

カリウム原子気体を用いた
高周波磁力計の開発
(Development of Radio-frequency
magnetometer using potassium
atoms)

理学研究科

数物系専攻

小林 一平

目次

| | | |
|-------|-----------------------|----|
| 第 1 章 | 序論 | 10 |
| 1.1 | 研究の背景 | 10 |
| 1.2 | 本研究の目的 | 11 |
| 1.3 | 本論文の構成 | 11 |
| 第 2 章 | 理論背景 | 12 |
| 2.1 | カリウム原子 | 12 |
| 2.1.1 | エネルギー構造 | 12 |
| 2.1.2 | ドップラー広がりの影響 | 14 |
| 2.1.3 | カリウム原子を用いた実験方法 | 15 |
| 2.2 | バッファーガスが入ったガラスセル | 16 |
| 2.3 | Rabi 振動 | 19 |
| 2.3.1 | 2 準位モデル | 19 |
| 2.3.2 | Rabi 振動と振動磁場 | 20 |
| 2.4 | 遷移強度 | 21 |
| 第 3 章 | カリウム原子気体を用いた振動磁場の測定実験 | 24 |
| 3.1 | 実験系のセットアップ | 24 |
| 3.1.1 | 光学系 | 25 |
| 3.1.2 | 周辺機器 | 28 |
| 3.1.3 | 共振アンテナ | 31 |
| 3.2 | Rabi 振動の測定 | 32 |
| 3.2.1 | Rabi 振動のフィッティング | 32 |
| 3.2.2 | 有効ラビ周波数の測定 | 32 |
| 3.2.3 | 共鳴磁場の探索 | 37 |
| 3.2.4 | 振動磁場の強度測定 | 39 |
| 3.2.5 | 磁気モーメントの比較 | 43 |
| 3.3 | 磁場の空間的不均一 | 45 |
| 3.3.1 | bias coil の作る磁場 | 45 |
| 3.3.2 | 静磁場の不均一 | 46 |

| | | |
|-------|---------------------------------------|----|
| 3.3.3 | レーザー光の径の変化による影響 | 49 |
| 第 4 章 | bias 磁場の空間分布の計算と Rabi 振動のシュミレート | 51 |
| 4.1 | 円形コイルの作る磁場の計算 | 51 |
| 4.2 | bias coil のヘルムホルツ配置 | 52 |
| 4.3 | Rabi 振動のシュミレート | 55 |
| 4.4 | 振動磁場の不均一 | 59 |
| 第 5 章 | まとめ | 61 |
| 付録 A | Wigner-Eckart の定理 | 63 |
| 付録 B | $ 2, 0\rangle$ から $ 2, 1\rangle$ への遷移 | 64 |
| 付録 C | ^{87}Rb 原子の遷移強度 | 67 |
| 参考文献 | | 71 |

目次

| | | |
|------|---|----|
| 2.1 | ^{39}K の超微細構造準位図 | 13 |
| 2.2 | ^{39}K の基底状態のゼーマンシフト | 15 |
| 2.3 | 偏光による遷移 | 16 |
| 2.4 | バッファガス入りカリウム原子ガラスセル内の状態変化 | 18 |
| 2.5 | ^{39}K 原子の基底状態の遷移強度 | 23 |
| 3.1 | σ^+ 偏光を用いた $ 2, +2\rangle$ から $ 1, +1\rangle$ 間の Rabi 振動 | 25 |
| 3.2 | 実験のセットアップ | 26 |
| 3.3 | ガラスセル周りの実験系の写真:bias coil の中心にガラスセルがあり、その上にアンテナがある。アンテナは可変ステージで位置の微調整が可能である。ガラスセルの大きさは $\phi 20 \times 20.15\text{mm}$ のものを使用した。 . . | 27 |
| 3.4 | ヘルムホルツコイルが作る磁場と流す電流の関係 | 28 |
| 3.5 | 実験の外部機器のセットアップ | 28 |
| 3.6 | 外部機器のタイムテーブル:(A) は DC power supply への外部トリガーのパルスを表している。(B) は bias 磁場の立ち上がりを表している。(C) は Signal generator への外部トリガーのパルスを表している。(D) は antenna に流れる交流電流を表している。(E) はレーザーの強度の時間変化を表している。このとき観測できる時間変化が Rabi 振動である。 | 29 |
| 3.7 | Signal Generator から出力される 80MHz のラジオ波の概形 (赤) と Rabi 振動 (緑) | 30 |
| 3.8 | ラジオ波 (赤) と Rabi 振動 (緑) の立ち上がりの比較 | 30 |
| 3.9 | 共振アンテナの回路図 | 32 |
| 3.10 | Rabi 振動の一例 [$I = 2.250\text{A}(B_0 = 79.042\text{G})$] | 34 |
| 3.11 | 共鳴からズレた静磁場での Rabi 振動の一例 | 34 |
| 3.12 | bias coil に流れる電流と有効ラビ周波数の関係:縦軸は有効ラビ周波数を表している。横軸は bias coil に流れる電流を表している。フィッティングはガウス関数で行った。 | 35 |
| 3.13 | bias coil に流れる電流と Rabi 振動の振幅の関係:縦軸は Rabi 振動の振幅を表している。横軸は bias coil に流れる電流を表している。 | 36 |

| | | |
|------|---|----|
| 3.14 | bias coil に流れる電流と Rabi 振動の振幅の関係:縦軸は計算で求めた有効ラビ周波数を表している。横軸は bias coil に流れる電流を表している。 | 36 |
| 3.15 | 静磁場の変化とレーザー光の強度変化 | 38 |
| 3.16 | オシロスコープで観測した静磁場の変化とレーザー光の強度変化:青線は bias coil に流れる電流の変化 (静磁場の変化) を表している。緑線は Signal generator に送る外部トリガーの信号を表している。黄線はレーザー光の強度変化を表している。レーザー光の強度が変化しているところが Rabi 振動が起きているところである。 | 39 |
| 3.17 | 有効ラビ周波数の測定結果:(A) は振動磁場 35MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(B) は振動磁場 35MHz の状態 $ 2, 2\rangle$ から状態 $ 2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動。(C) は振動磁場 80MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(D) は振動磁場 80MHz の状態 $ 2, 2\rangle$ から状態 $ 2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動。(E) は振動磁場 241MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 1, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(F) は振動磁場 241MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(G) は振動磁場 420MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(H) は振動磁場 420MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 1, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(I) は振動磁場 485MHz の状態 $ 2, 2\rangle$ から状態 $ 1, 1\rangle$ 間の Rabi 振動。(J) は振動磁場 485MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。 | 40 |
| 3.18 | 有効ラビ周波数の計算結果:(A) は振動磁場 35MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(B) は振動磁場 35MHz の状態 $ 2, 2\rangle$ から状態 $ 2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動。(C) は振動磁場 80MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(D) は振動磁場 80MHz の状態 $ 2, 2\rangle$ から状態 $ 2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動。(E) は振動磁場 241MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 1, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(F) は振動磁場 241MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(G) は振動磁場 420MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(H) は振動磁場 420MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 1, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(I) は振動磁場 485MHz の状態 $ 2, 2\rangle$ から状態 $ 1, 1\rangle$ 間の Rabi 振動。(J) は振動磁場 485MHz の状態 $ 2, -2\rangle$ から状態 $ 2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動 | 41 |
| 3.19 | Rabi 振動の測定から得たヘルムホルツコイルが作る磁場と流す電流の関係 | 43 |
| 3.20 | bias 磁場に対する共鳴周波数の変化 | 44 |
| 3.21 | ヘルムホルツコイルの作る静磁場:横軸は中心からの距離を表す。 | 46 |
| 3.22 | 奥行きを持つガラスセル:中心では最も静磁場が強く、端に行くほど弱くなる。 | 47 |
| 3.23 | ガラスセル内の共鳴周波数の変化 | 48 |
| 3.24 | ガラスセル内の有効ラビ周波数の変化 | 49 |
| 3.25 | ビームの直径に対する有効ラビ周波数の変化 | 50 |

| | | |
|------|---|----|
| 3.26 | ビームの直径に対する有効ラビ周波数の変化 | 50 |
| 4.1 | bias coil のヘルムホルツコイル配置 | 53 |
| 4.2 | 量子化軸方向の bias 磁場の空間分布 | 54 |
| 4.3 | アンテナ軸方向の bias 磁場の空間分布 | 54 |
| 4.4 | 量子化軸軸方向の bias 磁場の空間分布から求めた共鳴周波数の変化 . . . | 55 |
| 4.5 | 量子化軸軸方向の bias 磁場の空間分布から求めた有効ラビ周波数の変化 | 56 |
| 4.6 | z 軸上のバイアス磁場分布から再現した観測信号 | 57 |
| 4.7 | x 軸上 (-4 ~ +4) のバイアス磁場分布から再現した観測信号 | 57 |
| 4.8 | 再現した観測信号のフィッティング結果:(A)~(E) は R_z のフィッティングを間隔を変えて行った結果を表す。(F) は R_x のフィッティング結果を表す。(G) は $W = 2.5\text{MHz}$ の信号をフィッティングした結果を表す。 . | 58 |
| 4.9 | 振動磁場の空間的不均一から再現した Rabi 振動 (A) は z 軸上の振動を足し合わせた結果を表す。(B) は x 軸上の振動を直径 2mm 内で足し合わせた結果を表す。(C) は x 軸上の振動を直径 4mm 内で足し合わせた結果を表す。(D) は x 軸上の振動を直径 8mm 内で足し合わせた結果を表す。 | 60 |
| B.1 | 状態 $ 2, 0\rangle$ から状態 $ 2, 1\rangle$ への遷移 | 65 |
| B.2 | オシロスコープ上の状態 $ 2, 0\rangle$ と状態 $ 2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動の観測 | 65 |
| B.3 | 状態 $ 2, 0\rangle$ と状態 $ 2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動と状態 $ 2, 2\rangle$ と状態 $ 2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動の振幅と偏光の関係 | 66 |
| C.1 | ^{87}Rb 原子の基底状態のゼーマンシフト | 67 |
| C.2 | ^{87}Rb 原子の基底状態の遷移強度 | 68 |

表目次

| | | |
|-----|--|----|
| 3.1 | 各遷移の共鳴状態におけるラビ周波数と振動磁場の強度 | 42 |
| 3.2 | 各遷移の始状態と終状態の磁気モーメントの差及び各周波数での磁気 モーメントの差の比 | 44 |
| 4.1 | 計算に用いたヘルムホルツコイルの寸法 | 52 |
| 4.2 | 計算に用いたアンテナの寸法 | 59 |

第 1 章

序論

1.1 研究の背景

1945 年に Felix Bloch、Edward Purcell が初めて発見した核磁気共鳴 (NMR:nuclear magnetic resonance) を代表に電磁波 (振動磁場) は物理の実験において使われることが多い。電磁波の検出や強度の測定は様々な方法で行われている。最も容易に行える測定は導線で作成したピックアップコイルを用いた方法である。空間中に置いたピックアップコイルに振動磁場を当てると誘導起電力が生じ、ピックアップコイルに電流が流れることで電磁波の検出が行える。しかし、電磁波の強度を求めるにはコイルのインダクタンスを正確に求める必要があり、検出はできるが強度測定には不向きである。ピックアップコイルの代わりに超伝導体を含んだ SQUID(superconducting quantum interference device, 超伝導量子干渉計)[1] と呼ばれる微小回路を用いた方法も存在する。この方法はピックアップコイルの場合と同様に誘導起電力によって生じる電流で電磁波を測定する。SQUID で測定できる電磁波の周波数限界は微小回路中のアンプの帯域で決まる。この方法はピックアップコイルより電磁波の精密な測定が可能であるが、冷却装置等の大掛かりな装置が必要となる。

上記の方法とは別に、気体原子を用いる方法がある。気体の原子を使う測定はレーザー光が原子を通過する前後での偏光の変化を調べる方法や原子の状態の時間変化を観測する方法がある。どちらの方法でも原子にはアルカリ原子が用いられる。

レーザー光の偏光の変化を読み取る方法は非常に高い精度で電磁波の強度を測定できる。しかし高圧のバッファーガスや高温の環境等が必要となる。原子の状態の時間変化を観測する方法には冷却原子を用いる方法 とガラスセルに封入された常温の原子を用いる方法がある。これは電磁波を与えることで起こる原子の基底状態の超微細構造間の振動 (Rabi 振動) をレーザー光で観測して行われる。電磁波の絶対強度は測定した Rabi 振動数と物理定数のみで計算ができる。また、原子に静磁場を印加することで測定できる電磁波の周波数を変えることができる。冷却原子を用いた方法はドップラー効果の影響を除くことができるが、冷却原子を作るのに大掛かりな装置が必要となる。対してガラスセルに封入された原子を使う場合は冷却原子を用いた方法と比べると精度は落ちるものの常温付近の

実験室の環境で測定を行えるうえに大掛かりな装置等が必要ないので比較的手軽に測定ができる。しかしこの方法にはガラスセル内に測定で用いるアルカリ原子と共にバッファーガスを封入する必要がある。原子は室温で音速に近い速度を持っているため、原子の動きを制限するバッファーガスが無いと超微細構造間の振動が観測できない。バッファーガスには希ガスや窒素等の不活性ガスが用いられる。

1.2 本研究の目的

冷却原子実験ではラジオ周波数領域 (RF) からマイクロ波領域 (MW) の振動磁場によりスピン状態の制御を行う。本研究室では強い RF 磁場を用いてスピンを素早く制御することにより、非平衡状態の時間発展や寿命の短いエフィモフ状態の精密分光等の研究を進めている。そこで強い RF 磁場を発生させるために原子の共鳴周波数をもった電磁波を照射するアンテナの自作をしている。この作成したアンテナを評価するためには高精度な高周波磁力計が必要となる。この磁力計を用いることで、高強度 RF アンテナの開発を加速させることが期待できる。

本研究室では原子を用いた実験を行っているため、原子を用いた測定方法が望ましい。また、本研究室で行われているリチウムの実験では 80MHz の電磁波が必要となるため、数 10MHz まで測定したい。前述で述べたような常温の原子を用いた電磁波の強度測定は、ルビジウムやセシウムを用いた研究がすでに報告されている。ルビジウムやセシウムを用いた場合はマイクロ波 (数 GHz の電磁波) の強度が測定できる。本研究室では先行研究 [2] でカリウム原子気体を用いてラジオ波 (数 100MHz の電磁波) の強度観測が行われた。先行研究では超微細構造間の遷移を用いていたが、磁気副準位間の遷移を用いることで数 10MHz の電磁波も測定できる。また、本研究室ではカリウム原子を用いた実験を行っているため、同じ原子を用いることで実験系のセッティングがしやすくなる。よって本研究ではガラスセルに封入されているカリウム原子気体を用いた高周波磁力計の開発を目指した。また、磁力計の定量評価を行うために RF 磁場の絶対強度の測定を行った。

1.3 本論文の構成

本論文は以下の構成になっている。

- 第 1 章では、本研究の背景と、本研究の目的を述べた。
- 第 2 章では、本研究の背景となる理論について述べる。
- 第 3 章では、実験装置や実験の方法および実験の結果について述べる。
- 第 4 章では、磁場の空間的不均一による測定への影響について述べる。
- 第 5 章では、本研究のまとめと今後の展望について述べる。

第2章

理論背景

2.1 カリウム原子

この節ではまずカリウム原子のエネルギー構造について説明をする。次にカリウム原子のドップラー広がりの影響について説明をし、カリウム原子を用いた実験方法について述べる。

2.1.1 エネルギー構造

カリウムには同位体が3つ存在する。自然界の存在比は ^{39}K が 93.26%、 ^{40}K が 0.01%、 ^{41}K が 6.73% である [3]。本研究で用いるガラスセル中にも自然界と同じ存在比で封入されていると考え、 ^{40}K と ^{41}K の存在は無視する。以下でも ^{39}K についてのみ説明する。 ^{39}K のエネルギー準位を以下の図 2.1 に示す。 ^{39}K は核スピンと電子の全角運動量の相互作用による超微細構造を持つ。 F は

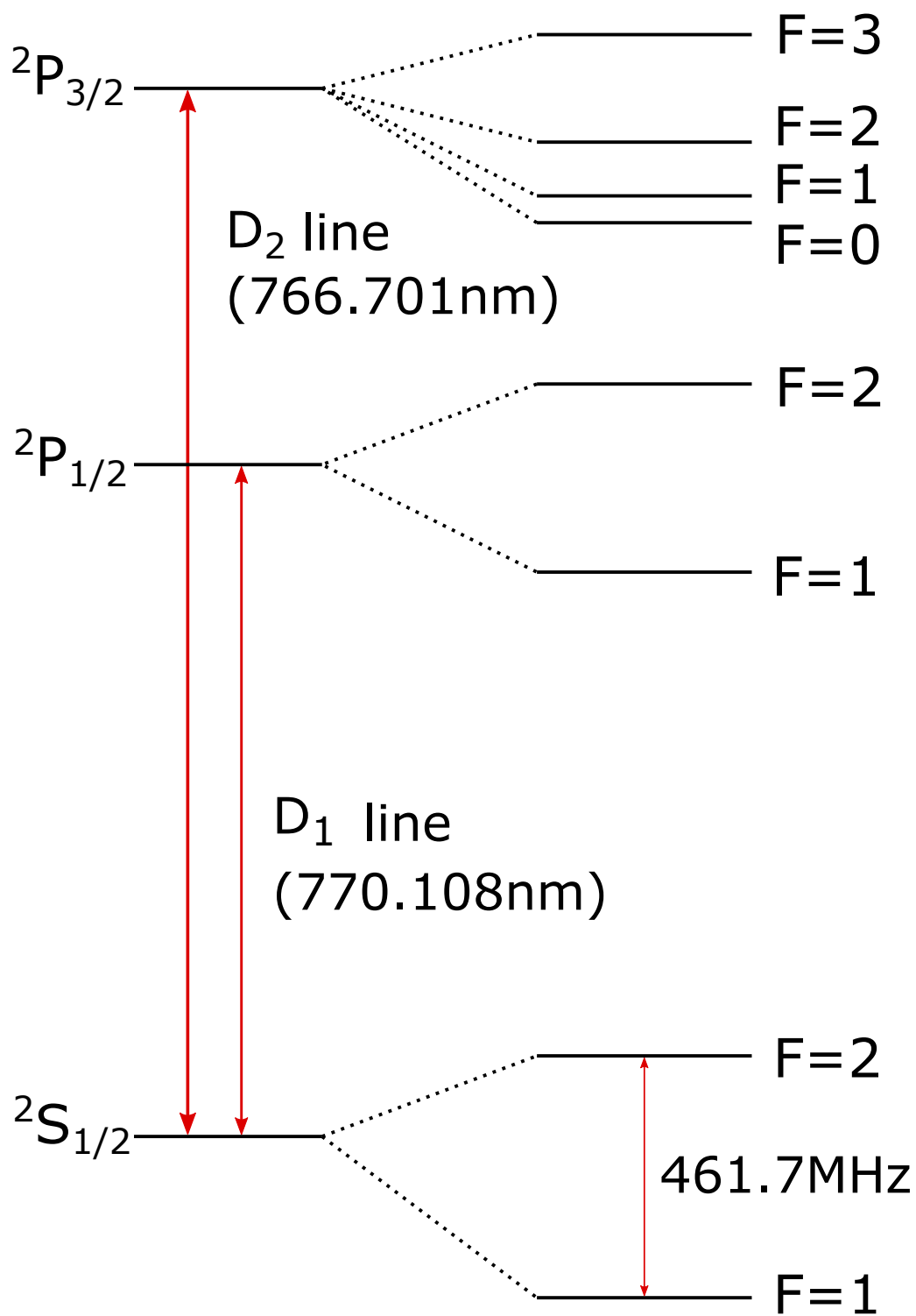
$$|I - J|, |I - J| + 1, \dots, I + J - 1, I + J \quad (2.1)$$

と分かれる。ここで、 I は核スピんで、 ^{39}K の場合は $I = 3/2$ である。また J は電子の全角運動量で、 $J = L + S$ (L : 電子の軌道角運動量, $S = 1/2$: 電子のスピン) と表される。基底状態 $^2\text{S}_{1/2}$ は $F = 1$ と $F = 2$ に準位が分かれ、そのエネルギー間隔は 461.7MHz である。原子に静磁場を印加すると、磁場方向を量子化軸としたエネルギー準位のゼーマンシフトが起きる。

次に磁場中での基底状態の超微細構造のゼーマンシフトを求める。原子の超微細構造ハミルトニアンは [4]、

$$H_{\text{hfs}} = a(\mathbf{I} \cdot \mathbf{J}) + b \frac{3(\mathbf{I} \cdot \mathbf{J})^2 + \frac{3}{2}(\mathbf{I} \cdot \mathbf{J}) - I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)J(2J-1)} + c \frac{10(\mathbf{I} \cdot \mathbf{J})^3 + 20(\mathbf{I} \cdot \mathbf{J})^2 + 2(\mathbf{I} \cdot \mathbf{J})[-3I(I+1)J(J+1) + I(I+1) + J(J+1) + 3] - 5I(I+1)J(J+1)}{I(I-1)(2I-1)J(J-1)(2J-1)} \quad (2.2)$$

である。ここで a, b, c は超微細構造定数であり、 $\text{S}_{1/2}$ 状態の場合 $b = 0, c = 0$ である。ま

図 2.1 ^{39}K の超微細構造準位図

た、原子に静磁場 \mathbf{B}_0 を照射したときの磁気双極子相互作用ハミルトニアンは、

$$\begin{aligned} H_{\text{mag}} &= -\boldsymbol{\mu}_J \cdot \mathbf{B} - \boldsymbol{\mu}_I \cdot \mathbf{B} \\ &= g_J \mu_B \mathbf{J} \cdot \mathbf{B} + g_I \mu_B \mathbf{I} \cdot \mathbf{B} \\ &= g_S \mu_B \mathbf{S} \cdot \mathbf{B} + g_I \mu_B \mathbf{I} \cdot \mathbf{B} \end{aligned} \quad (2.3)$$

である。ここで $S_{1/2}$ 状態では $J = S(L = 0)$ であり、 $\mu_B = 1.39962449361 \text{MHz/Gauss}$ はボーア磁子、 $g_S = 2.0023193043622$ は電子スピンの g 因子、 $g_I = 0.00014193489$ は核スピンの g 因子を表す。この二つのハミルトニアンの和、

$$H = H_{\text{hfs}} + H_{\text{mag}} \quad (2.4)$$

を $|F, M\rangle$ 基底で対角化を行うことで、任意の磁場での固有値を求めることができる。ここで計算に Wigner-Eckart 定理を用いた。詳しい計算は付録 A に記述する。図 2.2 に計算で得た ^{39}K の基底状態のゼーマンシフトの様子を示す。一般に、磁場が小さいとき各磁気副準位は線形にゼーマンシフトする。このときの各磁気副準位のゼーマンエネルギーは

$$E = g_F \mu_B m_F B \quad (2.5)$$

と表せる。ここで

$$g_F = \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} g_J \quad (2.6)$$

とあり、磁場が小さいときのみ有効な全角運動量 F の g 因子である。磁場を大きくしていくと \mathbf{I} と \mathbf{J} の結合が崩れ、ゼーマンシフトが線形でなくなる (パッシェンバック効果)。

2.1.2 ドップラー広がりの影響

速度を持つ原子に光を照射するとき、原子が感じる光の各周波数は原子の速度に応じて変化し、これをドップラー効果という。原子が各周波数 ω の光に対して同じ向きに速度 v で動いているとき、原子の感じる光の各周波数は、

$$\omega' = \omega - kv \quad (2.7)$$

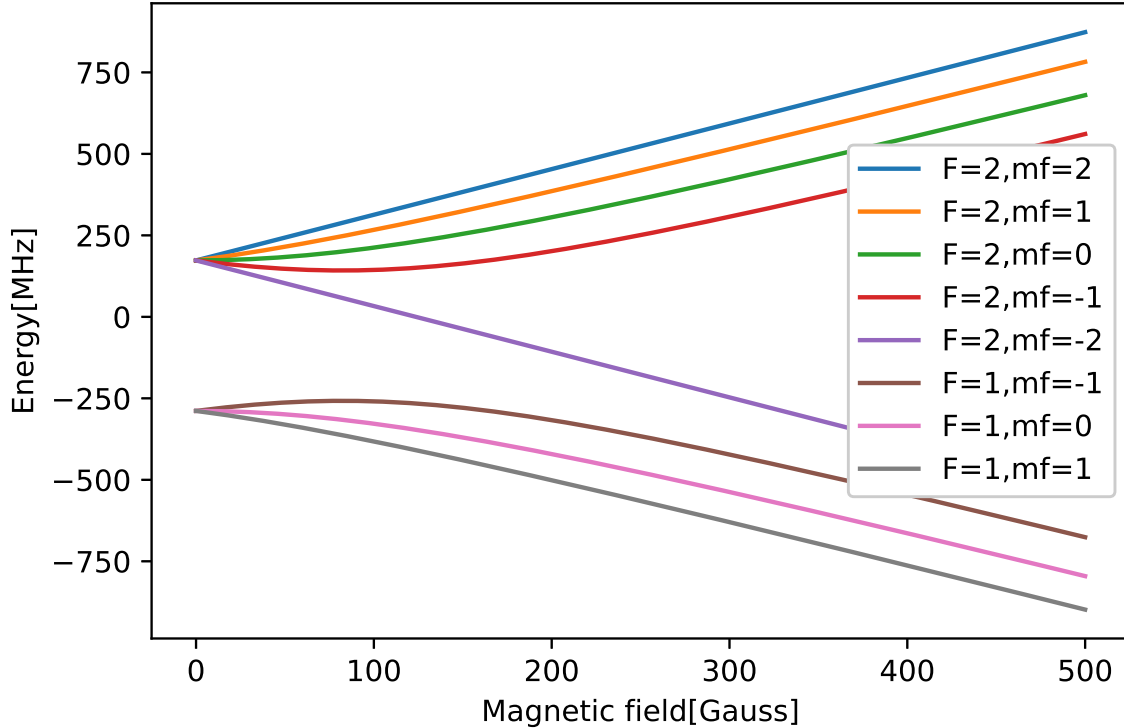
と表せる。ここで光の波数 k は $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ である。 $v = 0$ で各周波数 ω の光を吸収する原子が速度 $v (\neq 0)$ で動いているとき、原子は各周波数 ω' の光を吸収する。

