ルビジウム 87 のグレイモラセス 冷却のための光源開発 (Development of laser system for gray molasses cooling of Rubidium-87)

理学研究科 数物系専攻 藤野 真幸

要旨

本論文は⁸⁷Rb のグレイモラセス冷却に向けた光源開発に関してまとめたものである。 本研究室では、⁸⁷Rb と ⁴¹K の混合ボースアインシュタイン凝縮体(BEC)を用いた相分 離過程の研究に向け、原子の冷却手法を改良することで凝縮体中の原子数を増やし、より 精密な観測を可能にすることを目指している。一般に冷却原子実験では、レーザー冷却に よって常温の原子を数 mK から数百 µK 程度まで冷却した後に、蒸発冷却を行うことで 数百 nK 程度まで冷却し、BEC を生成する。凝縮体中の原子数を増やすためには、蒸発冷 却前の原子集団の位相空間密度を高めておく必要がある。Rb 原子に対して通常のドップ ラー冷却に加えてグレイモラセス冷却を行うことで、位相空間密度を1 桁程度改善するこ とが期待できる。よって、本研究ではグレイモラセス冷却を行う為の光源開発を行った。

グレイモラセス冷却は、原子の超微細構造に対応した異なる周波数のレーザーによって 実現できる。重要なのは、光との相互作用によって充分冷却された原子を、重ね合わせ暗 状態と呼ばれる光と相互作用しない状態に落とし込むことで光による加熱を防ぎ、低温を 実現できる点である。重ね合わせ暗状態は、2 つのレーザーの周波数差が原子の下準位の 超微細構造間隔に一致するところ (ラマン条件)で現れる。この条件では、光の吸収が減 り、原子が透明になったように見えるため、電磁誘起透明化 (EIT) と呼ばれる。

冷却実行中に重ね合わせ暗状態を維持する為には、位相同期した2つのレーザーが必要となる。まず、用意する光源のパワーとして20mW必要になるが、開発したレーザーは60mWまで出力できるため問題ないことを確認した。次に、暗状態を利用するグレイモラセス冷却を効率良く働かせるためには、2つの冷却光の相対位相のズレが冷却時間(3ms程度)中に充分小さいことが求められる。本研究で開発したレーザーシステムでは、2つのレーザー光のビートスペクトルから相対線幅は1.000±0.001 Hzと評価され、この結果より3msで起こる位相のズレは1.08 deg程度である。これは要求を満たしている。最後に、このレーザーシステムを用いてEITを観測することで、差の周波数の制御性を確認した。これには常温のRb原子気体を用いた。片方の光の周波数を固定し、もう片方の光の周波数の光を掃引すると、ラマン条件を満たす約6.834GHzとなる領域で暗状態が形成され、透明化が起きていることが確認できた。

以上の結果から、⁸⁷Rb を用いてグレイモラセス冷却を行えるレーザーシステムの準備 が整った

目次

第1章	序論	8			
1.1	研究背景	8			
1.2	本研究の目的	9			
1.3	本論文の構成...............................	10			
第 2章	グレイモラセス冷却法の理論 11				
2.1	グレイモラセス冷却	12			
	2.1.1 暗状態	12			
	2.1.2 ライトシフト	14			
	2.1.3 グレイモラセス冷却	16			
2.2	Λ 型三準位系でのグレイモラセス冷却.............	18			
	2.2.1 重ね合わせ暗状態と Λ 型グレイモラセス冷却	18			
	2.2.2 電磁誘起透明化 (EIT)	20			
2.3	ルビジウム原子のグレイモラセス冷却	22			
第3章	実験	24			
3.1	外部共振器型半導体レーザー・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	24			
3.2	グレイモラセス冷却のための光学設計..............	26			
	3.2.1 光学系の設計	26			
	3.2.2 光強度とビーム径の見積もり	29			
3.3	位相周波数同期	30			
	3.3.1 PLL シンセサイザーの安定化	30			
	3.3.2 位相周波数同期	32			
3.4	電磁誘起透明化による重ね合わせ暗状態の確認	35			
	3.4.1 基準信号源と Rb セルに関して	35			
	3.4.2 EIT 実験用の光学系	36			
	3.4.3 重ね合わせ暗状態の確認	39			
35	光源の評価	42			
0.0					

第4章 まとめ

43

付録 A OPLL 回路

参考文献

44

 $\mathbf{5}$

図目次

1.1	BEC 生成までの実験手順と到達温度	10
2.1	$F = 1 \rightarrow F' = 1$ での暗状態の生成	12
2.2	⁸⁷ Rb の D2 線における磁気副準位間の遷移とクレブシュゴルダン係数 .	13
2.3	ドレスド状態とライトシフト	15
2.4	lin ⊥ lin レーザー配置のときのグレイモラセス冷却機構	17
2.5	Λ 型三準位系での基底変換と重ね合わせ暗状態の生成	18
2.6	簡略化した Λ 型三準位系と EIT 信号の例	21
2.7	⁸⁷ Rb の超微細構造	23
3.1	外部共振器型半導体レーザーの特徴とキャットアイ構造	25
3.2	⁸⁷ Rb の <i>D</i> ₂ 線と光学系の設計	26
3.3	MOT 用光学系の概略図とグレイモラセス用光学系の概略図	27
3.4	ファイバーに入れた後の光学系概略図............	27
3.5	実寸サイズのグレイモラセス冷却用の位相同期光学系設計図	28
3.6	レーザーのフォトダイオードに流す電流に対するパワー	29
3.7	外部クロック回路によって安定化した Phase Lock Loop シンセサイザー	31
3.8	位相周波数同期回路をチェックするための光学系とそのフィードバック	
	システム	33
3.9	位相周波数同期後のビート信号	34
3.10	EIT 実験を行う際の光学系配置	36
3.11	EIT のセットアップと対応する超微細構造	36
3.12	飽和吸収分光と EIT の光学系	37
3.13	AOM による周波数シフトの確認	38
3.14	Doppler 広がりの中に現れる EIT シグナル	39
3.15	Control 光の有無によるシグナルの違い.............	40
3.16	観測された EIT シグナル	41
A.1	OPLL 回路図	44

表目次

第1章

序論

1.1 研究背景

1975年にT.W. Hänsch と A.L.Schawlow によってレーザーを用いて原子を冷却する 理論が提唱された [1]。そして、1987年には E.L.Raab らによって、この冷却手法と四 重極磁場を組み合わせることで、原子気体の冷却と捕獲が同時に行える磁気光学トラッ プ (MOT:Magneto-Optical Trap)が Na 原子を用いて実現した [2]。ここで用いられた 冷却手法は、ドップラー効果を利用した輻射圧による原子の減速であるため、ドップラー 冷却と呼ばれる。MOT の実現により、レーザーを用いた原子気体研究は飛躍的に進み、 蒸発冷却も組み合わせることで 100 nK スケールにまで到達できるようになった。そし て、1995年には M.H.Anderson らによってボースアインシュタイン凝縮 (BEC:Bose-Einstein Condensation)が実現された [3]。BEC が実現されてから 30 年弱経った現在で も、BEC を用いた様々な実験が盛んに行われている。

上述のように、凝縮体に至るための冷却は、レーザー冷却と蒸発冷却の組み合わせで行われる。冷却手法を改良し、凝縮体中の原子数を増やす事で、これまでより精密な実験が可能になる事が期待できる。蒸発冷却では熱い原子を選択的に捨てるため、蒸発冷却前の原子集団をできるだけ低温にすることで凝縮体中の原子数を増やす事ができる。そのため、今日までレーザーを用いた冷却手法に改良が加えられてきた。しかし、光を用いて絶対零度まで冷却できるわけではない。冒頭で挙げたドップラー冷却では、冷却されることで原子の速度が落ちてくるとドップラー効果による周波数シフトの大きさも減る。そのため、限界温度 $T_{\rm D}$ は冷却に用いる遷移の自然幅 Γ によって決まり、ボルツマン定数 $k_{\rm B}$ 、ディラック定数 \hbar を用いて $T_{\rm D} = \hbar\Gamma/2k_{\rm B}$ と表される。⁸⁷Rb では、約 144 μ K である。初期のドップラー冷却の実験 [4] においてドップラー冷却限界以下の温度が観測され、その原因を探る中で 1989 年に J. Dalibard と C. Cohen-Tannoudji によって偏光勾配冷却の理論 [5] が提唱された。用いられた原子は Na であり、そのドップラー冷却限界温度が 240 μ K であるのに対して約 40μ K まで冷却されていることを観測した。偏光勾配冷却は下準位の磁気副準位を考慮してポテンシャル勾配を作ることで可能となる冷却方法である。この経緯から、偏光勾配冷却では「原子の共鳴周波数よりもレーザーの周波数

