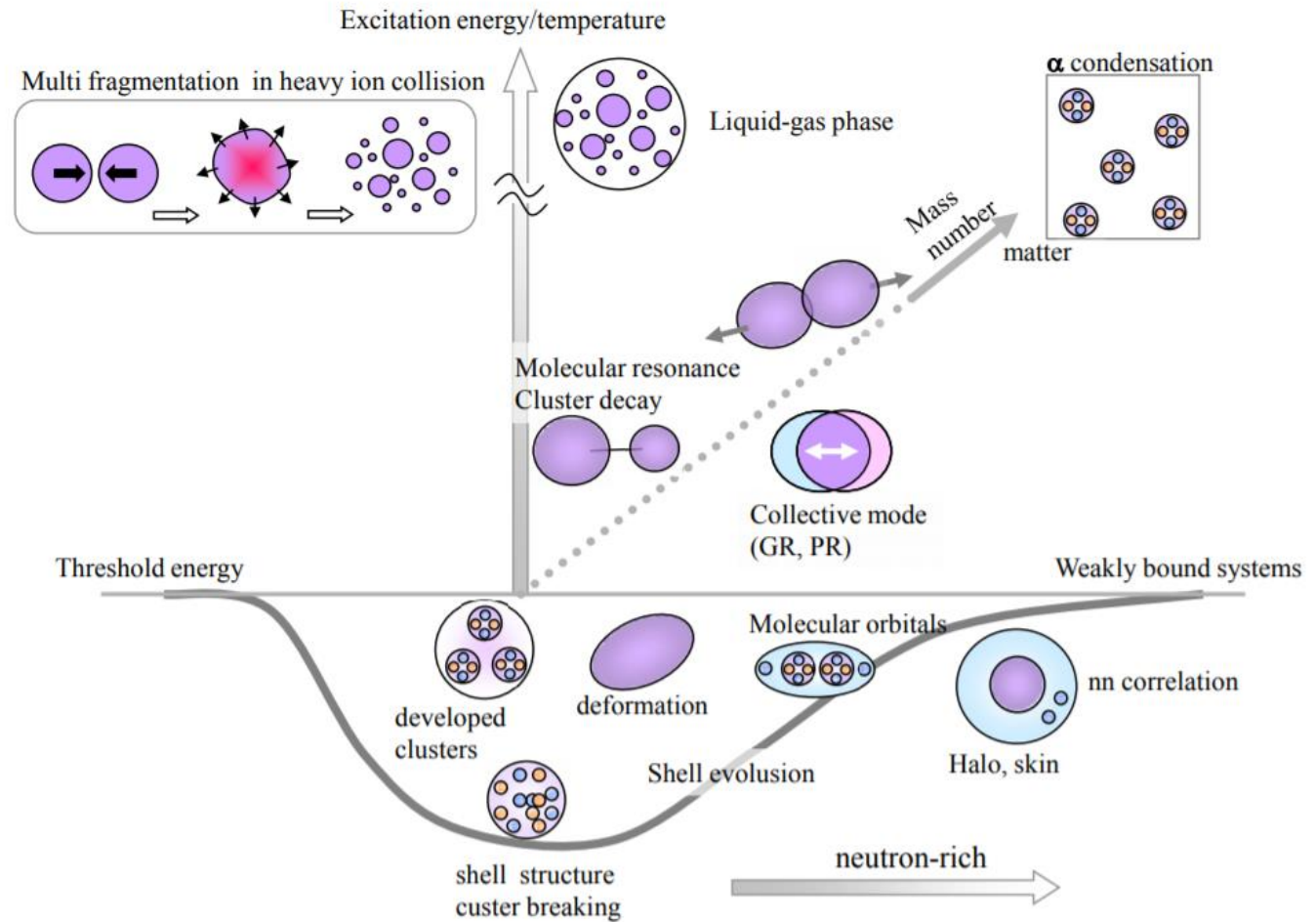
