

アレクサンドライト結晶を用いた
DPSS レーザーの開発
(Development of Alexandrite DPSS laser)

理学研究科

数物系専攻

京谷 隆正

目次

第 1 章	序章	2
1.1	歴史的背景	2
1.2	研究目的	3
1.3	本論文の構成	6
第 2 章	DPSS レーザーの原理	7
2.1	レーザーの動作原理	7
2.1.1	自然放出と誘導放出	7
2.1.2	反転分布	9
2.1.3	四準位レーザー	9
2.2	ガウシアンビーム	11
2.2.1	周波数モード (縦モード) と空間モード (横モード)	13
2.3	DPSS レーザーの動作原理	19
2.3.1	閾値の計算	21
2.4	DPSS レーザーにおける熱的な効果	27
	熱レンズ効果	27
2.5	アレクサンドライト結晶の蛍光寿命の温度依存性	32
2.6	ABCD 行列とビームパラメータ	33
2.7	共振器	35
2.7.1	共振器内でのビーム径の変化	35
第 3 章	実験	38
3.0.1	Pump 用半導体レーザー	38
3.0.2	結晶について	40
3.1	共振器	41
3.2	結晶から放出される蛍光の分光測定	45
3.3	小信号利得の測定	47
3.4	熱レンズの測定	50
3.5	発振しない原因の考察	60
第 4 章	まとめ	63
	参考文献	65

第1章

序章

1.1 歴史的背景

ボース・アインシュタイン凝縮 (Bose-Einstein Condensation, 以下”BEC” と表記) の存在は 1925 年に A.Einstein によって予言された [1]。BEC はマクロな数の粒子が最低基底状態に落ち込み、1つの巨視的な波として振舞うようになる。Einstein が考えたのは理想気体に対する BEC であったが、1938年に P.Kapitza によって液体ヘリウムの超流動が観測され [2]、同年に F.London は液体ヘリウムの超流動現象は BEC によるものであると説明した [3]。一方で、Einstein が最初に予言した気体の BEC の実現には 1960 年に T.H.Maiman により開発されたレーザー [4] が欠かせなかった。1975 年に T.W.Hänsh と A.L. Schalow らによってレーザーを用いた気体原子の冷却法が提案され [5]、1985 年に S.Chu らによって Na 原子のレーザー冷却が達成された [6]。また 1987 年に E.L. Raab らによって、磁場とレーザー光を組み合わせることで気体原子の冷却とトラップを同時に行う磁気光学トラップ (Magneto-Optical Trap, MOT) が確立された [7]。これらのレーザー冷却技術の発展の結果、数秒 数十秒という非常に短い時間で常温の気体原子を mK-100 μ K まで冷却することが可能となった。気体原子 BEC の実現にはさらに 100nK 程度まで原子を冷却することが必要であり、そのために蒸発冷却という手法が用いられる。これらレーザー冷却と蒸発冷却という2つの冷却法を組み合わせることにより 1995 年に Rb[8], Na[9], Li[10] において気体原子の BEC の実現が報告された。

冷却原子系を用いて実験を行う利点の1つはその高い操作性にある。磁場やレーザー光などの外場によって原子の内部自由度（電子状態、微細構造、超微細構造など）および外部自由度（原子の運動状態など）を操作することができる。この操作性の高さを表すものとしてフェッシュバッハ (Feshbach) 共鳴がある。フェッシュバッハ共鳴とは原子状態と分子状態が一致するときに現れる共鳴散乱現象のことであり、原子核物理の研究者である H.Feshbach によって理論的に提唱され [11]、冷却原子系においては 1998 年に ^{23}Na の BEC において観測された [12]。共鳴付近では原子間の二体の相互作用の強さを表すパラメーターである散乱長を外場を用いて自由に制御することができるために冷却原子系では原子種によらない普遍的な物理を探求するツールとして広く利用されてきた。また、共鳴を用いることでフェッシュバッハ分子と呼ばれる原子同士がゆるく束縛されている分子を作ることができ、この冷却分子を用いた実験も盛んに行われている。

冷却原子系の特徴として、実験を行う場としてのトラップポテンシャルを自由に設計することも挙げられる。多くの冷却原子実験において蒸発冷却は磁場トラップ中で行われる。これは蒸発冷却に必要なトラップの深さとトラップ寿命を比較的容易に確保できるためである。しかしフェッシュバッハ共鳴を制御するために用いる外場としては静磁場を用いる磁場フェッシュバッハ共鳴が一般的であり、フェッシュバッハ共鳴に用いる静磁場の自由度を確保するためには原子集団を磁場トラップから光トラップに移行させる必要がある。

光トラップを形成するために用いられるレーザー光の周波数は、原子集団が光散乱の影響によって加熱されることを防ぐために原子の共鳴周波数から十分に離す必要がある。しかし、レーザー光の周波数を原子の共鳴周波数から離してしまうとトラップの深さを確保するために高出力のレーザーが必要となる。したがって蒸発冷却の終盤に原子集団を磁場トラップから光トラップに移行させることが多い。静磁場が自由に制御可能であることに加え、様々なスピン状態をトラップすることが可能であることやポテンシャル形状の変更が容易であることも光トラップの利点であり、様々な実験のデザインを可能にしている。

近年では「箱型トラップ」を用いた実験が注目を集めている [13]。光トラップは原子の共鳴周波数から負の離調をとったレーザー光を用いた引力のポテンシャルによるトラップが一般的であり、原子はレーザー強度が極大となる場所にトラップされる。引力ポテンシャルによる光トラップは、通常トラップの底で調和型に近似することができ、一本のレーザー光でもトラップすることが可能であるなど簡便な方法である。一方で、原子集団はポテンシャルの形状をそのまま感じるため、原子集団の密度分布が不均一になってしまうという問題がある。箱型ポテンシャルは、正に離調をとったレーザー光を用いた斥力のポテンシャルを利用したトラップであり、原子集団をレーザー光の壁で囲むことにより原子を光のない領域に閉じ込める。このトラップ方法により均一な密度分布を持った原子集団を用意することができる。原子集団の振る舞いは密度に依存することが多く、箱型トラップを導入することにより高精度の実験を行うことができる。図 1.1 に引力ポテンシャルと箱型ポテンシャルの違いを示した。

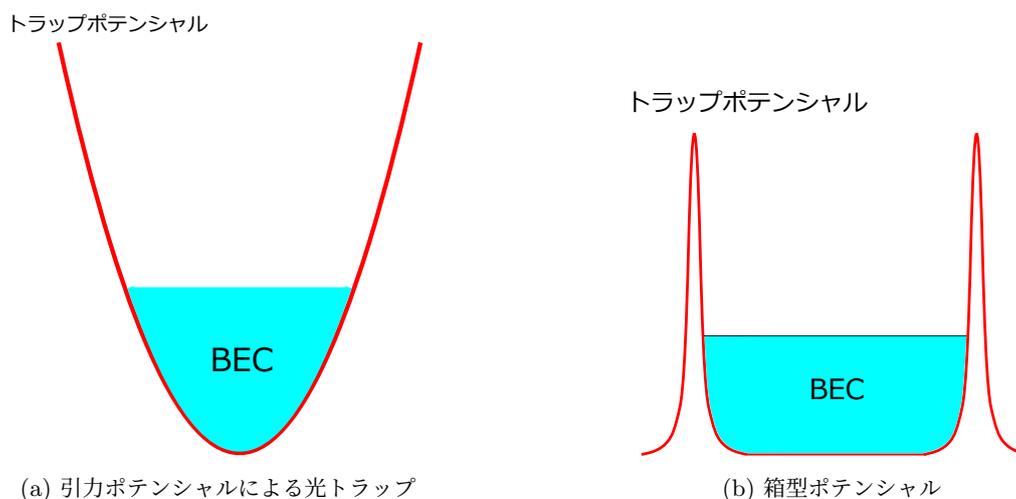


図 1.1: 引力ポテンシャルと箱型ポテンシャルを模式的に表した図。

箱型ポテンシャル中では一様な密度分布が得られる。

1.2 研究目的

本研究室では ^{41}K と ^{87}Rb 原子の混合冷却原子系の構築を行っている。混合系の特徴を活かした研究として混合 BEC の相分離ダイナミクスの研究を進めている。水と油のように二つの流体がどのように相分離していくのかは非常に興味深い問題である。混合 BEC の系では原子間の相互作用を急激に変化させることで二つの BEC が混ざり合った状態から相分離する状態へと瞬時に変化 (クエンチ) させることができ、相分離のダイ

ナミクスを直接観測することができる。この時のドメインの成長過程において、ドメインの大きさの分布を時刻ごとにリスケールすることでどの時刻でも変わらずに普遍的な関数に帰着することが期待されている。これを動的スケールリング仮説と呼び、検証が待たれている。クエンチした冷却原子によるドメイン形成の実験の例としては、パークレーのグループが行ったスピン自由度のある ^{87}Rb の BEC の実験 [14] が有名である。二次元系でのドメイン生成のダイナミクスの観測は先駆的なものであったものの、 ^{87}Rb の相互作用のスピン依存部分は全エネルギーに比べ非常に小さいために実験結果の定量的な理解は難しく、動的スケールリング仮説の検証も行われなかった。

本研究室の所持する $^{41}\text{K} - ^{87}\text{Rb}$ の混合 BEC の系はフェッシュバハ共鳴により相互作用エネルギーを自在に変化させることができるため、過去に $^{41}\text{K} - ^{87}\text{Rb}$ の混合 BEC を用いてクエンチによる相分離の過程の観測を試みた [15]。しかし、イメージングの解像度が悪く、トラップの大きさも小さかったため相互作用が可変であるという利点をほとんど活かさない実験になってしまった。トラップも一次元でかつ形状も不均一であるなど問題も多かった。