次に、 ^{39}K のドップラー広がり的大小さを求める。ある温度 T での気体原子の最大速度確率は [5]、

$$u = 2230 \text{ms}^{-1} \times \sqrt{\frac{T}{300\text{K}} \times \frac{1 \text{a.m.u.}}{M}} \quad (2.8)$$

と表せる。ここで a.m.u. は atomic mass units で、 $M (= 39)$ は原子質量である。本研究では原子の温度を $T = 373\text{K}$ 程にしているので、式 (2.8) より、

$$u \approx 398 \text{m/s} \quad (2.9)$$

図 2.2 ^{39}K の基底状態のゼーマンシフト

と求まる。ドップラー広がり大きさは式 (2.8) で求めた u を用いて、

$$\Delta\omega = 2\sqrt{\ln 2} \frac{u}{c} \times \omega = 2\sqrt{\ln 2} \times 2\pi \frac{u}{\lambda} \quad (2.10)$$

と表せる。2.9 式と $\lambda = 770.108\text{nm}$ を代入すると、

$$\Delta\omega \approx (2\pi \times 0.879)\text{GHz} \quad (2.11)$$

と求まる。これが ^{39}K のドップラー広がり大きさである。これは ^{39}K の超微細構造準位の間隔 (461.7MHz) に比べ大きい値となる。このことから、 ^{39}K の基底状態のある一つの状態のみを光で観測しようとしても、別の状態の原子も同時に観測してしまうことになる。

2.1.3 カリウム原子を用いた実験方法

ここではカリウム原子の基底状態におけるドップラー広がり影響を受けずに区別する方法を説明する。まず ^{39}K 原子 $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ の光学遷移 (D1 遷移) を考える。基底状態の下準位では電子の全運動量は $J = 1/2$ で、核スピンは $I = 3/2$ であるので、全角運動量 $F = 1, 2$ である。上準位についても $J = 1/2$ であるので同様である。それぞれの F

に対して磁気副準位 $m_F = -F, -F + 1, \dots, F - 1, F$ が存在する。偏光を持った光をカリウム原子に当てると、基底状態 $|F, m_F\rangle$ にある原子は偏光に応じて遷移先を限定される。 σ^+ 偏光で $m_{F'} = m_F + 1$ 、 σ^- 偏光で $m_{F'} = m_F - 1$ 、 π 偏光で $m_{F'} = m_F$ の遷移のみが許される。 π 偏光は量子化軸に平行な直線偏光のことで、 σ^\pm 偏光は円偏光のことである。これらを考慮して、それぞれの遷移の光を当てた場合の遷移を図 2.3 に示す。上準位に励起された原子は自然放出により下準位に減衰する。このサイクルを繰り返すことで、最終的に $|F = 2, m_F = \pm 2\rangle$ に集まる。このように偏光を用いることで、原子の状態を制御することを光ポンピングあるいはポンピングと呼ぶ。基底状態 $|F = 2, m_F = 2\rangle$ に σ^+ 偏光を当てた場合、および $|F = 2, m_F = -2\rangle$ に σ^- 偏光を当てた場合、 $^2P_{1/2}$ には $m_{F'} = \pm 3$ が存在しないので遷移できる上準位が存在しない。つまり、この状態では光を吸収しない。このような状態を暗状態 (dark state) と呼ぶ。基底状態 $|F = 2, m_F = \pm 2\rangle$ の原子に振動磁場を照射すると、 $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ あるいは $|F = 1, m_F = \pm 1\rangle$ との間で Rabi 振動を起こす。遷移先の状態は暗状態ではないので光を吸収する。 $|F = 2, m_F = \pm 2\rangle$ では光を吸収しないが、 $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ あるいは $|F = 1, m_F = \pm 1\rangle$ では光を吸収するので、ドップラー広がりの影響を受けずに二つの状態を区別できる。偏光を用いずに $|F = 2, m_F = \pm 2\rangle$ を暗状態としない場合、 $|F = 2, m_F = \pm 2\rangle$ の原子も光を吸収してしまい、状態の時間変化を観測することができない。

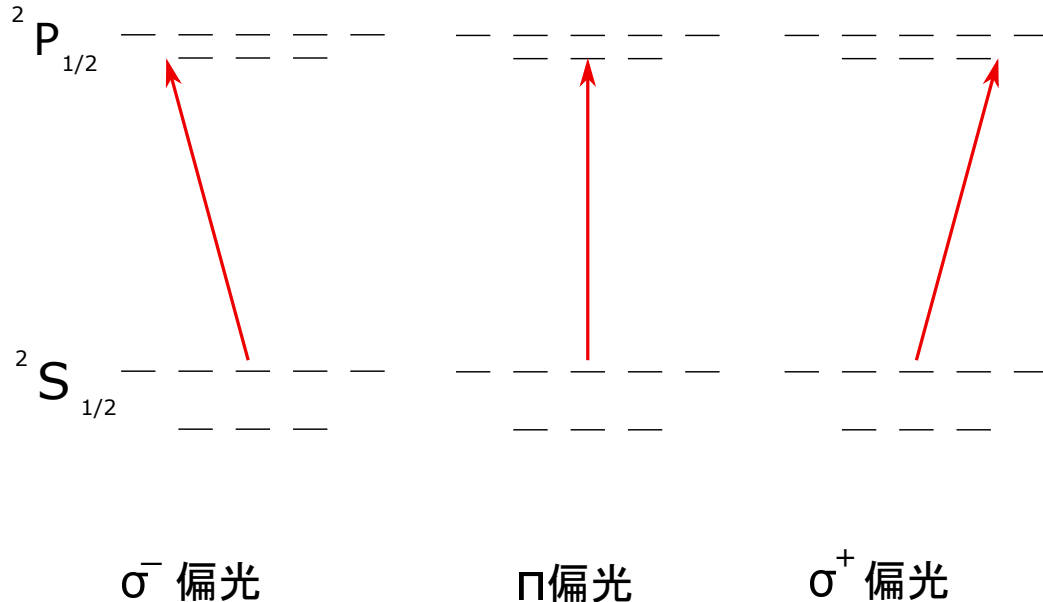


図 2.3 偏光による遷移

2.2 バッファーガスが入ったガラスセル

この節では振動磁場の測定に用いたバッファーガスが入ったガラスセルについて説明する。

本研究では振動磁場の測定に原子を動かす必要がなく、また測定中は原子を気化させるために温め続ける必要があるためガラスセルを用いた ([6])。ガラスセルにはカリウム原子とともにバッファーガスを封入している。バッファーガスは主に希ガスが用いられ、原子との衝突で原子のスピン情報を壊さない。これによりガラスセル内の原子の動きを制限することができ、拡散にかかる時間を長くできる。つまりバッファーガスがないガラスセルに比べ、レーザー光で原子の状態の時間変化を観測できる時間 (緩和時間) が大きくなる ([7])。緩和時間は

$$T \propto (D_0 \frac{p_0}{p})^{-1} \quad (2.12)$$

で表される。ここで p はガラスセル内の圧力、 p_0 は大気圧、 D_0 は大気圧中の原子の拡散係数である。

図 2.4 にバッファーガスが封入されたガラスセルに原子の共鳴周波数を持ったレーザー光を当てたときの変化を示す。レーザー光に対して速度成分が 0 の原子は光を吸収し、全て上準位に遷移をする。本研究では振動磁場を照射したときの原子の準位間の振動を観測したい。しかし、原子が光を吸収し上準位に遷移してしまうと準位間の振動は観測することができない。ここでバッファーガスがあると原子とバッファーガスの衝突が起こり、原子の速度が変化する。レーザー光を当て続けると、レーザー光に対する速度成分が 0 となった原子が順々に光を吸収するため、準位間の振動を連続して観測することができる。つまり、バッファーガスを原子と共に封入すると、Rabi 振動が観測できる。本研究ではバッファーガスにネオンを用い、その圧力は 50Torr のものを使った。

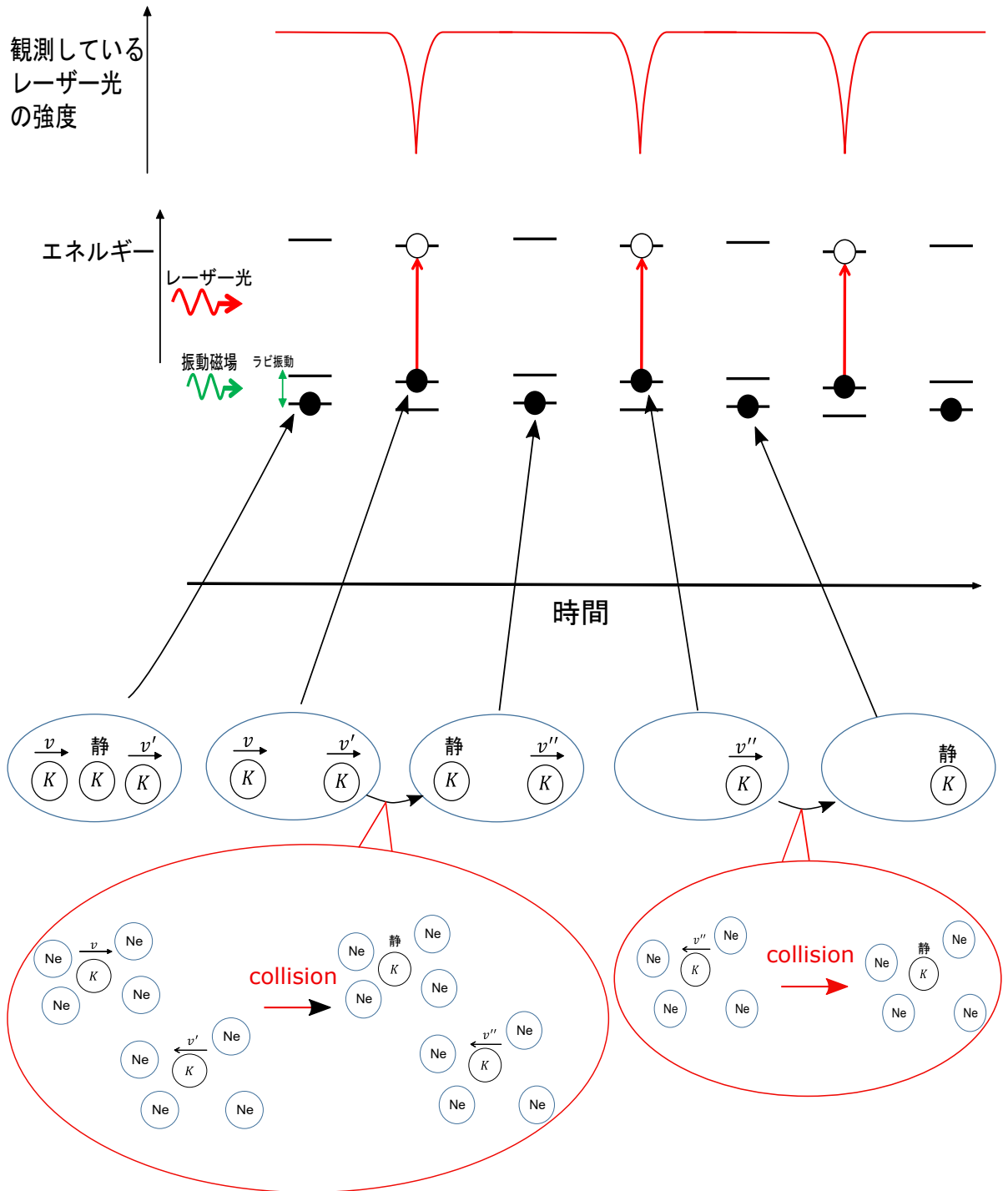


図 2.4 バッファーガス入りカリウム原子ガラスセル内の状態変化

2.3 Rabi 振動

本研究では原子のエネルギー準位間の Rabi 振動を観測することで、振動磁場の強度を求め、この節では Rabi 振動という現象について、2 準位モデルを用いて説明をする。その次に Rabi 振動と振動磁場の関係について述べる。

2.3.1 2 準位モデル

原子のある状態に共鳴周波数を持った振動磁場を照射すると、相互作用によって状態の変化が起きる。ここでは振動磁場との相互作用を 2 準位モデルを用いて説明する [8][2]。系全体のハミルトニアンを、時間に依存しない非摂動部分と時間に依存する摂動部分に分けると、

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1 \quad (2.13)$$

と書ける。一般に 2 準位系の非摂動部分のハミルトニアンは、

$$\hat{H}_0 = E_1 |1\rangle \langle 1| + E_2 |2\rangle \langle 2| \quad (2.14)$$

と与えられる。ここで $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ はそれぞれ基底状態と励起状態の固有状態で、 E_1 、 E_2 は固有エネルギーである。次に摂動部分のハミルトニアンを考える。磁気モーメント $\boldsymbol{\mu}$ を持つ原子に振動磁場 $\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}_0 \cos \omega t$ を作用させたとき相互作用ハミルトニアンは、

$$\hat{H}_1(t) = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}_0 \cos \omega t \quad (2.15)$$

と書ける。このハミルトニアンは時間に依存するので、時間に依存する Schrödinger 方程式

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = \hat{H} |\Psi(t)\rangle \quad (2.16)$$

を解く必要がある。状態ベクトル $|\Psi(t)\rangle$ の形を

$$|\Psi(t)\rangle = c_1(t)e^{i\omega_1 t} |1\rangle + c_2(t)e^{i\omega_2 t} |2\rangle \quad (2.17)$$

と仮定する。これを Schrödinger 方程式 (2.16) に代入すると、

$$i\hbar \dot{c}_1(t) = -\frac{\hbar\Omega}{2} (e^{i(\omega-\omega_0)t} + e^{-i(\omega+\omega_0)t}) c_2(t) \quad (2.18)$$

$$i\hbar \dot{c}_2(t) = -\frac{\hbar\Omega}{2} (e^{i(\omega+\omega_0)t} + e^{-i(\omega-\omega_0)t}) c_1(t) \quad (2.19)$$

となる。ここで $\omega_0 = \omega_2 - \omega_1$ で、 $\Omega = \frac{\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}_0}{\hbar}$ は Rabi 周波数である。ここで、角周波数 $\omega + \omega_0$ で振動する項は、原子と振動磁場が相互作用する時間スケールと比べて非常に速いので、平均して 0 に近似できる。これを回転波近似と呼ぶ [9]。振動が速い項を無視すると、

$$i\hbar \dot{c}_1(t) = -\frac{\hbar\Omega}{2} e^{i\delta t} c_2(t) \quad (2.20)$$

$$i\hbar \dot{c}_2(t) = -\frac{\hbar\Omega}{2} e^{i\delta t} c_1(t) \quad (2.21)$$

が得られる。ここで、離調と呼ばれる量を $\delta = \omega - \omega_0$ と定義した。この2つの式から

$$\ddot{c}_1(t) - i\delta\dot{c}_1 + \left(\frac{\Omega}{2}\right)^2 c_1 = 0 \quad (2.22)$$

$$\ddot{c}_2(t) + i\delta\dot{c}_2 + \left(\frac{\Omega}{2}\right)^2 c_2 = 0 \quad (2.23)$$

となる。この式はそれぞれ c_1 、 c_2 の2階の微分方程式となっている。この方程式を初期条件 $c_1(0) = 1$ 、 $c_2(0) = 0$ の元で解くと、

$$c_1(t) = ie^{i\frac{\delta}{2}t} \frac{\Omega}{W} \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \quad (2.24)$$

$$c_2(t) = e^{-i\frac{\delta}{2}t} \left[\cos\left(\frac{W}{2}t\right) + i\frac{\delta}{W} \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right] \quad (2.25)$$

が得られる。ここで $W = \sqrt{\delta^2 + \Omega^2}$ を有効ラビ周波数という。電子が各状態をとる確率は式 (2.24)、(2.25) の絶対値の2乗で与えられるので、

$$|c_1(t)|^2 = \frac{\Omega^2}{W^2} \sin^2\left(\frac{W}{2}t\right) \quad (2.26)$$

$$|c_2(t)|^2 = \cos^2\left(\frac{W}{2}t\right) + \frac{\delta^2}{W^2} \sin^2\left(\frac{W}{2}t\right) \quad (2.27)$$

となる。本実験では、まず円偏光 (σ^\pm) を持った光を原子に当て、暗状態 ($|2, \pm 2\rangle$) に原子を集め振動磁場を与える。十分に原子が集まったのちに振動磁場を与え、式 2.26 の時間変化を観測する。

2.3.2 Rabi 振動と振動磁場

Rabi 振動と振動磁場の関係について述べる [10]。原子に振動磁場を与えたときの相互作用ハミルトニアンは式 (2.3) より、

$$\begin{aligned} \hat{H} &= -\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \mathbf{B} \\ &= g_S \mu_B \hat{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{B} \\ &= 2\mu_B \hat{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{B} \end{aligned} \quad (2.28)$$

と変形できる。これより振動磁場と電子スピンの相互作用についてのみ考えればよい。本実験では振動磁場 \mathbf{B} とは別に、原子をゼーマンシフトさせるための静磁場 \mathbf{B}_0 がかけられている。振動磁場方向を z 軸とすると、振動磁場は

$$\mathbf{B} = \begin{cases} B_x e^{-i\phi_x} \\ B_y e^{-i\phi_y} \\ B_z e^{-i\phi_z} \end{cases} \quad (2.29)$$

と書ける。これを用いると振動磁場と電子スピンの相互作用は

$$\begin{aligned} \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{S}} &= B_x e^{-i\phi_x} \hat{S}_x + B_y e^{-i\phi_y} \hat{S}_y + B_z e^{-i\phi_z} \hat{S}_z \\ &= \frac{1}{2} (B_x e^{-i\phi_x} - iB_y e^{-i\phi_y}) \hat{S}_+ + \frac{1}{2} (B_x e^{-i\phi_x} + iB_y e^{-i\phi_y}) \hat{S}_- \\ &\quad + B_z e^{-i\phi_z} \hat{S}_z \end{aligned} \quad (2.30)$$

と変形できる。ここでスピンの昇降演算子 $\hat{S}_\pm = \hat{S}_x \pm i\hat{S}_y$ を用いた。同様に振動磁場の偏光成分を、

$$B_+ e^{-i\phi_+} = \frac{1}{2}(B_x e^{-i\phi_x} + iB_y e^{-i\phi_y}) \quad (2.31)$$

$$B_- e^{-i\phi_-} = \frac{1}{2}(B_x e^{-i\phi_x} - iB_y e^{-i\phi_y}) \quad (2.32)$$

$$B_\pi e^{-i\phi_\pi} = B_z e^{-i\phi_z} \quad (2.33)$$

と定義する。ここで $|F, m_F\rangle$ から $|F', m_{F'}\rangle$ への遷移モーメントは、

$$\hbar\Omega = \langle F', m_{F'} | -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} | F, m_F \rangle \quad (2.34)$$

$$= 2\mu_B \langle F', m_{F'} | B_+ S_- e^{-i\phi_+} + B_- S_+ e^{-i\phi_-} + B_\pi S_\pi e^{-i\phi_\pi} | F, m_F \rangle \quad (2.35)$$

と書ける。本実験では振動磁場の大きさを求めたいので、位相部分を取り除きまとめると、

$$\hbar\Omega = \begin{cases} 2\mu_B B_+ \langle F', m_{F'} | \hat{S}_- | F, m_F \rangle \\ 2\mu_B B_- \langle F', m_{F'} | \hat{S}_+ | F, m_F \rangle \\ 2\mu_B B_\pi \langle F', m_{F'} | \hat{S}_\pi | F, m_F \rangle \end{cases} \quad (2.36)$$

となる。各遷移モーメントの大きさは、

$$\langle 2, +1 | S_- | 2, +2 \rangle = -\frac{1}{2} \quad (2.37)$$

$$\langle 1, +1 | S_- | 2, +2 \rangle = -\sqrt{\frac{3}{4}} \quad (2.38)$$

$$\langle 2, -1 | S_+ | 2, -2 \rangle = \sqrt{\frac{3}{4}} \quad (2.39)$$

$$\langle 1, -1 | S_+ | 2, -2 \rangle = \frac{1}{2} \quad (2.40)$$

である。本実験ではカリウムの π 遷移を区別することができないため、 σ^\pm 遷移のみを測定した。以上から、Rabi 周波数 Ω を測定すると物理定数のみを用いて振動磁場の偏光成分 (B_\pm) の大きさを求めることができる。

2.4 遷移強度

本研究では振動磁場の強度を測定する際に、どの遷移を用いるのが最適であるかが重要である。このため本研究では各遷移毎の遷移強度を求めた。この節では遷移強度の計算について述べる [3]。

遷移強度 D は

$$D \sim |\langle F', m'_{F'}(B_0) | \hat{H} | F, m_F(B_0) \rangle|^2 \quad (2.41)$$

で与えられる。ここで B_0 は原子にかけられた静磁場の大きさである。ゼーマンシフトによって生じた各磁気副準位は同じ磁気副準位同士で干渉する。よって磁気副準位 m_F の固

有状態は

$$\begin{aligned} |F', m'_F(B_0)\rangle &= A |F', m'_F\rangle + B |F, m_F\rangle \\ |F, m_F(B_0)\rangle &= C |F', m'_F\rangle + D |F, m_F\rangle \end{aligned} \quad (2.42)$$

と形が変わる。ここで $|F', m'_F\rangle$ 、 $|F, m_F\rangle$ は静磁場がないときの固有状態であり、係数 A、B、C、D は磁気副準位同士の干渉の大きさを表している。 ^{39}K 原子の基底状態 $^2S_{1/2}$ について考える。式 (2.42)、は

$$\begin{aligned} |2, \pm 1(B_0)\rangle &= x_1 |2, \pm 1\rangle + x_2 |1, \pm 1\rangle \\ |1, \pm 1(B_0)\rangle &= y_1 |2, \pm 1\rangle + y_2 |1, \pm 1\rangle \end{aligned} \quad (2.43)$$

と書ける。ここで $|1, \pm 2\rangle$ は存在しないため、 $|2, \pm 2(B_0)\rangle = |2, \pm 2\rangle$ である。ここで式 (2.4) を基底 $|F, 1\rangle$ で対角化するときを考える。このとき $F = 1, 2$ である。得られる固有状態 P は

$$P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (|2, \pm 1(B_0)\rangle \quad |1, \pm 1(B_0)\rangle) \quad (2.44)$$

と表せる。また磁場がないときの固有状態は

$$P = (|2, \pm 1\rangle \quad |1, \pm 1\rangle) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

である。よって式 (2.44)、(2.45) より

$$\begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = c \\ y_1 = b \\ y_2 = d \end{cases} \quad (2.46)$$

となる。ハミルトニアンは式 (2.3) より

$$H_{\text{mag}} = g_S \mu_B \mathbf{S} \cdot \mathbf{B} \quad (2.47)$$

である。 g_I は g_S と比べて 3 桁小さい値である。ゼーマンシフトの計算とは異なり、遷移強度の計算においては影響が少ないため第二項は 0 と近似した。以上より式 (2.4)、(2.43)、(2.46)、(2.47) から遷移強度を計算できる。計算結果を図 2.5 に示す。