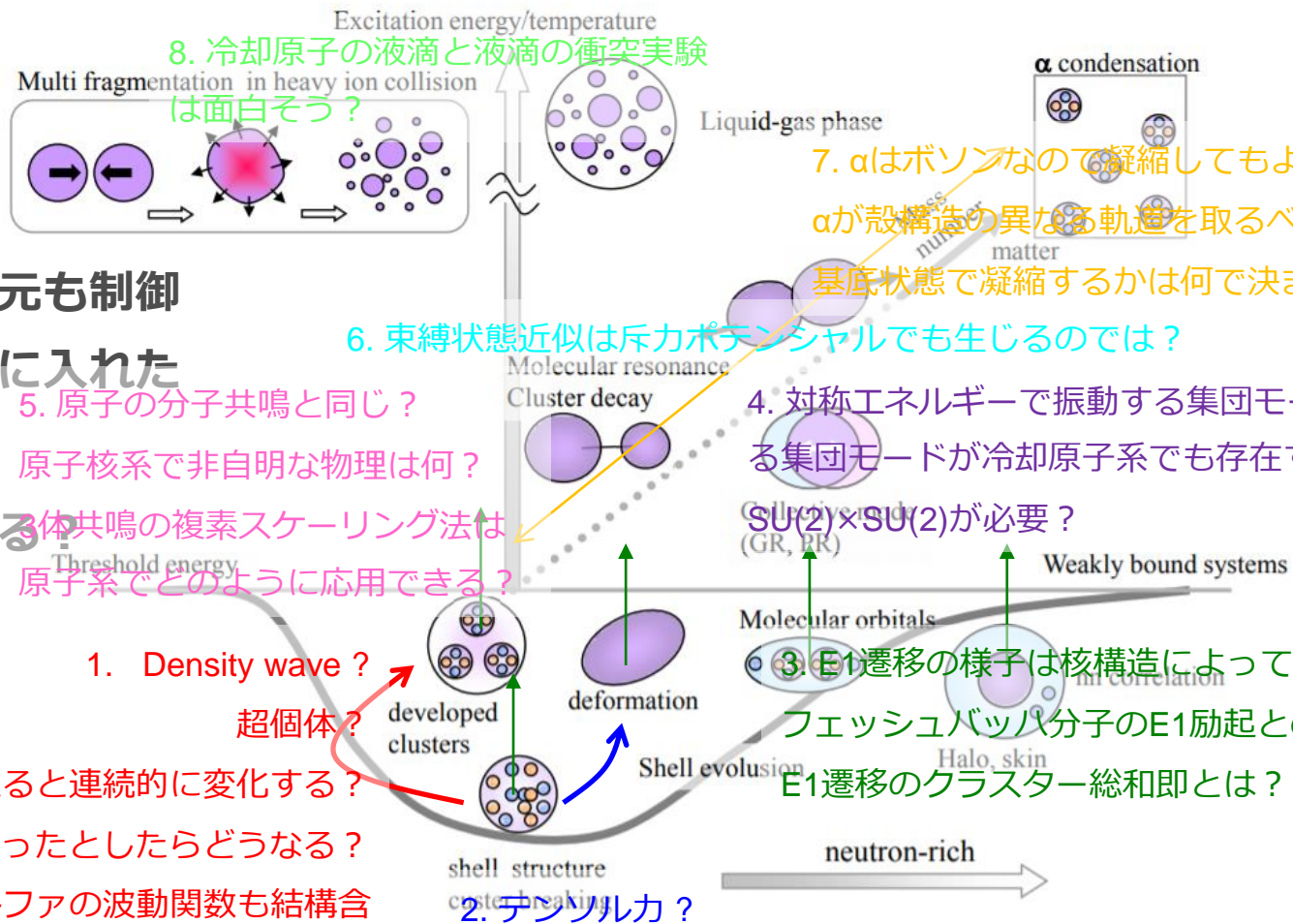