の方が低く」、「下準位からの遷移先が必ず存在する遷移」を採用している。そして、1995年に D.Boiron らによって、偏光勾配冷却に改良を加えた冷却方法である グレイモラセス冷却が Cs 原子を用いて実現された [6]。グレイモラセス冷却では、偏光勾配冷却と似て下準位の磁気副準位を考慮して冷却を行うのだが、「レーザーの周波数は共鳴よりも高く」 設定し、「下準位の磁気副準位のうち、遷移先が存在しない準位が現れる遷移」を選ぶ。前者はポテンシャル勾配の生成に、後者は光と相互作用しない準位(暗状態)の生成に関与している。詳しくは 2章で述べる。そして近年、グレイモラセス冷却に更なる改良が加えられた。原子の基底準位のうち、冷却に利用していない準位に落ちてしまった原子は Repump 光と呼ばれる追加のレーザーによって励起されて冷却サイクルに戻されるのだが、この Repump 光を冷却に用いているのと同じ上準位で結び、A型の3準位系を形成することで追加の暗状態を生成できることがわかり、冷却効率を向上させることが可能となったのである。これを A型グレイモラセス冷却と呼び、2013年に 7 Li[7]や 39 K[8]を用いて実現された。2018年には、我々が実験に用いている 87 Rb[9]でも冷却効率の向上が実証された。

当然、グレイモラセス冷却で考えなければならない冷却限界も存在する。それは 反跳冷却限界 $T_{\rm R}$ である。kを光の波数ベクトルの大きさ、Mを原子質量とすると $k_{\rm B}T_{\rm R} = (\hbar k)^2/2M$ と表せる。⁸⁷Rb では約 180 nK である。原子が光と相互作用する限 り、どんなに加熱を抑えても、吸収する光エネルギーと放出する光エネルギーが一致して しまうと運動エネルギーに変化が起こらなくなる。そのときの温度が $T_{\rm R}$ である。反跳冷 却限界温度は、レーザー冷却によって到達できる下限温度であると言える。

1.2 **本研究の目的**

本研究室では、⁸⁷Rb と ⁴¹K を用いた二原子種混合ボース・アインシュタイン凝縮体 (BEC)を用いた相分離ダイナミクスの研究を計画しており、BEC 生成装置の改良を行っ ている。本研究室のリチウムグループでは、既にグレイモラセス冷却を導入して高い冷却 効率を実現している [10] ため、ルビジウム-カリウムチームでもグレイモラセス冷却を導 入して冷却効率の改善を図る。

本研究室で BEC を生成する際、図 1.1 左のような実験手順 [磁気光学トラップ (MOT: Magneto Optical Trap) →圧縮磁気光学トラップ (CMOT:Compressed MOT) →磁場ト ラップ→蒸発冷却] を踏んでいる。レーザー冷却後の原子気体の温度が高いと蒸発冷却に よって捨てなければならない原子の数が多くなり、BEC に到達できる原子数が減ってし まう。そのため、レーザー冷却による到達温度を下げ、蒸発冷却後に BEC に到達した際 の原子数を増やすことができれば、BEC ダイナミクスを広い範囲で観測できるようにな る。以上の理由から、図 1.1 右のように CMOT 後にグレイモラセス冷却を導入すること を計画している。本論文では、グレイモラセス冷却用のレーザー光源とその光学系の開発 を行い、グレイモラセス冷却を行うのに充分な性能を有しているか評価を行った。確認す る項目としては主に以下の2点である。

- 充分な光強度を出力できるかを確認した後、位相同期を行い、2つのレーザーの相対線幅から実験時間中に生じる位相のズレが充分小さいことを確認する。
- Λ型三準位による重ね合わせ暗状態を生成できているかを、電磁誘起透明化 (EIT:Electromagnetically Induced Transparency) 実験によって確認をし、透明 化を表すピークの位置がラマン条件を満たしているかを調べる。



図 1.1 BEC 生成までの実験手順と到達温度:レーザー冷却部分は青矢印で、蒸発冷却 部分は橙矢印で示した。グレイモラセス冷却を導入することによって、数 uK まで到 達可能であると予想される [9]。

1.3 本論**文の構成**

本論文の構成は以下のようになっている。

- 第1章では、本研究の背景および研究目的を述べた。
- 第2章では、グレイモラセス冷却の原理に関して述べる。まず、原子の基底準位と 励起準位から構成される系でのグレイモラセス冷却の議論を行う。次に、基底準位 2つと励起準位1つから構成されるΛ型3準位系での議論を行う。
- 第3章では、実際に行った実験内容とその考察について述べる。まず、重ね合わせ 暗状態が生成できているかを確認するために行った EIT 実験に関して述べる。次 に、冷却効率を上げるために必要な位相周波数同期ができているかを確認した。最 後に、これらの結果から用意した光源がグレイモラセス冷却を行うのに充分である か評価を行った。
- 第4章では、本研究のまとめを述べる。

第2章

グレイモラセス冷却法の理論

本章の導入としてここでは、⁸⁷Rb を用いたレーザー冷却の場合にドップラー冷却限界 以下の温度まで冷却する方法としてよく用いられる偏光勾配冷却と比較しながらグレイモ ラセス冷却の概要を述べる。

下準位の角運動量の大きさ J として上準位を J' とした系を考える。偏光勾配冷却では、 「励起状態 J' = J + 1 への遷移」を考え、あらゆる偏光に対して励起先が存在する冷却サ イクルを形成する。また、J が異なる基底準位に落ちた原子は Repump 光によって拾い上 げて冷却サイクルに戻す。この方法は、MOT のドップラー冷却と同様の熱い原子を冷却 する際に有効な考えであり、原子から見て「明るく」なるようにすることで冷却効率を上 げているため、Bright molasses とも呼ばれる。一方、グレイモラセス冷却では、「 $J' \leq J$ への遷移」を利用する。このとき、特定の偏光で励起先の存在しない基底準位(暗状態) が生じる。MOT や偏光勾配冷却では冷却効率の低下につながるため、暗状態を生成しな いようにしていた。しかし、暗状態に落ちた原子が充分冷えているのであれば問題はな い。よって、グレイモラセス冷却では、熱い原子を優先的に冷却し、充分に冷却された原 子は暗状態に入れて意図しない加熱が起こらないようなサイクルを作ることで冷却効率を 向上させ、冷却によって到達可能な温度を下げることに成功している。"Gray" molasses と呼ばれるのは、光との相互作用を用いて冷却を行い (原子から見て明るい)、充分冷却さ れた原子は光との相互作用から切り離す (原子は暗状態に留まる) という「明るい部分と 暗い部分の両方を活用している手法」であることに由来する。この章では、まずグレイモ ラセス冷却の基本原理を説明し、その後に、より実験に近い Λ 型三準位系でのグレイモラ セス冷却の説明を行う。そして、本研究で用いる原子は ⁸⁷Rb であるので、本章の最後で は⁸⁷Rb のグレイモラセス冷却について述べる。

実験に関係する重要な理論のみをピックアップしているため、詳細な議論については本 論文を書くにあたって参考にした文献 [11, 12, 13] を参照していただきたい。

2.1 グレイモラセス冷却

この節では、グレイモラセス冷却を行う上で重要な概念である暗状態とライトシフトに ついて、まず説明する。その上で、これら二つの概念を用いてグレイモラセス冷却につい て説明する。

2.1.1 暗状態

本研究で用いる ⁸⁷Rb の D_2 遷移 (${}^{5}S_{1/2} \rightarrow {}^{5}P_{3/2}$)を考えると、核スピン I = 3/2 であ ることから原子の全角運動量 F(=I+J)は基底状態で F = 1, 2、励起状態で F' = 3, 2, 1を取り得る(超微細構造)。そして、それぞれの F には縮退した 2F + 1 個の磁気副準位 m_F が存在する。基底状態 $|F, m_F\rangle$ の原子に共鳴周波数を持った光が入射したとき、光の 持つ偏光によって励起先の状態 $|F', m_{F'}\rangle$ が決まる。具体的には、図 2.1 に示したように、 π 偏光では、 $m'_F = m_F$ 、 σ^+ 偏光では、 $m'_F = m_F + 1$ 、 σ^- 偏光では、 $m'_F = m_F - 1$ と 変化する。また、 π 偏光は量子化軸と平行な直線偏光であり、2.1.3 で出てくる量子化軸 と直交した直線偏光は σ^+ 偏光と σ^- 偏光の重ね合わせで書ける。

磁気副準位間の遷移において、励起先の準位数が基底の準位数と同じもしくはそれより 少ない場合、遷移先が存在しない基底準位が現れる。その準位は光と相互作用することが ないため、暗状態 (Dark state) と呼ばれる。図 2.1 では、例として $F = 1 \rightarrow F' = 1$ の 遷移において、偏光の違いによって暗状態がどの磁気副準位にできるかを示した。



図 2.1 $F = 1 \rightarrow F' = 1$ での暗状態の生成

また、参考文献 [14] より、光子の偏光状態を角運動量 1 を持つ状態 $|1,q\rangle$ として電気双 極子モーメントを求める。ここで q は偏光依存の値であり、上述のように π, σ^+, σ^- の 3 つを取り得る。状態の量子化軸を z 方向にとると、超微細構造における基底状態 $|F, m_F\rangle$ と励起状態 |F', m_{F'})の間の電気双極子モーメントは次式のような形になる。

$$\mu = C_{(F,m_F,F',m_{F'},q)} (\frac{6\pi\epsilon_0 \hbar c^3 \Gamma}{\omega^3})^{1/2}$$
(2.1)

ここで $C_{(F,m_F,F',m_{F'},q)}$ と表したものはクレブシュゴルダン係数と言う。 ϵ_0 は真空の誘電 率、 Γ は自然幅である。遷移強度は電気双極子モーメントの二乗に比例するので、クレブ シュゴルダン係数の二乗にも比例する。したがって、遷移強度は「レーザーの偏光」と 「磁気副準位間の遷移においてどの準位同士がカップルするか」で決まる。図 2.2 では、本 研究で用いる ⁸⁷Rb の D2 線の $F = 1, F = 2 \rightarrow F' = 2$ の遷移 (π, σ^+ 偏光) と各クレブ シュゴルダン係数を示した。数値は参考文献 [15] より引用した。図中では、 π 偏光におけ る $F = 2, m_F = 0$ と σ^+ 偏光における $F = 1, m_F = 2$ の準位が暗状態である。