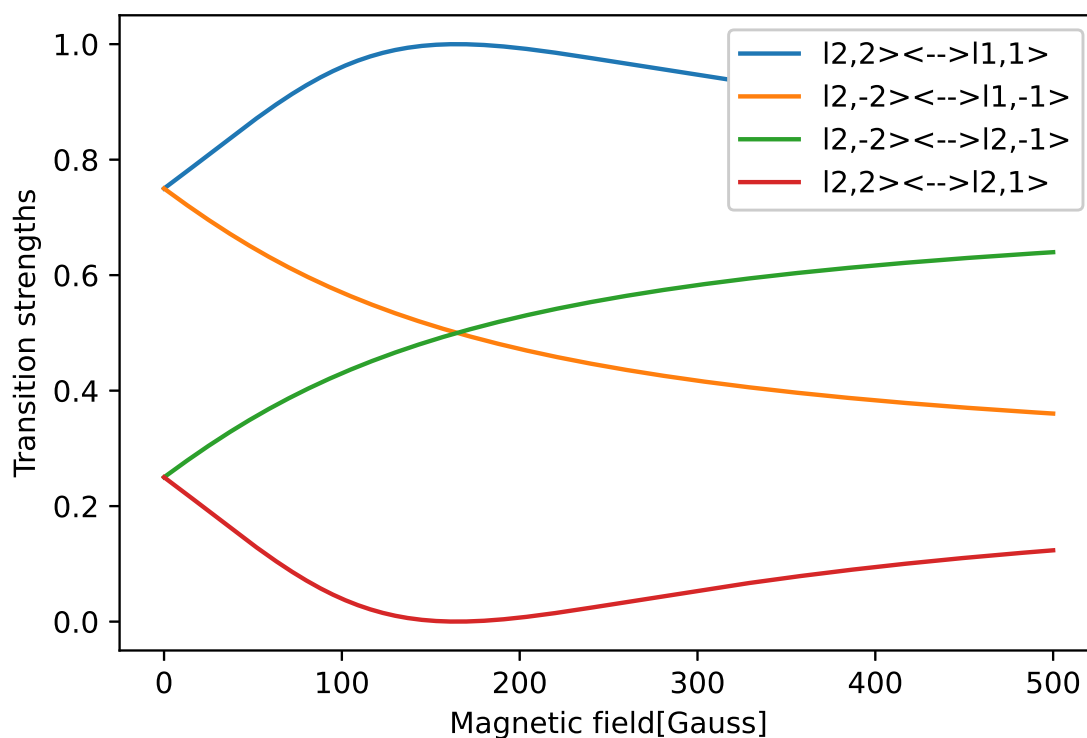


図 2.5 ^{39}K 原子の基底状態の遷移強度

一般に磁気副準位間の共鳴周波数をもつ振動磁場を原子に照射すると、電子と相互作用を起し電子スピンの状態が変化する。bias 磁場が小さい場合、 $F=2$ では電子スピンの状態が $|\uparrow\rangle$ であり、 $F=1$ では電子スピンの状態が $|\downarrow\rangle$ である。図 2.5 を見ると $F=2$ から $F=1$ への遷移の遷移強度が高いことが分かる。これは核スピンの状態に比べ電子スピンの状態は変化させやすいからである。ここで図 2.2 を見ると bias 磁場が大きくなると状態 $|2,-2\rangle$ の電子スピンの状態が変化していることが分かる ($|\uparrow\rangle \Rightarrow |\downarrow\rangle$)。これにより状態 $|2,-2\rangle$ から状態 $|1,-1\rangle$ の遷移強度は減少し、状態 $|2,-2\rangle$ から状態 $|2,-1\rangle$ の遷移強度は増加している。

第 3 章

カリウム原子気体を用いた振動磁場の測定実験

ここでは、カリウム原子を用いた振動磁場の測定器を実現するために実際に行った光学系の設計から、Rabi 振動の測定結果までの全ての実験について述べる。

3.1 実験系のセットアップ

K 原子の基底状態超微細構造準位間の Rabi 振動を観測することで振動磁場の強度を調べる。まず、実験の原理を説明する。 $|2, +2\rangle$ から $|1, +1\rangle$ への遷移を図 3.1 に示す。

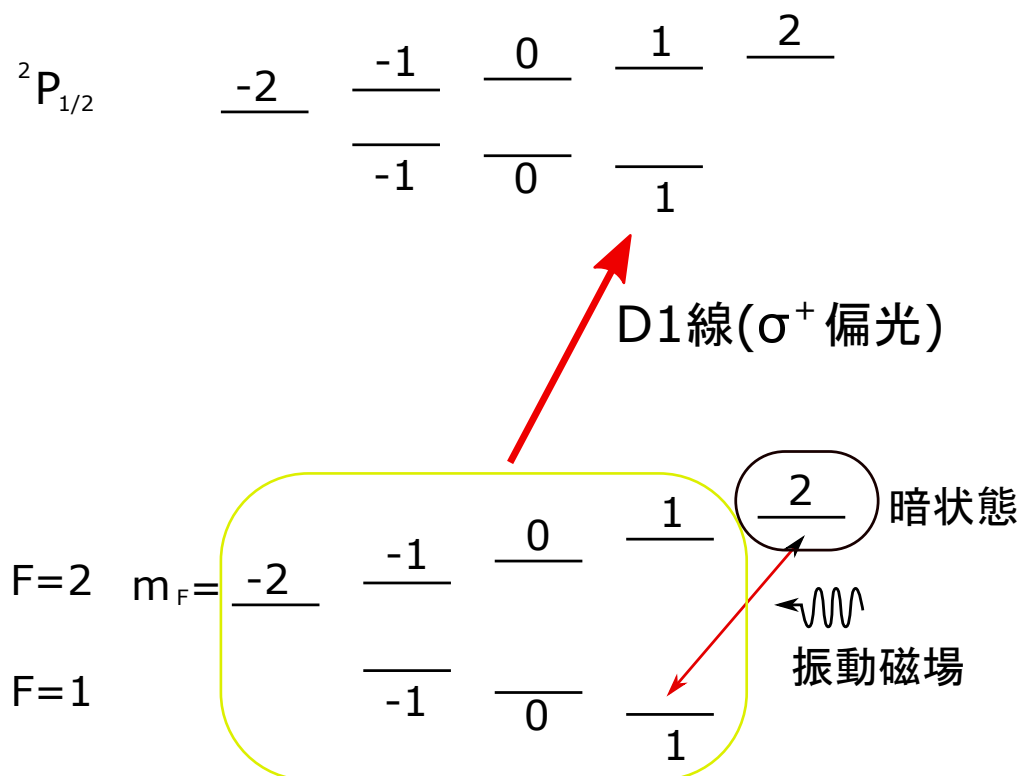


図 3.1 σ^+ 偏光を用いた $|2, +2\rangle$ から $|1, +1\rangle$ 間の Rabi 振動

D1 線の波長をもつ光を入射して、 ${}^2P_{1/2}$ へ励起させるが、暗状態の $|2, +2\rangle$ の原子は光と相互作用しない。ここで振動磁場 (本実験ではラジオ波) を入射すると Rabi 振動が生じて $|2, +2\rangle$ の原子数が減少する。振動磁場によって遷移した原子は光を吸収し、プローブ光の吸収量が時間的に変化する。このプローブ光の強度の時間変化を測定すると、Rabi 振動の角周波数が測定できる。この節では Rabi 振動の観測のための実験系のセットアップを記述する。

3.1.1 光学系

図 3.2 に光学系の概要、図 3.3 にガラスセル周りの実験の写真を示す。

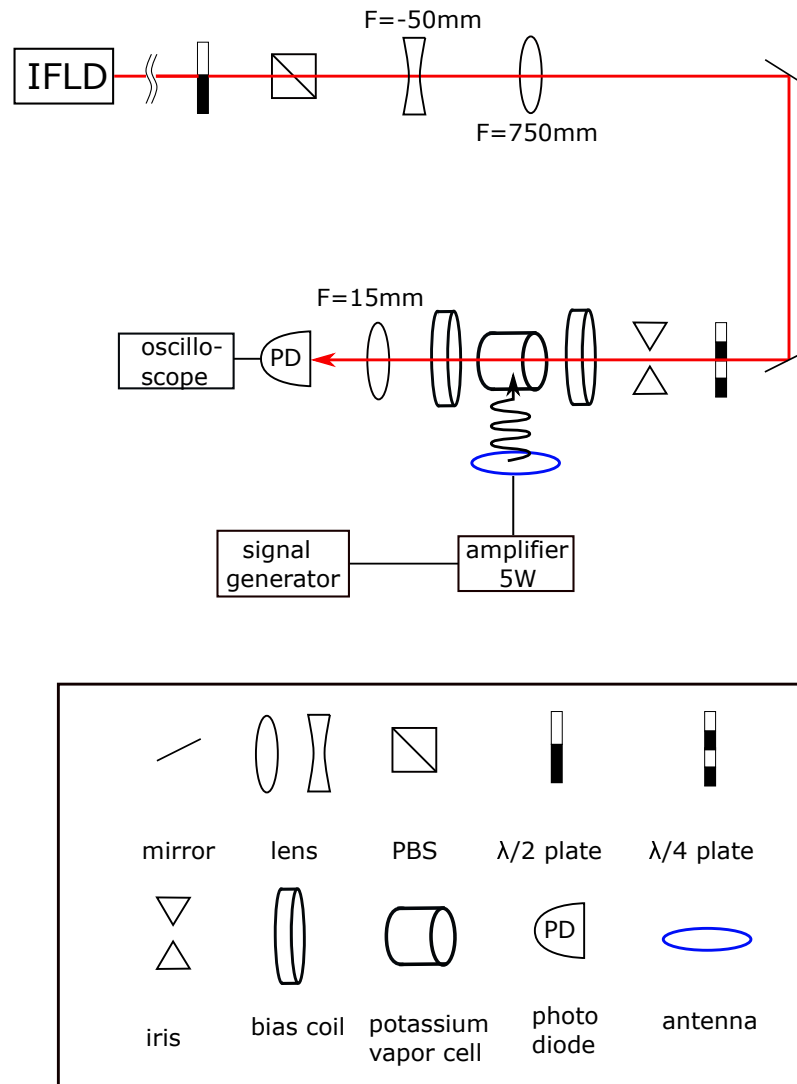


図 3.2 実験のセットアップ

レーザー光源としてフィルターを用いて波長選択を行う外部共振器半導体レーザー (IFLD) を用いた [11][12]。レーザーの波長は ^{39}K の D1 線 (770.108nm) に合わせている。ここで図 3.2 では省略しているが、飽和吸収分光を用いた FM サイドバンド変調法と呼ばれる選択した波長を固定する方法 [13] を用いている。これは原子の吸収信号を用いて、IFLD に適切なフィードバックをかけて共振器長を一定に保ち、周波数を安定化させる方法である。このときの原子を封入したガラスセルは吸収線の検出を目的としているため、バッファーガスを入れず真空のガラスセルを使用している。波長を D1 線に固定したレーザー光は偏光を PBS (Polarizing Beam Splitter) によって直線偏光に整えられる。このとき $\frac{\lambda}{2}$ 波長版を PBS の前に置くことで s 波と p 波の割合を調整することができる。レーザー光はいくつかのミラーとレンズを通過後、ガラスセル前にある $\frac{\lambda}{4}$ 波長版で円偏光にされる。2 枚のレンズはビーム径を調整し、ガラスセル前のアイリスでどの大きさで使うかを選択する。bias coil に電流を流すとガラスセルに静磁場がかかり、静磁場方向を量

子化軸としたゼーマンシフトを引き起こす。ガラスセルを透過した光はフォトダイオードに当たり、光の強度を検出できる。本実験ではアイリスでレーザー光の径を $\phi 8\text{mm}$ 、レーザー光のパワーを 19.3mW にして測定を行った。

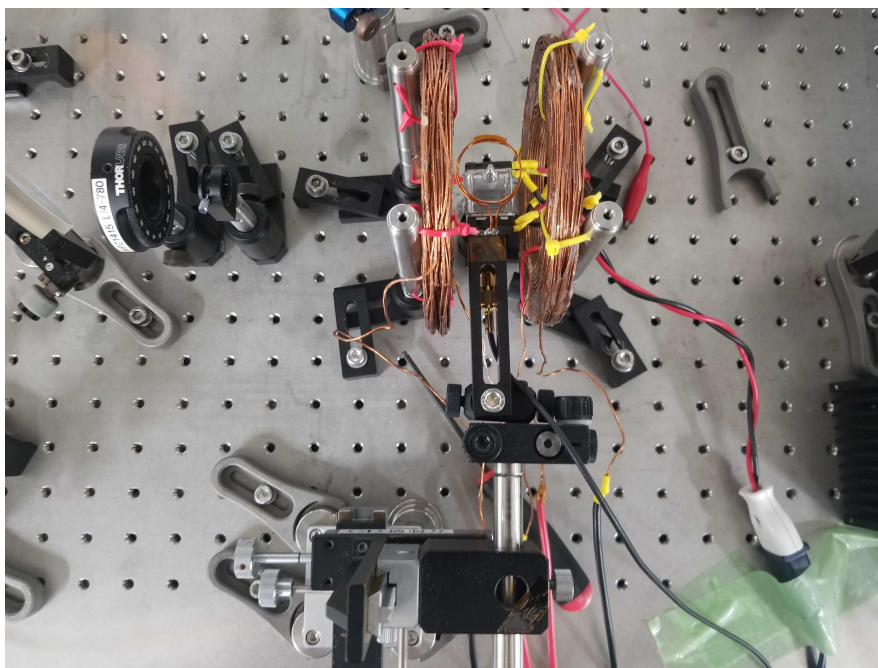


図 3.3 ガラスセル周りの実験系の写真: bias coil の中心にガラスセルがあり、その上にアンテナがある。アンテナは可変ステージで位置の微調整が可能である。ガラスセルの大きさは $\phi 20 \times 20.15\text{mm}$ のものを使用した。

静磁場を作る bias coil には巻き数が等しい同心円の 2 つのコイルを用いた。これをヘルムホルツコイルと呼ぶ。実験では巻き数が 200 巻き、半径 131mm のコイルを使用した。Rabi 振動を観測するにはゼーマンシフトの大きさを正確に求める必要がある。このためコイルが中心に作る静磁場の大きさをホールプローブ磁気計測器で測定した。このとき 2 つのコイルに流す電流は同じである。図 3.4 に測定結果を示す。この値を参考に Rabi 振動の観測を行った。

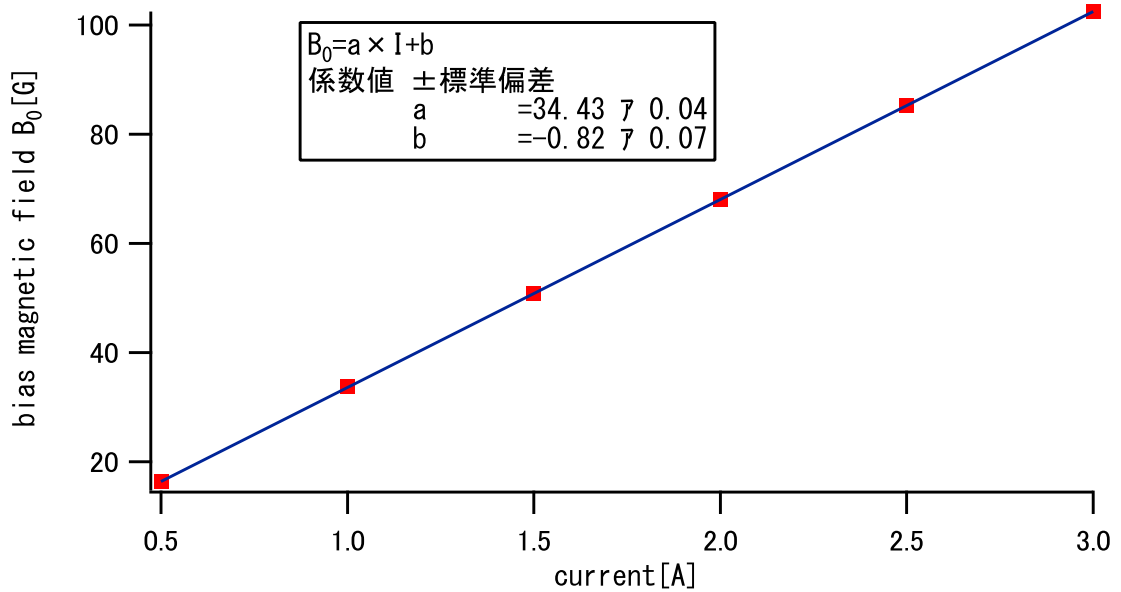


図 3.4 ヘルムホルツコイルが作る磁場と流す電流の関係

3.1.2 周辺機器

図 3.5 に周辺機器のセットアップの概要を示す。

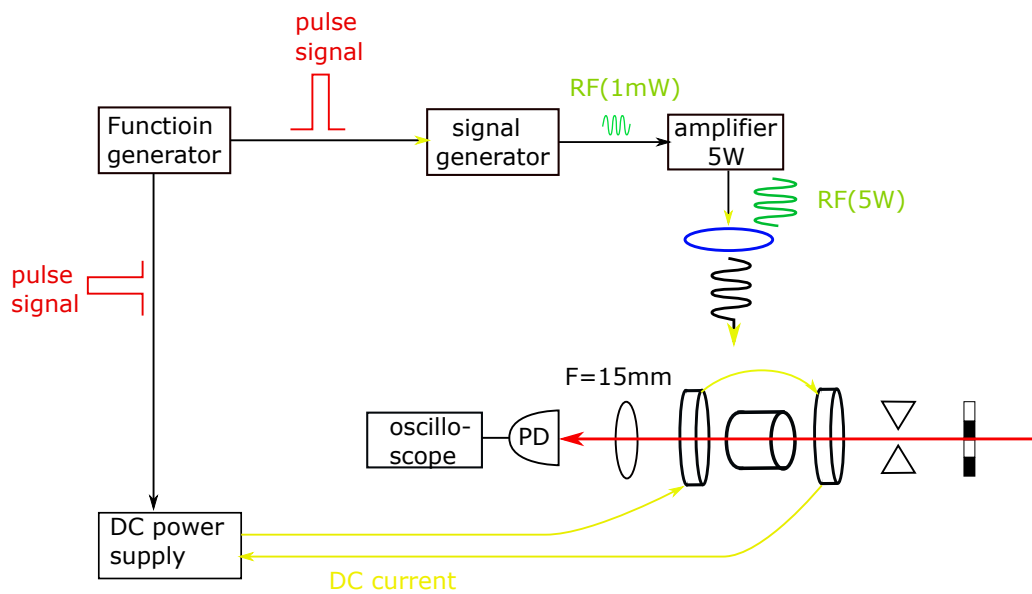


図 3.5 実験の外部機器のセットアップ

アンテナや bias coil に電流を流し続けると、発熱し壊れてしまう。この問題を解決するために電流を流す時間を外部トリガーをかけることで制限する。Function Generator

からパルス信号を Signal Generator と直流電源に外部トリガーとして出力する。このとき静磁場を安定させる時間が必要となり、Signal Generator よりも先に bias coil に電流を出力する必要がある。本実験では、およそ 30ms で静磁場が安定する。図 3.6 に外部機器のタイムテーブルを示す。

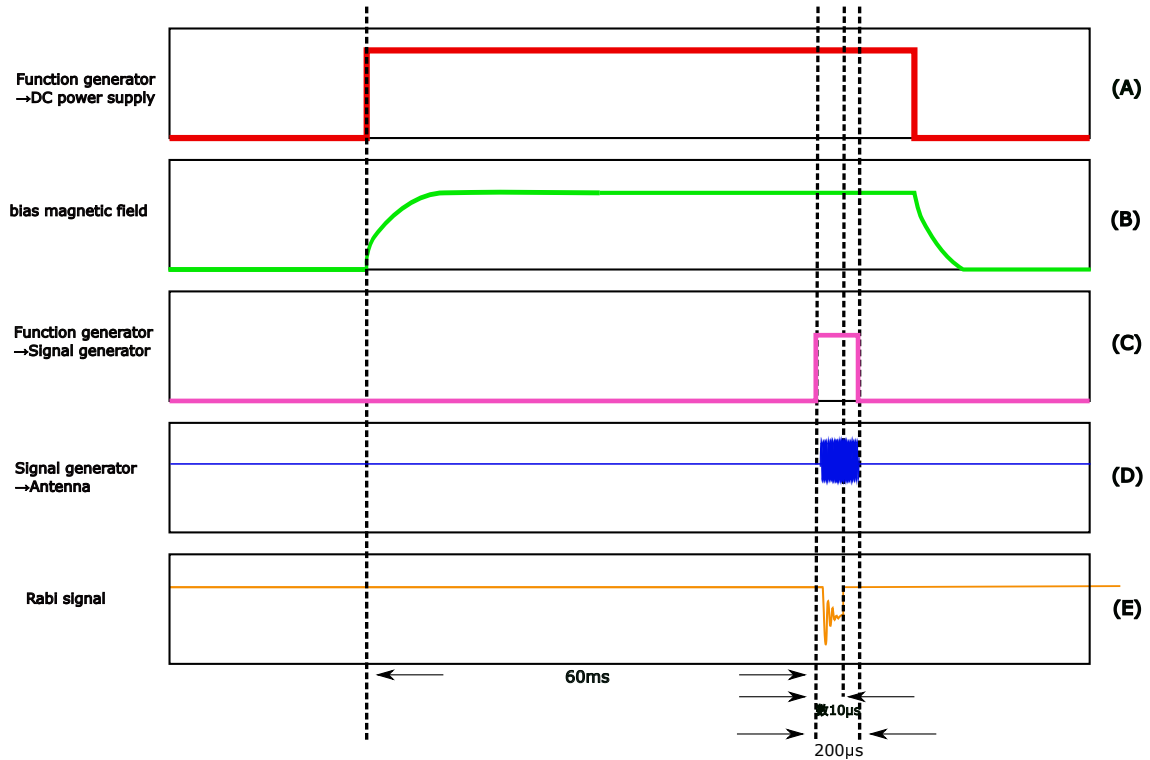


図 3.6 外部機器のタイムテーブル:(A) は DC power supply への外部トリガーのパルスを表している。(B) は bias 磁場の立ち上がりを表している。(C) は Signal generator への外部トリガーのパルスを表している。(D) は antenna に流れる交流電流を表している。(E) はレーザーの強度の時間変化を表している。このとき観測できる時間変化が Rabi 振動である。

図 3.7 に Signal Generator から出力されるラジオ波 (80MHz) の概形、図 3.8 に Rabi 振動との立ち上がりの比較を示す。ラジオ波の立ち上がりは 150ns 程で十分に速い。またラジオ波が立ち上がり終えてからおよそ 100ns 後に Rabi 振動が始まっているのが分かる。これはアンテナから振動磁場が照射されるまでの時間である。

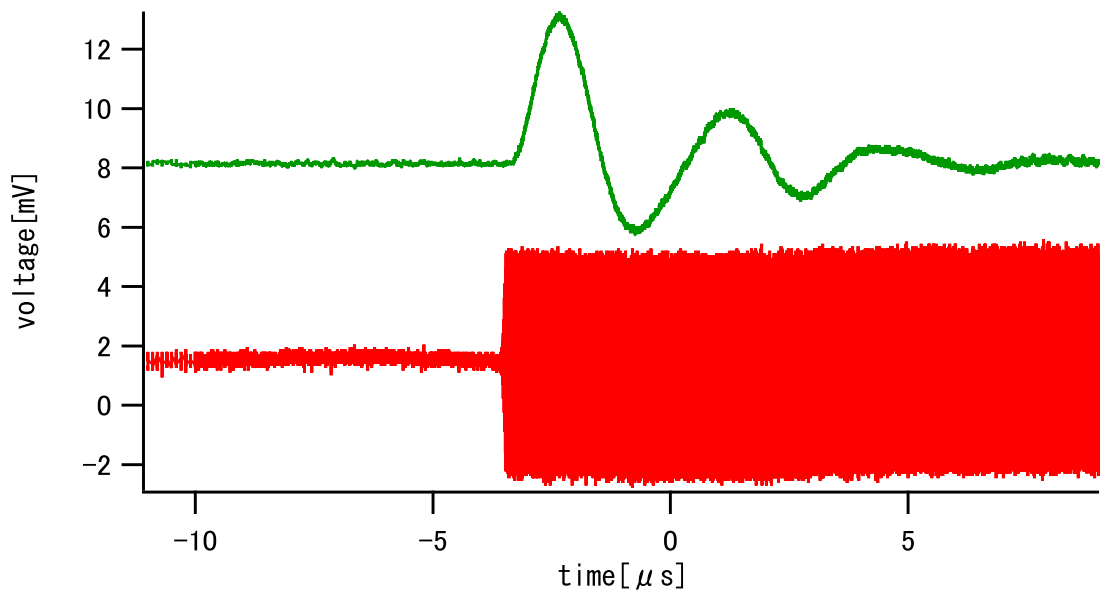


図 3.7 Signal Generator から出力される 80MHz のラジオ波の概形 (赤) と Rabi 振動 (緑)