Fig. 1. Schematic figure for rich phenomena in nuclear systems.



延与さんの論文から抜粋

PTEP 2012.1 (2012)



8. 冷却原子の液滴と液滴の衝突実験  
は面白そう?

7.  $\alpha$ はボソンなので凝縮してもよいが、 $\alpha$ が殻構造の異なる軌道を取るべきか、基底状態で凝縮するかは何で決まる?

6. 束縛状態近似は斥力ポテンシャルでも生じるのでは?

5. 原子の分子共鳴と同じ?  
原子核系で非自明な物理は何?  
分子共鳴の複素スケーリング法は原子系でどのように応用できる?

4. 対称エネルギーで振動する集団モードに対応する集団モードが冷却原子系でも存在する?  
 $SU(2) \times SU(2)$ が必要?  
(GR, BR)

もし我々がどの力も次元も制御  
できる「神の力」を手に入れた  
とする  
何を変えるとどう変わる?

1. Density wave?  
超個体?  
何を変えると連続的に変化する?

3. E1遷移の様子は核構造によってどう変わる?  
フェッシュバッハ分子のE1励起との類似点は?  
E1遷移のクラスター総和即とは?

1次元、2次元原子核があったとしたらどうなる?  
基底状態は液滴だけどアルファの波動関数も結構含まれているのでは? それを評価する実験方法は?

2. テンソル力?  
殻構造?

Fig. 1. Schematic figure for rich phenomena in nuclear systems.

何を変えると連続的に変化する?

スペクトルがフォノン型から回転型に連続的に変えるには何をすればよい?



# 個人的にこれまでの議論で考えたこと

- 原子核では観測データを再現する理論模型が発展してきたが、量子多体系としての性質を抽出するという点に関してはあまり進展していないように見える
- 異分野から輸入した概念の検証が不十分
  - そもそも原子核で成り立つのかなどについての理論的な検証が必要
- 原子核にもユニバーサリティはあるのか？
  - ユニバーサリティが破れているとしてどの程度生き残っているのか？

### Precise calculation of the triple- $\alpha$ reaction rates using the transmission-free complex absorbing potential method

Hiroya Suno\*

RIKEN Advanced Institute for Computational Science, Kobe 650-0047, Japan  
and RIKEN Nishina Center, Wako 351-0198, Japan

Yasuyuki Suzuki†

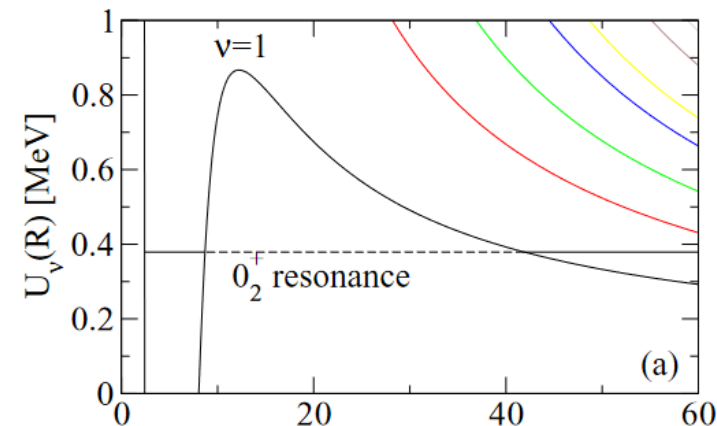
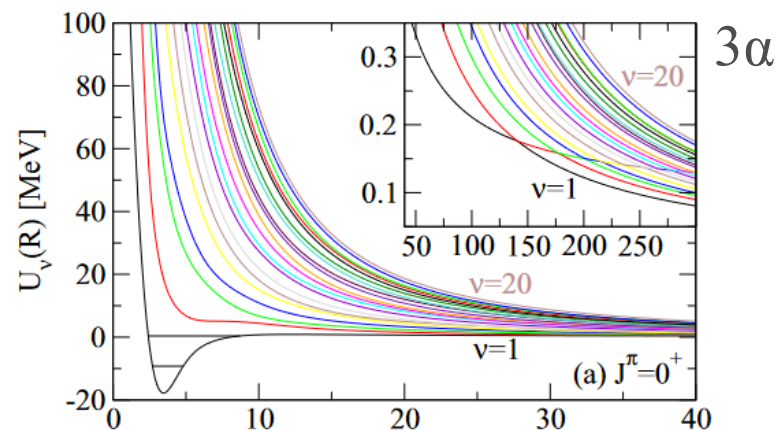
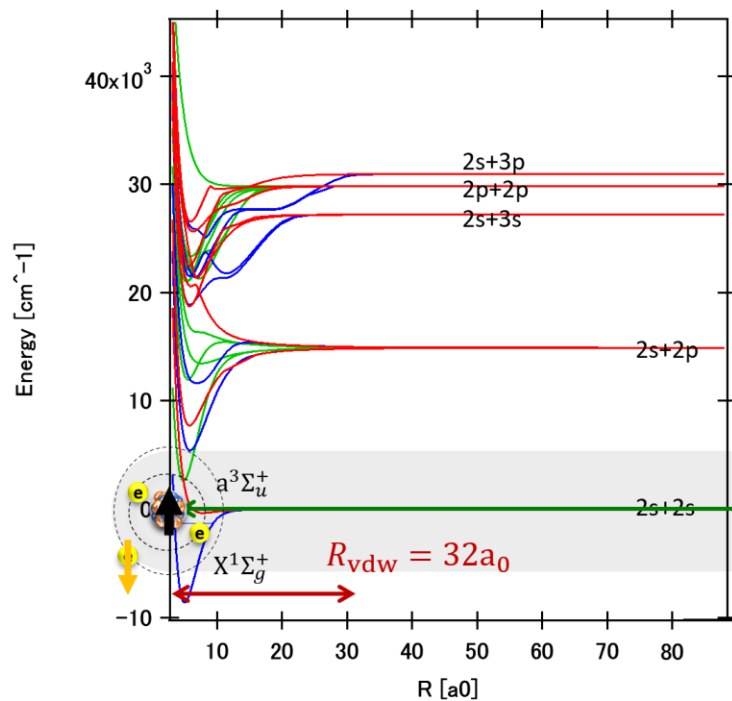
Department of Physics, Niigata University, Niigata 950-2181, Japan  
and RIKEN Nishina Center, Wako 351-0198, Japan