図 2.2 ⁸⁷Rb の D2 線における磁気副準位間の遷移とクレブシュゴルダン係数 (図中 では、クレブシュゴルダン係数を 2 乗した値を遷移の脇に示した。): 灰色の部分は暗 状態となっている準位である。 σ^- 偏光のときは、 σ^+ 偏光において $m_{\rm F} = 0$ 中心に反 転させれば得られるので省略した。

2.1.2 **ライトシフト**

ライトシフトは、光との相互作用によって原子のエネルギー準位がシフトする現象であ り、AC シュタルクシフトや Autler-Townes 効果とも呼ばれ、電場と原子の相互作用を考 えることで導かれる。まず、各周波数ωの単色レーザーによって作られる電場

$$\mathbf{E}(\mathbf{t}) = \hat{\epsilon} \frac{E_0}{2} (e^{-i\omega t} + e^{i\omega t}) (\hat{\epsilon} : 単位偏光ベクトル)$$
(2.2)

$$= \mathbf{E}_{0}^{(+)} e^{-i\omega t} + \mathbf{E}_{0}^{(-)} e^{i\omega t}$$
(2.3)

を考える。 $\mathbf{E}_0^{(\pm)}$ は右回り (+)、左回り (-) の円偏光であるを表す。そして、この電場と 相互作用する基底状態 $|g\rangle$ と励起状態 $|e\rangle$ からなる 2 準位原子の状態を次式のように考え る。

$$|\psi\rangle = c_{\rm g} |g\rangle + c_{\rm e} |e\rangle \tag{2.4}$$

*c*_g, *c*_e は基底状態および励起状態の時間発展を示す係数である。また、ハミルトニアンは次のように表せる。

$$H = \hbar\omega_0 |e\rangle \langle e| + \frac{\hbar\Omega}{2} (|g\rangle \langle e| e^{i\omega t} + |e\rangle \langle g| e^{-i\omega t})$$
(2.5)

ここで、 $\Omega(=-(\langle g | \hat{\epsilon} \cdot \mathbf{d} | e \rangle E_0)/\hbar)$ はラビ周波数であり、原子と電場の相互作用強度を示す。

これらをシュレディンガー方程式 $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \ket{\psi} = H \ket{\psi}$ に代入して固有値方程式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} c_{\rm e} \\ c_{\rm g} \end{bmatrix} = -i \begin{bmatrix} \omega_0 & \frac{\Omega}{2} e^{-i\omega t} \\ \frac{\Omega}{2} e^{i\omega t} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{\rm e} \\ c_{\rm g} \end{bmatrix}$$
(2.6)

ここで $\tilde{c_e} = c_e e^{i\omega t}$ と置きなおし、座標を取り直すことで物理的描像を見やすくする。以降の議論でもこの系で見ているときはチルダ[~]を着ける。

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \tilde{c}_{\rm e} \\ c_{\rm g} \end{bmatrix} = -i \begin{bmatrix} -\Delta & \Omega/2 \\ \Omega/2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_{\rm e} \\ c_{\rm g} \end{bmatrix}$$
(2.7)

 $\Delta(=\omega-\omega_0)$ はレーザーの離調を表し、原子の共鳴周波数 ω_0 からのズレを表す。この式を解くと、

$$E_{\pm} = -\frac{\hbar\Delta}{2} \pm \frac{\hbar W}{2} \tag{2.8}$$

と求まる。ここで一般化されたラビ周波数を $W=\sqrt{\Omega^2+\Delta^2}$ と表している。固有状態は次のように書ける。

$$|+\rangle = \sin\frac{\theta}{2}|g\rangle + \cos\frac{\theta}{2}|e\rangle \tag{2.9}$$

$$|-\rangle = \sin\frac{\theta}{2}|g\rangle - \cos\frac{\theta}{2}|e\rangle$$
 (2.10)

$$\tan \theta = -\frac{\Omega}{\Delta} \qquad (0 \le \theta < \pi) \tag{2.11}$$

基底準位でのシフトの大きさについて考える。基底準位にある原子が離調 Δ のレー ザーによって励起されると、二準位間の相互作用によってドレスド状態 $|\pm\rangle$ ができ、各準 位は ΔE だけシフトする。図 2.3 に示すように、式 (2.8) において $|\Delta| >> \Omega$ を考えると ライトシフトは $\hbar\Omega^2/4\Delta$ と近似できる。よって、実験で想定するような離調が正で光強 度が弱い場合、基底準位は $\hbar\Omega^2/4\Delta$ だけエネルギーが高い方向にシフトする。



図 2.3 ドレスド状態とライトシフト:図左ではドレスド状態の概念図を、右ではライトシフトの大きさの離調依存性を示した。実験では、近似したライトシフト ħΩ²/4Δ を考えれば良い。

また、遷移強度を表すラビ周波数は、次式のように光強度を用いて表せる。詳しい導出 は参考文献 [11] の 7 章を参照のこと。

$$\Omega^2 = \frac{\Gamma^2}{2} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \tag{2.12}$$

Γ は自然幅、I は光の強度、I_{sat} は飽和強度である。いま、基底状態と励起状態の2準位 だけを考えているが、実際の原子はそれぞれ磁気副準位を持つ。前節で述べたように磁気 副準位 m_F から m_{F'} への遷移はクレブシュゴルダン係数 C_(mF,m_{F'},q) の二乗に比例する ため、上式は次のように修正される。

$$\Omega_{\rm m_F,m_{F'}}^2 = C_{\rm (m_F,m_{F'},q)}^2 \frac{\Gamma^2}{2} \frac{I}{I_{\rm sat}}$$
(2.13)

つまり、ライトシフト $\Delta E_{\mathbf{m}_{\mathbf{F}},\mathbf{m}_{\mathbf{F}'}}$ は次式のようになる。

$$\Delta E_{\mathrm{m}_{\mathrm{F}},\mathrm{m}_{\mathrm{F}'}} = C_{(\mathrm{m}_{\mathrm{F}},\mathrm{m}_{\mathrm{F}'},\mathrm{q})}^2 \frac{\hbar}{4\Delta} \frac{\Gamma^2}{2} \frac{I}{I_{\mathrm{sat}}}$$
(2.14)

ライトシフトの大きさはクレブシュゴルダン係数の二乗に比例し、クレブシュゴルダン係 数は偏光に依存する。これが次節で説明を行うグレイモラセス冷却のメカニズムにとって 重要となる。クレブシュゴルダン係数の詳しい数値は図 2.2 を参照のこと。

2.1.3 グレイモラセス冷却

グレイモラセス冷却は、暗状態とライトシフトを利用した冷却方法である。磁場の効果 はほとんどないとして議論を進める。

まず、図 2.4 上段のように、直交した直線偏光を対向(*lin* ⊥ *lin*)させ、位置によって偏光が変わるレーザー配置にする。この偏光場は次のように表せる。

$$E(z,t) = \left[\frac{\epsilon_0}{\sqrt{2}} \left(\cos kz \frac{\epsilon_{\rm x} + \epsilon_{\rm y}}{\sqrt{2}} - i \sin kz \frac{\epsilon_{\rm y} - \epsilon_{\rm x}}{\sqrt{2}}\right)\right] e^{-i\omega_{\rm L}t}$$
(2.15)

対向するレーザーを z = 0 の位置で直線偏光となるように取ると、 $z = \lambda/8(\sigma^- : z$ 軸を 量子化軸として左回り), $3\lambda/8(\sigma^+ : z$ 軸を量子化軸として右回り) で円偏光、 $z = 0, \lambda/4$ で直線偏光、その後同じように直線偏光と円偏光が続く偏光場ができる。2.1.1 節で述べ たように、この直線偏光は σ^+ 偏光と σ^- 偏光の重ね合わせなので両方の遷移が起きる。 また、「偏光 (σ^\pm, π)」と「どの磁気副準位がカップルするか」で遷移強度(クレブシュゴ ルダン係数)が決まり、ライトシフトの大きさ ΔE も決まる。つまり、(2.15) 式のような 場合、原子が動くと偏光が変わり、ライトシフトの大きさも変わり、原子がポテンシャル 勾配を感じるようになる。ここで、レーザーの離調 Δ を正に設定することで、基底状態 で遷移強度が弱いときにポテンシャルの谷となり、「原子がポテンシャルの山の上で光を 吸収して谷底に落ちていく過程の方が、谷底で光を吸収して山の上に落ちてくる過程より も高い確率で生じる」状況を作れる。

図 2.4 下部では、磁気副準位 $m_J = -1$ の原子が $z = \lambda/8$ から $z = 3\lambda/8$ に移動して、 ポテンシャル勾配を登る様子を表した。原子はポテンシャルの山($z = 3\lambda/8$)付近で励 起され、自然放出を経て最終的に磁気副準位 1 がつくるポテンシャルの谷に落ちてくる。 この過程でポテンシャルを登った分の運動エネルギーが奪われ、冷却が働く。磁気副準位 -1 の状態にある原子が充分冷やされて $z = \lambda/8$ から動かなければ光との相互作用はそれ 以上起こらない。よって、意図しない光の吸収を防ぐことができるため、グレイモラセス 冷却法は従来のレーザーを用いた冷却法より低温の領域に到達できる。ただし、理論的な 冷却限界として反跳冷却限界 $k_BT_B = (\hbar k)^2/2M$ が存在する。