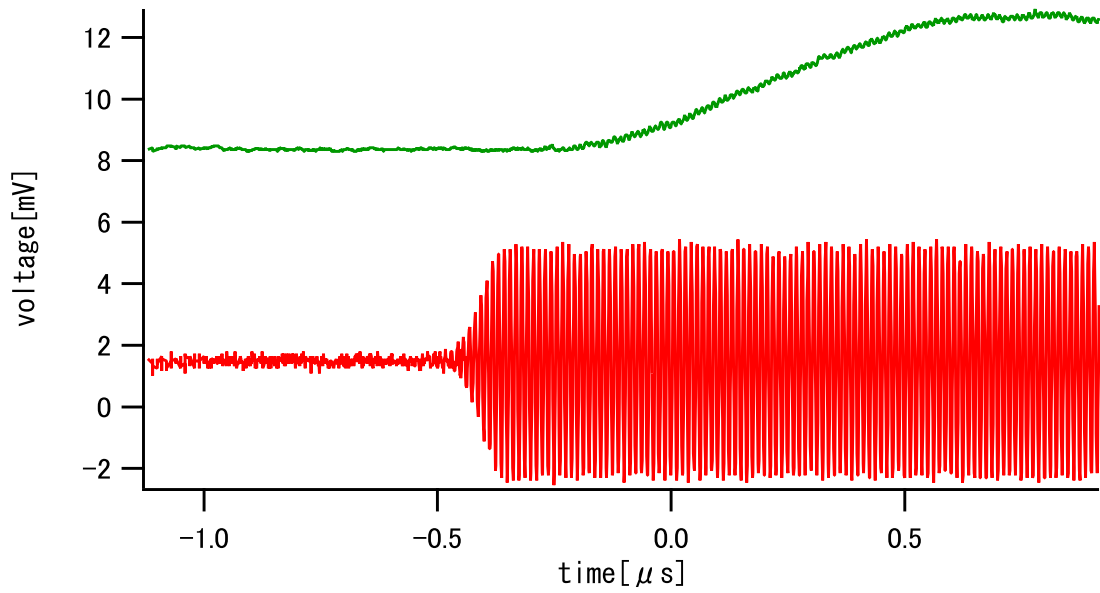


図 3.8 ラジオ波 (赤) と Rabi 振動 (緑) の立ち上がりの比較

3.1.3 共振アンテナ

振動磁場を作るアンテナは RLC 直列回路に新たに L と並列に C を取り付けたものを使用した [2]。図 3.9 に作成した共振アンテナの回路図を示す。このアンテナに交流電流を流すことで振動磁場を発生させる。回路全体のインピーダンスは

$$\begin{aligned} Z &= R + \frac{1}{i\omega C_1} + \left(\frac{1}{i\omega L} + i\omega C_2\right)^{-1} \\ &= R + \frac{1 - \omega^2 L(C_1 + C_2)}{i\omega C_1(1 - \omega^2 LC_2)} \end{aligned} \quad (3.1)$$

である。インピーダンスに絶対値を取ると

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \frac{[1 - \omega^2 L(C_1 + C_2)]^2}{\omega^2 C_1^2 (1 - \omega^2 LC_2)^2}} \quad (3.2)$$

となり、 $|Z|$ が最小となるのは

$$1 - \omega^2 L(C_1 + C_2) = 0 \quad (3.3)$$

すなわち

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L(C_1 + C_2)}} \quad (3.4)$$

である。このとき ω_0 は回路の共鳴周波数である。周波数が ω_0 のときにアンテナに流れる電流は

$$\begin{aligned} I_L &= \frac{V_L}{i\omega_0 L} \\ &= \frac{I}{1 - \omega_0^2 LC_2} \\ &= \frac{C_1 + C_2}{C_1} I \end{aligned} \quad (3.5)$$

である。RLC 回路直列回路では、L に流れる電流は I となるが、 C_2 を取り付けることで L に流れる電流が $\frac{C_1 + C_2}{C_1}$ 倍される。

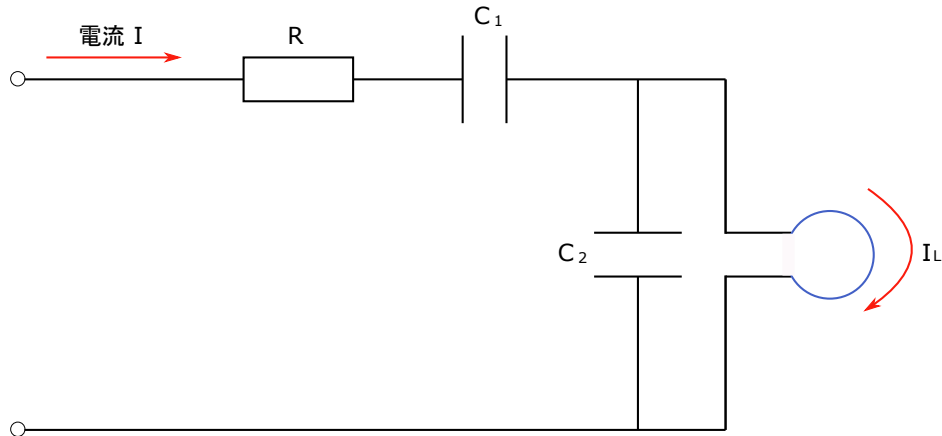


図 3.9 共振アンテナの回路図

3.2 Rabi 振動の測定

本実験では Rabi 振動を超微細構造準位間 ($\langle 1, \pm 1 | \hat{H} | 2, \pm 2 \rangle$) とゼーマンシフト間 ($\langle 2, \pm 1 | \hat{H} | 2, \pm 2 \rangle$) で観測した。

3.2.1 Rabi 振動のフィッティング

実験で観測する Rabi 振動は式 (2.26) で与えられる。しかし、実験で得られる Rabi 振動は様々な要素により時間とともに減衰する。式 (2.26) に減衰を表す項を含めて表すと以下のように表される [2][14]。この式は原子の状態の確率ではなく実験で得られた信号をフィッティングするための式になっている。

$$f(t) = a - be^{-\frac{t-t_0}{\tau_1}} + ce^{-\frac{t-t_0}{\tau_2}} \sin(\Omega(t-t_0) - \phi) \quad (3.6)$$

ここで τ_1 、 τ_2 は減衰の時定数、 t_0 は原点、 ϕ は位相を表す。右辺第 2 項は観測している原子数の減衰を表しており、右辺第 3 項はスピンの情報が破壊されることによる減衰を表している。本実験では振動磁場の離調 δ は無いものとして $W = \Omega$ としている。この離調について後に説明をする。式 (3.6) の中で a 、 b 、 c 、 τ_1 、 τ_2 、 Ω 、 ϕ 、 t_0 がフィッティングパラメータとなる。

3.2.2 有効ラビ周波数の測定

本実験で観測できる Rabi 振動は式 (2.26) から測定で得られる周波数は有効ラビ周波数 $W = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$ である。このため、離調がある状態で Rabi 振動を観測すると得られる周波数は離調がない状態よりも高い数値になる。図 3.10、図 3.11 に得られたラビ振動の信号の一例を示す。これらの図を得る測定では状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ の間を共鳴周波数 80MHz、半径 15mm のアンテナを用い、それぞれ bias coil に流す電流値を

$I = 2.250A(B_0 = 79.042G)$ と $I = 2.280A(80.095G)$ として測定をした。赤線が観測データ、青線がフィッティングした結果を表す。図 3.10 の Rabi 振動のフィッティング結果は

$$\begin{aligned} a &= 0.013 \pm 0.001V \\ b &= -0.50 \pm 0.06V \\ c &= 0.86 \pm 0.02V \\ \tau_1 &= 0.368 \pm 0.007\mu s \\ \tau_2 &= 2.08 \pm 0.02\mu s \\ W &= 2\pi \times (671 \pm 6)kHz \\ \phi &= -0.213 \pm 0.002\mu s \\ t_0 &= -2.07 \pm 0.04\mu s \end{aligned}$$

であり、図 3.11 の Rabi 振動のフィッティング結果は

$$\begin{aligned} a &= -0.0026 \pm 0.0005V \\ b &= -0.10 \pm 0.05V \\ c &= -0.18 \pm 0.03V \\ \tau_1 &= 0.6 \pm 0.01\mu s \\ \tau_2 &= 1.78 \pm 0.02\mu s \\ W &= 2\pi \times (1.43 \pm 0.003)MHz \\ \phi &= -1.09 \pm 0.01\mu s \\ t_0 &= -1.95 \pm 0.03\mu s \end{aligned}$$

と求まった。二つのフィッティング結果から得られた有効ラビ周波数を比較すると大きく異なっていることが分かる。図 3.11 の Rabi 振動は図 3.10 の Rabi 振動に比べ有効ラビ周波数が大きいことから離調がある状態での振動だと考えられる。それぞれの bias 磁場から共鳴集波数の差を計算 (節 2.1.1) すると $\Delta f = 1.44MHz$ となる。離調が原因で観測される Rabi 周波数が高くなっているなら $W = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$ で計算される値が図 3.11 のフィッティング結果と一致するはずである。 $\Omega = (2\pi \times 671) \pm 40kHz$ とすると計算される有効ラビ周波数は $\Omega = (2\pi \times 1.59) \pm 0.2MHz$ となり、図 3.11 のフィッティング結果と誤差の範囲で一致する。このことから bias 磁場が共鳴周波数からズレるとその分だけ観測される Rabi 振動の周波数が高くなることが分かる。

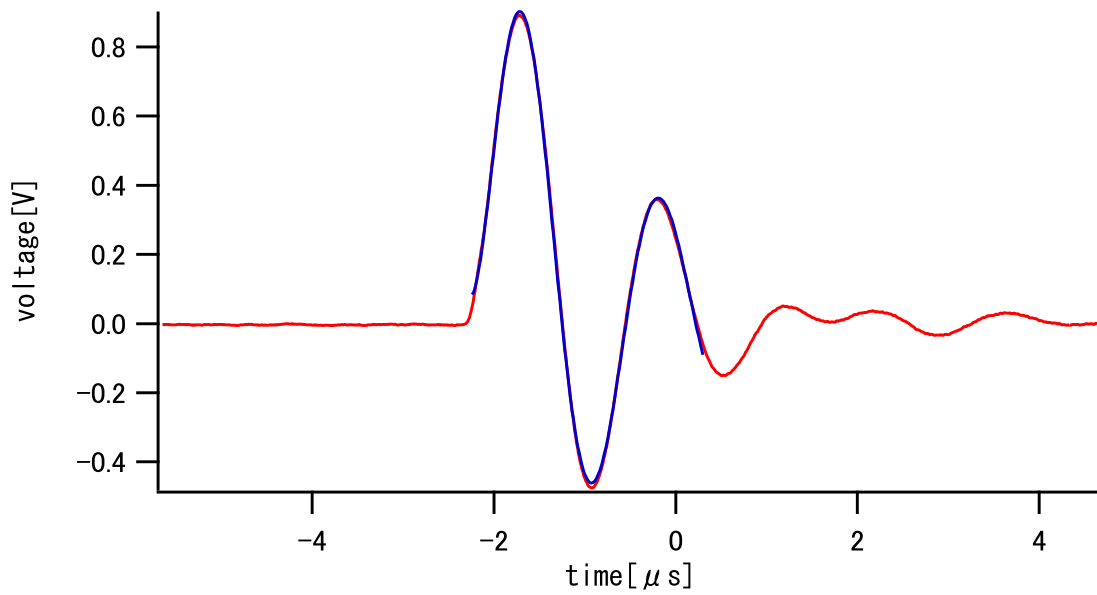


図 3.10 Rabi 振動の一例 [$I = 2.250A (B_0 = 79.042G)$]

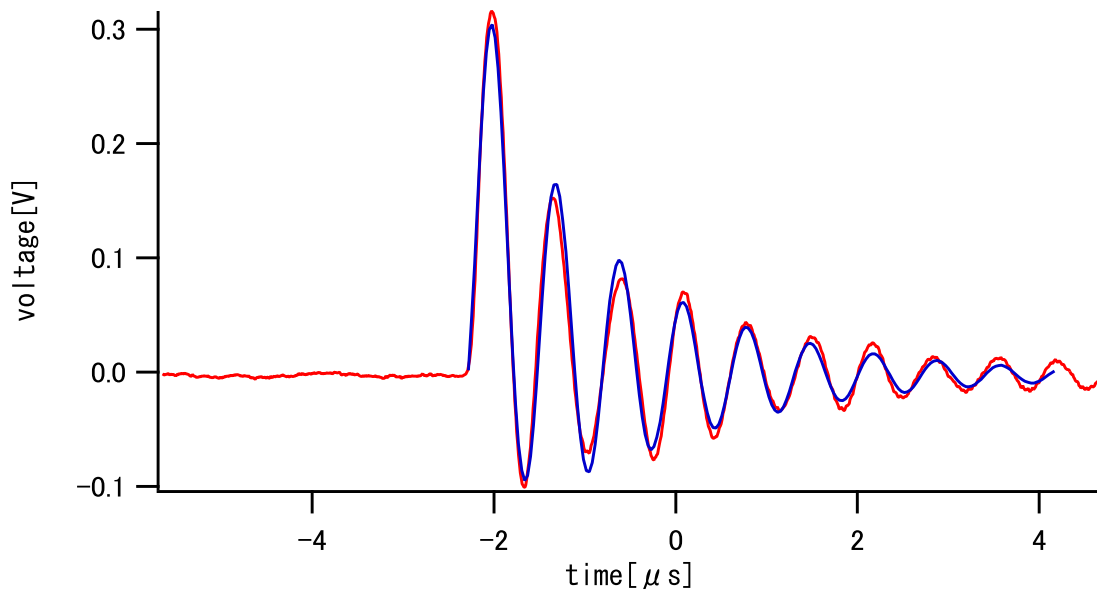


図 3.11 共鳴からズレた静磁場での Rabi 振動の一例

正味の Rabi 振動数を得るためには離調が 0 となるの静磁場の値を求める必要がある。また離調が 0 のとき振動磁場と相互作用する原子の数が最も多く、離調が大きくなるにつれて相互作用する原子の数は減少する。これらより、静磁場の値を変えながら PD からの出力信号 (Rabi 振動) の振幅が最も大きく有効ラビ周波数が最も小さいところを探せばよ

いことが分かる。この測定の一例を図 3.12、図 3.13 に示す。ここで有効ラビ周波数と電流のグラフのフィッティングに用いる式について説明する。離調を静磁場 $B(I)$ を用いて表すと

$$\delta = \mu(B(I) - B_0) \quad (3.7)$$

となる。ここで B_0 は離調が 0 となるときの静磁場である。静磁場 $B(I)$ は

$$B(I) = aI + b \quad (3.8)$$

であるので 2 式より

$$\begin{aligned} \delta &= \mu(aI + b - B_0) \\ &= \eta(I - I_0) \end{aligned} \quad (3.9)$$

となる。ここで $I_0 = \frac{B_0 - b}{a}$ 、 $\eta = a\mu$ とした。よって有効ラビ周波数は

$$W = \sqrt{\Omega_0^2 + \eta(I - I_0)^2} \quad (3.10)$$

と表せる。これが有効ラビ周波数と電流のグラフのフィッティング関数である。この測定結果から bias coil の作る静磁場の電流に対する増加量を求めることができる。節 2.1.1 より状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の共鳴周波数が 80MHz となるときの静磁場の値が得られる。これより bias coil の作る静磁場の電流に対する増加量は 35.515G/A と求まる。この値を用いて有効ラビ周波数 $W = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$ の共鳴周波数 80MHz から離調に対する増加量を計算した。計算結果を図 3.14 に示す。これは測定結果 (図 3.12) とよく一致している。

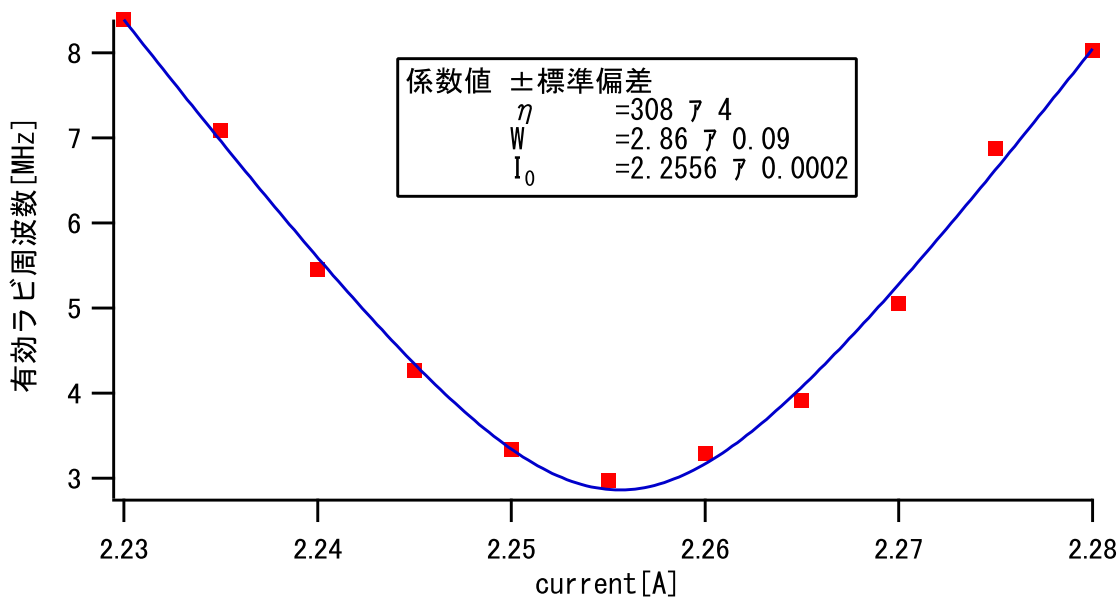


図 3.12 bias coil に流れる電流と有効ラビ周波数の関係:縦軸は有効ラビ周波数を表している。横軸は bias coil に流れる電流を表している。フィッティングはガウス関数で行った。

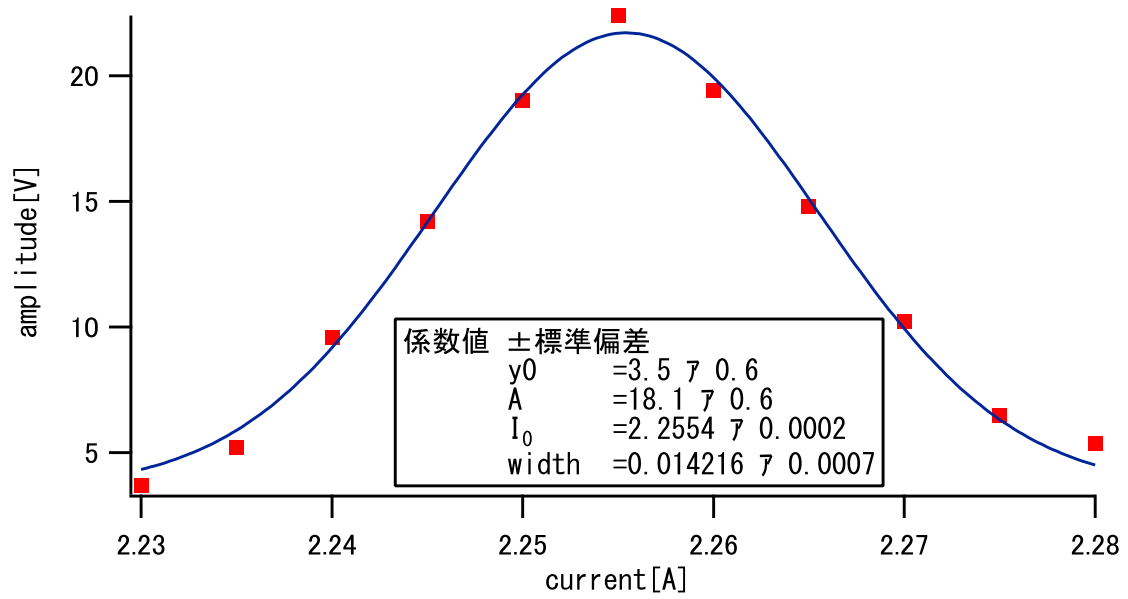


図 3.13 bias coil に流れる電流と Rabi 振動の振幅の関係:縦軸は Rabi 振動の振幅を表している。横軸は bias coil に流れる電流を表している。

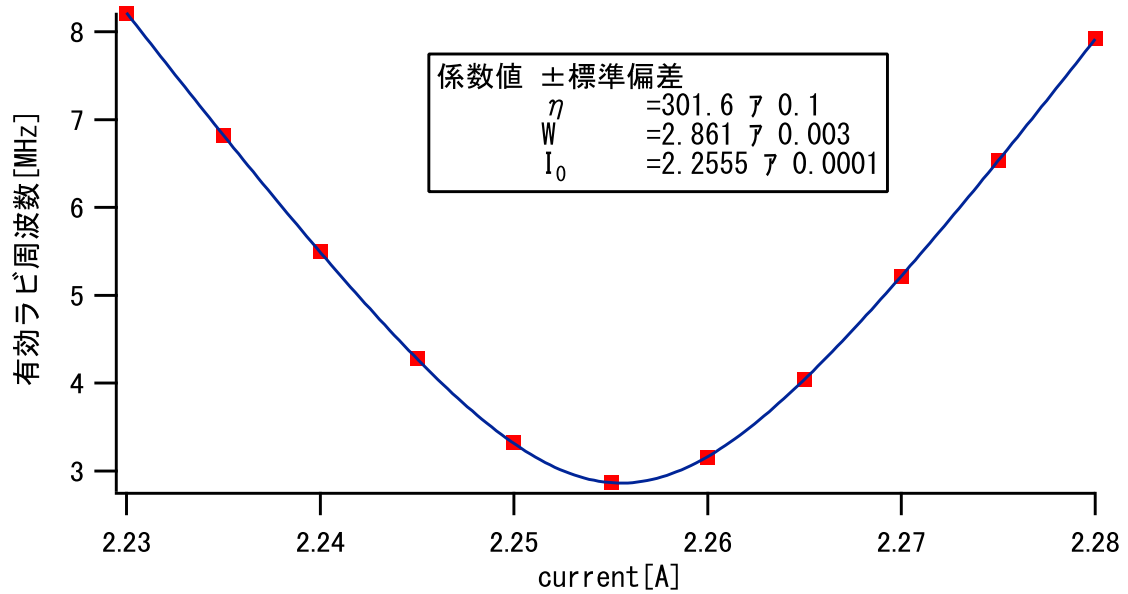


図 3.14 bias coil に流れる電流と Rabi 振動の振幅の関係:縦軸は計算で求めた有効ラビ周波数を表している。横軸は bias coil に流れる電流を表している。

3.2.3 共鳴磁場の探索

ある共鳴周波数を持つアンテナの評価のとき、カリウム原子に与える静磁場の値は計算で求めることができる。しかし bias coil が作る静磁場の勾配やガラスセルの位置、光軸の高さによってこの静磁場の値は変化する。遷移強度の低い遷移では bias coil に流す電流値が 10mA(0.35G) 変化すると Rabi 振動が観測できなくなった。つまり、遷移強度が低い遷移では Rabi 振動の観測に必要な静磁場の値を見つけることが困難になる。アンテナの評価において Rabi 振動の観測にかかる時間を減らしたいと考えた。

bias coil に流す電流を掃引することで、ゼーマンシフトの大きさを時間的に変化させる。準位間の大きさが振動磁場の周波数と一致した瞬間に原子が振動磁場と相互作用し、遷移が起きる。原子は暗状態から遷移し光を吸収するため、オシロスコープ上で光の強度の変化が分かる (図 3.15)。これにより、広い磁場範囲で共鳴を探索することができる。本実験では DC power supply に送るトリガー信号をランプ (三角) 波とし、bias coil に流す電流を時間毎に変化させた。図 3.16 に実際の Rabi 振動の観測を示す。このとき共鳴周波数 80MHz のアンテナを用い、bias coil に流す電流を 0 ~ 2.5A に変化させた。