以上のような背景から我々は二次元の箱型トラップの導入を進めている。箱型ポテンシャルを用いた冷却原子実験の先行研究 [13] では三次元の箱型トラップを導入しているが、ドメインを直接観測するような実験ではイメージングによる観測の関係で二次元の領域に原子集団を閉じ込めた方が都合がよい。また、異核原子の混合 BEC の系では質量の違いにより、重力によるトラップ位置のズレが問題になる場合がある。この点でも重力方向に強く閉じ込めた二次元での箱型トラップでは位置のズレが無視できるようになる。実際の箱型ポテンシャルの実装は図 1.2 のように垂直方向にリング状のレーザー光（リングビーム）と水平方向から斜め光格子（シートビーム）を照射して中心のレーザー強度の節の一つに原子を閉じ込める。箱型ポテンシャル実装のテストとして Rb の BEC を閉じ込めた様子が図 1.3 である。現状トラップのサイズは $100\mu\text{m} \times 100\mu\text{m}$ 程度であるが、イメージングの解像度は $2\mu\text{m}$ 程度になると期待されているため、その百倍以上のサイズの系での実験を行うために $300\mu\text{m} \times 300\mu\text{m}$ 程度にトラップを拡大することを目標にしている。

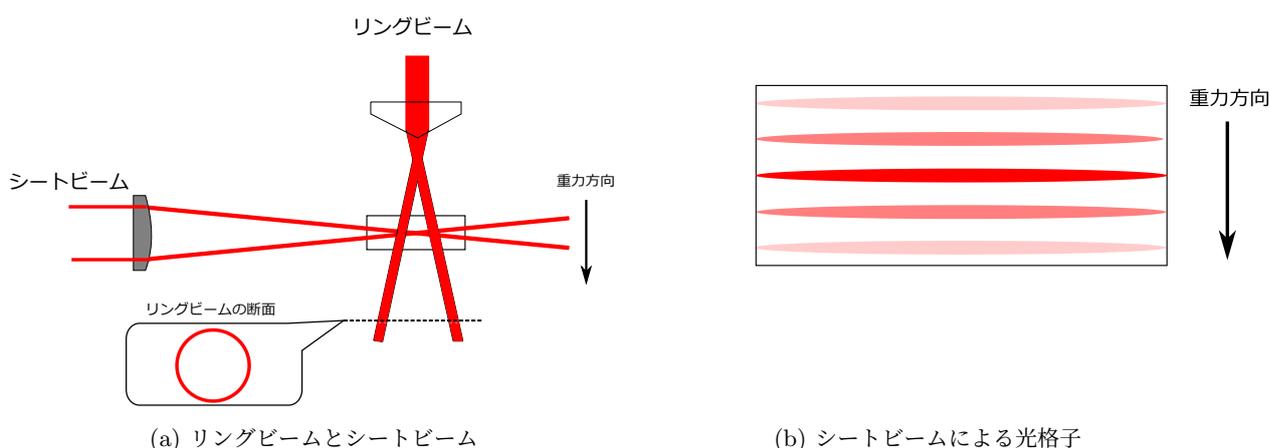


図 1.2: 箱型ポテンシャルの実装方法の模式図。

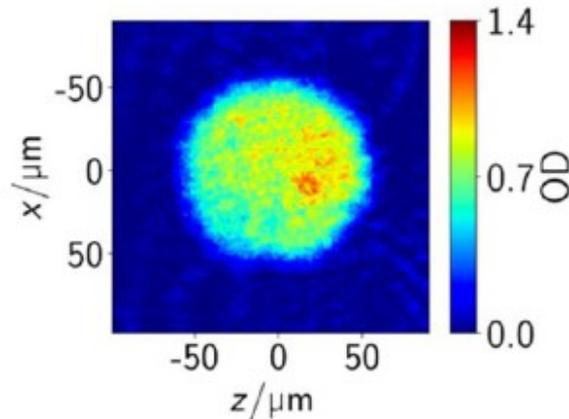


図 1.3: 箱型ポテンシャル中の Rb の BEC

トラップのサイズを拡大する際には重力方向の閉じ込めを行うシートビームの出力が問題となる。単純にビーム径を広げるとレーザーの出力が現状の十倍程度必要になる。レーザー光の周波数を原子の共鳴に近づける方法も考えられるがその場合、光散乱による加熱に気をつける必要がある。現在は Rb 原子の共鳴波長 780nm(D2 線) および 790nm(D1 線)、また K 原子の共鳴波長 767nm(D2 線)、770nm(D1 線) のすべてから正に離調をとった 755nm の波長のレーザーをトラップ光源として用いている。斥力トラップの場合、光が無いところに原子がトラップされるために光散乱の影響は比較的少なく、現在は Rb 原子を 1 秒以上のトラップ寿命を観測している。トラップ光源には半導体レーザーを用いているが、波長 755nm は半導体レーザーの発振波長の限界付近であり出力は 100mW 程度にとどまっている。したがって、本研究ではトラップ光の高出力化を目指して光源開発を行うことにした。

前述した通り、半導体レーザーでは波長 755nm でこれ以上の高出力化は難しい。そこで、トラップ光源として固体結晶をレーザー媒質として用いた固体レーザーを検討した。世界で初めて開発されたレーザーであるルビーレーザー [4] のようにこれまで様々な結晶を用いたレーザーが開発されてきた。結晶の励起方法は様々であるが半導体レーザーは取り扱いが簡単のため、これを励起光源とした半導体励起固体レーザー (Diode-Pumped Solid State laser, DPSS レーザー) に着目した。DPSS レーザーは Nd^{3+} イオンを含む結晶を用いたレーザーが一般的であり、Nd:YVO₄ 結晶や Nd:YAG 結晶、Nd:YLF 結晶、Nd:GdVO₄ 結晶などが用いられる。当研究室でも励起波長が 808nm、発振波長が 1064nm の Nd:YVO₄ 結晶を用いた DPSS レーザーの作成の実績がある [16, 17]。また、波長 1064nm の二倍波である 532nm の波長のレーザーも多く作成されており、これを用いて斥力のポテンシャルを形成することも可能である。しかし、原子の共鳴から遠く離れているために光散乱の影響はほとんど気にならないものの、ポテンシャルの深さを確保するためにはさらに数十倍の出力が必要となり、トラップ光源としての要求出力が大きくなってしまう。よって、波長 755nm 付近で発振する固体結晶を用いることが望ましく、755nm で発振する固体レーザーとしては Ti - Sapphire 結晶を用いたレーザーが最も有名である。一方で、Ti - Sapphire 結晶の励起光源は前述した 532nm のレーザーであり、装置が複雑で高価なものになってしまい高出力化が難しくなる。そこで、本研究では Cr^{3+} イオンを含むアレクサンドライト結晶 ($\text{Cr}^{3+}:\text{BeAl}_2\text{O}_3$) を用いた DPSS レーザーに注目した。アレクサンドライト結晶の励起波長は半導体レーザーで出力可能な 635nm 付近であり、発振波長は 720 - 800nm であるため DPSS レーザーの光をそのままトラップに用いることができる。Nd:YVO₄ 結晶を用いたレーザーに比べるとアレクサンドライト結晶を用いたレーザーの開発の報告は少ないが、すでにワット級の出力の DPSS レーザーの実

現の報告もある [18] ので Alexandrite 結晶を用いることでトラップ光源の高出力が期待できる。目標出力は 3W であり、光格子を形成するために単一の周波数モードで発振し続けることが必要である。さらには実験を行う際に出力を光ファイバーで伝送するため、ファイバーとのカップリング効率向上のため空間モードは TEM00 モードにできるだけ近いことが望ましい。

以下に要求されるレーザーのスペックをまとめた。

- 出力が 3W 以上。
- CW(Continuous Wave、連続波発振) レーザーである。
- 空間モード、周波数モードがともにシングルモードである。
- 周波数が長期的に安定で発振する。

1.3 本論文の構成

本論文の構成は以下のようになっている。

- 第 1 章では本研究の背景および研究の目的について述べた。
- 第 2 章では DPSS レーザーの製作に必要なレーザー一般の知識および DPSS レーザーの動作原理やその設計について述べる。
- 第 3 章では実際に行った実験とその結果、考察について述べる。
- 第 4 章では本研究のまとめについて述べる。

第2章

DPSS レーザーの原理

本章では、レーザー一般の動作原理、DPSS レーザーの動作原理および DPSS レーザーに用いるレーザー結晶に働く熱的な効果について述べる。最後に、今回設計したレーザーでの閾値の理論計算について述べる。

2.1 レーザーの動作原理

本節では、レーザー一般の動作原理について述べる。レーザー (laser) は分子や原子の光の誘導放出を利用し、光波を増幅する装置であり、"Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation" の頭文字をとって名づけられた。レーザーの基本構成は光を何度も往復させるための光共振器と、共振器内の光を増幅させるゲイン媒質からなる。図 2.1 に二枚のミラーからなる最も単純な共振器の構成を示した。ゲイン媒質の種類によって固体レーザー（例：Ti-Sapphire レーザー）や気体レーザー（例：He-Ne レーザー）、半導体レーザーなどが存在する。今回製作する DPSS レーザーは固体レーザーの一種である。