図 2.4 lin \perp lin ν -ザー配置のときのグレイモラセス冷却機構:暗状態を谷として ポテンシャル勾配をつくる。図中では、 $F = 1 \rightarrow F' = 1$ の遷移を例に、 $m_F = -1$ に ある原子が $z = \lambda/8 \rightarrow 3\lambda/8$ と移動した場合を示した。また、z 軸を量子化軸として いる。

2.2 A型三準位系でのグレイモラセス冷却

実際の実験では、基底準位の意図しない準位に落ちてしまった原子を拾い上げて冷 却サイクルに戻すための光が必要である。これを Repump 光と呼ぶ。MOT や偏光勾 配冷却では、Cooling 光と Repump 光は別の励起準位にポンピングするため、二準位 系 +Repump 光という系を考えれば良い。グレイモラセス冷却でも Repump 光を導入す るのだが、A型の三準位系を構成することで、追加の暗状態(**重ね合わせ暗状態**)を生成 でき、冷却効率の向上が期待できる。この節では、A 型三準位系における重ね合わせ暗状 態の生成に関して議論した後、重ね合わせ暗状態を確認するための方法として、電磁誘起 透明化 (EIT:Electromagnetically Induced Transparency) と呼ばれる現象に関して説明 を行う。また、本章における議論は本研究室の修士論文 [10]、先行研究 [7, 8] なども参照 されたい。

2.2.1 重ね合わせ暗状態と A型グレイモラセス冷却



レーザー配置は互いに逆回りの円偏光を対向させた $\sigma^+ - \sigma^-$ 状況を考える。

図 2.5 Λ 型三準位系での基底変換と重ね合わせ暗状態の生成: 図左では各基底準位 $|g_{1,2}\rangle$ と離調 $\Delta_{1,2}$ のレーザー光による励起を示した。図中央のような変換を行い、重 ね合わせ状態 $|g_{B,D}\rangle$ を考えると右図のように表せる。図右では変換によって生じたラ ビ周波数 $\Omega_{B,D}$ と基底準位の内部項 Ω_g を示した。 Ω_g は $\Delta_1 = \Delta_2$ でゼロとなり、 $|g_D\rangle$ が (重ね合わせ) 暗状態となる。 まず、Λ型三準位系では図 2.5 の左図のような状況を考え、系のハミルトニアンを次式 のように表す。

$$H = H_{\rm A} + H_{\rm AF}$$

 $ilde{H}_{
m A}$ は自由原子内部の項、 $ilde{H}_{
m AF}$ は原子と電場の相互作用項であり、次のように表せる。

$$\tilde{H}_{A} = \hbar \Delta_{1} |g_{1}\rangle \langle g_{1}| + \hbar \Delta_{2} |g_{2}\rangle \langle g_{2}|
\tilde{H}_{AF} = \hbar \frac{\Omega_{1}}{2} (\sigma_{1} + \sigma_{1}^{\dagger}) + \hbar \frac{\Omega_{2}}{2} (\sigma_{2} + \sigma_{2}^{\dagger})$$
(2.16)

前節において式 2.7 を導いたときのように、系の変換を行った結果を表している。ここ で、 $\sigma_1 = |g_1\rangle \langle e|, \sigma_2 = |g_2\rangle \langle e|$ 、離調 $\Delta_1 = \omega_1 - \omega_0, \Delta_2 = \omega_2 - \omega_0$ 、ラビ周波数 Ω_1, Ω_2 である。

次に、基底の変換 $|g_1\rangle, |g_2\rangle, |e\rangle \rightarrow |g_B\rangle, |g_D\rangle, |e\rangle$ を行う。

$$|g_{\rm B}\rangle = \frac{\Omega_1 |g_1\rangle + \Omega_2 |g_2\rangle}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} = \cos\theta |g_1\rangle + \sin\theta |g_2\rangle$$

$$|g_{\rm D}\rangle = \frac{-\Omega_2 |g_1\rangle + \Omega_1 |g_2\rangle}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} = -\sin\theta |g_1\rangle + \cos\theta |g_2\rangle$$
(2.17)

この変換では、図 2.5 上部にあるような回転変換を行っており、 $\tan \theta = \Omega_2/\Omega_1$ としている。式 2.16 の各ハミルトニアンは次式のように書き直せる。

$$\tilde{H}_{A} = \hbar \Delta_{B} |g_{B}\rangle \langle g_{B}| + \hbar \Delta_{D} |g_{D}\rangle \langle g_{D}| + \hbar \Omega_{g} (|g_{B}\rangle \langle g_{D}| + |g_{D}\rangle \langle g_{B}|)$$

$$\tilde{H}_{AF} = \hbar \frac{\Omega_{B}}{2} (\sigma_{B} + \sigma_{B}^{\dagger}) + \hbar \frac{\Omega_{D}}{2} (\sigma_{D} + \sigma_{D}^{\dagger})$$
(2.18)

ここでは、式 (2.16) と同様に $\sigma_{\rm B} = |g_{\rm B}\rangle \langle e|, \sigma_{\rm D} = |g_{\rm D}\rangle \langle e|$ と置いている。式 (2.18) にお ける変換された係数は、それぞれ以下のように表せる。 $\tilde{H}_{\rm A}$ では

$$\Delta_{\rm B} = \Delta_1 \cos^2 \theta + \Delta_2 \sin^2 \theta \tag{2.19}$$

$$\Delta_{\rm D} = \Delta_1 \sin^2 \theta + \Delta_2 \cos^2 \theta \tag{2.13}$$

$$\Omega_{\rm g} = (\Delta_2 - \Delta_1) \sin \theta \cos \theta \tag{2.20}$$

であり、 $\tilde{H_{AF}}$ では

$$\Omega_{\rm B} = \Omega_1 \cos\theta + \Omega_2 \sin\theta = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$$
(2.21)

$$\Omega_{\rm D} = -\Omega_1 \sin \theta + \Omega_2 \cos \theta = 0 \tag{2.22}$$

である。以上の変換から、 Λ 型三準位系において $|g_D\rangle$ が電場との相互作用から切り離さ れ、(重ね合わせ) 暗状態になるためには、 Ω_D, Ω_g がゼロとなれば良いことが読み取れる。 図 2.5 参照。 Ω_D は既にゼロである。よって、式 (2.20) から、 $|g_D\rangle$ が重ね合わせ暗状態と なる条件 $\Delta_2 = \Delta_1$ が導ける。これを **ラマン条件** と呼ぶ。

また、自然放出についても考える。詳細な議論は教科書 [13] に譲るが、変換前の各基底 準位への自然放出を $\Gamma_{\alpha}(|e\rangle \rightarrow |g_{\alpha}\rangle)$ と表すと、変換後は $\Gamma(=\Gamma_{1} + \Gamma_{2})$ で各基底準位 $|g_{B}\rangle, |g_{D}\rangle$ へ落ちる。 よって、以上の議論から、ラマン条件を考慮することで追加の暗状態を生成でき、より多 くの原子を暗状態に落とし込むことができるため、原子気体を通常のグレイモラセス冷却 よりも低温にできる。

実際の実験では、このラマン条件を拡張して運動量とライトシフトも考慮した形に書き 換えた次式を考える。

$$\Delta_{\rm R} = 4\omega_{\rm R} \left(\frac{p_{\parallel} + \hbar\delta k}{\hbar\delta k}\right) + (\Delta_2 - \Delta_1) + \left(\frac{{\Omega_2}^2}{4\Delta} - \frac{{\Omega_1}^2}{4\Delta}\right) = 0$$
(2.23)

これを有効ラマン条件と呼ぶ。 $|g_1\rangle$ にいる原子が 2 光子分の運動量 2 $\hbar\delta \mathbf{k} = \hbar(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)$ を受け取り、 $|g_2\rangle$ に遷移した際の共鳴条件を考えることで求まる。詳しくは参考文献 [13] の 6 章を参照されたい。ここで、 $\omega_{\rm R}$ はラマン反跳エネルギー $\hbar\omega_{\rm R} = \hbar^2 (\delta k)^2 / 2m$ を表 し、運動量 $\hbar\delta k$ の原子が持つエネルギーに相当する。 p_{\parallel} は原子が持つ運動量 \mathbf{p} の $\delta \mathbf{k}$ 方 向成分を示す。また、 $\Omega_{\rm i}^2/4\Delta$ はライトシフトの大きさを示し、 $\Delta = (\Delta_1 + \Delta_2)/2$ であ る。

有効ラマン条件において、相対離調 $\Delta_2 - \Delta_1$ がゼロかつ相対ライトシフトがゼロを満たした状況では、

$$p_{\parallel} = -\hbar\delta k \tag{2.24}$$

となり、 $|\mathbf{p}\rangle|g_1
angle o |\mathbf{p}+\hbar\delta \mathbf{k}\rangle|g_2
angle$ の遷移では $|g_2
angle$ の原子が持つ運動量は

$$p_{\parallel} + \hbar \delta k = \hbar \delta k \tag{2.25}$$

となる。よって、有効ラマン条件を満たした冷却を行うと、 $|-\hbar\delta k\rangle |g_1\rangle \ge |\hbar\delta k\rangle |g_2\rangle$ にすべての原子が集まるため運動量空間での分布が狭まり、原子気体全体の温度を下げることができる。つまり、 Λ 型のグレイモラセス冷却では上述の冷却効果が追加で働くため、通常のグレイモラセス冷却よりも低温に到達できる。