Pierre Descouvemont‡

Physique Nucléaire Théorique et Physique Mathématique, Code Postal 229, Université Libre de Bruxelles (ULB),  
B-1050, Brussels, Belgium

(Received 17 August 2016; published 7 November 2016)

#### Li<sub>2</sub> molecular potential



3 $\alpha$

## Letter

**Supersolidity of the  $\alpha$  cluster structure in the nucleus  $^{12}\text{C}$** S. Ohkubo<sup>1,\*</sup>, J. Takahashi<sup>2</sup>, and Y. Yamanaka<sup>2</sup><sup>1</sup>*Research Center for Nuclear Physics, Osaka University, Ibaraki, Osaka 567-0047, Japan*<sup>2</sup>*Department of Electronic and Physical Systems, Waseda University, Tokyo 169-8555, Japan*

\*E-mail: ohkubo@rcnp.osaka-u.ac.jp

Received February 6, 2020; Revised February 28, 2020; Accepted March 6, 2020; Published April 29, 2020

.....

For more than half a century, the structure of  $^{12}\text{C}$ , such as the ground band, has been understood to be well described by the three  $\alpha$  cluster model based on a geometrical crystalline picture. On the contrary, recently it has been claimed that the ground state of  $^{12}\text{C}$  is also well described by a nonlocalized cluster model without any of the geometrical configurations originally proposed to explain the dilute gas-like Hoyle state, which is now considered to be a Bose–Einstein condensate of  $\alpha$  clusters. The challenging unsolved problem is how we can reconcile the two exclusive  $\alpha$  cluster pictures of  $^{12}\text{C}$ , crystalline vs. nonlocalized structure. We show that the crystalline cluster picture and the nonlocalized cluster picture can be reconciled by noticing that they are a manifestation of supersolidity with properties of both crystallinity and superfluidity. This is achieved through a superfluid  $\alpha$  cluster model based on effective field theory, which treats the Nambu–Goldstone zero mode rigorously. For several decades, scientists have been searching for a supersolid in nature. Nuclear  $\alpha$  cluster structure is considered to be the first confirmed example of a stable supersolid.

.....