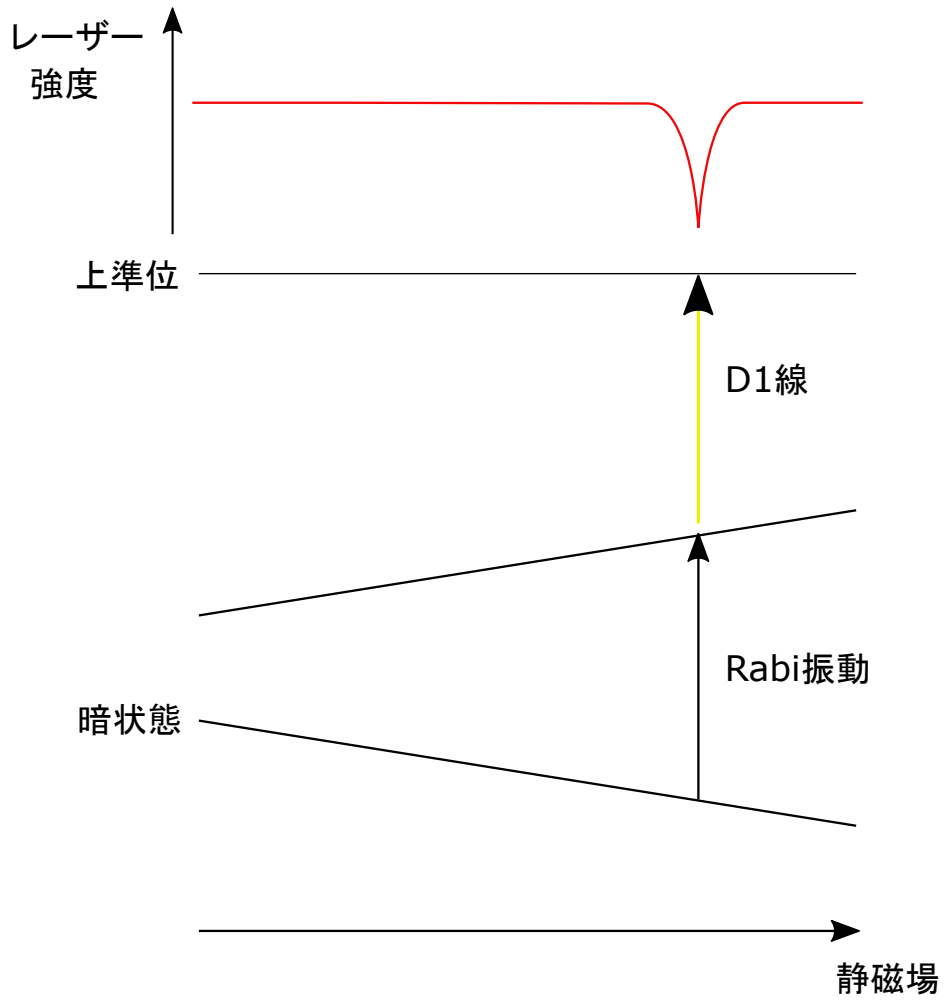


図 3.15 静磁場の変化とレーザー光の強度変化

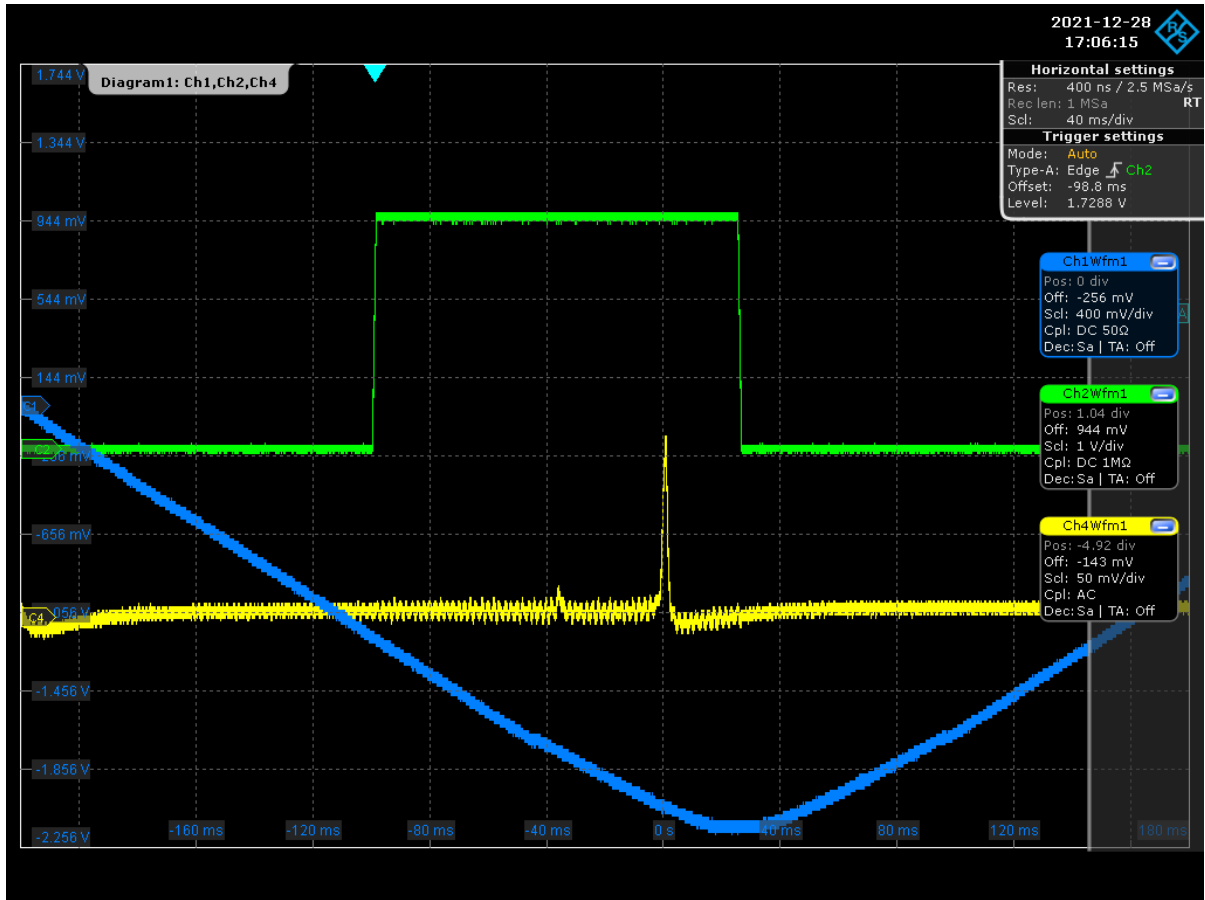


図 3.16 オシロスコープで観測した静磁場の変化とレーザー光の強度変化:青線は bias coil に流れる電流の変化 (静磁場の変化) を表している。緑線は Signal generator に送る外部トリガーの信号を表している。黄線はレーザー光の強度変化を表している。レーザー光の強度が変化しているところが Rabi 振動が起きているところである。

3.2.4 振動磁場の強度測定

^{39}K 原子の基底状態では同じ振動磁場の周波数で複数の Rabi 振動が観測できる。節 3.2.2 と同じ測定を行うことで離調がない正味の Rabi 振動数を求めた。今回の測定では振動磁場の周波数がそれぞれ 35MHz、80MHz、241MHz、420MHz、485MHz を用いた。有効ラビ周波数の測定結果を図 3.17 に示す。得られた測定結果はいずれも式 (3.10) でフィッティングを行った。また、各遷移の有効ラビ周波数の離調変化を理論値から求め測定結果と比較した。各遷移における有効ラビ周波数の離調変化の理論値を図 3.18 に示す。図 3.17 と比較すると bias 磁場を変化させた時の離調の増加に対する有効ラビ周波数の変化はほとんど一致していることが分かった。

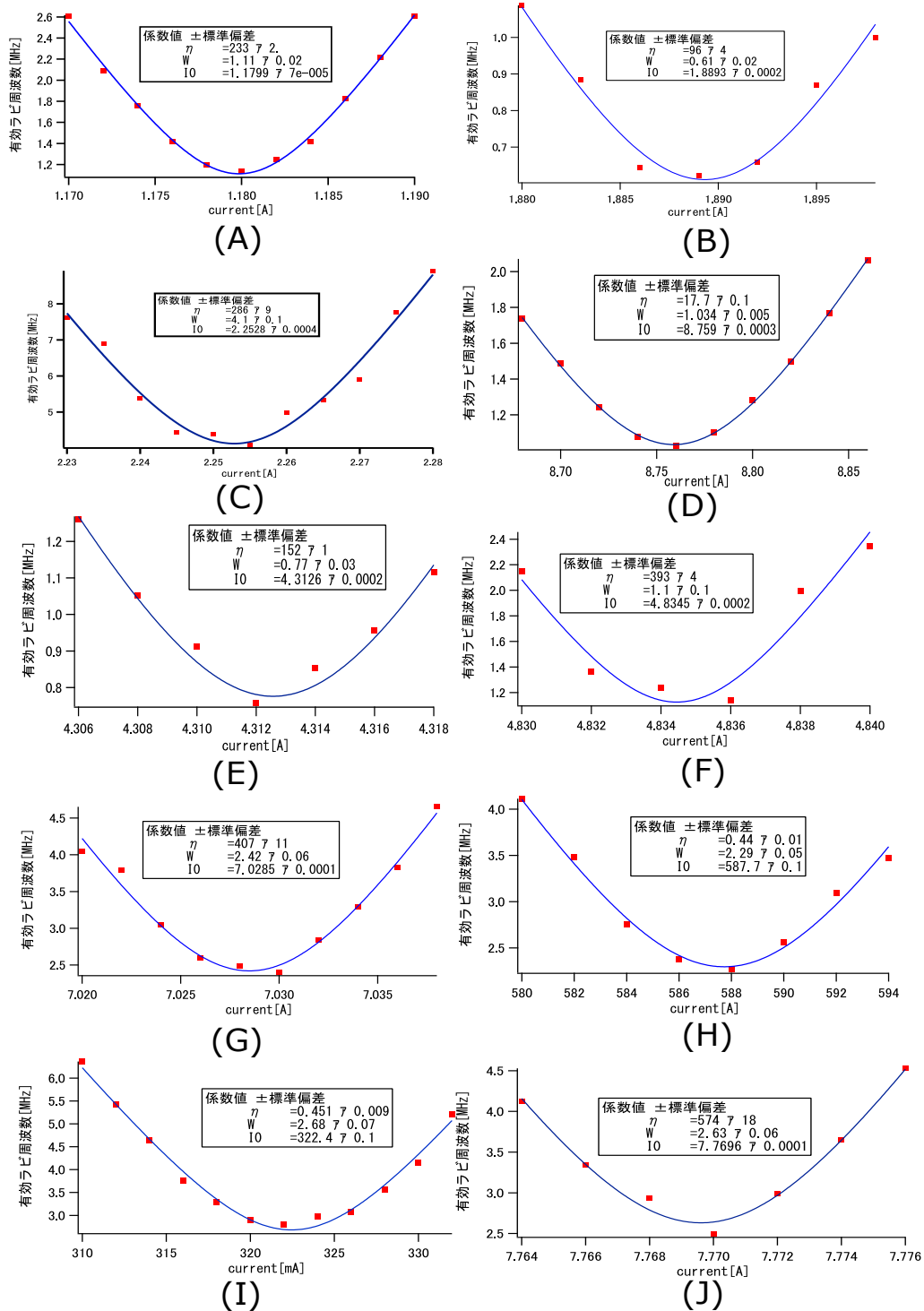


図 3.17 有効ラビ周波数の測定結果:(A) は振動磁場 35MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(B) は振動磁場 35MHz の状態 $|2, 2\rangle$ から状態 $|2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動。(C) は振動磁場 80MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(D) は振動磁場 80MHz の状態 $|2, 2\rangle$ から状態 $|2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動。(E) は振動磁場 241MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|1, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(F) は振動磁場 241MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(G) は振動磁場 420MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(H) は振動磁場 420MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|1, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(I) は振動磁場 485MHz の状態 $|2, 2\rangle$ から状態 $|1, 1\rangle$ 間の Rabi 振動。(J) は振動磁場 485MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。

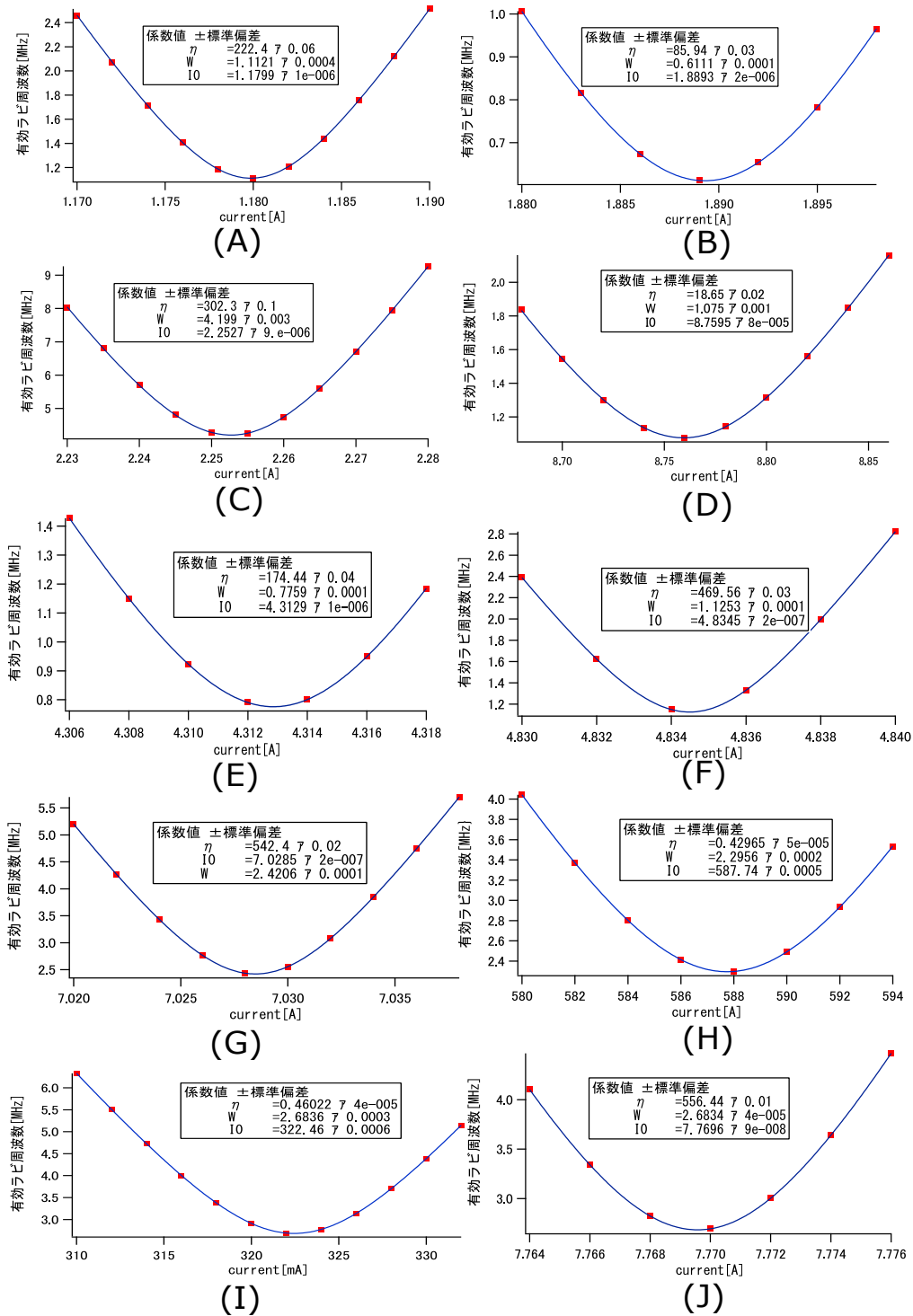


図 3.18 有効ラビ周波数の計算結果:(A) は振動磁場 35MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(B) は振動磁場 35MHz の状態 $|2, 2\rangle$ から状態 $|2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動。(C) は振動磁場 80MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(D) は振動磁場 80MHz の状態 $|2, 2\rangle$ から状態 $|2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動。(E) は振動磁場 241MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|1, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(F) は振動磁場 241MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(G) は振動磁場 420MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(H) は振動磁場 420MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|1, -1\rangle$ 間の Rabi 振動。(I) は振動磁場 485MHz の状態 $|2, 2\rangle$ から状態 $|1, 1\rangle$ 間の Rabi 振動。(J) は振動磁場 485MHz の状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動

図 3.17 のフィッティング結果と Rabi 周波数から求まる振動磁場の強度を表 3.1 に示す。共鳴周波数が同じ遷移は同じアンテナを用いているので求まる振動磁場の強度は一致するはずである。しかし遷移によっては大きく異なっており、特に共鳴周波数が 80MHz の測定ではその差が大きい。この原因については後に考察を行う。

| 遷移 | 共鳴周波数 [MHz] | Rabi 周波数 Ω [MHz] | 振動磁場の強度 [mG] |
|---|-------------|---------------------------------|--------------|
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 2, -1\rangle$ | 35 | $2\pi \times (0.18 \pm 0.003)$ | 218 ± 4 |
| $ 2, 2\rangle \leftrightarrow 2, 1\rangle$ | 35 | $2\pi \times (0.10 \pm 0.003)$ | 223 ± 7 |
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 2, -1\rangle$ | 80 | $2\pi \times (0.7 \pm 0.02)$ | 741 ± 18 |
| $ 2, 2\rangle \leftrightarrow 2, 1\rangle$ | 80 | $2\pi \times (0.165 \pm 0.001)$ | 490 ± 2 |
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 1, -1\rangle$ | 241 | $2\pi \times (0.12 \pm 0.005)$ | 123 ± 5 |
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 2, -1\rangle$ | 241 | $2\pi \times (0.2 \pm 0.02)$ | 180 ± 16 |
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 2, -1\rangle$ | 420 | $2\pi \times (0.39 \pm 0.01)$ | 369 ± 9 |
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 1, -1\rangle$ | 420 | $2\pi \times (0.36 \pm 0.01)$ | 311 ± 7 |
| $ 2, 2\rangle \leftrightarrow 1, 1\rangle$ | 485 | $2\pi \times (0.43 \pm 0.01)$ | 347 ± 9 |
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 2, -1\rangle$ | 485 | $2\pi \times (0.42 \pm 0.01)$ | 396 ± 9 |

表 3.1 各遷移の共鳴状態におけるラビ周波数と振動磁場の強度

図 3.17 からそれぞれの遷移の共鳴周波数に対する bias coil に流れる電流値が分かる。これより bias coil の作る静磁場の大きさと電流値の関係が求められる。得られた結果を図 3.19 に示す。ホールプローブ磁気計測器で測定した結果 (図 3.4) と比較すると値が 0.781G/A 異なっていることが分かる。これは状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間で共鳴周波数がおおよそ 754kHz 異なり、無視できない差となる。よって Rabi 振動の測定から bias coil の磁場と電流の関係を求める方が良い。

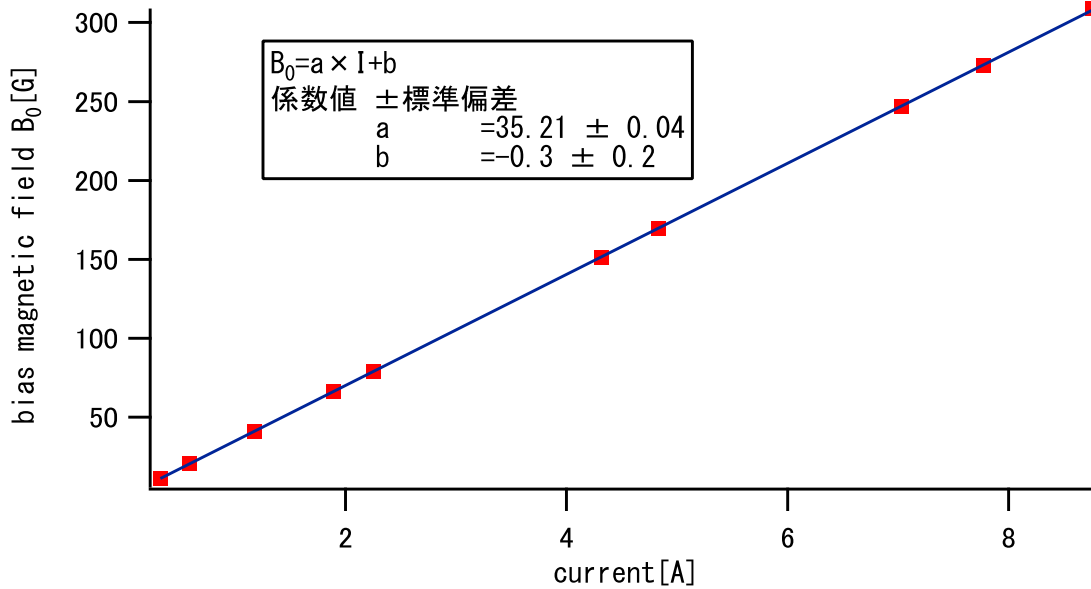


図 3.19 Rabi 振動の測定から得たヘルムホルツコイルが作る磁場と流す電流の関係

3.2.5 磁気モーメントの比較

図 3.20 に準位間のエネルギー差のグラフを示す。図 3.20 から各遷移毎に bias 磁場に対する共鳴周波数の変化 (磁気モーメントの大きさ) に差があることが分かる。つまり、遷移毎に bias 磁場が共鳴からズレた際の影響が変わる。図 3.20 の共鳴周波数の変化は数 10mG の範囲で見ると直線だとみなせる。よって直線の傾きを求めることで測定に用いた磁場付近の磁気モーメントの大きさが分かる。表 3.2 に本実験で測定に用いた磁場付近の各遷移の磁気モーメントの大きさ [MHz/G] を示す。

共鳴周波数 80MHz の 2 つの遷移を比べると、磁気モーメントの大きさが大きく異なることが分かる。bias 磁場が共鳴からズレた場合の影響が状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ への遷移では大きく受け、得られる Rabi 周波数は大きくなる。対して状態 $|2, 2\rangle$ から状態 $|2, 1\rangle$ への遷移では受ける影響が小さく、得られる Rabi 周波数の変化は少ない。よって測定で得られた振動磁場の強度が大きく異なった原因が bias 磁場の空間的不均一に起因するものである可能性が考えられる。このことは他の遷移を用いた測定にも当てはまり、相対値としては概ね理論値と一致していても絶対値としては本来の値からずれている可能性があると考えられる。

| 遷移 | 共鳴周波数 [MHz] | 磁気モーメントの差 [MHz/G] |
|---|-------------|-------------------|
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 2, -1\rangle$ | 35 | 1.010 |
| $ 2, 2\rangle \leftrightarrow 2, 1\rangle$ | 35 | 0.390 |
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 2, -1\rangle$ | 80 | 1.371 |
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 2, 1\rangle$ | 80 | 0.080 |
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 1, -1\rangle$ | 241 | 0.790 |
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 2, -1\rangle$ | 241 | 2.130 |
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 2, -1\rangle$ | 420 | 2.460 |
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 1, -1\rangle$ | 420 | 1.955 |
| $ 2, 2\rangle \leftrightarrow 1, 1\rangle$ | 485 | 2.170 |
| $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 2, -1\rangle$ | 485 | 2.520 |

表 3.2 各遷移の始状態と終状態の磁気モーメントの差及び各周波数での磁気モーメントの差の比

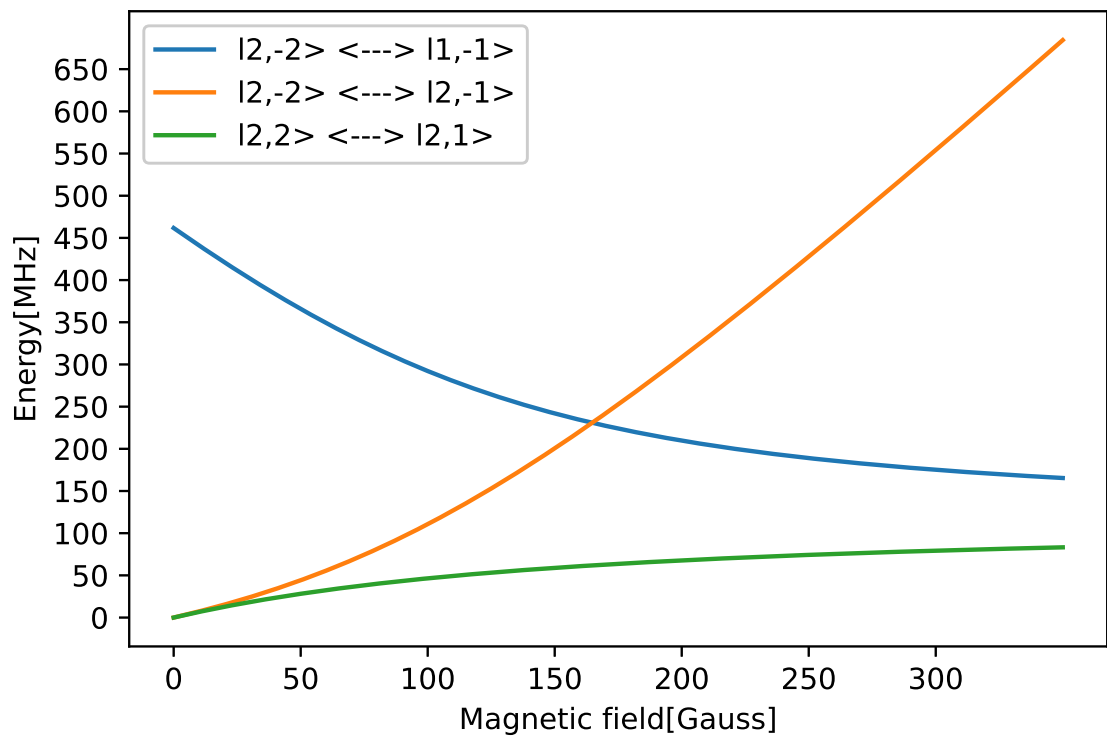


図 3.20 bias 磁場に対する共鳴周波数の変化

3.3 磁場の空間的不均一

前節から磁場の空間的不均一が測定結果に大きく影響を与えていると考えられる。ここではビオサバールの式を用いて bias 磁場の空間的不均一について考察を行う。

3.3.1 bias coil の作る磁場

bias coil(ヘルムホルツコイル) が作る磁場の大きさを計算する。ビオ・サバールの法則から、電流素片 $d\mathbf{I} = Id\mathbf{s}$ が r 離れた場所に作る磁場は

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\mathbf{I} \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (3.11)$$

となる。ここで μ_0 は真空の透磁率である。次に円形電流が作る磁場について考える。円形電流の半径を a とすると、円形電流が作る磁場は $r \ll a$ のとき近似的に解くことができる。しかし、本実験ではこの条件が成り立たない。円形電流の中心軸上の磁場は軸方向以外の磁場は対称性より互いに打ち消しあうため、解析的に解くところができる。円形電流の中心軸方向に z 軸を取ると、 z 軸上のある点での磁場の大きさは

$$B_z = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.12)$$

と求まる。本実験では bias coil に半径と巻き数の等しい2つのコイルを用いて静磁場を作る(ヘルムホルツ配置)。2つのコイルを $z = \pm \frac{a}{2}$ の場所にそれぞれ配置したとする。このとき2つのコイルが作る磁場は重ね合わせとなり式(3.12)から

$$B(z) = \frac{n\mu_0 I a^2}{2(a^2 + (z - \frac{a}{2})^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{n\mu_0 I a^2}{2(a^2 + (z + \frac{a}{2})^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.13)$$