2.2.2 電磁誘起透明化 (EIT)

前節において、ラマン条件を満たすことで重ね合わせ暗状態が生成できることがわかった。重ね合わせ暗状態が生成された状況では、光の吸収が抑制され、光が原子を通り抜けてくる(透明化)現象が観測できる。これを電磁誘起透明化と呼ぶ。ここでは、図 2.6 左のような簡略化した三準位系を考える。A 型グレイモラセス冷却のときと考える系は同じだが、役割が異なるので、 $F = 2 \rightarrow F' = 2$ 遷移を Control 光、 $F = 1 \rightarrow F' = 2$ 遷移を probe 光と呼ぶ。図 2.6 左では、Control 光は原子の共鳴に合わせてあり、probe 光の離調を Δ と表している。

実際の実験では、probe 光の周波数を掃引すると、図 2.6 右のように Control 光がカッ プリングする周辺では吸収が起こり、ラマン条件 Δ = 0 付近では吸収が減り、透明化を 表すピークが現れる。



図 2.6 簡略化した Λ 型三準位系と先行研究 [16] を基に計算した EIT 信号の例。

2.3 ルビジウム原子のグレイモラセス冷却

⁸⁷Rb の超微細構造を図 2.7 に示す。図中の数値は参考文献 [15] より引用した。本研究 では、⁸⁷Rb の D_2 線を用いる。通常、他のアルカリ原子 (Li [7, 10] や K [8]) では、 D_2 線における上準位の超微細構造間隔が狭い (Li : 数 MHz、K : 数 10MHz 程度) ため、 D_2 線よりも上準位の間隔が比較的広い D_1 線を用いてグレイモラセス冷却を行う。しかし、 ⁸⁷Rb は上準位の超微細構造間隔が広い (数 100MHz、図 2.7 参照のこと) ため、 D_2 線を 用いた冷却ができる。 D_2 線を使うことのできる利点は、MOT を行う光が D_2 線の遷移 (*Cooling* : $F = 2 \rightarrow F' = 3$, *Repump* : $F = 1 \rightarrow F' = 2$) なので MOT 光源をグレイモ ラセス用に再利用できる点にある。つまり、新たに光源を用意して原子線への周波数ロッ クおよび光の増幅を行う必要がないのである。

本実験では、上述の通り、Tapered Amplifier(TA) によって増幅された MOT の Cooling 光をグレイモラセスの Cooling 光として再利用する。詳しくは次章で述べるが、MOT の Cooling 光をそのままグレイモラセスの Cooling 光として用いると実験に必要な 10*I*_{sat} 程度の光強度まで届かないため、ビームの半径を 3mm 程度に小さくすることで光強度を 上げる。グレイモラセスの Repump 側の光強度は Cooling 光の 5~10 %程度あれば充分 [9] である。したがって、外部共振器半導体レーザーの出力をそのまま使用すれば良い。 また、周波数に関しては、後述するように位相周波数同期を行い、Cooling 光との相対周 波数をロックする。そのため、新たな光源を用意する必要がある。よって、Repump 用光 源については新たに外部共振器半導体レーザーを用意することにした。

位相周波数同期を行う理由だが、2.2.2 節と図 2.7 からわかるように、⁸⁷Rb の場合、相 対周波数が約 6.834GHz のときに重ね合わせ暗状態が起きる。よって、グレイモラセス実 行中にこの相対周波数で安定化されていなければ、重ね合わせ暗状態を維持できず、冷却 が行えない。後の章では、位相周波数同期を行い、2つのレーザー光のビート信号の線幅 を求め、実験時間中に位相がどの程度ズレるかを算出し、グレイモラセス冷却を行うのに 充分な性能か評価する。

 $\mathbf{22}$



図 2.7 87 Rb の超微細構造 :本実験では D_2 遷移 5^2 S $_{1/2} \rightarrow 5^2$ P $_{3/2}$ を利用する。

第3章

実験

この章では、⁸⁷Rb 原子を用いたグレイモラセス冷却の実験について述べる。グレイモ ラセス冷却を行うためには、超微細構造間隔に対応した正確な周波数の設定ができること が重要である。本章の流れは以下のとおりである。

まず、本実験に用いる外部共振器型半導体レーザーについて簡単に説明を行う。次に、 グレイモラセス冷却を既存の実験系に組み込むために設計した光学系とその設定理由を述 べる。そして、実際に行った2つの実験について、実験の説明と得られた結果の考察を述 べる。1つ目は位相周波数同期実験である。グレイモラセス冷却を行う間に2つのレー ザーの位相が揃っていないと安定的に重ね合わせ暗状態が生成できないので、位相同期の 評価を行った。2つ目は電磁誘起透明化実験である。位相同期したレーザーを用いて電磁 誘起透明化を観測し、重ね合わせ暗状態が生成されているか、原子の超微細構造間隔に対 応した周波数制御ができているか、の確認を行った。最後に、グレイモラセス冷却を行う のに充分な光源であるかを議論した。

3.1 外部共振器型半導体レーザー

本研究では外部共振器型半導体レーザー (External Cavity Diode Lasers) を用いて実 験を行う。モード選択を行う部分に回折格子を使うタイプと干渉フィルターを使うタイプ の二種類がある。グレイモラセス用光源として後者の干渉フィルターを用いた ECDL を、 過去の学位論文 [17] を参考に制作した。本論文では、回折格子を使うタイプを ECDL、 干渉フィルターを使うタイプを IFLD と呼称する。ECDL の特徴とキャットアイ構造を 図 3.1 にまとめた。共振器を構成する際にキャットアイ構造を構成することで、ミラー角 度の微調整がいらなくなるという利点がある。レーザーやキャットアイ構造の詳細、およ び制作過程は過去の学位論文 [17] を参照されたい。

周波数選択を行う際には、干渉フィルターの角度、ピエゾ素子にかける電圧、レーザー ダイオードにかける電流の3つを調整することで、目的の周波数に粗調する。その後、位 相周波数同期回路や周波数ロック回路を用いて微調する。





Cateye構造

図 3.1 外部共振器型半導体レーザーの特徴とキャットアイ構造

3.2 グレイモラセス冷却のための光学設計

この節では、グレイモラセス冷却の為の光学設計について述べる。グレイモラセス冷却 を実行する為には、二つのレーザーの周波数差を Rb 原子の超微細構造間隔程度に制御 し、さらに位相周波数同期を行う。そして、そのレーザーを MOT 後の原子に 6 方向から 十分な強度で照射する必要がある。したがって、まず、これらを実行する光学系全体の設 計を説明する。次に、先行研究を基に必要な光強度を見積もり、それを満たすビーム径と 光源のパワーを求め、用意したレーザーがそれを満たすか確かめた。

3.2.1 光学系の設計

⁸⁷Rb の超微細構造とグレイモラセス冷却に必要な光を図 3.2 に示した。現在、MOT の Cooling 光として使う光を図 3.2 の青矢印のように F' = 2 と F' = 3 のクロスオー バー領域にロックしている。図 3.3 には実際に組まれている光学系の概略図を示した。飽 和吸収分光によって上述のクロスオーバー領域にロックされたレーザー光は、ダブルパス で組んだ AOM によって、周波数を調整できる。そして、注入同期と Tapered Amp に よって光のパワーを増幅し、シングルパスで組んだ AOM で MOT の Cooling 用とグレ イモラセスの Cooling 用に分ける。1 次回折光が MOT の Cooling 光に使われ、0 次回折 光をグレイモラセスの Cooling 光として用いる。ダブルパスで組んだ AOM にかける RF 周波数を動かすことでグレイモラセスに使う Cooling 光の離調を調整する。シングルパ スで組んだ AOM は ON/OFF の切り替えに用いられる。また、Repump 光の離調は後 述する位相周波数同期の基準周波数を動かして調整する。上述の概略図を基に実寸サイズ の光学系を設計したものは、図 3.5 に示した。図中の数値は参考文献 [15] より引用した。



図 3.2 ⁸⁷Rb の D₂ 線と光学系の設計



図 3.3 (a)MOT 用光学系の概略図:AOM はダブルパスで組まれた部分で周波数をシ フトしており、注入同期と Tapered Amp で 200 mW 付近まで増幅した後、シングル パス 1 次光を MOT の Cooling 光に、0 次光をグレイモラセスの Cooling 光に用いる ために光ファイバーを経由して各光学系へ運ぶ。

(b) グレイモラセス用光学系の概略図:(a) で光ファイバーに入れた 0 次光を Cooling 光として利用する。Repump 光には新たに外部共振器半導体レーザー (IFLD) を用意 し、Cooling 光に対して位相同期を行った後、それぞれシングルパスの AOM の 1 次 光を PBS でオーバーラップさせ、光ファイバーで MOT を行っている光学系へ運ぶ。