共振器ミラーには平面ミラーのほか凹面ミラーや回折格子などが用いられることもあり、また二枚以上のミラーを用いた共振器が使われることもある。

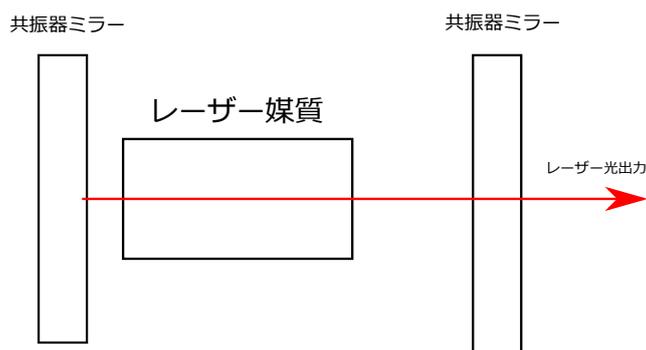


図 2.1: レーザーの基本構成

2.1.1 自然放出と誘導放出

ここでは上準位と下準位がそれぞれ一つだけあるような二準位原子について光の吸収と放出について考える。原子だけでなく分子やイオンでも同様であるが、ここでは分子やイオンなども総称して原子と呼ぶことに

する。また、ここでの議論は主に [19] を参考にしている。原子が二つの準位 W_U, W_L の間で遷移をするとき、上準位 W_U にある原子は光を放出し、下準位 W_L にある原子は光を吸収する。この光の角周波数は、

$$\omega = \frac{W_U - W_L}{\hbar} \quad (2.1)$$

で与えられる。

下準位にある原子にある光の吸収は入射光の強度に比例する。対して、上準位にある原子による光の放出は入射光がなくても起こり、これを自然放出という。一つの原子が単位時間に光を放出する確率を A とすると、入射光のエネルギー密度を $W(\omega)$ であるときに上準位の原子が光を放出する確率は

$$p(U \rightarrow L) = A_{UL} + B_{UL}W(\omega) \quad (2.2)$$

と表される。右辺の第二項は入射光の強さに比例して起こる起こる放出であり、誘導放出と呼ばれる。下準位の原子が光を吸収し上準位に遷移する確率は

$$p(L \rightarrow U) = B_{LU}W(\omega) \quad (2.3)$$

となる。

上下準位の固有状態が1つだけのとき、

$$B_{LU} = B_{UL} \quad (2.4)$$

となる。上準位の縮重度を g_U 、下準位の縮重度を g_L であるとする

$$g_U B_{UL} = g_L B_{LU} \quad (2.5)$$

となる。

(2.2)、(2.3) の関係はアインシュタインが 1916 年に導き出した関係であるから A_{UL}, B_{UL} をそれぞれアインシュタインの A 係数・B 係数という。以下の議論では簡単のため上下準位のどちらも縮退していない場合を考える。

いま下準位にある原子の数が N_L であるとする。下準位の原子が単位時間に原子を吸収する光のエネルギー（吸収パワー）は、

$$P_{abs} = \hbar\omega B_{LU}W(\omega)N_L \quad (2.6)$$

となる。また、上準位にある N_U 個の原子から単位時間に放出される光のエネルギー（放出パワー）は、

$$P_{emi} = \hbar\omega\{A_{UL} + B_{UL}W(\omega)\}N_U \quad (2.7)$$

と表される。原子が温度 T で熱平衡状態にあるとき、ボルツマン分布もしくはカノニカル分布が成り立っている

$$N_U = N_L \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) \quad (2.8)$$

である。

2.1.2 反転分布

誘導放出と吸収は原子が上下準位それぞれに分布している限り同時に起きる。また、各順位の誘導遷移の確率は上準位から下準位への遷移と、下準位から上準位とで等しくなる。通常の媒質では、下準位にある原子数は上準位の原子数よりも多いので光の放出よりも吸収の方が大きくなる。何らかの方法で上準位の原子数を下準位の原子数よりも多くすることができれば光を増幅することができる。これがレーザー増幅であり、上準位の分布が下準位の分布よりも大きくなる分布のことを反転分布という。反転分布を実現するためには下準位の原子を減らし、上準位の原子を増やさなければならない。このことを下の準位から上の準位へ原子を汲み上げることだと考えられるのでポンピング (Pumping) と呼ばれる。

反転分布は 1954 年にタウンズ (Townes) らによってアンモニア分子線を実現され、波長 1.25cm のメーザー (maser, Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation) を作ることに成功した。[20, 21] これは熱平衡分布しているアンモニア分子の二準位から下の準位の分子を不均一電場の作用で除去し、上の準位の分子を集める方法を用いている。しかし、光の遷移に対してはこのような下の準位の原子数を減らして反転分布を作る方法は使えない。なぜならば、マイクロ周波数 ν_m に対しては $h\nu_m \ll k_B T$ であるから (2.8) より $N_U \approx N_L$ となるが、光の周波数 ν_l に対しては $h\nu_l \gg k_B T$ となり N_U が小さくなってしまふからである。

光の遷移に対して反転分布を実現するには下準位の原子を除去するのではなく、ポンピングによって上準位の原子数を増やす必要がある。二準位原子では上準位の原子数が増加するに伴って入射光や電子の影響で下の準位に遷移する確率が増加するので、どれだけ強く励起しても反転分布を作ることはできない。そこで、レーザーでは三つの準位または四つの準位を用いてポンピングを行い反転分布を作る。

今回実験で用いる Alexandrite 結晶を用いたレーザーは次節で述べるように四つの準位を利用した四準位レーザーとなっている。

2.1.3 四準位レーザー

ここでは、アレクサンドライト結晶を含む四準位レーザーの一般論について述べる。図 2.2 のような四つの準位を持つ原子を考え、準位 0 から準位 3 に励起し、準位 2 と準位 1 の間で反転分布が形成されるものとする。 Γ は単位時間あたりに準位 1 から準位 3 へと励起される確率、 γ_{ij} は光の吸収や放出が起こらない非放射の遷移の確率を表す。

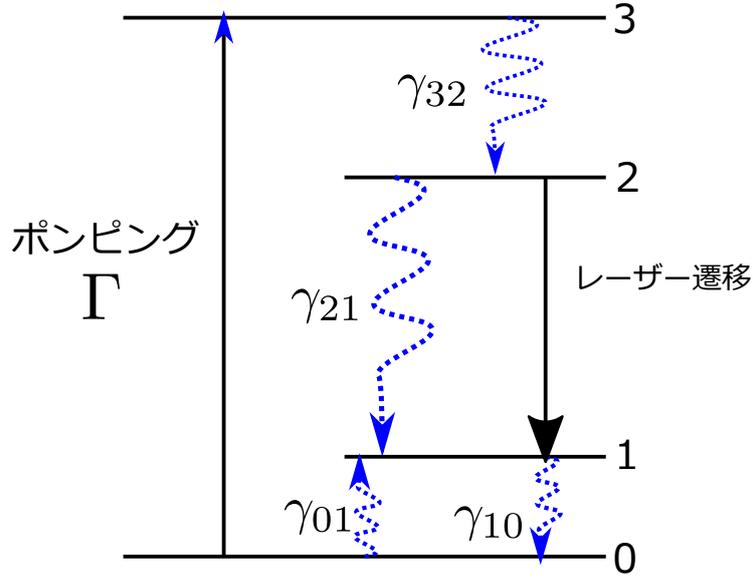


図 2.2: 4 準位レーザーのエネルギー準位図

レーザー遷移の下準位 1 と基底準位 0 のエネルギー差が $k_B T$ よりも大きければ、基底準位 0 から準位 1 へ熱的に励起される原子の数が少なくなる。したがって、レーザー遷移の上準位 2 へと少数の原子を励起するだけで反転分布を形成することができる。

準位 1,2,3 の間隔は $k_B T$ よりも十分大きいので熱的な遷移は起きないと仮定する。一方で準位 1 は基底準位 0 に近く、熱的な励起 $\gamma_{01} N_0$ は無視できないものとする。

各準位の原子数を $n_i (i = 0,1,2,3)$ とすると、それぞれの準位におけるレート方程式は

$$\begin{aligned}
 \frac{dn_1}{dt} &= \gamma_{01} n_0 - \gamma_{10} n_1 + \gamma_{21} n_2 + \gamma_{31} n_3 \\
 \frac{dn_2}{dt} &= -\gamma_2 n_2 + \gamma_{32} n_3 \\
 \frac{dn_3}{dt} &= \Gamma n_0 - \gamma_3 n_3 \\
 -\frac{dn_0}{dt} &= \frac{dn_1}{dt} + \frac{dn_2}{dt} + \frac{dn_3}{dt}
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

となる。ここで、 $\gamma_2 = \gamma_{20} + \gamma_{21}$, $\gamma_3 = \gamma_{30} + \gamma_{31} + \gamma_{32}$ とした。

定常状態を考え、(2.9) の各式の左辺を 0 とおくと、それぞれの準位の原子数は次のように与えられる。

$$n_1 = \left(\frac{\gamma_{01}}{\gamma_{10}} + \frac{\gamma_{21}\gamma_{32} + \gamma_2\gamma_{31}}{\gamma_{10}\gamma_2\gamma_3} \Gamma \right) \tag{2.10}$$

$$n_2 = \frac{\gamma_{32}\Gamma}{\gamma_2\gamma_3} n_0 \tag{2.11}$$

$$n_3 = \frac{\Gamma}{\gamma_3} n_0 \tag{2.12}$$

全原子数を $N = n_0 + n_1 + n_2 + n_3$ とすると n_0 は

$$n_0 = \frac{\gamma_{10}\gamma_2\gamma_3 N}{(\gamma_{10} + \gamma_{01})\gamma_2\gamma_3 + \gamma_{32}(\gamma_{21} + \gamma_{10})\Gamma + \gamma_2(\gamma_{31} + \gamma_{10})\Gamma} \tag{2.13}$$