と表せる。ここで n はコイルの巻き数である。実験では $a = 51\text{mm}$ 、 $n = 200$ 巻きのコイルを使用した。このコイルに電流 $I = 1\text{A}$ を流した時の静磁場の値を求め、図 3.21 に示す。このとき中心では $B = 35.261\text{G}$ となり図 3.19 の結果と一致する。図 3.21 では静磁場であるが端に行くほど磁場が小さくなっていくのが分かる。

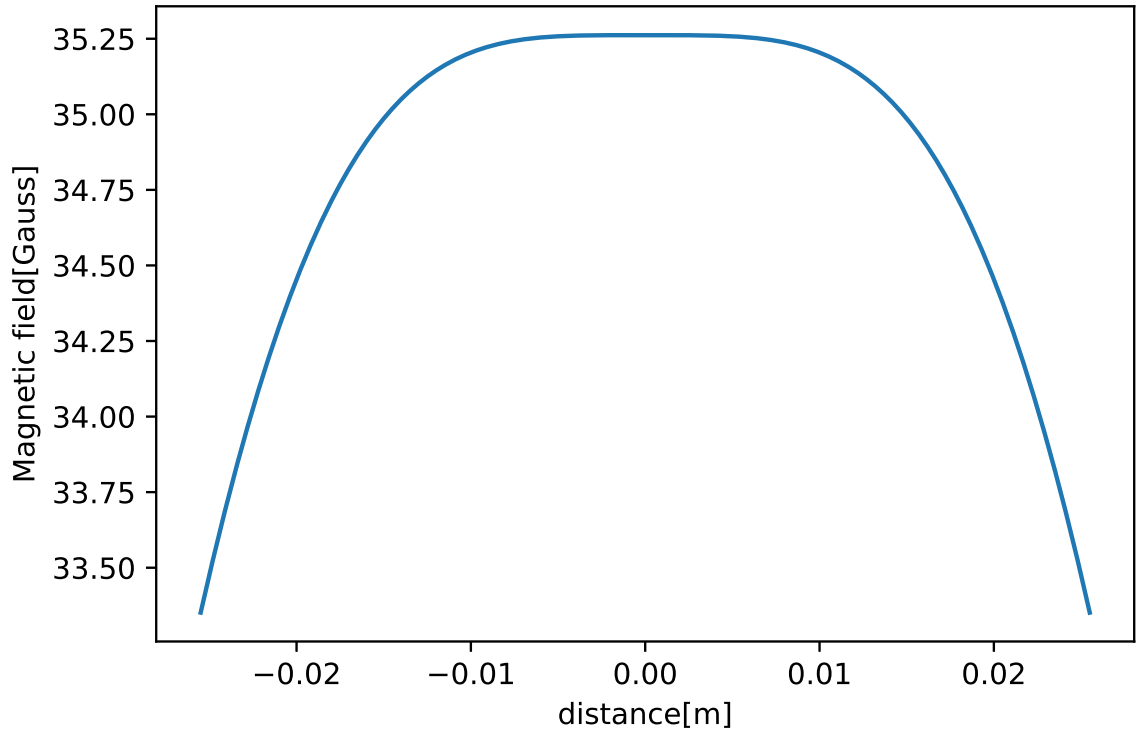


図 3.21 ヘルムホルツコイルの作る静磁場:横軸は中心からの距離を表す。

3.3.2 静磁場の不均一

本実験では奥行きのあるガラスセルを用いている。このため、一ヶ所の Rabi 振動ではなく奥行きまでの Rabi 振動を全て積分したものが観測される (図 3.22)。ガラスセルの中心で原子の共鳴周波数が振動磁場の周波数が同じになるように調整するため、ガラスセルの端は共鳴周波数からはズレている。このため、ガラスセルの端で起きる Rabi 振動は離調があり中心で起きる Rabi 振動に比べ振動数が大きくなる。これら全てを積分したものが観測されるので、計算と測定の結果が一致しないと考えられる。これは Rabi 振動がダンピングする原因の一つでもある。

一例として振動磁場 80MHz で状態 $|2, 2\rangle$ と状態 $|2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動を観測する場合を考える。このときガラスセル内の状態 $|2, 2\rangle$ と状態 $|2, 1\rangle$ 間の共鳴周波数がどの位変化しているのか求めた。本実験で用いたガラスセルは奥行き 21.15mm である。図 3.23 に計算の結果を示す。これより端のところでは 200kHz 以上の離調がつくことが分かる。ガラスセルの中心で起こる Rabi 振動の振動数を 2MHz としたときガラスセル内で起きる Rabi 振動の振動数 (有効ラビ周波数 $W = \sqrt{\delta^2 + \Omega^2}$) がどのように変化しているのか計

算し

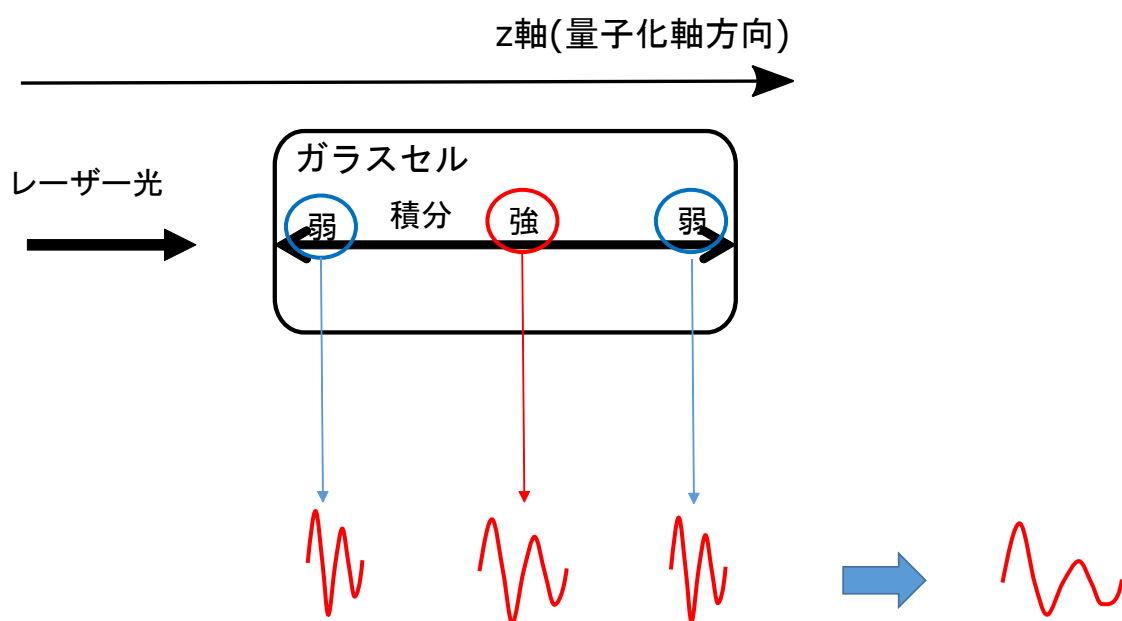


図 3.22 奥行きを持つガラスセル:中心では最も静磁場が強く、端に行くほど弱くなる。

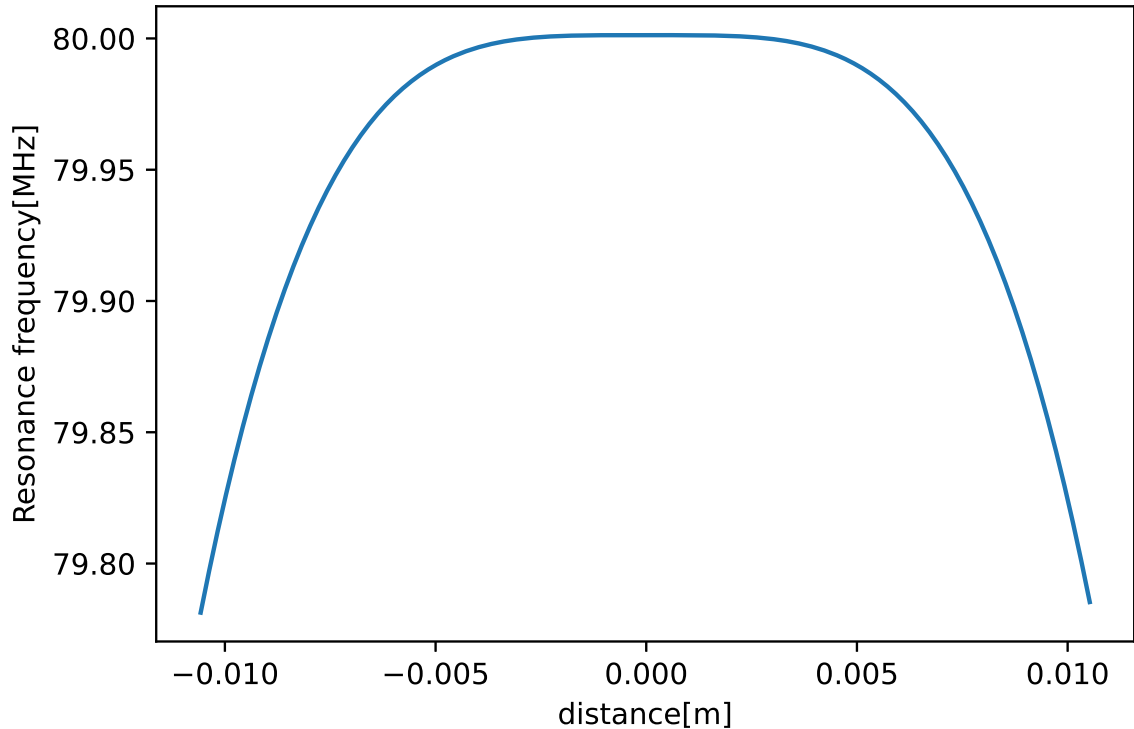


図 3.23 ガラスセル内の共鳴周波数の変化

た。計算結果を図 (3.24) に示す。この計算では電流値を 2.25A して行ったが、実験では 8A 以上使うときもある。同じ条件で電流値が 5A の場合ガラスセル内の共鳴周波数の変化量はおよそ 700kHz、8A の場合は 1.4MHz となる。よって必要な電流値が大きい測定ほど静磁場の変化による影響が大きくなる。

今回行った計算は z 軸 (量子化軸) 上のみ計算である。実際にはレーザー光の径には大きさがあり、径が大きいほど積分に入る有効ラビ周波数の変化量は大きくなる。よって、レーザー光はアイリスなどで小さくする方がよい。静磁場の変化を小さくする方法の一つに bias coil の径を大きくする方法が考えられる。bias coil の半径を 51mm と 100mm で比べてみる。電流値が 1A のときのガラスセル内の磁場の変化量は半径 51mm の場合およそ 70mG で半径 100mm の場合 2mG となり本実験で用いた bias coil の径と比べて比較的小さくできる。しかし、照射する磁場の大きさに対して必要な電流値も倍になってしまうのでこの方法は現実的ではない。他にガラスセルの奥行きを小さくする方法もある。計算結果からガラスセルの奥行きが大きさが 10mm 程であれば静磁場の変化による影響が少なくなると考えられる。しかしレーザー光で観測できる原子の数も少なくなってしまうので、ガラスセルをさらに温める必要があり、実験の装置の改善などが必要となる。

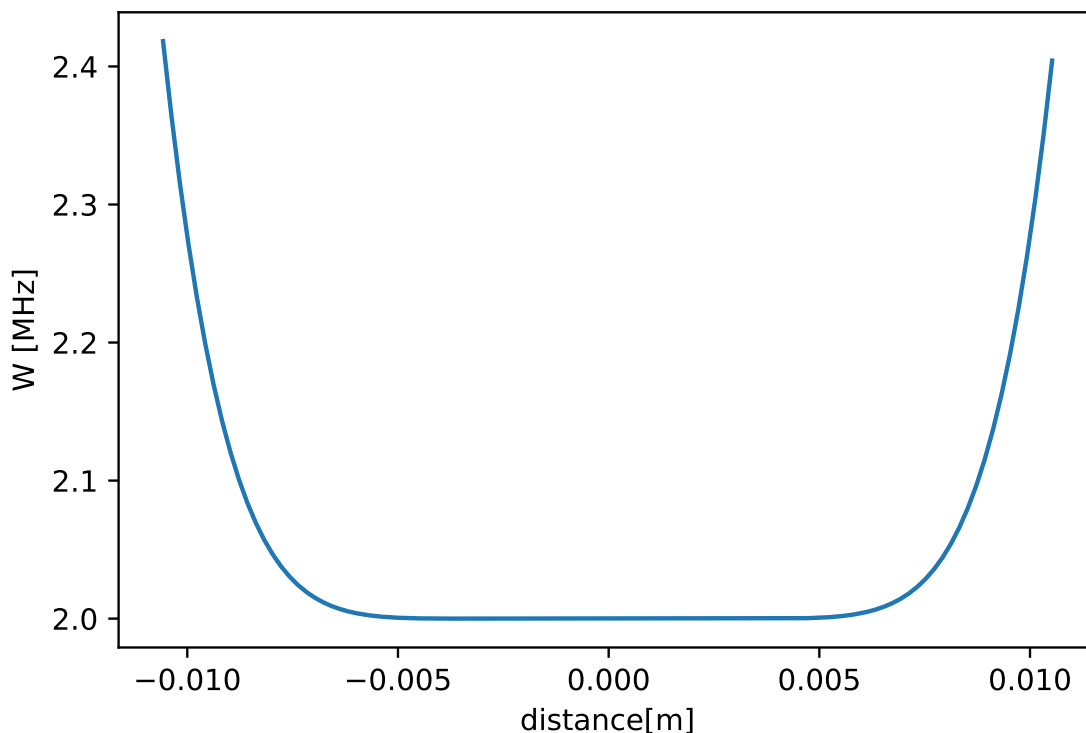


図 3.24 ガラスセル内の有効ラビ周波数の変化

3.3.3 レーザー光の径の変化による影響

原子に照射するレーザー光のビーム径が大きければ観測される原子の数も多くなる。よって Rabi 振動の振幅が大きくなり、Rabi 振動の観測が容易になる。しかしその一方で bias 磁場の空間不均一の影響を受ける原子の数も多くなり、不均一の影響が大きくなる。この影響の大きさを調べるためにビーム径に対する有効ラビ周波数の変化を測定した。またアンテナの径が小さくなるほど照射するラジオ波の空間不均一性が増す。そこでアンテナの大きさを直径 7mm と直径 30mm の 2 つのアンテナを用いて測定することで振動磁場の空間的不均一の影響も確認した。アンテナと共鳴周波数の関係を以下の表に示す。

| アンテナの直径 [mm] | 遷移 | 共鳴周波数 [MHz] |
|--------------|---|-------------|
| 7 | $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 1, -1\rangle$ | 361 |
| 30 | $ 2, -2\rangle \leftrightarrow 2, -1\rangle$ | 80 |

それぞれのアンテナに対してガラスセルの前に設置したアイリスの径を調整することでビームの直径を 1.5 ~ 8mm の間で変えながら Rabi 周波数とラビ振動の振幅の変化を測

定した。測定結果を図 3.25、3.26 に示す。それぞれビーム径の直径が小さくなるにつれて有効ラビ周波数が小さくなった。これより bias 磁場の不均一の影響が Rabi 振動の観測に影響を与えていることが分かった。ここで測定磁場付近の $|2, -2\rangle \leftrightarrow |1, -1\rangle$ の遷移における磁気モーメントの大きさは 1.371MHz/G であるのに対して $|2, -2\rangle \leftrightarrow |1, -1\rangle$ の遷移における磁気モーメントの大きさは 1.685MHz/G である。また、 80MHz の振動磁場の強度は 361MHz の振動磁場の強度に対して大きい。以上のことから振動磁場 80MHz の測定結果の方が振動磁場の不均一の影響が大きいはずである。しかし、測定結果は 361MHz の測定結果の方が有効ラビ周波数の変化が大きい。よって、アンテナの径の大きさによる振動磁場の不均一の影響も大きいと思われる。

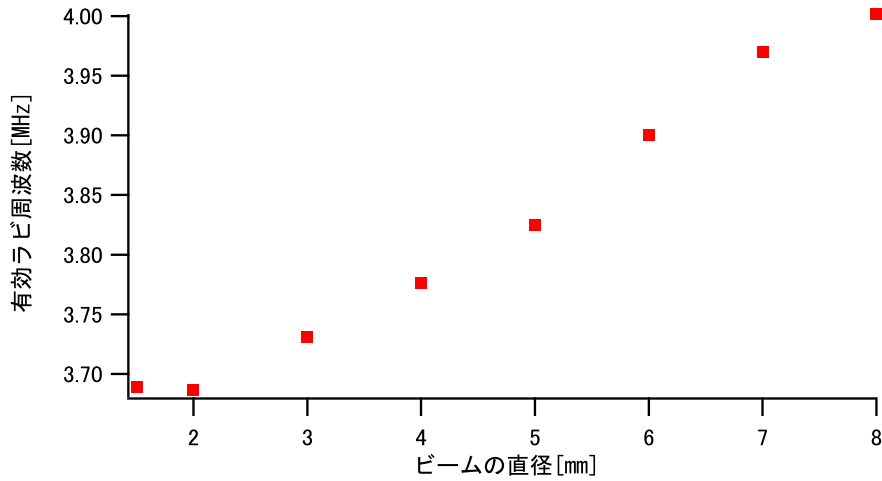


図 3.25 ビームの直径に対する有効ラビ周波数の変化

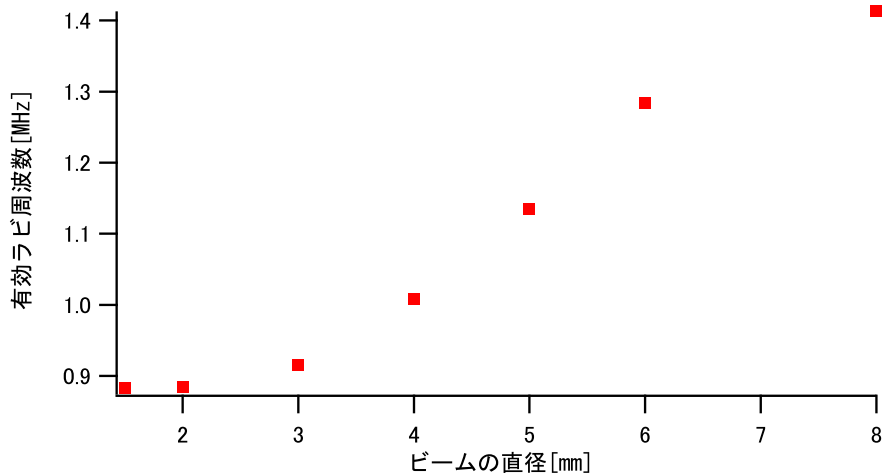


図 3.26 ビームの直径に対する有効ラビ周波数の変化

第 4 章

bias 磁場の空間分布の計算と Rabi 振動のシュミレート

節 3.3 において、理想的なヘルムホルツコイルによる磁場の空間的不均一が測定に与える影響を議論したが、実際の実験に用いたバイアスコイルは大きさを持ち、また理想的なコイル配置からずれている可能性がある。これらの影響を調べる為に、節 3.3 から発展させて実際のコイルの性能 (内外径、奥行き大きさ、bias coil の距離) を含めた計算を行い、バイアス磁場の空間分布を求めた。さらに得られた空間分布の値からそれぞれの軸上の Rabi 振動の再現を行い、Rabi 周波数の測定に与える誤差の大きさを検証した。この章では空間分布を得るための計算について述べた後、行ったシュミレートの結果を紹介する。

4.1 円形コイルの作る磁場の計算

円形コイルの作る磁場は式 (3.11) を積分することで求めることができる。ここで半径 R のコイルが作る磁場を円筒座標系で考える [15][16]。 $z = A$ にコイルを置き、その中心が z 軸上 ($\rho=0$) にある場合、 $B_\phi = 0$ であり、その他の B の成分は

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{[(R+\rho)^2 + (z-A)^2]^2} \left[K(k^2) + \frac{R^2 - \rho^2 - (z-A)^2}{(RR-\rho)^2 + (z-A)^2} E(k^2) \right] \quad (4.1)$$

$$B_\rho = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \frac{z-A}{[(R+\rho)^2 + (z-A)^2]^2} \left[-K(k^2) + \frac{R^2 + \rho^2 + (z-A)^2}{(RR-\rho)^2 + (z-A)^2} E(k^2) \right] \quad (4.2)$$

となる。ここで $K(k^2)$ 、 $E(k^2)$ はそれぞれ第一種、第二種楕円積分であり

$$K(k^2) \equiv \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} \quad (4.3)$$

$$E(k^2) \equiv \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi} d\phi \quad (4.4)$$

$$(4.5)$$

となる。また、引数 k^2 は

$$k^2 = \frac{4R\rho}{(R+\rho)^2 + (z-A)^2} \quad (4.6)$$

である。 $\rho = 0$ のとき $k^2 = 0$ となるので、 $K(0) = E(0) = \pi/2$ となり

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{[R^2 + (z-A)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.7)$$

$$B_\rho = 0 \quad (4.8)$$

となる。つまり円形コイルの中心軸上では対称性により中心軸に垂直な磁場成分は0となり中心軸方向のみとなる。これは式 (3.12) と一致する。

4.2 bias coil のヘルムホルツ配置

図 4.1 に用いた bias coil のヘルムホルツコイル配置を示した。計算に用いた数値は実際に用いたヘルムホルツコイル配置の値であるが、bias coil については簡単のためワイヤーは隙間なく巻けていると考えて、スタックした円電流から磁場の計算を行った。計算に用いたそれぞれの値を下の表に示す。bias coil の設置において coil 間隔に 1 ~ 2mm 程

| | |
|-------------------|-----------|
| ワイヤー直径 | 1.2mm |
| 巻き数 (動径方向 × 軸方向) | 20 × 10 巻 |
| コイルの厚み (t) | 12mm |
| コイルの内半径 (r_i) | 39mm |
| コイルの外半径 (r_o) | 63mm |
| 中心からの距離 (r_c) | 51mm |

表 4.1 計算に用いたヘルムホルツコイルの寸法

の誤差が生じる可能性がある。その影響も確認する為、coil 間の離距を $\pm 2\text{mm}$ 変化したときもそれぞれ計算した。ここで中心の磁場が 79.14G になるように電流値を設定している。これは振動磁場 80MHz で状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動を観測するときの bias 磁場の条件である。図 4.2、図 4.3 にそれぞれ量子化軸方向、アンテナ軸方向の bias 磁場の計算結果を示す。量子化軸方向の計算結果から $r_c = 18.5\text{mm}$ の方がヘルムホルツコイル配置に近く、coil の外形を考慮せずに計算した図 3.19 と形が似ていることが分かる。本実験を行った coil 間距離から 2mm 離れると最大 0.3G 程度の磁場の不均一があり、これは観測される Rabi 振動の信号に影響を与えてしまうと考えられる。対してアンテナ軸方向でも同じような不均一が生じているが、レーザー光のビーム径を 1mm にすると影響をほとんど消すことができるだろう。