図 3.4 ファイバーに入れた後の MOT 用の光学系概略図:PBS と λ/2 波長板を用いて 偏光と光強度を調整した後、原子気体に照射して MOT を行う。



図 3.5 実寸サイズのグレイモラセス冷却用の位相同期光学系設計図

3.2.2 光強度とビーム径の見積もり

実験では、Cooling 光の光強度が 10*I*_{sat} 程度になるようにグレイモラセス冷却に用 いるビーム径は 6 mm 程度に設定する。ここで、*I*_{sat} は飽和光強度であり、⁸⁷ Rb では 1.67 mW/cm² である。以下ではビーム径の設定理由を述べる。パワー損失に関しては図 3.3 および図 3.4 にも示しているため、併せて参照いただきたい。

図 3.3 からわかるように、MOT 用光源側のシングルパス AOM を OFF にした (AOM 0 次光のみになる) 際に利用できる光のパワーは 200 mW 程度である。先行研究 [9] を参考にすると、グレイモラセスの Cooling 光の光強度は原子に照射する時点で 10 I_{sat} 程度は 欲しい。図 3.3 および図 3.4 に示したように、AOM の回折効率を 80 %、光ファイバーの カップリング効率を 50 %とすると、原子気体に照射する時点で使えるパワーは、Cooling ビーム 1 本あたりでは 5 mW 程度であることがわかる。よって、この値を用いて光強度 を 10 × 1.67 mW/cm² 欲しいすると、ビームの半径は 3 mm 必要である。つまり、ビー ム径は 6 mm にする。

また、Repump 側の光強度は、Cooling 光の 10 %あれば良いので、*I*_{sat} 程度必要にな る。同じビーム径で考えて Cooling 側で行った計算の逆をたどると、isolator 後で 20 mW 程度必要とわかる。レーザーダイオードにかける電流値を増やしていき、パワーメーター で測定して得られた出力特性を図 3.6 に示した。よって、60mW まで出力可能であると わかるので、実験に用いるのに充分な出力が得られることを確認できた。



図 3.6 レーザーのフォトダイオードに流す電流に対するパワー:後述する EIT 実験用 に 2 台の IFLD を用意し、isolator 直後のパワーを測定した。共に出力範囲に 20 mW が収まっており、実験に用いるのに問題ないと言える。

3.3 位相周波数同期

2.3 節で述べたように、A 型グレイモラセス冷却において重ね合わせ暗状態を安定的に 生成するためには位相周波数同期が必要となる。そのため、学位論文 [18] を参考にレー ザーの位相周波数同期を行う回路を作成した。位相同期後のビートの線幅は MHz 未満の オーダーに抑えたいので、制作した回路がその要求を満たしているかの確認を行った。作 成した位相周波数同期 (OPLL:Optical Phase Lock Loop) 回路の回路図は、Appendix A を参照のこと。

本節では、位相同期を行うにあたって調整が必要であった Phase Lock Loop シンセサ イザー (PLL シンセサイザー)の周波数安定化について述べた後に、光学系配置図および 位相周波数同期の実験に関して述べる。また、グレイモラセス冷却を行う際は先行研究 [9] で行われているように相対離調 $\Delta \approx 0.01\Gamma$ ずつ $\pm 0.15\Gamma$ の範囲で掃引して最低温度を 探り、最適化する。ここで Γ は自然幅であり、⁸⁷Rb では約 6 MHz。そのため、kHz 以下 のオーダーでの周波数制御が可能かどうかを検証する。

3.3.1 PLL シンセサイザーの安定化

実験に用いる PLL シンセサイザー (DPL-6GF+DMUL1)の出力シグナルをスペクト ラムアナライザで測定した結果が図 3.7(a)である。図からわかるように線幅は 1.065 Hz 程度であり充分細いのだが、内部クロック回路を用いたままでは自己発熱によって信号 全体が±0.1 MHz ほど動いてしまう。よって、10 MHz の外部クロック回路(水晶発振 器:OCXOV-AV5-10.000)を用いて PLL シンセサイザーの中心周波数の安定化を行っ た。また、PLL シンセサイザーの上述の発熱により 40°C 前後まで内部温度が上昇する。 動作可能範囲は 0 ~ 50°C であるため、充分温めた状態で実験に使用すればこれでも問題 はないのだが、温度変化に伴う中心周波数の変動をなるべく小さくしたいため、ヒートシ ンクとファンを取り付けて 25°C 付近になるように温度も安定化した。

安定化を行った結果を図 3.7 に示す。(a) では PLL シンセサイザーの信号をガウス関 数 $f(x) = Aexp[((x - x_0)/width)^2](2\sqrt{2width}$ が半値全幅) でフィッティングを行った 結果を示している。半値全幅 (線幅) は 1.065 ± 0.008 Hz であり、Hz 以下に抑えられてい るため、kHz 以下のオーダーでの制御に影響を与えない程度に安定化できているといえ る。(b) には PLL シンセサイザー信号の時間変化を示した。周波数ゆらぎは 100Hz 未満 に抑えられており、3 時間程度置けば安定化することがわかった。実験中は常に電源を入 れておき、周波数と温度を安定化させている。



(b)PLLシンセサイザー周波数の時間的ゆらぎ



図 3.7 外部クロック回路によって安定化した Phase Lock Loop シンセサイザー (DPL6GF+DMUL1): (a) ガウス関数によってフィッティングを行い、線幅を算出し た。(b) 数時間置くことで回路内温度が安定化して、周波数も安定化する。kHz 未満の ゆらぎに抑えられている。

3.3.2 位相周波数同期

OPLL 回路によって二台のレーザー(IFLD1,IFLD2)の位相周波数同期を行った。光 学系および装置の配置は図 3.8 に示した。

IFLD1 および IFLD2 の光は楕円形のビームであるので、プリズムペアで整形した後、 isolator に通した。図 3.6 はこの位置で測定したものを示した。その後、 $\lambda/2$ 波長板と PBS によって、位相ロック用に5mW 程度透過させ、残りをグレイモラセス冷却(もしく は EIT) に使うために分岐させた。次の段の PBS では、ビームを 2 方向でオーバーラッ プさせ、片方をビート観測のために、もう片方を各レーザーの周波数をチェックするため に用いた。今回用いるデジタル位相周波数比較器 (HMC439QS16G) が読取可能な帯域が 10 MHz~1.3 GHz であるため、ビートの周波数 (6.834 GHz) から更にビートを取って前 述の帯域まで落とす必要がある。そのための回路配線図が図 3.8 である。まず、高速フォ トダイオードによって観測されたビート信号は、Mixer によって PLL シンセサイザー (約 6.8GHz) とのビート信号 (数 10 MHz) になり、1GHz 以下の信号のみを増幅するアンプ (ZFL-1000LN+)を2段通してデジタル位相周波数比較器が認識可能な範囲(-10dBm~ 10 dBm) まで増幅される。そして、カップラーによって分岐させた一部をスペクトラムア ナライザで観測する。デジタル位相周波数比較器は、信号発生器から出力された基準信号 とビート信号の位相差を出力する。その出力信号を OP アンプを用いた (OPLL) 回路に よって増幅、PID 制御を行い、IFLD2 のピエゾと LD 電流にフィードバックすることで、 二つのレーザーの位相を同期させることができる。

また、オーバーラップさせたもう片方のビームは周波数を測定するために光ファイバー を通して波長計に送られる。図 3.8(a) の周波数観測と囲まれた部分の λ/2 波長板を調整 することで見たいレーザーの周波数を切り替えることができる。

図 3.8(b) で使用している実験装置を表 3.1 にまとめた。

実験装置	型番 (製造会社)	備考
DII シントサイザー	DPL-6GF+DMUL1	内部基準周波数精度:
	(Digital Signal Technology,Inc.)	$\pm 15 \mathrm{ppm}(0 \sim 50^{\circ}\mathrm{C})$
水县登垣聖	OCXOV-AV5-10.000	$\pm 0.5 \mathrm{ppm}(\mathrm{per1^{st}year})$
小明光弧奋	(Micro Crystal AG)	$\pm 3\mathrm{ppm}(\mathrm{per10years})$
信旦惑生聖	SMC100A	周波数範囲:
后与光土奋	(Rohde& Schwarz)	9 kHz \sim 1.1 GHz
デジタル	HMC439QS16G (Analog Devices Inc.)	読取可能範囲:
位相国油粉比較聖		-10 dBm \sim 10 dBm
山川可以双双山北石		$10 \text{ MHz} \sim 1.3 \text{ GHz}$

表 3.1 位相周波数ロックに用いる装置



図 3.8 (a) 位相周波数同期回路をチェックするための光学系:ここではレーザー (IFLD) を 2 台用意して位相周波数同期を行ったが、グレイモラセス冷却を行う際は 図 3.3 に示したように IFLD1 の方が MOT の Cooling 光に用いられてる AOM の 0 次光に置き換わる。(b) 回路配線図:Function Generator と PD の信号の位相を比較 し、位相差を 0 にするように PZT と PD 電流にフィードバックをかける。

よって、前述の通りに PLL シンセサイザーの調整および光学系の配置を行い、スペク トラムアナライザで観測した二台のレーザー光のビート信号を図 3.9 に示した。基準信号 は 135MHz に設定しており、線幅は 1.000 ± 0.001 Hz である。ビートの線幅の要求値は MHz 未満のオーダー [18] であるため、実験に用いるのに問題ないと言える。グレイモラ セス冷却を行う時間は 3 ms 程度であることから、その間の位相のズレは 1.08 deg 程度で ある。また、周波数をロックする点は信号発生器の精度に依存するため、SMA100A は 0.01 Hz の周波数解像度を持つ (0.01 Hz 刻みで周波数の設定が可能である) ことから要求 されていた kHz 以下のオーダーでの周波数制御が可能である。