Subject Index    D11, D13

# Field theoretical superfluid cluster model (SCM)

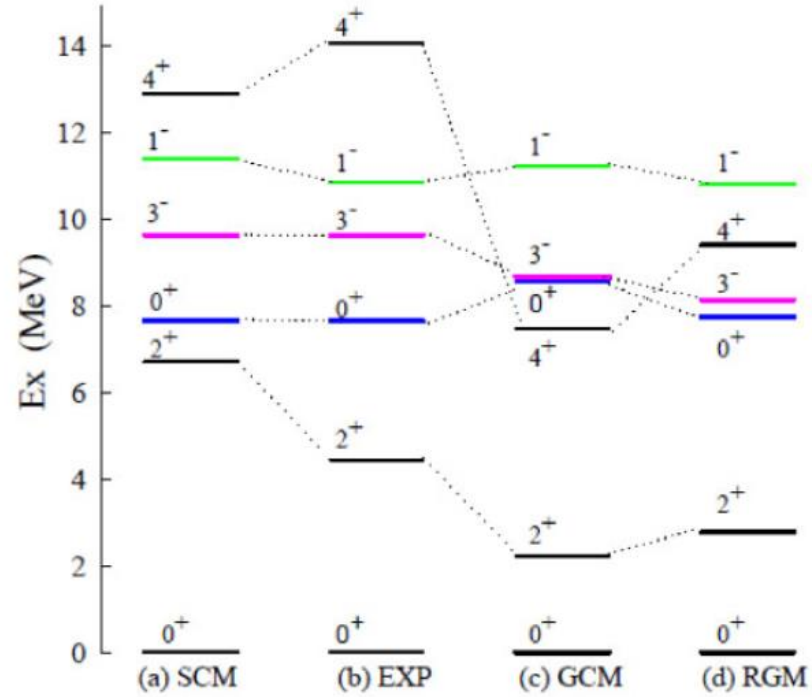
$$\begin{aligned}\hat{H} = & \int d^3x \hat{\psi}^\dagger(x) \left( -\frac{\nabla^2}{2m} + V_{\text{ex}}(\mathbf{x}) - \mu \right) \hat{\psi}(x) \\ & + \frac{1}{2} \int d^3x d^3x' \hat{\psi}^\dagger(x) \hat{\psi}^\dagger(x') U(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) \hat{\psi}(x') \hat{\psi}(x),\end{aligned}\quad (1)$$

with  $V_{\text{ex}}$  and  $U(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|)$  being a mean field potential in which the  $\alpha$  clusters are trapped and the residual  $\alpha$ - $\alpha$  interaction, respectively. We set  $\hbar = c = 1$ .

$$\hat{\psi}(x) = \xi(r) + \hat{\phi}(x), \text{ where the c-number } \xi(r) = \langle 0 | \hat{\psi}(x) | 0 \rangle$$

$$\left\{ -\frac{\nabla^2}{2m} + V_{\text{ex}}(r) - \mu + V_H(r) \right\} \xi(r) = 0, \quad (2)$$

where  $V_H(r) = \int d^3x' U(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) \xi^2(r')$ .  $\xi$  is normalized with the superfluid particle number  $N_0$  as  $\int d^3x |\xi(r)|^2 = N_0$ . The superfluid density is given by  $\rho_s = |\xi(r)|^2 / N_0$ .



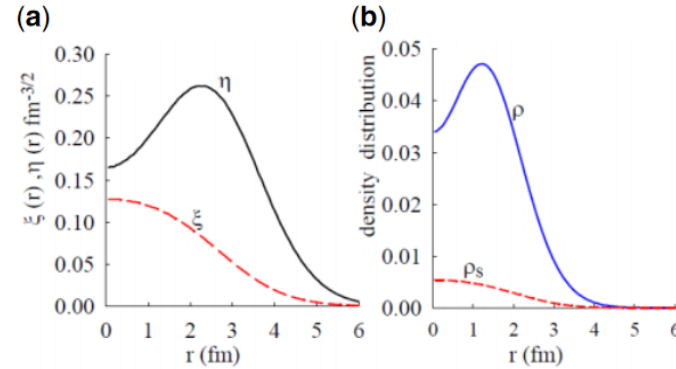
The BdG equations describe the collective oscillations of the superfluid and are given by

$$\int d^3x' \begin{pmatrix} \mathcal{L} & \mathcal{M} \\ -\mathcal{M}^* & -\mathcal{L}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} = \omega_n \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix}, \quad (3)$$