反転分布を形成するための条件は $n_2 > n_1$ であるから、

$$\Gamma > \frac{\gamma_{01}\gamma_2\gamma_3}{\gamma_{10}\gamma_{32} - \gamma_{21}\gamma_{32} - \gamma_2\gamma_{31}} \quad (2.14)$$

と表される。 γ_{01} は熱的励起の確率であり、準位 1 と基底準位 0 とのエネルギー差を W_1 とすると熱平衡状態では

$$\gamma_{01} = \gamma_{10} \exp\left(-\frac{W_1}{k_B T}\right)$$

の関係が成り立つ。 $\gamma_{31} < \gamma_3 = \gamma_{30} + \gamma_{31} + \gamma_{32}$, $\gamma_{21} < \gamma_2 = \gamma_{20} + \gamma_{21}$ であるから $\gamma_{10} \gg \gamma_2$ であるなら近似的に、

$$\Gamma > \frac{\gamma_{01}\gamma_2\gamma_3}{\gamma_{10}\gamma_{32}} = \exp\left(-\frac{W_1}{k_B T}\right) \gamma_2 \left(1 + \frac{\gamma_{31} + \gamma_{30}}{\gamma_{32}}\right) \quad (2.15)$$

となる。したがって、反転分布を少ない励起パワーで形成するために $\gamma_{31}, \gamma_{30} \ll \gamma_{32}$ かつ γ_2 ができるだけ小さいことが望ましい。

2.2 ガウシアンビーム

本節では、レーザー光学において重要な概念であるガウシアンビームと縦モード (周波数) モードおよび横モード (空間モード) について述べる。詳細は後述するが、横モード (空間モード) が単一のモード (シングルモード) であれば集光性の良いビームを得ることができる。

ガウシアンビームとは、光軸に対して垂直面内の電場分布あるいは強度分布がガウス分布となっているようなビームのことをいう。ここでは、ガウシアンビームの導出とその性質についての議論を行う。[22]

一様媒質中のマクスウェル方程式

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \\ \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{n} \quad (n \text{ は媒質中の屈折率}) \end{cases} \quad (2.16)$$

から、電場 \mathbf{E} について以下の波動方程式が得られる。

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mathbf{0} \quad (2.17)$$

ここで $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E(\mathbf{r}, t)\hat{e}$ (\hat{e} は電場の振動方向の単位ベクトル) として電場をスカラー場として扱う。さらに単色光の電場 $E(\mathbf{r}, t) = E(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$ を仮定すると、式 (2.17) は、

$$\nabla^2 E(\mathbf{r}) + k^2 E(\mathbf{r}) = 0 \quad (k^2 = \frac{n^2 \omega^2}{c^2}) \quad (2.18)$$

となり、ヘルムホルツ (Helmholtz) 方程式と呼ばれる形になる。いま、 z 方向に伝搬する光

$$E(\mathbf{r}) = E_0(\mathbf{r})e^{ikz} \quad (2.19)$$

を考えると、式 (2.18) は

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right) E_0(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.20)$$

となる。このとき次の近軸近似を行う。

$$\left| \frac{\partial^2 E_0}{\partial z^2} \right| \ll \left| 2k \frac{\partial E_0}{\partial z} \right|, \left| \frac{\partial^2 E_0}{\partial x^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 E_0}{\partial y^2} \right| \quad (2.21)$$

式 (2.21) から、式 (2.20) において z の 2 階微分の項が無視できるので

$$\left(\nabla_T^2 + 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right) E_0(\mathbf{r}) = 0 \quad \left(\nabla_T^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \quad (2.22)$$

という近軸における波動方程式が得られる。この方程式の解は

$$E_{lm} = E_0 \frac{w_0}{w(z)} H_l \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) H_m \left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w(z)^2} - i \left\{ k \left(\frac{x^2 + y^2}{R(z)} + z \right) - (l + m + 1)\eta(z) \right\} \right] \quad (l, m = 0, 1, 2 \dots) \quad (2.23)$$

となる。これを TEM_{lm} モード (Transverse Electro Magnetic mode) という。

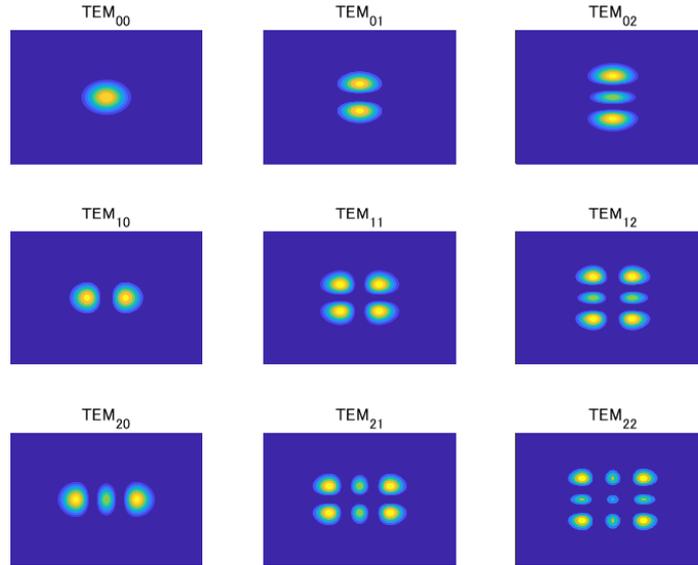


図 2.3: TEM_{lm} モードにおける電場の強度分布を $l, m = 0, 1, 2$ について模式的に表した図。

また、

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2} \quad (2.24)$$

$$R(z) = \frac{z^2 + z_R^2}{z} \quad (2.25)$$

$$\eta(z) = \arctan(z/z_R) \quad (2.26)$$

$$z_R = \frac{\pi w_0^2 n}{\lambda} \text{ (レイリー長)} \quad (2.27)$$

であり、 $H_n(x)$ は n 次のエルミート多項式を表す。特に、 $l=m=0$ であるモードを TEM_{00} モードと呼びその強度分布がガウス分布となり性質の良い光としてレーザー光学の分野において重要となっている。

実際には光は l, m の値が異なる複数のモードの重ね合わせ状態（横モードあるいは空間モードがマルチモードであるという。）になっており、これによってビームの空間的な形状が決まる。光がほぼ TEM_{00} モードから構成されている場合、空間モード（横モード）がシングルモードであるという。

2.2.1 周波数モード（縦モード）と空間モード（横モード）

共振器内では、特定の周波数モード（縦モード）と空間モード（横モード）のみが安定に存在する。さらに、単一の周波数かつ TEM_{00} モードの成分のみが共振器内に存在するときシングルモードであるといい、それ以外をマルチモードであるという。

まず、周波数モードについて考える。共振器内の周波数モードは、共振器に共鳴するような周波数成分を持つもののみが許される。言い換えれば、共振器内に定在波が存在できるための条件

$$nl = N\lambda$$

n : 共振器内の媒質の屈折率
 l : 共振器 1 周の長さ
 N : 整数
 λ : レーザー光の波長

(2.28)

を満たす周波数成分のみが共振器内に存在できる。

式 (2.28) を光の周波数を用いて表すと、

$$f = \frac{c}{\lambda} = N \frac{c}{nl} = N \cdot FSR$$
(2.29)

となる。ここで、FSR(Free Spectral Range) とは

$$FSR = (\text{光が共振器内を一周する時間})^{-1} = \frac{\text{光速}}{\text{共振器 1 周の光路長}}$$
(2.30)

であらわされる共振器の性質を表す値の一つである。共振器内に存在できる周波数成分は図 2.4 のように FSR と同じ間隔で周期的に存在する。このように、共振器内に存在できる周波数モードが櫛状に現れることから周波数コム (Comb) と呼ばれる。

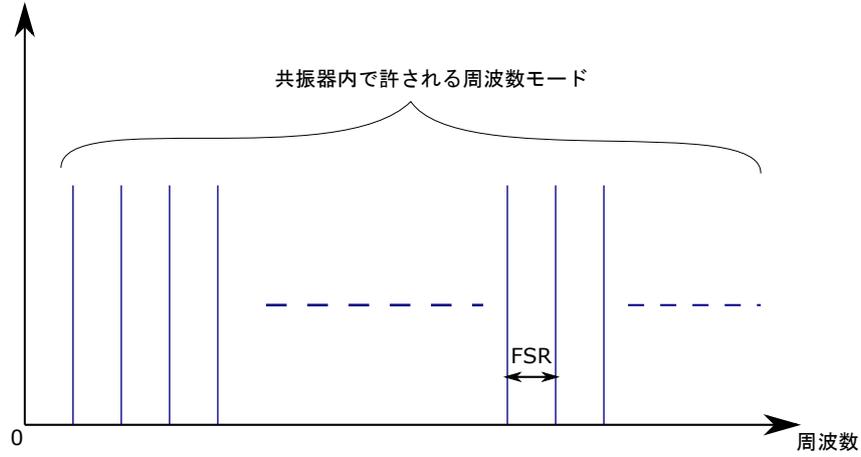


図 2.4: 周波数コム (Comb)