以上より、グレイモラセス冷却を行うレーザーシステムの準備ができた。次節では、こ のレーザーシステムを用いて行った EIT 実験に関して述べる。



図 3.9 位相周波数同期後のビート信号:ガウス関数でフィッティングを行った。

3.4 電磁誘起透明化による重ね合わせ暗状態の確認

位相周波数同期を行ったレーザーを用いて、ラマン条件において重ねあわせ暗状態が生 成できているかの確認を行った。この節では、位相同期チェックを行ったときと変更した 部分と用いる Rb セルについて述べ、光学系の説明を行った後、実験結果の評価を述べる。

3.4.1 基準信号源と Rb セルに関して

使うレーザーシステムは 3.3 節で説明を行ったと基本的には同じものであるが、一つ異 なる点があり、基準信号源の1つである PLL シンセサイザー (6.8 GHz 出力) を信号発生 器 (6.0 GHz 出力、型番:N5181A) に替えている。これは、SMA100A による周波数掃引 を行う際、PLL シンセサイザーを用いた場合では、共鳴より周波数が低い部分の周波数掃 引可能範囲がかなり狭くなってしまうためである。この実験では、6.834 GHz ± 50 MHz 程度を掃引したいが、SMA100A の最低出力値が 9 kHz であるため、6.8 GHz ではなく 6.0 GHz に替えた。グレイモラセス冷却を行う際にもレーザーの周波数を動かして最終到 達温度を最低にする調整を行うのだが、共鳴より数 MHz 程度低い周波数までの掃引しか 行わないので 6.8 GHz 出力の PLL シンセサイザーで問題ない。

また、Rb セルには Rb 原子のほかにバッファーガスとして Ne を 20torr 封入してい る。バッファーガスが Rb の自然放出光のエネルギーを吸収することで真空セルのときよ り暗状態を維持できるため、EIT シグナルのピークを観測しやすくなると考えられている [19, 20]。また、吸収を確認しやすくするため、ヒーターによってセルを温めて光と相互 作用する原子数を増やした。実験では 40 ℃付近を保つようにした。

3.4.2 EIT 実験用の光学系

まず、光学系に関して説明を行う。Rb セルの手前の $\lambda/2$ 波長板と PBS で強度を調整 し、セル通過後の PBS によって Probe 光のみを PD で観測する。



図 3.10 EIT 実験を行う際の光学系配置

Control 光は AOM によって +133.33MHz だけ周波数シフトさせた後に飽和吸収分光 によって F'=2 と F'=3 のクロスオーバーにロックしている。つまり、図 3.11 で水色の 矢印で示すように $F = 1 \rightarrow F' = 2$ の遷移に対応した周波数になっている。また、Probe 光 (赤矢印) は SMA100A によって 1MHz ごとに 100MHz 範囲で周波数を掃引させる。



図 3.11 EIT のセットアップと対応する超微細構造:Control 光は水色の矢印、Repump 光は赤の矢印で示した。Control 光の周波数ロック (飽和吸収分光) は本文で述 べたような工夫をしているため、破線の矢印でその周波数シフトを表した。



図 3.12 飽和吸収分光と EIT の光学系: 飽和吸収分光では、AOM で +133.33MHz だけシフトさせた光を $F = 2 \rightarrow F' = 2 - 3$ crossover にロックし、EIT 実験に用いる Control 光の周波数を $F = 2 \rightarrow F' = 2$ の遷移に合わせている。Control 光と Probe 光は PBS によってオーバーラップさせ、Rb セルに照射した後、PBS によって反射さ せた Probe 光のみを PD で観測した。

EIT を行う部分に真空の Rb セルを置き、飽和吸収分光を行い、AOM によって 133.33 MHz 程度周波数シフトできているかを確認した結果が、図 3.13 である。図 3.12 の上部で飽和吸収分光を行い、F' = 2 - 3 クロスオーバー (図中では co と略記) にロック すれば、EIT に用いる Control 光の周波数は $F = 1 \rightarrow F' = 2$ の遷移にロックされたこ とになる。ここでは、飽和吸収シグナルを確認しやすくするために真空セルを用いたが、 EIT 実験を行う際には、図 3.12 右下に示したように磁気シールド用パーマロイと温度安 定化用アルミホイルを巻いたバッファーガス入り Rb セルを用いることに注意されたい。



図 3.13 AOM による周波数シフトの確認:CH1(黄) が図 3.12 上部で行っている AOM によって周波数シフトさせた光による飽和吸収分光シグナル、CH3(紫) が EIT に用いる光による飽和吸収分光シグナル。

3.4.3 重ね合わせ暗状態の確認

以上のセットアップで実験を行った。各ビームのパワーは EIT シグナルが最大になる ように調整し、probe 光が 0.84 mW、Control 光が 12.21 mW にした。まず、位相同期を 行わずに Probe 側レーザー (IFLD2) の周波数を PZT に三角波を入れることで掃引した。 すると、図 3.14 のようにドップラー広がりの中に透明化を示すピークが現れた。



図 3.14 Doppler 広がりの中に現れる EIT シグナル: Probe 側レーザーの PZT を 使って周波数掃引した。CH2 が EIT シグナルであり、CH1 は IFLD1 の飽和吸収分 光のためのシグナルである。

次に、3.3 節で行ったように、位相周波数同期を行い、SMA100A によって周波数を掃 引した結果が図 3.15 である。ここでは、Control 光の有無で起こるシグナルの違いを示 した。Probe 光のみの場合はドップラー広がりの一部が見えているだけである。Probe 光のみなのでドップラー広がりは小さい。対して、Control 光を入れると追加の吸収が起 き、ラマン条件付近では吸収が減って透明化のピークが現れる。

図 3.15 Control 光の有無によるシグナルの違い:Control 光を入れない場合を青線 で、Control 光を入れた場合を赤線で示した。Probe 光のみの場合、ドップラー広がり の一部分が見えている。Control 光を入れると追加の吸収が起こり、ラマン条件におい ては吸収が減ってピークが現れていることがわかる。

Probe 光 +Control 光のみに着目し、EIT ピークが現れた領域にローレンツ関数を用 いてフィッティングを行った結果が図 3.16 である。F = 2 → F' = 2 の遷移にロック された Control 光に対して 6.835 GHz 程度ズレた点にピーク(重ね合わせ暗状態)が現 れていることがわかる。これは、図 3.11 からわかるように、下準位の超微細構造間隔 (6.834 GHz) とほぼ等しい。よって、ラマン条件を満たしたときに重ね合わせ暗状態を実 現できた。

図 3.16 観測された EIT シグナル:オフセットを 0.843 V としたローレンツ関数で フィッティングを行った。フィッティング領域は、EIT ピークが収まる範囲 (フィッ ティング曲線が表示されている部分) に設定している。

3.5 光源の評価

この節では今までの結果をまとめる。先行研究 [9] から、原子気体に照射した地点で の Cooling 光強度を 10*I*_{sat}、Repump 光強度を *I*_{sat} 程度必要であると見積もった。そし て、Cooling 光強度が要求値を満たすようにビーム径を 6 mm 程度に決定した。また、 Repump 用の光源として用意したレーザーのパワーは、20 mW を要求されるところ、 60 mW 程度まで出力できるため要求を満たすことを確認した。

その後、位相周波数同期を行い、ビートの線幅を評価すると 1.000 ± 0.001 Hz であり、 要求値が MHz 未満のオーダーであることから実験に用いるのに問題ないことを確認し た。実験時間中の位相のズレは 1.08 deg 程度であり、これも充分小さい。

そして、位相同期したレーザーシステムを用いて EIT 実験を行い、常温の Rb セルで もラマン条件において重ね合わせ暗状態が生成されていることも確認できた。常温の Rb セルでも確認できるということは冷却を行った Rb 原子気体でも重ね合わせ暗状態を生成 できると言える。

グレイモラセス冷却で低温にするための最適化条件を探る際に、0.01Γ(約 60 kHz) 間隔 で周波数制御をしたいので、位相周波数同期実験と EIT 実験において、それが可能かも 確かめたが問題なく行えた。

以上より、グレイモラセス冷却を行うのに充分な性能を有するレーザーシステムを開発 できたと言える。

第4章

まとめ

本研究では、グレイモラセス冷却に用いるための光源開発と光学系の設計を行い、冷却 を行うのに充分な性能を有するか評価を行った。

1.2 節で述べたグレイモラセス冷却用光源として満たすべき確認項目は以下の 2 点である。

- 充分な光強度を出力できるかを確認した後、位相同期を行い、2つのレーザーの相対線幅から実験時間中に生じる位相のズレが充分小さいことを確認する。
- Λ型三準位による重ね合わせ暗状態を生成できているかを、電磁誘起透明化 (EIT)
 実験によって確認をし、透明化を表すピークの位置がラマン条件を満たしているかを調べる。

1 点目に関しては、Cooling 光は既存の MOT 光源を利用し、要求される光強度 10*I*_{sat} を満たすビーム径を決定した。また、Repump 光のパワー要求が 20 mW であるのに対し て、60 mW まで出力可能なレーザーを用意した。そして、位相周波数同期によって得ら れたビートの線幅は 1.000 ± 0.001 Hz であり、実験時間中の位相のズレは約 1.08 deg で ある。グレイモラセス冷却の実験時間では問題にならない程度の位相のズレに抑えること ができた。