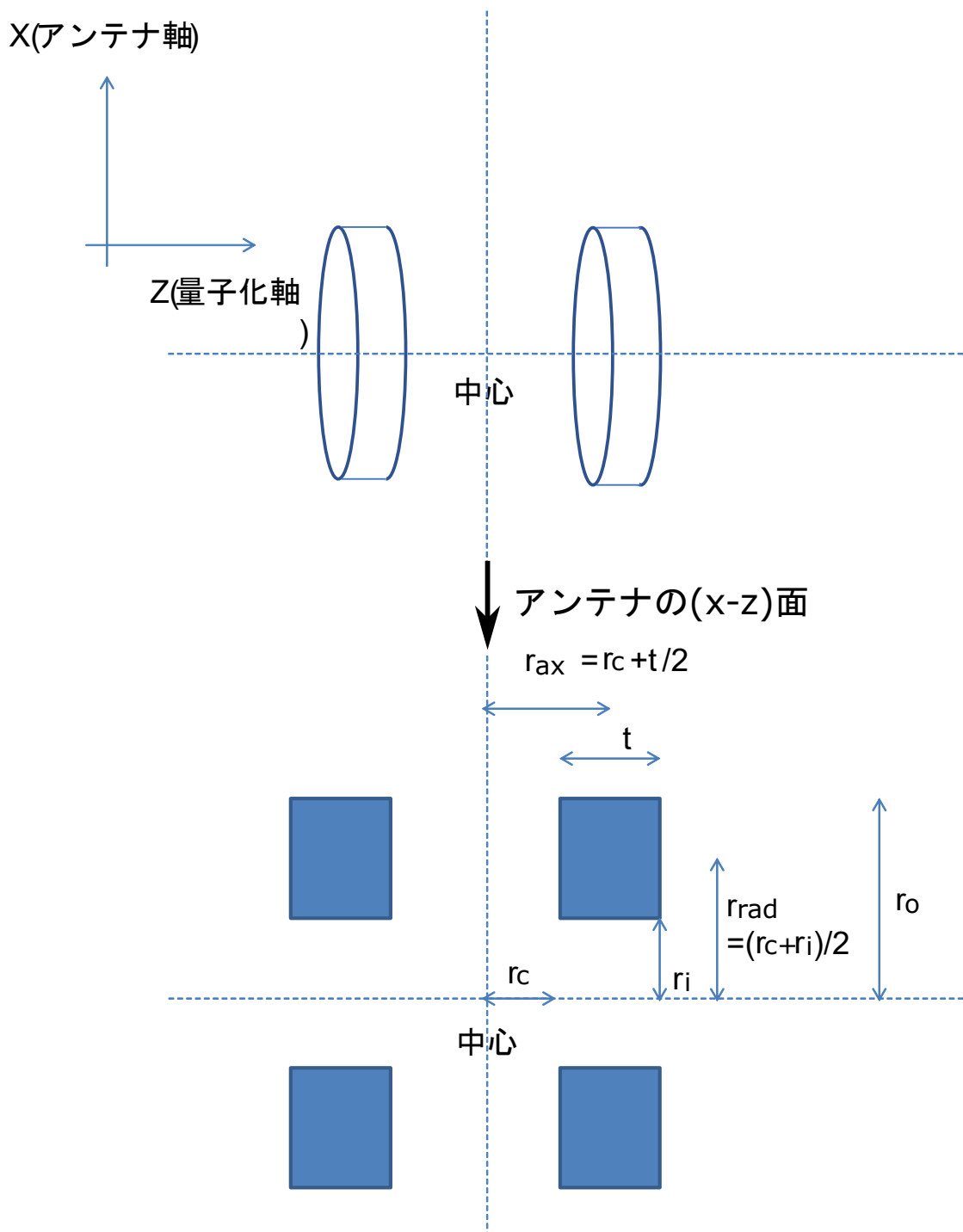


図 4.1 bias coil のヘルムホルツコイル配置

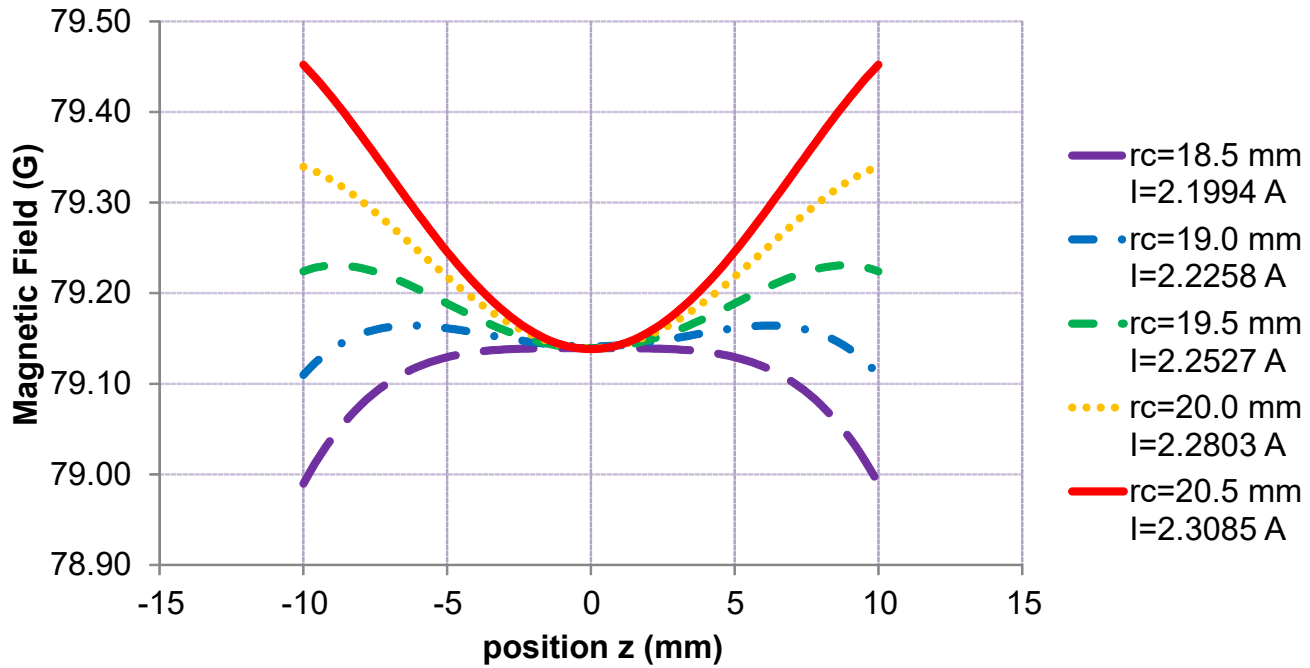


図 4.2 量子化軸方向の bias 磁場の空間分布

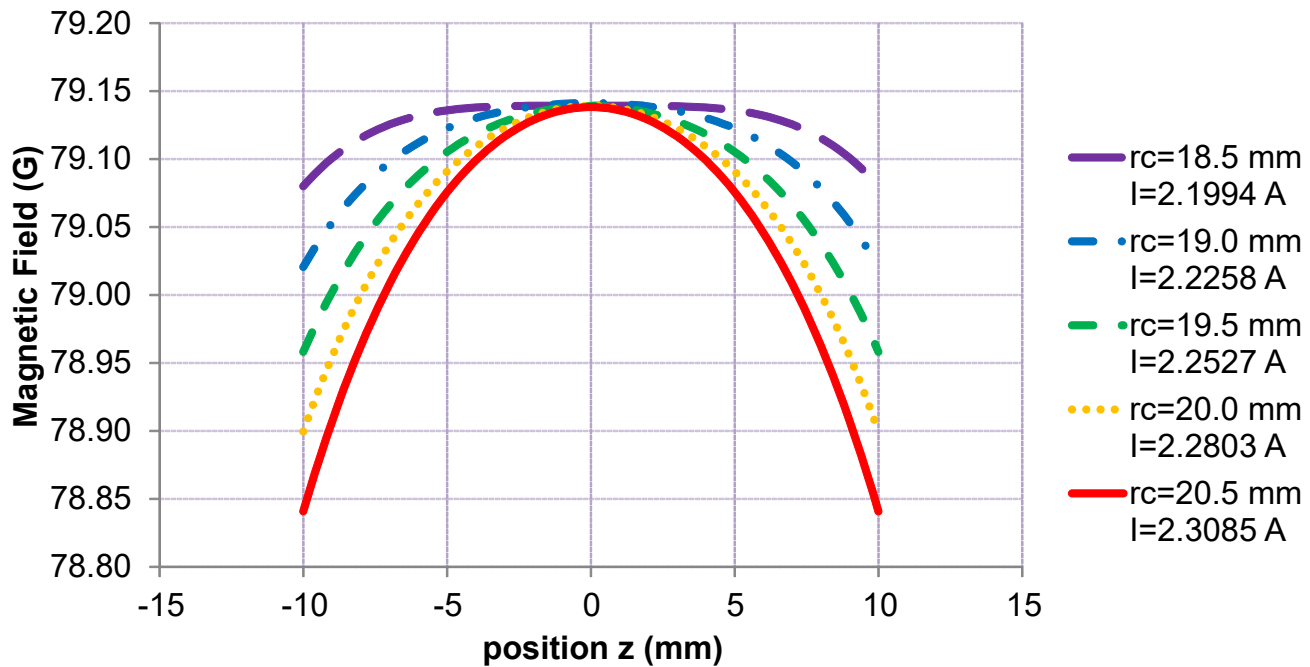


図 4.3 アンテナ軸方向の bias 磁場の空間分布

4.3 Rabi 振動のシュミレート

一例として $r_c = 20.5\text{mm}$ の Rabi 振動の信号のシュミレートを行う。このときの振動磁場 80MHz で状態 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動を観測するときを想定している。量子化軸方向の bias 磁場の空間分布 (図 4.2) から共鳴周波数の変化を求めた (図 4.4 ($r_c = 20.5\text{mm}$))。求めた共鳴周波数の空間分布から有効ラビ周波数の空間分布を計算することができる。離調が 0 のときの Rabi 周波数を 2.5MHz としたときの有効ラビ周波数を求めた (図 4.5)。有効ラビ周波数の空間分布から Rabi 周波数が最大で 1.6MHz 程変化していることが分かった。また離調の二乗が Rabi 周波数に足されるので、共鳴周波数の変化に比べ、有効ラビ周波数の中心付近は変化が小さいことが分かった。z 軸方向の観測範囲を小さくすることで z 軸方向の bias 磁場の不均一の影響を軽減できることが期待される。

求まった有効ラビ周波数を用いることで式 (2.26) から原子の Rabi 振動の信号が計算できる。本実験では z 軸上で起きている Rabi 振動の重ね合わせを観測しているので、図 4.5 の有効ラビ周波数から求めた Rabi 振動の信号を足し合わせることで観測される Rabi 振動の信号を再現できる。図 4.6 に計算結果を示す。同様にアンテナ軸上の bias 磁場の空間分布から Rabi 振動の信号を再現した。ここで本実験では主にレーザー光のビーム径を 8mm に設定していたため、アンテナ軸上の範囲を $-4 + 4\text{mm}$ の範囲で計算した (図 4.7)。以下では量子化軸 (z 軸) 上の bias 磁場の空間分布から再現した Rabi 振動の信号を

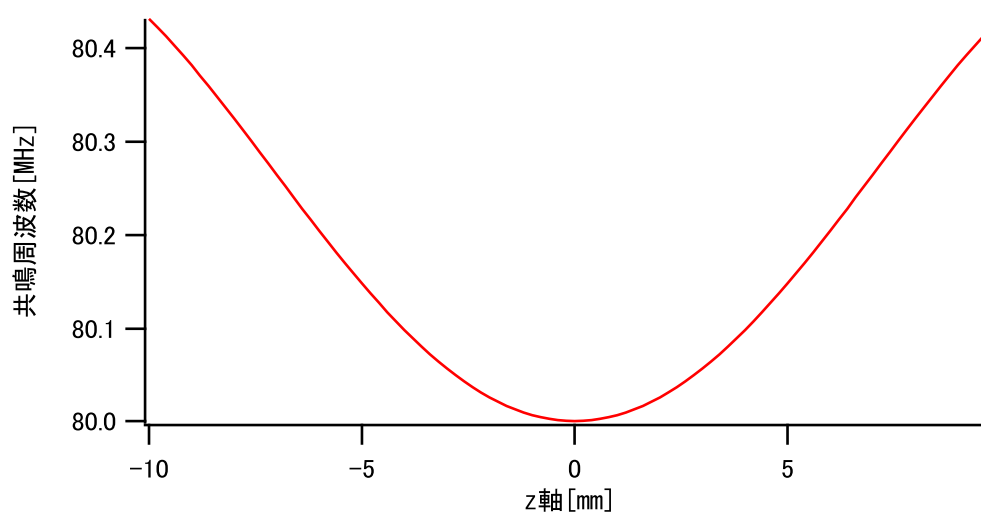


図 4.4 量子化軸方向の bias 磁場の空間分布から求めた共鳴周波数の変化

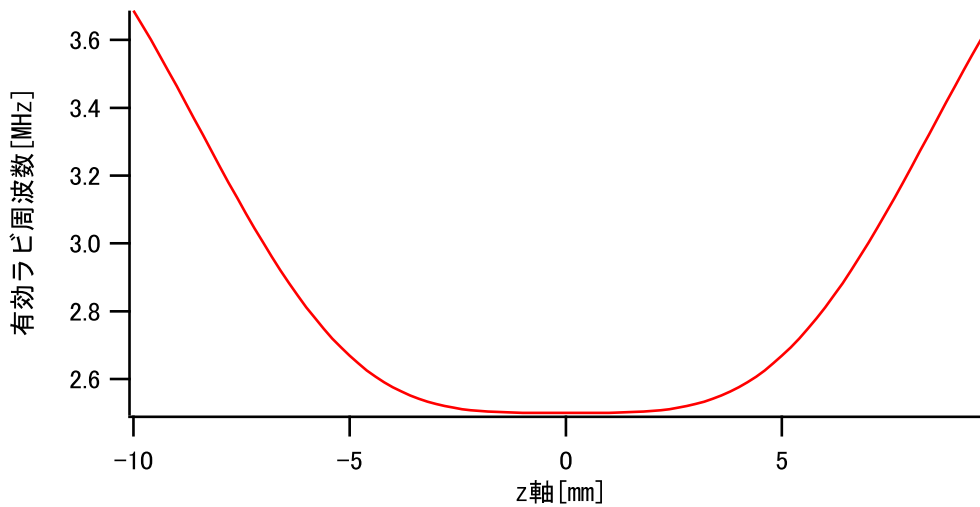


図 4.5 量子化軸方向の bias 磁場の空間分布から求めた有効ラビ周波数の変化

R_z 、アンテナ軸 (x 軸) 上の bias 磁場の空間分布から再現した Rabi 振動の信号を R_x と表現する。 R_z を見ると振動の初めは早く、2 つ目の山 (3μ) から振動が広がっているのが分かる。それに対して R_x はほとんど変化が見られない。次に R_x 、 R_z を式 (3.10) でフィッティングを行い、Rabi 周波数の変化を確認した。図 4.8 にそれぞれのフィッティング結果を示す。 R_x のフィッティング結果から、振動の初めは少し早くなっていることが分かった。しかし、有効ラビ周波数は 25.252MHz でほとんど変化がみられない。 R_z のフィッティング結果から早いところでは有効ラビ周波数が 28MHz を超えている。この計算は軸上のみであるが、レーザー光のビーム径には大きさがあるため誤差がさらに大きくなる。さらに磁場の空間分布の計算ではワイヤーがズレなくきれいに巻かれており、ヘルムホルツコイル配置ではコイルに角度がない条件で行っている。実際に用いた bias coil はワイヤーがきれいに巻かれておらず、それぞれの coil の大きさは数 mm ズれている。また、角度は目測でおいているため 0 とは言い切れない。よって、本実験で用いた bias coil の場合量子化軸方向の bias 磁場の不均一が Rabi 振動に与える影響は大きいと考える。

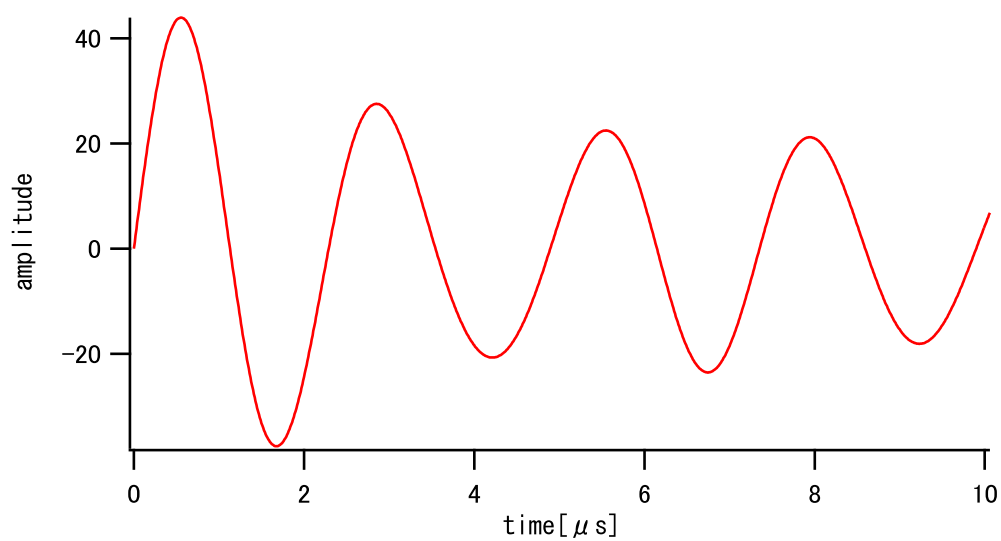


図 4.6 z 軸上のバイアス磁場分布から再現した観測信号

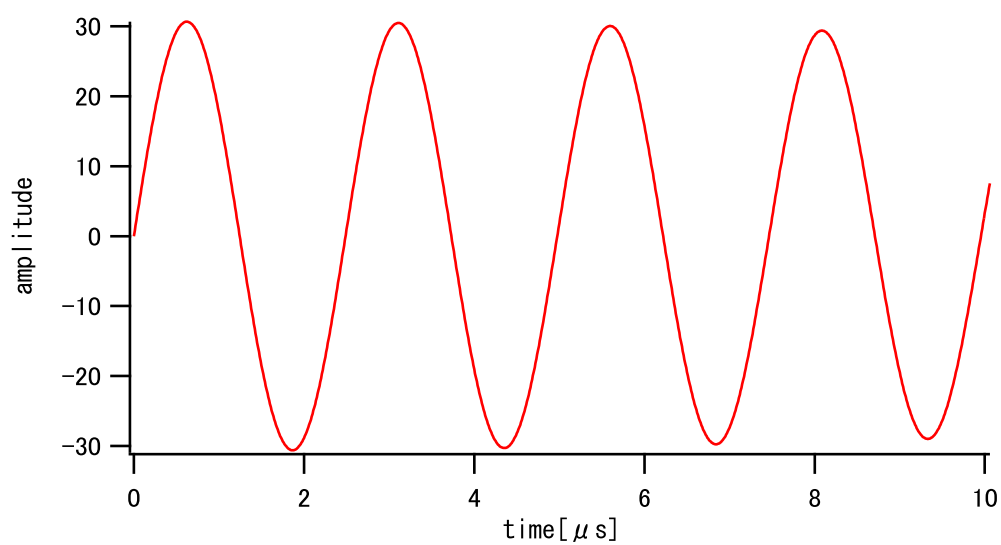


図 4.7 x 軸上 (-4 ~ +4) のバイアス磁場分布から再現した観測信号

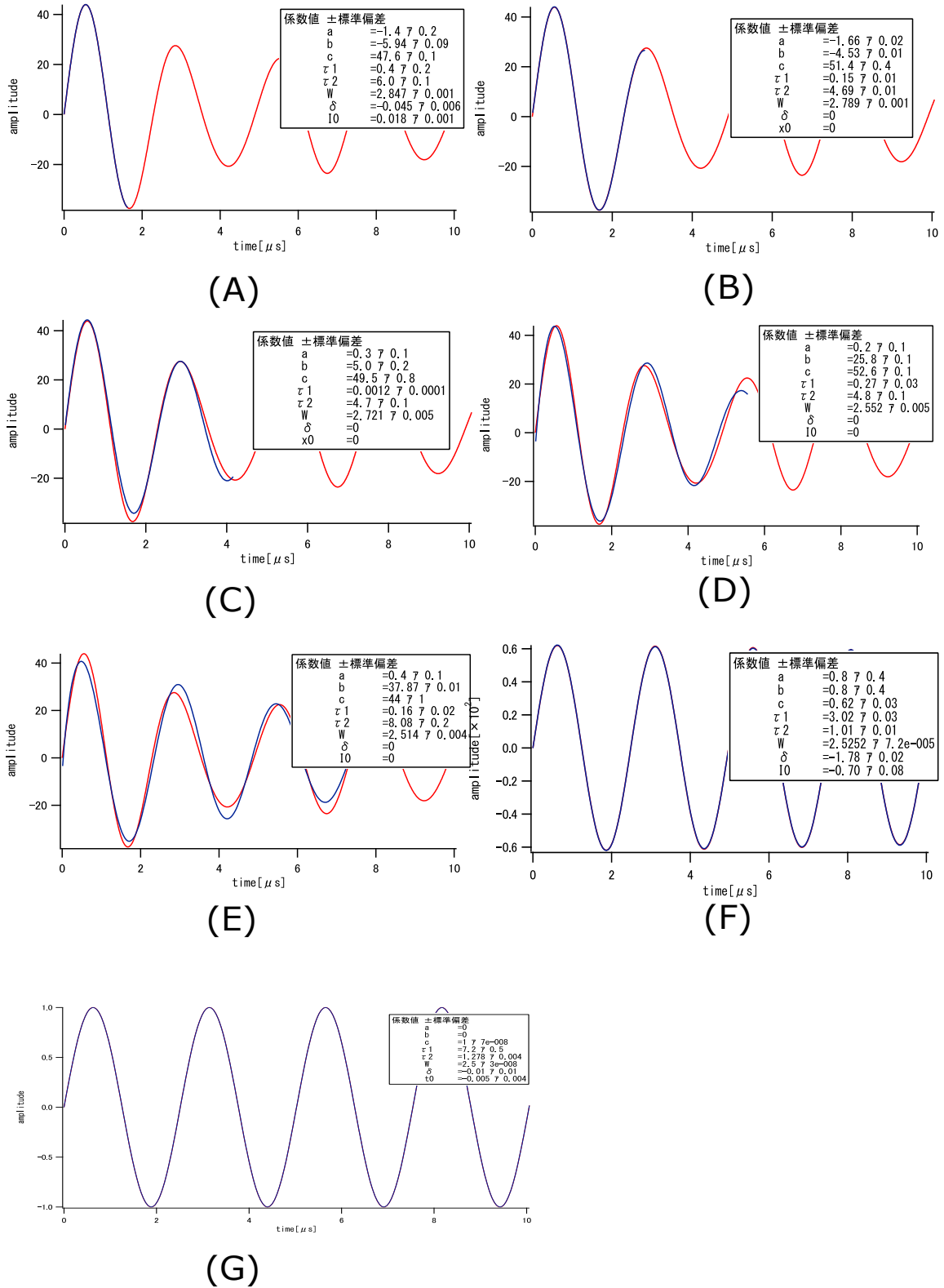


図 4.8 再現した観測信号のフィッティング結果:(A)~(E) は R_z のフィッティングを間隔を変えて行った結果を表す。(F) は R_x のフィッティング結果を表す。(G) は $W = 2.5\text{MHz}$ の信号をフィッティングした結果を表す。

4.4 振動磁場の不均一

前節と同様の方法で本実験で用いたアンテナから照射される振動磁場の空間的不均一から Rabi 振動のシュミレートを行った。計算は 80MHz の振動磁場で、 $|2, -2\rangle$ から状態 $|2, -1\rangle$ 間の Rabi 振動を観測するときを想定して行った。計算に用いたそれぞれの値を以下の表に示す。ここで B_y の成分を考えず B_x 、 B_z 成分のみを計算した。式 (2.32) よ

| | |
|-------------------|------|
| ワイヤー直径 | 1mm |
| 巻き数 | 2 巻 |
| アンテナの半径 (r_i) | 15mm |
| 中心からの距離 (r_c) | 5mm |
| アンテナに流す電流 | 0.4A |

表 4.2 計算に用いたアンテナの寸法

り $B_- = \frac{1}{2}B_x$ となるので、Rabi 振動のシュミレートには B_x 成分を用いた。x 軸、z 軸上の振動磁場の強度を式 (2.34) から Rabi 振動に変換してそれぞれの軸上で Rabi 振動を足し合わせて観測される Rabi 振動を再現した。図 4.9 に再現した Rabi 振動を示す。計算で用いたアンテナの径がガラスセルよりも大きいため、z 軸上の空間的不均一の影響はほとんどない。対して x 軸上では測定範囲が 8mm は不均一の影響が大きく、フィッティングを行うと 0 ~ 4 μ s 間は有効ラビ周波数が 2MHz であったが、4 μ s 以降では 2.6Mhz となった。しかし測定範囲を小さくすると不均一の影響は少なくなり、2mm ではほとんど影響がなくなった。よって、振動磁場による空間的不均一は Rabi 振動に大きく影響を与えるが、レーザー光のビーム径をできる限り小さくすることで大きく軽減できると思われる。