共振器にレーザー光を入射して場合、透過光のスペクトルは図 2.4 の形で観測される。しかし、観測される各ピークは δ 関数ではなく有限の幅を持つ。この幅を評価するために、反射率 R_1 , R_2 の 2 枚のミラーからなる Fabry - Perot 共振器を考える。共振器内を 1 周したときのエネルギーロス L 、共振器 1 周の長を l とする。この共振器に、図 2.5 のように光電場 E_i で表されるような光を入射する。このとき透過光の電場 E_t は

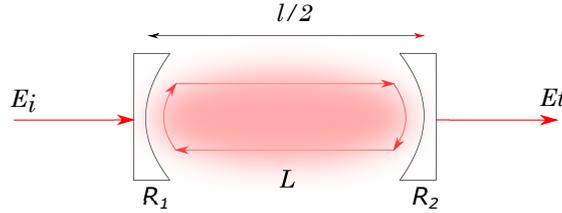


図 2.5: 共振器の線幅

$$\begin{aligned}
 E_t &= \underbrace{E_i \sqrt{1 - R_2} (1 - L)^{1/4} e^{i\phi/2} \sqrt{1 - R_1}}_{\text{共振器を 0 周}} \\
 &+ \underbrace{E_i \sqrt{1 - R_2} \left\{ \sqrt{R_1 R_2} (1 - L) e^{i\phi} \right\}^2 (1 - L)^{1/4} e^{i\phi/2} \sqrt{1 - R_1}}_{\text{共振器を 1 周}} \\
 &+ \underbrace{E_i \sqrt{1 - R_2} \left\{ \sqrt{R_1 R_2} (1 - L) \right\}^2 (1 - L)^{1/4} e^{i\phi/2} \sqrt{1 - R_1}}_{\text{共振器を 2 周}} \\
 &+ \dots \\
 &\left(\phi \equiv 2\pi \frac{nl}{\lambda} = 2\pi f \frac{nl}{c} = \frac{\omega}{FSR} \right) \\
 &= \sqrt{(1 - R_1)(1 - R_2)} (1 - L)^{1/4} e^{i\phi/2} \left[\sum_{j=0}^{\infty} \left\{ \sqrt{R_1 R_2} (1 - L) \right\}^j \right] E_i \\
 &= \frac{\sqrt{(1 - R_1)(1 - R_2)} (1 - L)^{1/4} e^{i\phi/2}}{1 - \sqrt{R_1 R_2} (1 - L) e^{i\phi}} E_i
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

透過光強度 I_t は入射光強度 I_i として

$$\begin{aligned}
 I_t &= \epsilon_0 c \langle E_t^* E_t \rangle (\langle \dots \rangle : \text{時間平均}) \\
 &= \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)\sqrt{1 - L}}{[1 - \sqrt{R_1 R_2}(1 - L)e^{-i\phi}][1 - \sqrt{R_1 R_2}(1 - L)e^{i\phi}]} \epsilon_0 c \langle E_i^* E_i \rangle \\
 &= \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)\sqrt{1 - L}}{1 + R_1 R_2(1 - L) - 2\sqrt{R_1 R_2}(1 - L)\cos\phi} I_i
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

と表される。例として、 $R_1 = R_2 = 0.99$, $L = 0.01$ のときの I_t/I_i をプロットすると図 2.6 のように FSR の間隔で周期的に有限の幅を持つピークが現れる。

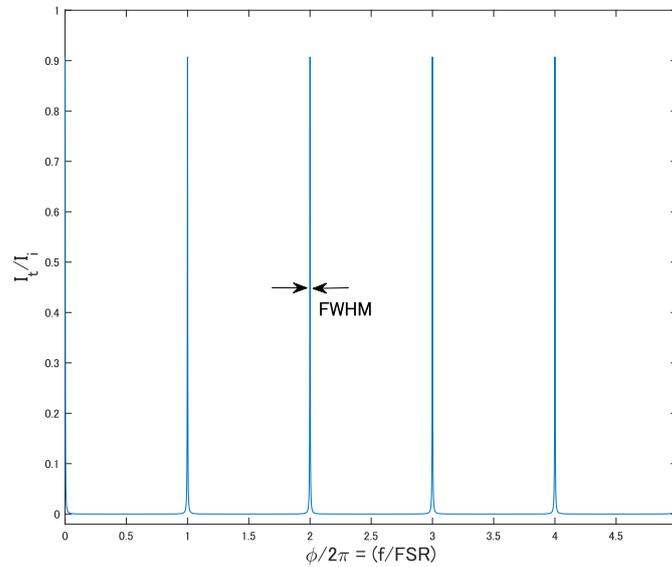


図 2.6: 共振器の透過光強度

式 (2.32) から 図 2.6 のようなピークの FWHM(Full Width Half Maximum, 半値全幅) を求める。式 (2.32) において、 I_t/I_i が最大値の 1/2 の値になるときの ϕ を $\phi_{1/2}$ とすると

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \frac{1}{1 + Z^2 - 2Z} &= \frac{1}{1 + Z^2 - 2Z \cos \phi_{1/2}} \\
 \cos \phi_{1/2} &= 1 - \frac{(1 - Z^2)^2}{2Z} \\
 \phi_{1/2} &= 2\pi N \pm \arccos \left\{ 1 - \frac{(1 - Z^2)^2}{2Z} \right\} \quad (N : \text{整数})
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

となる。 I_t/I_i が最大値の 1/2 の値をとるような入射光の周波数 $f_{1/2}$ は $\phi = 2\pi f/FSR$ より次のように表される。

$$f_{1/2} = N \cdot FSR \pm \frac{FSR}{2\pi} \arccos \left\{ 1 - \frac{(1 - Z^2)^2}{2Z} \right\} \tag{2.34}$$

これより、FWHM は

$$\text{FWHM} = \frac{FSR}{\pi} \left\{ 1 - \frac{(1 - Z^2)^2}{2Z} \right\} \tag{2.35}$$

と求まる。FSR と FWHM から Q 値に対応する Finesse という値が計算でき、

$$\text{Finesse} \equiv \frac{\text{FSR}}{\text{FWHM}} \quad (2.36)$$

と定義される。一般に Finesse の高い共振器ほど性能の良い共振器であるとされる。式 (2.34) より、

$$\text{Finesse} = \frac{\pi}{\arccos \left\{ 1 - \frac{(1-Z^2)}{2Z} \right\}} = \frac{\pi}{\arccos \left\{ 1 - \frac{(1-\sqrt{R_1 R_2(1-L)})^2}{2\sqrt{R_1 R_2(1-L)}} \right\}} \quad (2.37)$$

で表され、特に $Z \simeq 1$ のとき

$$\arccos \left\{ 1 - \frac{(1-Z^2)}{2Z} \right\} \simeq \frac{1-Z}{\sqrt{Z}} \quad (2.38)$$

という近似が成り立つ。よって、 $\sqrt{R_1 R_2(1-L)} \simeq 1$ のとき式 (2.37) は

$$\text{Finesse} = \frac{\pi \{R_1 R_2(1-L)\}^{1/4}}{1 - \sqrt{R_1 R_2(1-L)}} \quad (2.39)$$

と近似することができ、この形で用いられることが多い。また、 $Z \lesssim 1$ のとき異なる近似として

$$\arccos \left\{ 1 - \frac{(1-Z^2)}{2Z} \right\} \simeq -\ln Z \quad (2.40)$$

とすることもできる。この近似の下で Finesse の値は

$$\text{Finesse} \simeq \frac{\pi}{\ln \sqrt{R_1 R_2(1-L)}} \quad (2.41)$$

で与えられる。次に、空間モードについて考える。周波数モードについての議論では空間モードは考慮していなかったが、これは厳密な議論ではない。ガウシアンビームの共鳴条件は式 (2.23) の位相成分

$$\theta_{lm}(z) = kz - (l+m+1)\eta(z) \quad (2.42)$$

に対して考えるべきである。

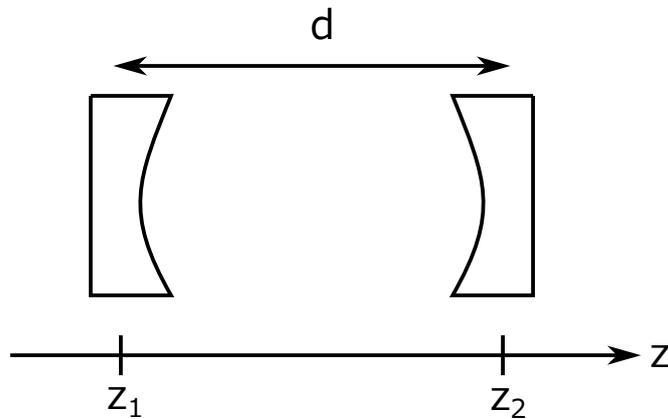


図 2.7: ミラー間の距離が d の共振器

図 2.7 のようなミラー間の距離が $d(z_2 - z_1 = d)$ であるような Fabry-Perot 共振器に対して共鳴条件は、

$$\theta_{lm}(z_2) - \theta_{lm}(z_1) = N\pi \quad (N : \text{整数}) \quad kd - (l + m + 1)\eta(z_2) - \eta z_1 = N\pi \quad (2.43)$$

となる。このことから、式 (2.43) より共振器の共鳴条件は $l+m$ の値に依存することがわかる。これを周波数で見ると、図 2.9 のように 1FSR の範囲に空間モードに依存した様々な共鳴ピークが現れる。