where

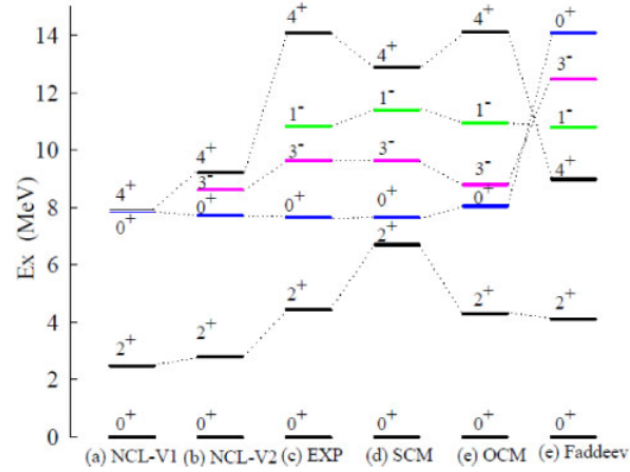
$$\mathcal{M}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = U(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) \xi(r) \xi(r'), \quad (4)$$

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \left\{ -\frac{\nabla^2}{2m} + V_{\text{ex}}(r) - \mu + V_H(r) \right\} + \mathcal{M}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'). \quad (5)$$



**Fig. 3.** (a) The calculated eigenfunction (order parameter)  $\xi(r)$  (dashed line) and its adjoint eigenfunction  $\eta(r)$  (solid line) for the ground state of  $^{12}\text{C}$ . (b) The calculated superfluid density distribution  $\rho_s$  of the SCM (dashed line) and the matter density distribution  $\rho$  of the RGM cluster model adapted from Refs. [43,44] (solid line) for the ground state.

The present study finds that the superfluid ground state is stable with a condensation rate that is 5%, giving similar energy levels to the GCM, RGM, and experiment, as shown in Fig. 2. This strongly supports the view of a geometrical  $\alpha$  cluster structure for the ground state with superfluid density that is sufficient to form a coherent wave. We note that the emergence of the coherent wave function due to condensation in nature is possible even if the condensation rate is not large. In fact, it was shown through systematic calculations [25] that BEC of  $\alpha$  clusters like the Hoyle state occurs stably even under a small condensation rate such as 20%. We also note that the superfluidity of heavy nuclei occurs due to the Cooper pairs generated by a small number of nucleons near the Fermi surface [54], as well the BEC of He II with a condensation rate of approximately 10% [58]. It is useful to



**Fig. 5.** Energy levels of  $^{12}\text{C}$  calculated in the nonlocalized cluster model (NCM) [59,60] with (a) Volkov force no. 1 and (b) Volkov force no. 2 are compared with (c) the experimental energy levels [53], (d) the superfluid cluster model (SCM) calculations, and the three boson model calculations using (e) the OCM [45] and (f) the Faddeev model [46].

number fluctuations of the  $\alpha$  clusters are not taken into account. It may be called a pseudo-condensed model because it involves the condensate component, which can be dominant in the Hoyle state. The overlap of the GCM wave function  $\Psi^{\text{GCM}}$  of Refs. [41,42] with  $\Psi^{\text{NCM}}$  is about 0.93 for the ground state [48]. The ground state GCM (RGM) wave function,  $\Psi^{\text{GCM}}$  ( $\Psi^{\text{RGM}}$ ) of Refs. [41–44], can be represented well by a single  $\Psi^{\text{NCM}}(\beta)$  with a large overlap of almost 100% [51]. This means that the GCM (RGM) wave functions based on the geometrical picture, Fig. 1(a), almost equivalently involve the nonlocalized cluster of Fig. 1(b). In other words,  $\Psi^{\text{GCM}}$  has duality involving both the crystalline, Fig. 1(a), and nonlocalized cluster, Fig. 1(b), nature simultaneously. Similar to  $\rho_s^{\text{GCM}}$ ,  $\rho^{\text{NCM}}$  may be decomposed as  $\rho^{\text{NCM}} = \rho_s^{\text{NCM}} + \rho_n^{\text{NCM}}$ . Physically,  $\rho_s^{\text{NCM}}$  in Fig. 1(b) corresponds to  $\rho_s^{\text{SCM}}$  in Fig. 1(c). It is now clear that  $\Psi^{\text{GCM}}$  should *not* be regarded simply as a crystalline wave function as it appears in Brink’s wave function since it involves the dual nature of crystallinity and nonlocalized coherent wave structure via  $\rho_s$ . A crystalline  $\alpha$  cluster structure with superfluidity is called a supersolid.