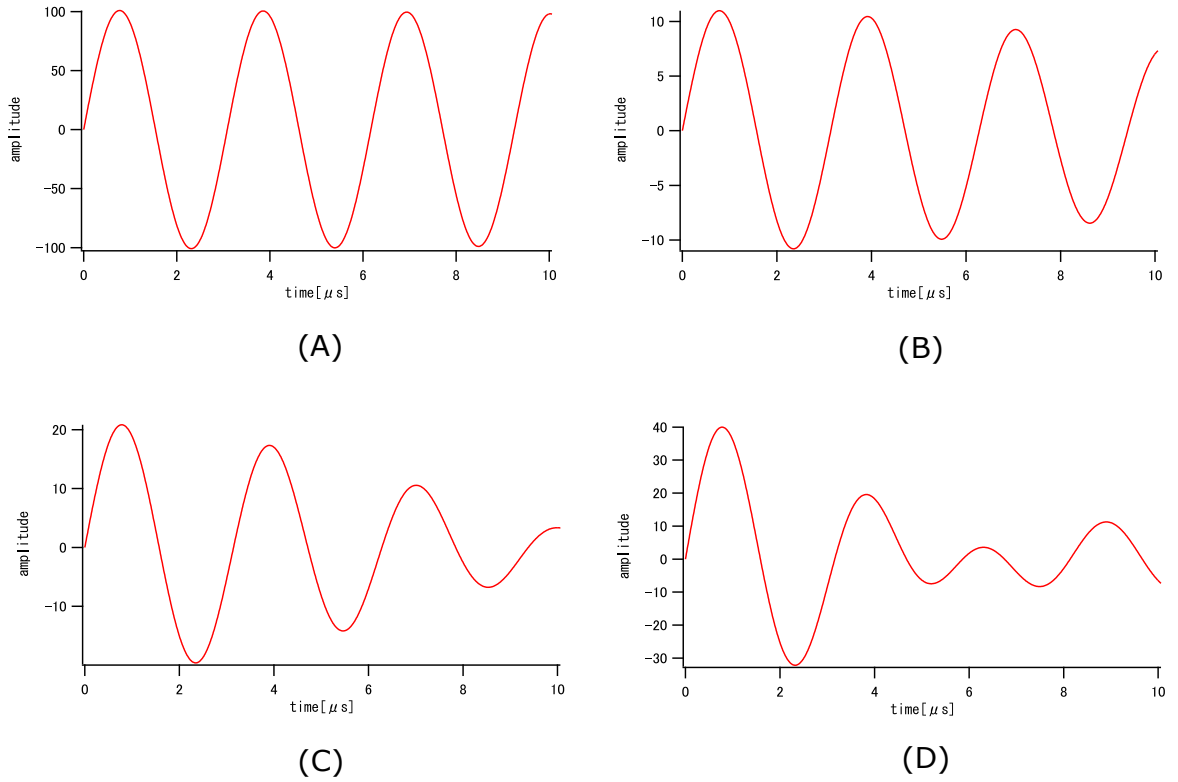


図 4.9 振動磁場の空間的不均一から再現した Rabi 振動 (A) は z 軸上の振動を足し合わせた結果を表す。(B) は x 軸上の振動を直径 2mm 内で足し合わせた結果を表す。(C) は x 軸上の振動を直径 4mm 内で足し合わせた結果を表す。(D) は x 軸上の振動を直径 8mm 内で足し合わせた結果を表す。

第5章

まとめ

本研究では、原子スピン制御に用いる高強度アンテナの評価を行うための高周波磁力計の開発と作成した磁力計の定量評価を行った。

まず高周波磁力計の開発では、磁気副準位間の遷移も用いることで、実際に 35MHz ~485MHz の振動磁場の強度測定に成功した。今回は行わなかったが、理論上数 MHz~1.3GHz の範囲もその周波数用のアンテナを作成すれば測定可能である。

また同一の振動磁場に対して、遷移強度の異なる遷移を用いて得られた振動磁場の絶対強度を比較することで、磁力計の定量評価を行った。しかし測定で得られた振動磁場の絶対強度が一致しなかった。そこで各遷移の bias 磁場に対する共鳴周波数の変化を計算すると、遷移毎に磁気モーメントの差が大きく異なっている事が分かった。そして測定された振動磁場の絶対強度が大きく異なる遷移同士では特に磁気モーメントの差が大きい事が分かった。このことから、これらの磁気モーメントの差が大きい遷移において、磁場の不均一による系統誤差が大きくなっている可能性を考えた。そこで bias 磁場と振動磁場の空間的不均一を実際の実験セットアップからシミュレートし、磁気モーメントの差が大きく異なる遷移での測定信号を再現することで、共鳴での Rabi 周波数の測定値に対する影響を検証した。結果、本研究で行った測定では磁場による系統誤差が影響していることが分かった。

付録 A

Wigner-Eckart の定理

本研究ではカリウムのゼーマンシフトと遷移強度の計算に Wigner-Eckart 定理と 3j,6j symbol を用いて計算を行った [17]。階数 k の非換算テンソル演算子 $T^{(k)}$ の成分を $T_q^{(k)}$ ($q = -k, \dots, +k$) と書く。一階 ($k = 1$) の非換算テンソル演算子はベクトルであり、階数 0 の非換算テンソル演算子はスカラーである。また丸括弧と中括弧はそれぞれ Wigner 3j,6j symbol を表す。状態 $|JM\rangle$ に関する $T_q^{(k)}$ の行列要素は次の Wigner-Eckart 定理から得られる。

$$\langle JM|T_q^{(k)}|J'M'\rangle = (-1)^{J-M} \langle J||T^{(k)}||J'\rangle \begin{pmatrix} J & k & J' \\ -M & q & M' \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

また、角運動量 J_1, J_2 ($J = J_1 + J_2$) を基底とする場合は

$$\begin{aligned} \langle (J_1, J_2)J|T_q^{(k)}|(J'_1, J'_2)J'\rangle &= (-1)^{J'+J_1+J_2+k} \langle J_1||T^{(k)}||J'_1\rangle \\ &\times \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \begin{Bmatrix} J_1 & k & J'_1 \\ J' & J_2 & J \end{Bmatrix} \delta_{J_2, J'_2} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

となる。ここで $\langle J||T^{(k)}||J'\rangle$ は M に依存せず換算行列要素とよばれ、 $k = 1$ のとき

$$\langle J||T^{(1)}||J'\rangle = \sqrt{J(J+1)(J+2)} \delta_{J, J'} \quad (\text{A.3})$$

である。式 (A.1) および式 (A.2) から次式が得られる。

$$\begin{aligned} \langle (J_1, J_2)JM|T_q^{(k)}|(J'_1, J'_2)J'M'\rangle &= (-1)^{J'+J_1+J_2+k+J-M} \langle J_1||T^{(k)}||J'_1\rangle \\ &\times \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \begin{Bmatrix} J_1 & k & J'_1 \\ J' & J_2 & J \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J & k & J' \\ -M & q & M' \end{pmatrix} \delta_{J_2, J'_2} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

本研究では式 (A.4) を Jupyter Notebook で数値計算することでゼーマンシフトおよび遷移強度を求めた。計算では $T^{(k)} = J^{(1)}$ (電子の全角運動量) とし、そのテンソル変換は

$$J_{\pm}^{(1)} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} J_{\pm} \quad (\text{A.5})$$

$$J_0^{(1)} = J_z \quad (\text{A.6})$$

である。

付録 B

$|2, 0\rangle$ から $|2, 1\rangle$ への遷移

節 3.2.3 で示した bias coil に流す電流を変化させて Rabi 振動を探する方法を行っていた際に想定していない Rabi 振動が観測できた。図 B.1 は共鳴周波数 80MHz の振動磁場をガラスセルに当てているときのオシロスコープで観測できた写真である。写真の右の変化は状態 $|2, 0\rangle$ から状態 $|2, 1\rangle$ への遷移で、左の変化が状態 $|2, 0\rangle$ から状態 $|2, 1\rangle$ への遷移である。このときガラスセルには σ^+ の偏光をもつ光を当てている。節 2.1.3 より原子は状態 $|2, 2\rangle$ にポンピングされるはずである。しかし、ラビ振動が観測できることから状態 $|2, 0\rangle$ が暗状態となっていると考えられる。図 B.2 に状態 $|2, 0\rangle$ と状態 $|2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動を示す。このとき bias coil に流す電流は 5.67A ($B_0 = 199.564\text{G}$) であり、節 2.1.1 での計算と一致する。また原子に当てる光の偏光に対してそれぞれの遷移の大きさを調べた。光は PBS によって直線偏光になっている。ガラスセルの前に $\lambda/4$ 波長板を置き、波長板を回転させることで偏光を少しずつ変えて測定した。その結果を図 B.3 に示す。直線偏光ではそれぞれの遷移とも起こらず、円偏光では $|2, 2\rangle$ から $|2, 1\rangle$ の遷移が最も大きくなる。これは節 2.1.3 の話とも一致する。 $|2, 0\rangle$ から $|2, 1\rangle$ への遷移は楕円偏光のとき最も大きくなる。楕円偏光は σ^+ 偏光に σ^- 偏光が混ざりできる。よって $|2, 0\rangle$ から $|2, 1\rangle$ への遷移は σ^- 偏光が混ざることによって起きていると考えられる。

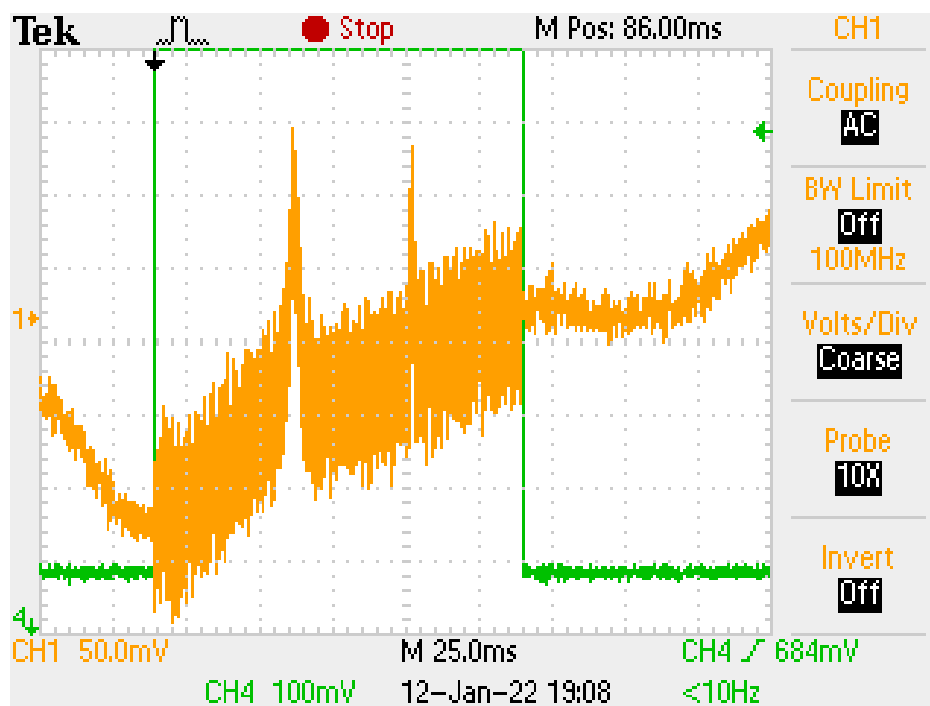


図 B.1 状態 $|2, 0\rangle$ から状態 $|2, 1\rangle$ への遷移

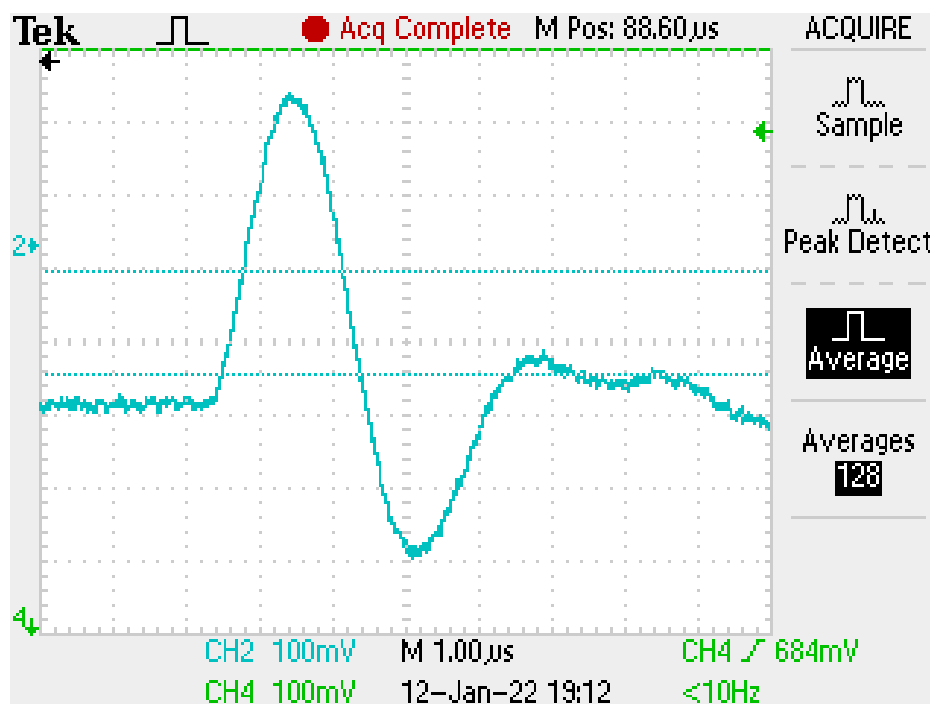


図 B.2 オシロスコープ上の状態 $|2, 0\rangle$ と状態 $|2, 1\rangle$ 間の Rabi 振動の観測

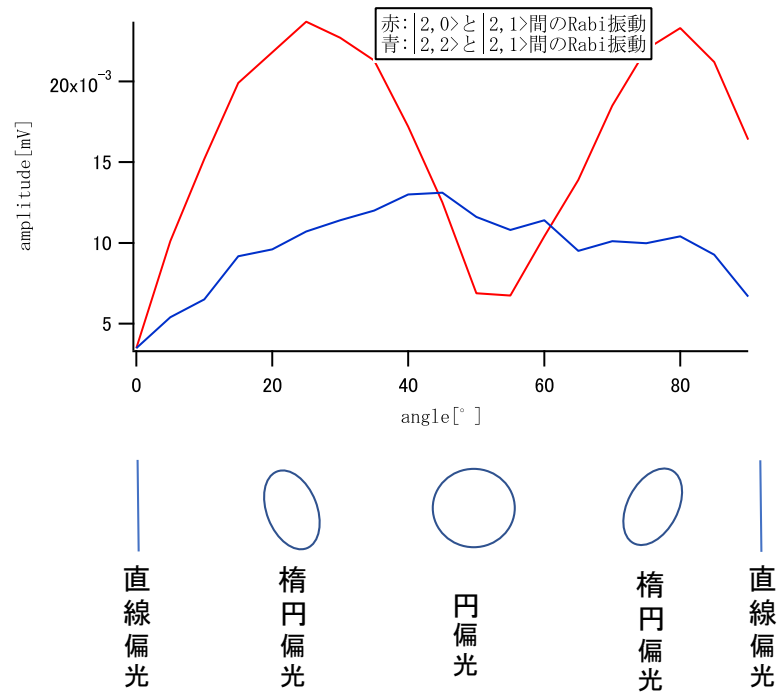


図 B.3 状態 $|2,0\rangle$ と状態 $|2,1\rangle$ 間の Rabi 振動と状態 $|2,2\rangle$ と状態 $|2,1\rangle$ 間の Rabi 振動の振幅と偏光の関係

付録 C

^{87}Rb 原子の遷移強度

本研究で行った磁力計はルビジウム原子を用いることでマイクロ波 (数 GHz の電磁波) を測定できると考えている。節 2.1.1 と節 2.4 から ^{87}Rb 原子の基底状態のゼーマンシフトと遷移強度を計算した (図 C.1、図 C.2)。

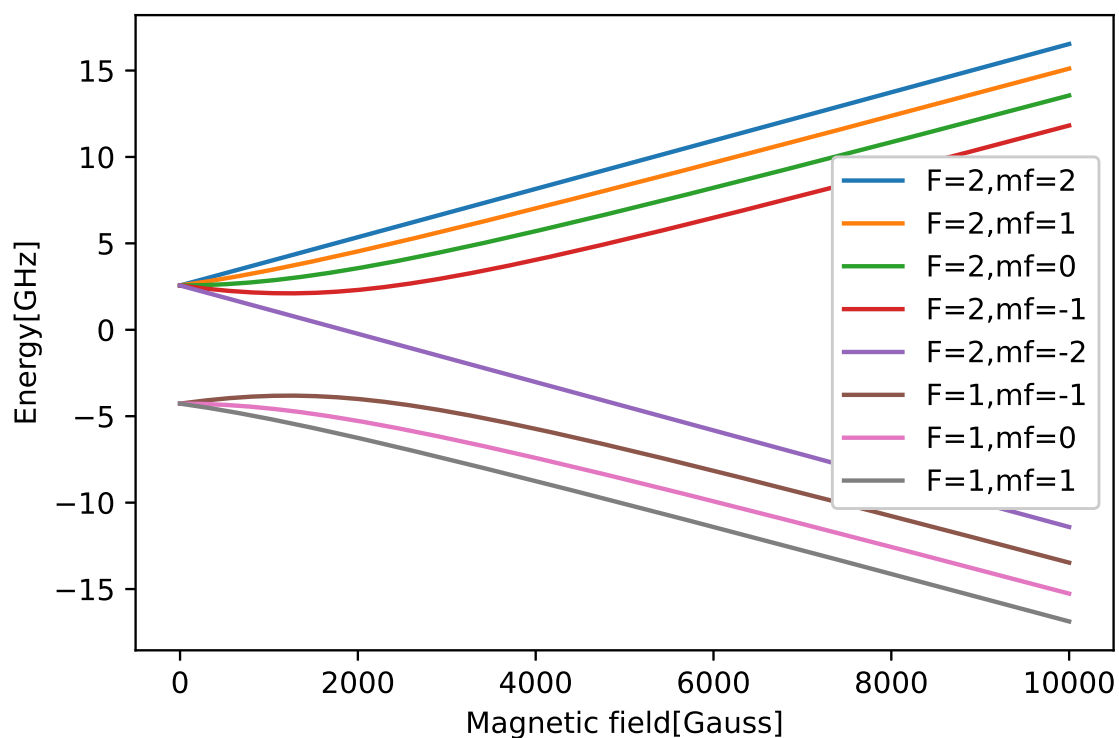
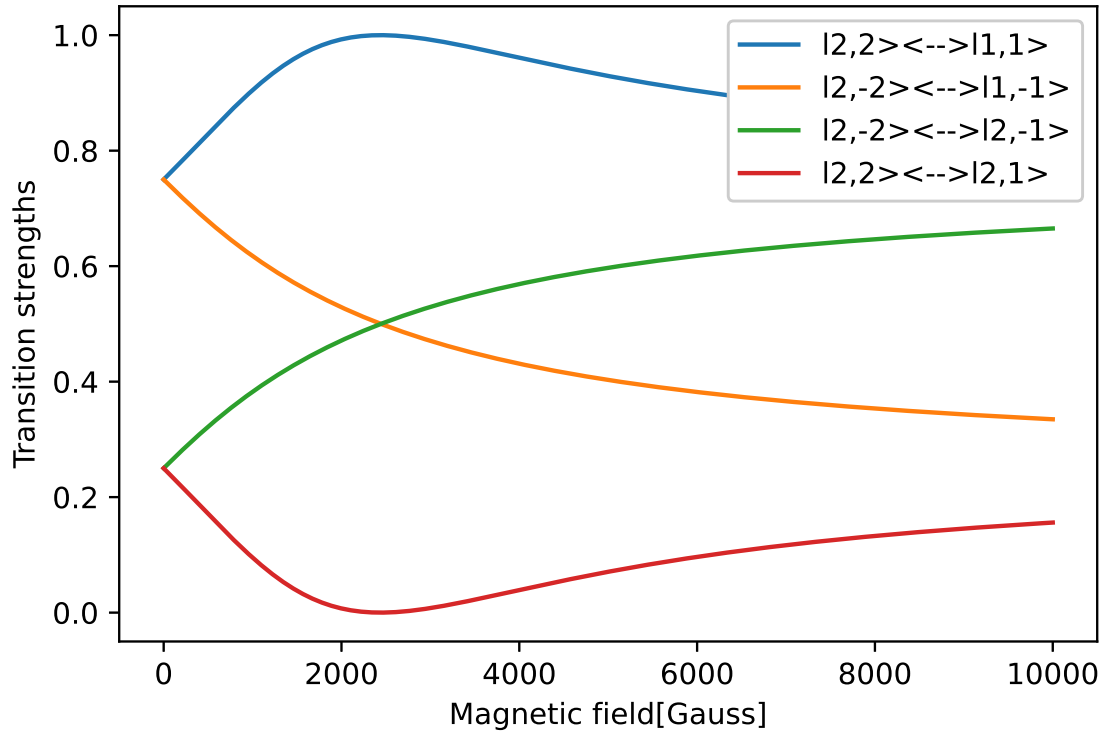


図 C.1 ^{87}Rb 原子の基底状態のゼーマンシフト

図 C.2 ^{87}Rb 原子の基底状態の遷移強度

謝辞

本論文は、大阪市立大学大学院理学研究科数物系専攻レーザー量子物理学研究室における前期博士課程の4年間の研究をまとめたものです。研究を行うにあたりご指導、ご協力をいただいた多くの方々に感謝の言葉を述べさせていただきます。指導教員である井上慎教授に心から感謝の意を表します。井上教授には物理の研究に限らず、物事に取り組む考え方や姿勢など様々な事を教わりました。研究室での生活を通して人として大きく成長できたと思っています。5年間の長い間面倒を見ていただきありがとうございました。本研究室の加藤宏平特任助教には学部4年のときから多くの指導を頂きました。研究にうまくいかないときや大事な発表前には幾度と助けてくださいました。加藤先生のおかげで研究を続けてこれたと思っています。本当にありがとうございました。2019年度から本研究室に着任された堀越宗一特任准教授には研究について多くの意見を頂きました。また、本研究を始めたときから分からないところを何度も分かりやすく教えてくださりました。本当にありがとうございました。超低温物理学研究室の石川修六教授と矢野英雄准教授には本論文の査読を務めていただきました。お忙しい中貴重なご意見をいただき誠にありがとうございました。前期博士課程2年の京谷隆正氏とは2年間をともに過ごしてきました。京谷氏とは物理のこと以外にも様々なことを話し、長く辛い研究生活は京谷氏の存在のおかげで耐えきることができました。前期博士課程1年の船波寛史氏とは実験を共にすることがあり、先輩後輩という立場を超えて仲良くして頂きました。前期博士課程1年の藤野真幸氏とはよく物理以外の話をしたり、共にゲームをするなど研究生活を非常に有意義に過ごすことができました。学部4年の川口泰加氏と米田光佑氏とは、1年間の短い期間でしたが、とても充実した時間が過ごせました。研究や本読みを2人で協力して進める姿勢がとても印象的でした。2018年度に前期博士課程を修了された長谷秀秋氏実験には、実験に関する基本的なことをたくさん教えていただきました。本研究は長谷氏が残してくださった修士論文のおかげで非常にスムーズに進めることができました。2019年度に前期博士課程を修了された大前真秀氏は実験や勉強において協力することが多く、助けられることもあったため、非常に有意義に過ごすことができました。2020年度に前期博士課程を修了された谷澤昂樹氏とは話をすることが多く学生生活を楽しく過ごすことができました。また、夜遅くまで実験している姿は私にとって非常に良い刺激になりました。最後に、これまで学生生活を支えてくれた家族に心より感謝申し上げます。

参考文献

- [1] R.C. Black, F.C. Wellstood, E. Dantsker, A.H. Miklich, D. Koelle, F. Ludwig, and J. Clarke. *Imaging radio-frequency fields using a scanning SQUID microscope*. Appl. Phys. Lett. 66, 1267, (1995).
- [2] 長谷秀秋. カリウム原子気体を用いたラジオ波強度の空間イメージング. 修士論文, 大阪市立大学, (2019).
- [3] T.G.Tiecke. *Properties of Potassium*. <https://www.tobiastiecke.nl/archive/PotassiumProperties.pdf> (Accessed on 07/20/2021).
- [4] Vladislav Gerginov., Andrei Derevianko., and Carol E. Tanner1. *Observation of the Nuclear Magnetic Octupole Moment of ^{133}Cs* . Phys. Rev. 91, 072501, (2003).
- [5] Christopher J. Foot. *Atomic Physics*. OXFORD UNIVERSITY PRESS, (2005).
- [6] P. Bohi and P.Treutlein. *Simple microwave field imaging technique using hotatomic vapor cells*. Appl. Phys. Lett. 136, 181107, (2012).
- [7] M. ARDITI and T. R. CARVER. *Hyperfine Relaxation of Optically Pumped Rb^{87} Atoms in Buffer Gases*. Phys. Rev. A3, 101, (1964).
- [8] 藤掛陽輔. 電磁場による極低温原子の内部状態の制御. 修士論文, 東京大学, (2009).
- [9] H.Haken and H.C.Wolf. *THE PHYSICS OF ATOMS AND QUANTA*. Springer, (2005).
- [10] Pascal Böhi, Max F. Riedel, Theodor W. Hänsch, and Philipp Treutlein. *Imaging of microwave fields using ultracold atoms*. Appl. Phys. Lett. 97, 051101, (2010).
- [11] 二村亮. 干渉フィルターを用いた外部共振器半導体レーザーの製作と線幅の評価. 修士論文, 大阪市立大学, (2018).
- [12] X. Baillard and *et al.* *Interference-filter-stabilized externalcavity diode lasers*. Appl. Phys. Lett. 266, 609613, (2006).
- [13] 上原城児. アルカリ原子の光会合の研究. 修士論文, 東京大学, (2013).
- [14] A. Horsley, Guan-Xiang Du, M. Pellaton, C. Affolderbach, G. Miletì, and P. Treutlein. *Imaging of relaxation times and microwave field strength in a microfabricated vapor cell*. Phys. Rev. A 88, 063407, (2013).
- [15] 加藤宏平. 異核フェシユバツハ分子の生成・制御に関する研究. 修士論文, 東京大学, (2011).

-
- [16] T. Bergman, G. Erez, and H. Metcalf. *Magnetostatic trapping fields for neutral atoms*. Phys. Rev. **35**, 4, (1987).
- [17] 平野功. 原子・光・磁気の解析. 技報堂, (2004).