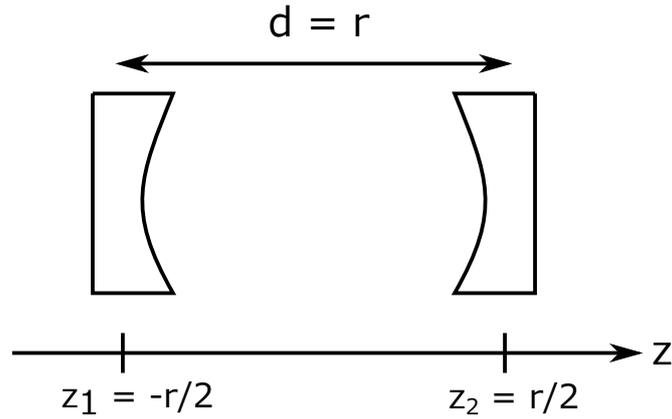


図 2.8: 共焦点共振器

次に、図 2.8 の共焦点共振器についてレイリー長 z_R は $z_R = r/2$ となるので、式 (2.43) の共鳴条件は次のようになる。

$$\begin{cases} \eta(z_1) = \arctan\left(\frac{-r/2}{r/2}\right) = -\frac{\pi}{4} \\ \eta(z_2) = \arctan\left(\frac{r/2}{r/2}\right) = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

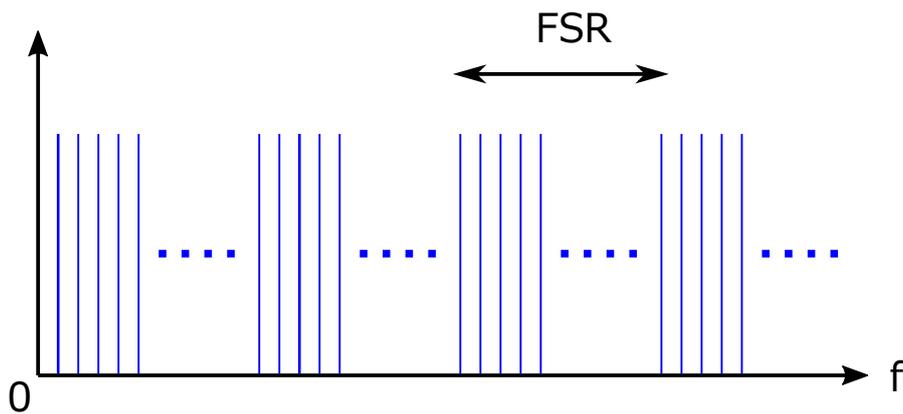


図 2.9: 周波数モード

$$\begin{aligned}
 kd - (l + m + 1)\frac{\pi}{2} &= N\pi \\
 k &= (2N + l + m + 1)\frac{\pi}{2d} \\
 f &= \frac{kc}{2\pi n} = (2N + l + m + 1)\frac{c}{4nd} \quad (N, l, m : \text{整数})
 \end{aligned}
 \tag{2.44}$$

となる。したがって、図 2.8 のような共焦点共振器の周波数モードは図 2.11 のようになり、図 2.9 で見たような多くの周波数モードが間隔 $c/4nd$ で縮退する。これは、共焦点共振器の実効的な光路が 1 周 $4d$ の Bow-tie Cavity 型となり、正味の FSR が $\text{FSR} = c/4nd$ となっていると理解できる。

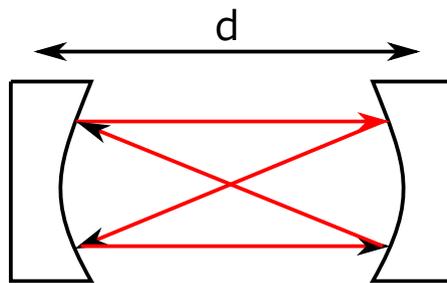


図 2.10: 共焦点共振器の光路

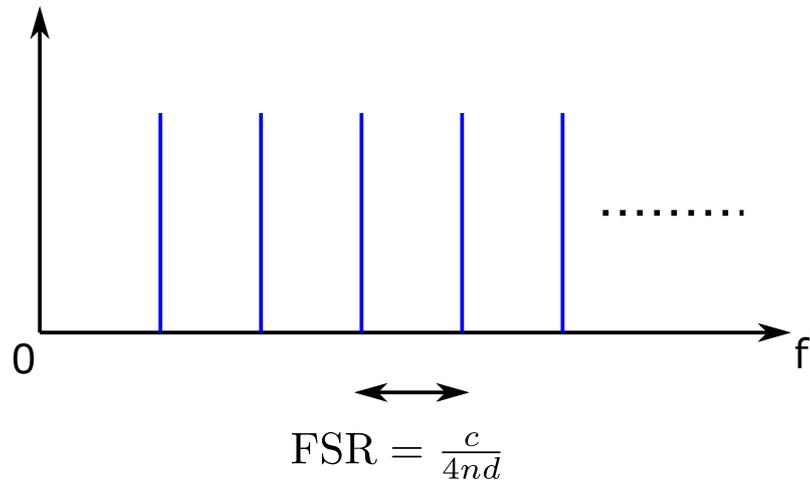


図 2.11: 共焦点共振器の周波数モード

今回の実験では、半導体レーザーの光を共振器に入れ、その Finesse を測定することで共振器のロスを測定した。

2.3 DPSS レーザーの動作原理

DPSS レーザーとは、”Diode Pumped Solid State Laser (半導体励起固体レーザー)” の略称であり、半導体レーザーを用いてレーザー媒質である結晶を励起させる方式の固体レーザーのことを指す。ここでは、今回用いたアレクサンドライト結晶 ($\text{Cr}^{3+} : \text{BeAl}_2\text{O}_4$) を例に DPSS レーザーの動作原理を説明する。図 2.12 にはアレクサンドライト結晶でのレーザー動作におけるダイアグラムを示した。

アレクサンドライト結晶のレーザー媒質としての作用は次の (i) から (iv) の過程を経る四準位レーザーとして作用する。

- (i) アレクサンドライト結晶中に存在する Cr^{3+} イオンが Pump 光を吸収し、基底バンド $^4\text{A}_2$ から上準位のバンド $^4\text{T}_2$ へと励起される。
- (ii) 上準位に励起されたイオンは $^4\text{T}_2$ 中の最低エネルギー状態に移動する。
- (iii) 光を放出して基底バンド $^4\text{A}_2$ へと遷移する。
- (iv) 基底バンド $^4\text{A}_2$ の最低エネルギー状態へと移動する。

上準位の寿命は ii、iv の遷移時間に比べて十分に長いので反転分布が形成される。

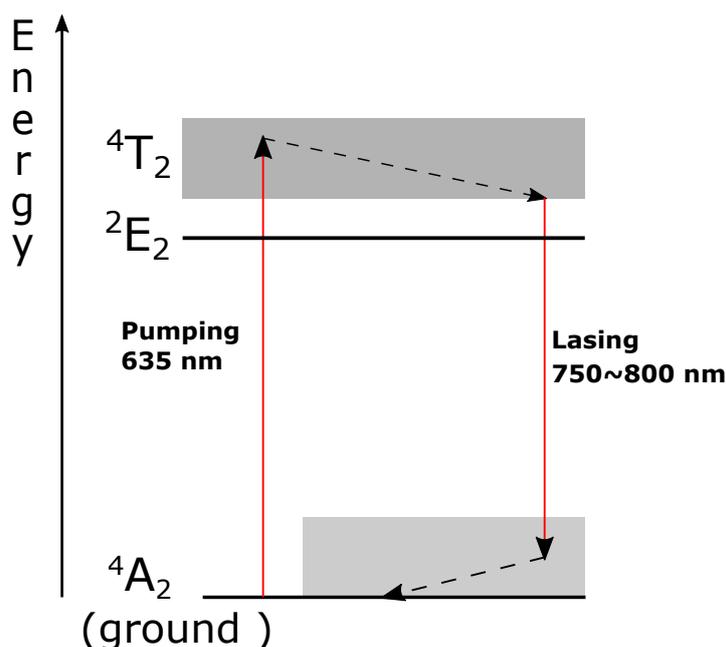


図 2.12: アレクサンドライト結晶中の Cr^{3+} イオンの励起と放出のダイアグラム [18]。

実線は光学遷移、破線は非放射の遷移を表す。

また、アレクサンドライト結晶の結晶構造を図 2.13 に示す。Pump 光の波長 635nm に対しては、図 2.13 の b 軸方向に平行な偏光を持つ光に対して結晶は最も高い吸収断面積を持つ (図 2.14)。

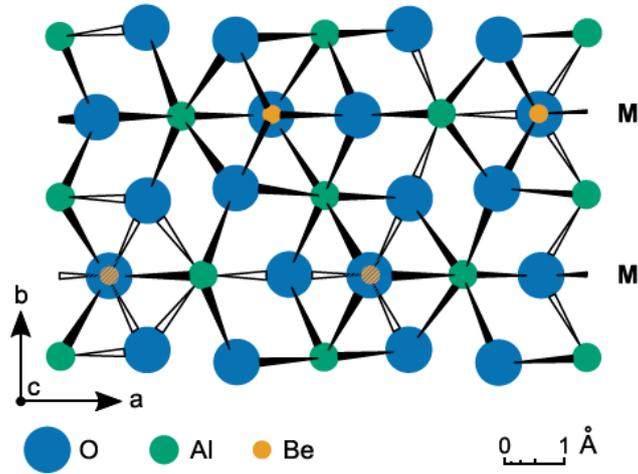


図 2.13: アレクサンドライト結晶の単位格子を c 軸方向から見た図。[18]