2 点目に関しては、常温のバッファーガス入り Rb セルを用いて EIT 実験を行い、透明化のピークがラマン条件付近の 6.835 GHz に現れていることを確認した。

以上の2点より、グレイモラセス冷却用レーザーシステムの準備が整った。過去の学位 論文 [18] において、同様のセットアップでデジタル位相周波数比較器を用いた位相同期を 行った際には、測定機器の解像度の問題でビートの線幅を 100 Hz 程度までしか測定でき ていなかった。今回、Appendix A に示したような OPLL 回路の見直しをして位相同期 を行い、高解像度 (RBW の最低値が 1Hz) のスペクトラムアナライザで測定を行ったと ころ、上述の線幅の細さを観測でき、実際のレーザー冷却に導入可能であることを確かめ たことは、本研究室に重要な成果である。

付録 A OPLL **回路**

図 A.1 OPLL 回路図:設計には過去の学位論文 [18] を参考にした。変更点は主に2 つ。(1) オフセット調整部分の電圧を三端子レギュレータから基準電圧 IC(LM399) に変更した。(2) PZT へのフィードバックは高速オペアンプ(AD829)である必要が 無いため、より低速で4回路入りのオペアンプに変更した。

謝辞

本論文は、大阪市立大学大学院理学研究科数物系専攻レーザー量子物理学研究室におけ る前期博士課程の2年間の研究をまとめたものです。本研究を行うにあたってご指導・ご 助力をいただいた多くの方々への感謝の言葉を述べさせて頂き、本論文の結びとしたいと 思います。

まず初めに、指導教員である井上慎教授に深く感謝の意を表します。他大学からの進学 でわからないことや不安なことが多々ある中で何度も助けていただき、熱心にご指導いた だきました。進路に関して悩んでいた際も、快く相談に乗ってくださり、とても安心しま した。前期博士課程を無事に終えられたのは、井上先生のご指導があったからこそだと思 います。研究に関しても、恵まれた実験環境を与えていただき、不自由なく研究に打ち込 むことができた経験は私の人生にとってかけがえのないものであると感じています。ご指 導いただく中で、与えられた課題に対して真摯に向き合う姿勢を学び、地道に考えて実践 する大切さを実感できました。今後も研究生活で学んだことを忘れず、日々精進します。

加藤宏平特任助教には、研究を行う上で何度も助けていただきました。様々な点で未熟 な私にしっかりとご指導いただき、物理学や電気回路に関して基礎的な部分から丁寧に教 えていただきました。夜遅くまで実験作業に付き合っていただき、ホワイトボードの前で 議論を交わした日々は私にとって貴重な時間でした。迷惑をかけてしまうこともありまし たが、加藤先生は終始丁寧に向き合ってくださり、本当に感謝しています。

堀越宗一特任准教授には、FPGA や本読みを始めとして様々な場面でご指導いただき ました。私が配属されて初めて行った作業が Arduino に用いる基盤の半田付け作業だっ たことは印象深いです。また、グレイモラセス冷却の研究を進める中でも、位相周波数同 期回路の作成や EIT 実験を行う際に多くの助言を頂き、研究を円滑に進めることができ ました。堀越先生の研究に対する情熱と常に私たちを気にかけてくれる優しさに何度も救 われました。改めて感謝申し上げます。

超低温物理学研究室の石川修六教授と矢野英雄准教授には本論文の査読をしていただき ました。お忙しい中貴重なご意見をいただき、誠にありがとうございました。

南部研究所客員教授の石原秀樹教授には、相対論のゼミでお世話になりました。無理な お願いにも関わらず、ゼミを快く引き受けてくださり、大変感謝しています。石原先生の テキストを基に相対論の勉強を行い、Kruskal ダイアグラムを正しく理解できたときの喜 びは忘れられません。 前期博士課程2年の船波寛史氏とは、2年間をともに過ごしました。同期として、夜遅 くまで議論したり、他愛ない会話をしたり、楽しく過ごせました。自分の考えをしっかり と持ち、何事にも堂々とした態度で取り組む姿は見習いたいと思っています。

前期博士課程1年の米田光佑氏と学部4年で卒業された川口泰加氏は、配属されてすぐのときにレーザー冷却の基本的な部分の勉強や Redpitaya を用いた実験を共に行いました。米田氏はその後進学して1年間を共に過ごし、船波氏と一生懸命研究に取り組む姿は刺激になりました。

学部4年の浅井裕智氏とは、共にレーザーの開発等を行いました。実験に関して説明す ることもありましたが、議論する中で私自身充分に理解できていない部分を見つけること ができ、共に実験を進める中で成長できました。

2020 年度に前期博士課程を修了された谷澤昂樹氏には、研究室配属前にメールでやり 取りさせていただきました。グレイモラセス冷却という共通の研究課題を取り組む中で、 谷澤氏が残してくださったデータ等に何度も助けていただきました。

2021 年度に前期博士課程を修了された小林一平氏には、大阪で一人暮らしをする上で 不安なことなどを相談させていただいたり、研究発表を通してラビ振動を始めとした量子 現象の理解を深めることができました。

同じく 2021 年度に前期博士課程を修了された京谷隆正氏には、研究室配属前にも過去 問を頂いたり、レーザー開発をする際に取っておくべきデータや気を付けるべきことなど を教えていただきました。

授業でお世話になった先生方や基礎物理学実験の TA でお世話になった先生方と職員様 方にも感謝申し上げます。

ここに書くことのできなかった方々も含め、研究をご指導、ご支援くださったすべての 方々に改めてお礼を申し上げます。ありがとうございました。

そして最後に、これまでの学生生活を支えてくれた家族に心からの感謝を申し上げます。

参考文献

- T.W. Hänsch and A.L. Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. Optics Communications, 13, No. 1, pp. 68–69, (1975).
- [2] E. L. Raab, M. Prentiss, Alex Cable, Steven Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, pp. 2631– 2634, (1987).
- [3] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Observation of Bose-Einstein Condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, 269, No. 5221, pp. 198–201, (1995).
- [4] Paul D. Lett, Richard N. Watts, Christoph I. Westbrook, William D. Phillips, Phillip L. Gould, and Harold J. Metcalf. Observation of atoms laser cooled below the doppler limit. *Phys. Rev. Lett.*, **61**, pp. 169–172, (1988).
- [5] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models. J. Opt. Soc. Am. B, 6, No. 11, pp. 2023–2045, (1989).
- [6] D. Boiron, C. Triché, D. R. Meacher, P. Verkerk, and G. Grynberg. Threedimensional cooling of cesium atoms in four-beam gray optical molasses. *Phys. Rev. A*, **52**, pp. R3425–R3428, (1995).
- [7] Andrew T. Grier, Igor Ferrier-Barbut, Benno S. Rem, Marion Delehaye, Lev Khaykovich, Frédéric Chevy, and Christophe Salomon. Λ-enhanced sub-doppler cooling of lithium atoms in D₁ gray molasses. *Phys. Rev. A*, **87**, p. 063411, (2013).
- [8] Dipankar Nath, R Kollengode Easwaran, G. Rajalakshmi, and C. S. Unnikrishnan. Quantum-interference-enhanced deep sub-doppler cooling of ³⁹K atoms in gray molasses. *Phys. Rev. A*, 88, p. 053407, (2013).
- [9] Sara Rosi, Alessia Burchianti, Stefano Conclave, Devang S. Naik, Giacomo Roati, Chiara Fort, and Francesco Minardi. Λ-enhanced grey molasses on the D₂ transition of Rubidium-87 atoms. *Scientific Reports*, 8, No. 1, (2018).
- [10] 谷澤昂樹. グレイモラセス法を用いた冷却リチウム原子の生成. 修士論文, 大阪市立 大学, (2021).

- [11] C.J. Foot. Atomic Physics. Oxford Master Series in Physics. OUP Oxford, (2005).
- [12] 久我隆弘. 量子光学. 朝倉書店, (2003).
- [13] Daniel A. Steck. Quantum and Atom Optics. (2022).
- [14] 鳥井寿夫. ルビジウム原子気体のボース・アインシュタイン凝縮体の生成および原子 波干渉計への応用. 博士論文, 東京大学, (2000).
- [15] Daniel Steck. Rubidium 87 D line data. (2003).
- [16] K.J. Boller, A. Imamoğlu, and S. E. Harris. Observation of electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.*, 66, pp. 2593–2596, (1991).
- [17] 二村亮. 干渉フィルターを用いた外部共振器半導体レーザーの製作と線幅の評価. 修 士論文, 大阪市立大学, (2018).
- [18] 大前真秀. ボース・アインシュタイン凝縮体の位相コントラストイメージングシステムの開発. 修士論文, 大阪市立大学, (2020).
- [19] M. Klein, Y. Xiao, M. Hohensee, D. F. Phillips, and R. L. Walsworth. Stored light and eit at high optical depths, (2008).
- [20] S. Mitra, M.M. Hossain, B. Ray, P.N. Ghosh, S. Cartaleva, and D. Slavov. On line shape of electromagnetically induced transparency in a multilevel system. *Optics Communications*, 283, No. 7, pp. 1500–1509, (2010).