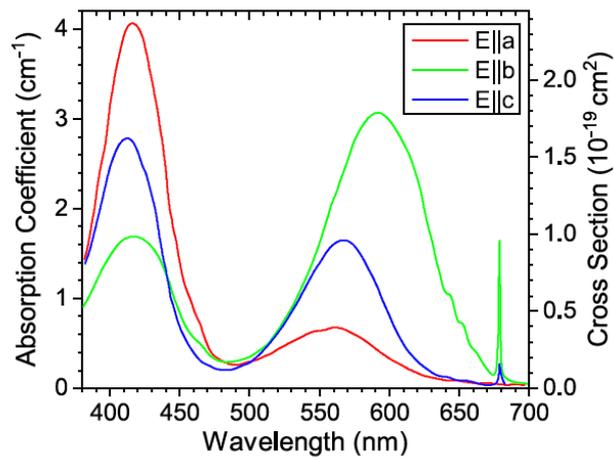


図 2.14: Alexandrite 結晶の吸収断面積 [18]

結晶を励起する方法には結晶の片側にのみ Pump 光を入射するシングルポンプと両側に Pump 光を入射するダブルポンプがある。ダブルポンプでは Pump 光のパワーをより多く結晶に注入でき高出力化を見込めるが、共振器ミラー等のアライメントが難しくなってしまう。今回の実験ではまずアレクサンドライト結晶を用いてレーザー発振が行えるかを確認するために共振器の構成がシンプルなシングルポンプで実験を行った。最終的にはダブルポンプでレーザー発振を行うことが目標である。

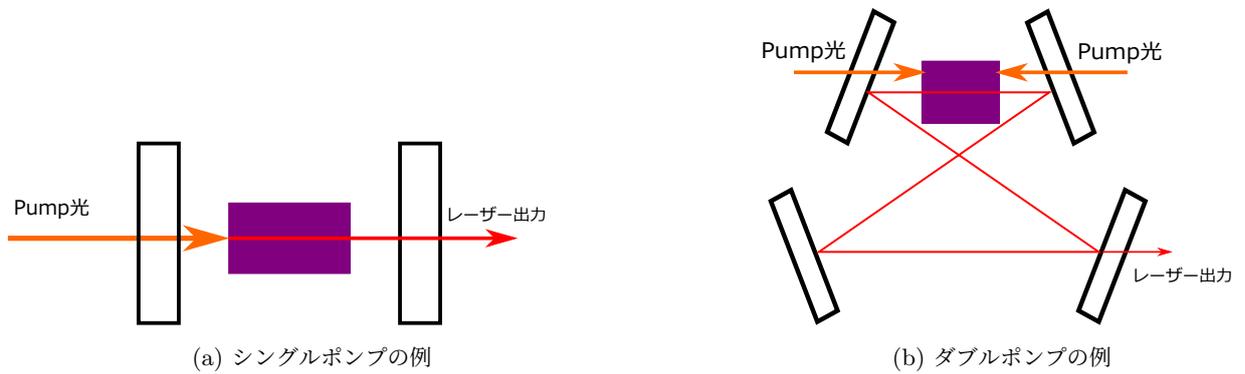


図 2.15: シングルポンプとダブルポンプの共振器の例

2.3.1 閾値の計算

ここでは、アレクサンドライト結晶のレーザー発振の閾値を計算する。なお、ここでの議論は [18] を参考にした。

アレクサンドライト結晶のレーザー発振におけるエネルギーダイアグラムを図 2.16 に示した。 n_0 を基底状態にある Cr^{3+} イオンの数、 $n_1 \sim n_3$ を各準位における Cr^{3+} イオンの数とする。ここで全イオン数を N とし、 $N = n_0 + n_1 + n_2 + n_3$ である。また、 σ_0 を Pump 光の吸収断面積、 σ_e を誘導放出断面積とし準位 n_0 と準位 n_1 の間でレーザー発振が起こるとする。 σ_a は GSA (Ground State Absorption) と呼ばれる遷移の吸収断面積、 σ_1, σ_{1a} はそれぞれ結晶から放出されるレーザー光と Pump 光による ESA (Excited State Absorption) と呼ばれる遷移の吸収断面積を表している。さらに、準位 1 の寿命を τ_f 、準位 2, 3 の寿命をそれぞれ τ_{21}, τ_{31} とする。

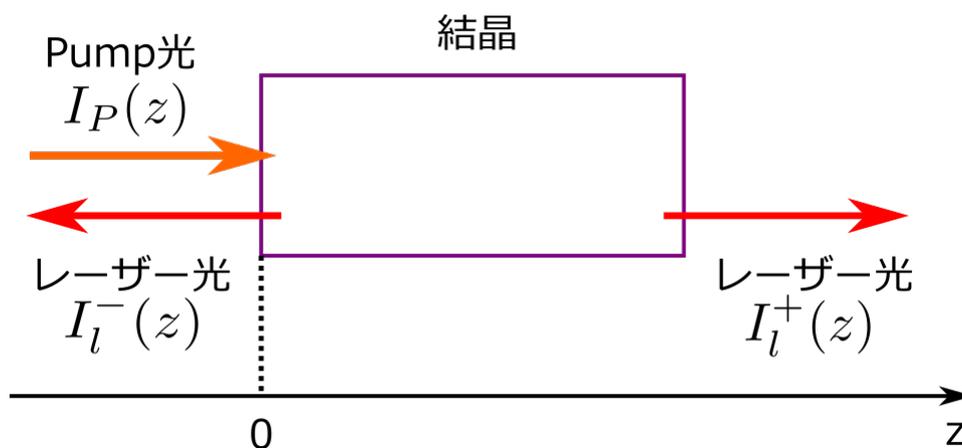


図 2.17: 閾値の計算

図 2.17 のように結晶端面を $z = 0$ とし、Pump 光の進行方向を製の向きにとる。このとき、Pump 光強度

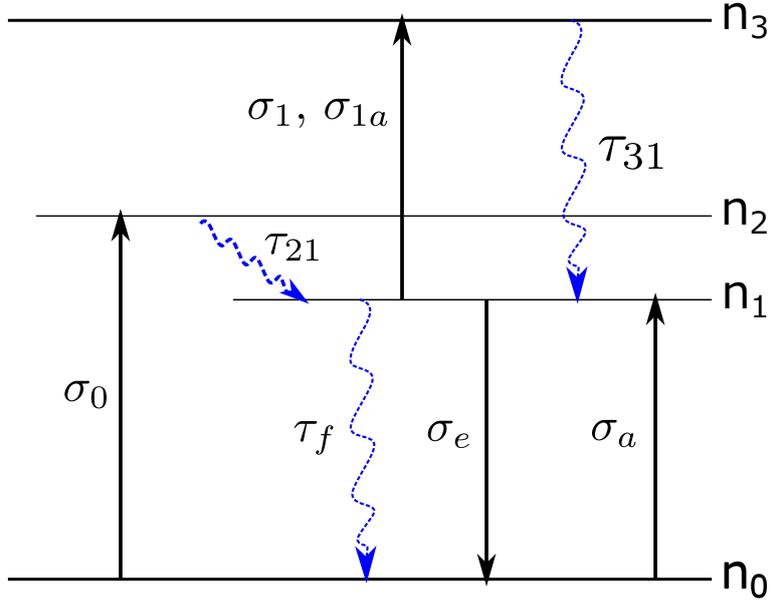


図 2.16: アレクサンドライト結晶のエネルギーダイアグラム

を $I_P(z)$ 、結晶から放出されるレーザー光強度を $I_l^\pm(z)$ (± は進行方向を表す) とすると次の式が成り立つ。

$$\frac{\partial n_1(z, t)}{\partial t} = \frac{1}{h\nu_p} \eta_{p,0} \sigma_0 I_P(z, t) - c \sigma_e n_1(z, t) \phi(z, t) + c \sigma_a n_0(z, t) \phi(z, t) - \frac{1}{\tau_f} n_1(z, t) \quad (2.45)$$

$$\frac{dI_l^\pm}{dz} = \pm [\sigma_e n_1(z, t) - \sigma_a n_0(z, t) - \sigma_{1a} n_1(z, t)] I_l^\pm(z, t) \quad (2.46)$$

$$\frac{dI_P}{dz} = -[\sigma_0 n_0(z, t) + \sigma_1 n_1(z, t)] I_P(z, t) \quad (2.47)$$

$$\left(\phi(z, t) = \frac{I(z, t)_l^+ + I(z, t)_l^-}{h\nu_l c} \right)$$

ここで、 h はプランク定数、 ν_p, ν_l はそれぞれポンプ光とレーザー光の振動数、 c は媒質中での光速であり $\eta_{p,0}$ は n_2 から n_1 へと遷移する割合を表す。いま定常状態を考え、式 (2.45)~(2.47) の時間依存性はないものとする。

レーザー発振の条件はアウトプットミラーの反射率 R 、共振器を 1 周したときのロス L 、閾値での single path gain を G_{th} とすると、

$$R(1 - L)G_{th}^2 = 1 \quad (2.48)$$

となる。2.46 を結晶長を l として、 $z=0$ から l の範囲で積分すると閾値でのゲイン G_{th} について

$$\ln(G_{th}) = \ln \left\{ \left(\frac{I_l^\pm(l)}{I_l^\pm(0)} \right)^{\pm 1} \right\} = F(\alpha_e + \alpha_a + \alpha_{1a}) - \alpha_l \quad (2.49)$$

が得られる。ここでは $F = \int_0^l f(z) dz$ であり、 $f(z)$ は反転分布の割合 $f(z) = n_1(z)/N$ であるとした。また、 $\alpha_i = N\sigma_i$ である。2.49 を 2.48 に代入すると以下が得られる。

$$F = \frac{-\ln[(1 - L)R] + 2\alpha_a l}{2(\alpha_e + \alpha_a + \alpha_{1a})} \quad (2.50)$$

(2.45) を定常状態 $\partial n_1/\partial t = 0$ という条件のもとで解くと、

$$\begin{aligned}\frac{f(z)}{1-f(z)} &= \frac{\eta_{p,0}I/I_s + \phi(z)/\phi_a}{1 + \phi(z)/\phi_s} \\ I_{P,s} &= \frac{h\nu_p}{\sigma_0\tau_f} \\ \phi_a &= \frac{1}{c\sigma_a\tau_f} \\ \phi_s &= \frac{1}{c\sigma_e\tau_f}\end{aligned}\tag{2.51}$$

となり、 $I_{P,s}$ は Pump 光の飽和強度を表す。(2.47),(2.50) に対して、共振器内での光子数が一定であるという条件、 $\phi(z) = \phi$ を課すと次のようになる。

$$\begin{aligned}\frac{I(0)}{I_{P,s}(1 + \phi/\phi_s)} &= \frac{(1 + \alpha\gamma)}{\gamma\eta_{p,0}} \left[\frac{e^{\alpha_1\{F-a(l-F)\}} - 1}{1 - Te^{F-\alpha_1\{a(l-F)\}}} \right] \\ a &= \frac{\phi/\phi_a}{1 + \phi/\phi_s} \\ T &= I(l)/I(0) \\ \gamma &= \sigma_1/\sigma_0\end{aligned}\tag{2.52}$$

レーザー発振の閾値 I_{0th} は (2.52) において、共振器内にレーザー光が存在しないとき、すなわち $\phi = a = 0$ のときの値として求められる。

$$\frac{I_{0th}}{I_s} = \frac{1}{\gamma\eta_{p,0}} \left(\frac{e^{\alpha_1 F} - 1}{1 - Te^{\alpha_1 F}} \right)\tag{2.53}$$

さらに、Pump 光が結晶に完全に吸収される ($T \rightarrow 0$) と、 $\alpha_1 F \ll 1$ 、すなわち反転分布が小さい (ESA の効果により上準位のイオン数が減少する)、という 2 つの仮定をすると、レーザー発振の閾値 I_{0th} は次のように近似できる。

$$I_{0th} \approx \frac{h\nu_p}{\tau_f} \alpha_0 F \left\{ 1 + \frac{1}{2} \alpha_1 F \right\}\tag{2.54}$$

(2.54) を用いて、アレクサンドライト結晶におけるレーザー発振の閾値での Pump 光強度と、各ビーム径における Pump 光パワーをプロットすると図 2.18 および図 2.19 のようになる。グラフの横軸は共振器を 1 周したときのミラーの反射率を除いたロスを表している。ここで、計算に必要な諸定数は表 2.1 のものを用いた。また、アウトプットミラーの反射率は今回実験で用いるものと同じ 98% とした。今回用いた結晶は Cr^{3+} イオンのドーブ率が 0.2% のものを用いた。

今回の実験では励起光源として、ランダム偏光かつ最大出力が 12 W の半導体レーザーを二台用意した。したがって、二台のレーザーを用いて得られる励起光の最大パワーは 24 W である。しかし、結晶は b 軸に平行な偏光を持った光を吸収するため、結晶に吸収されるパワーの上限は最大パワーの半分の 12 W 程度と

考えられる。先行研究 [18] では Pump 光のパワーに対する発振効率は 54% であった。発振出力は

$$\begin{aligned}
 P_l &= \underbrace{0.54}_{\text{発振効率}} (P_{abs} - P_{0th}) \\
 P_{0th} &= \pi w_P^2 I_{0th} \\
 P_l &: \text{発振出力} \\
 P_{abs} &: \text{結晶の吸収パワー} \\
 P_{0th} &: \text{発振の閾値パワー} \\
 w_P &: \text{Pump 光のビーム半径}
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

で表されるので、3 W 以上の出力を確保するためには Pump 光の出力の範囲内で $P_l > 3 \text{ W}$ となるように Pump 光のビーム径を選ぶ必要がある。共振器ミラーの反射率を除いたロスを 1% 以下であるとする、Pump 光ビームの直径を 400 μm 以下にすることで発振の閾値が 3 W 程度、発振出力が最大で 5 W 程度になることが期待できる。Pump 光のビーム径を小さくすることで発振の閾値パワーを下げることはできるが、ビーム径を絞りすぎると次節で述べる熱レンズの影響が大きくなってしまう。そのため、今回は Pump 光のビーム径を 300 μm 程度で実験を行った。また、今回行った実験では励起レーザーは一台のみを使用したの、励起パワーは最大で 5 W 程度にとどまっている。

また、式 (2.48) において共振器内のミラーを除いたロスを 1%、共振器ミラーの二枚の反射率をそれぞれ 99.5% および 98% であるとする、結晶の利得 (single - path gain) は 1.8% 程度必要になる。

表 2.1: アレクサンドライト結晶における諸定数 [18, 23]

パラメータ	単位	結晶の温度	
		10 °C	60 °C
σ_e	$10^{-25} [\text{m}^2]$	4.16	8.53
σ_{1a}	$10^{-25} [\text{m}^2]$	0.03	0.12
σ_a	$10^{-25} [\text{m}^2]$	0.0015	0.0118
τ_f	$[\mu \text{ s}]$	314	190
σ_0	$10^{-25} [\text{m}^2]$		71.1
$\gamma = \frac{\sigma_1}{\sigma_0}$	-		4.00
l	$[\text{mm}]$		10
N	$10^{26} [\text{m}^{-3}]$		1.01

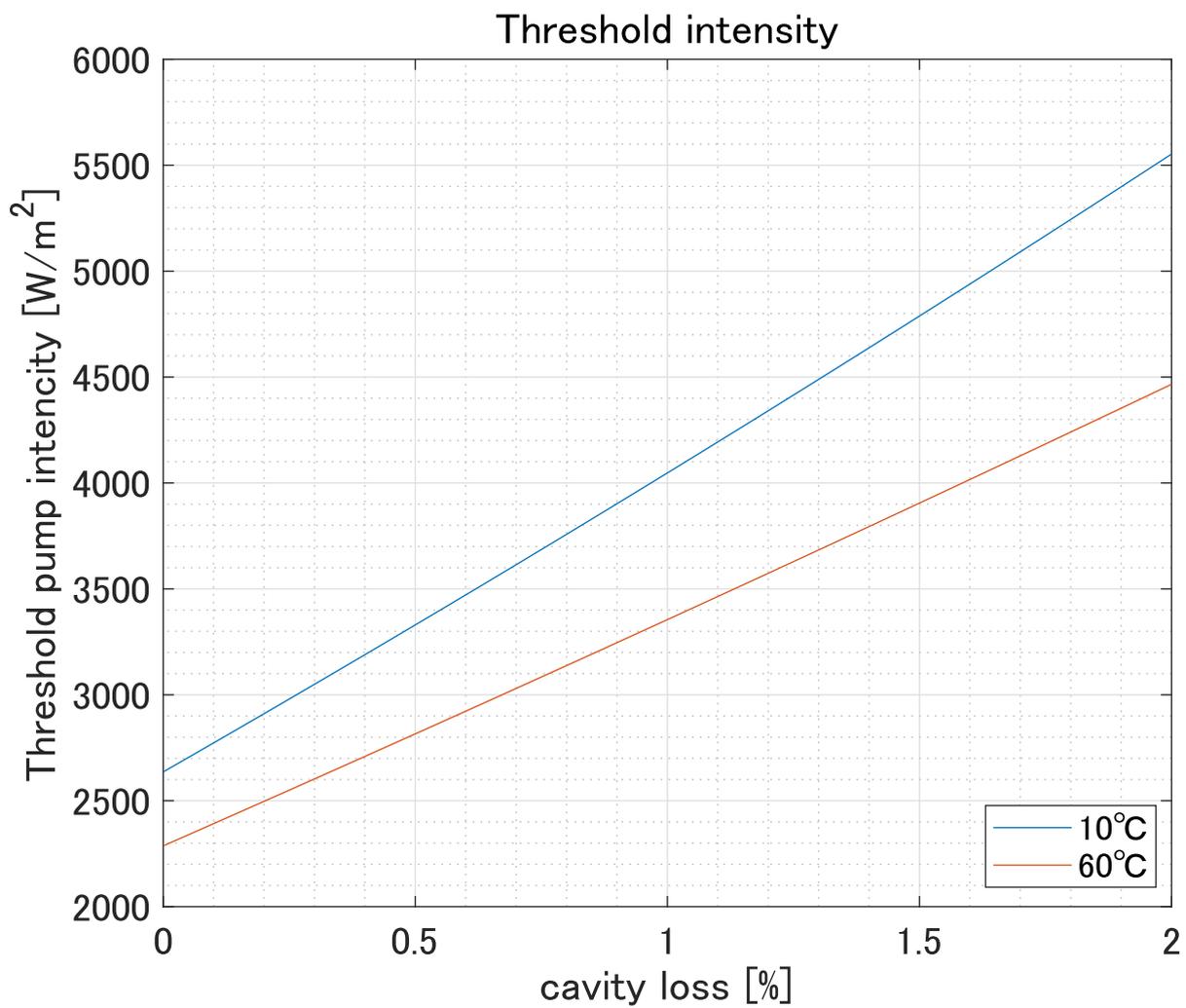


図 2.18: Pump 光の閾値強度。横軸は共振器を光が1周したときの（ミラーの反射によるロスを除いた）ロスを表す。

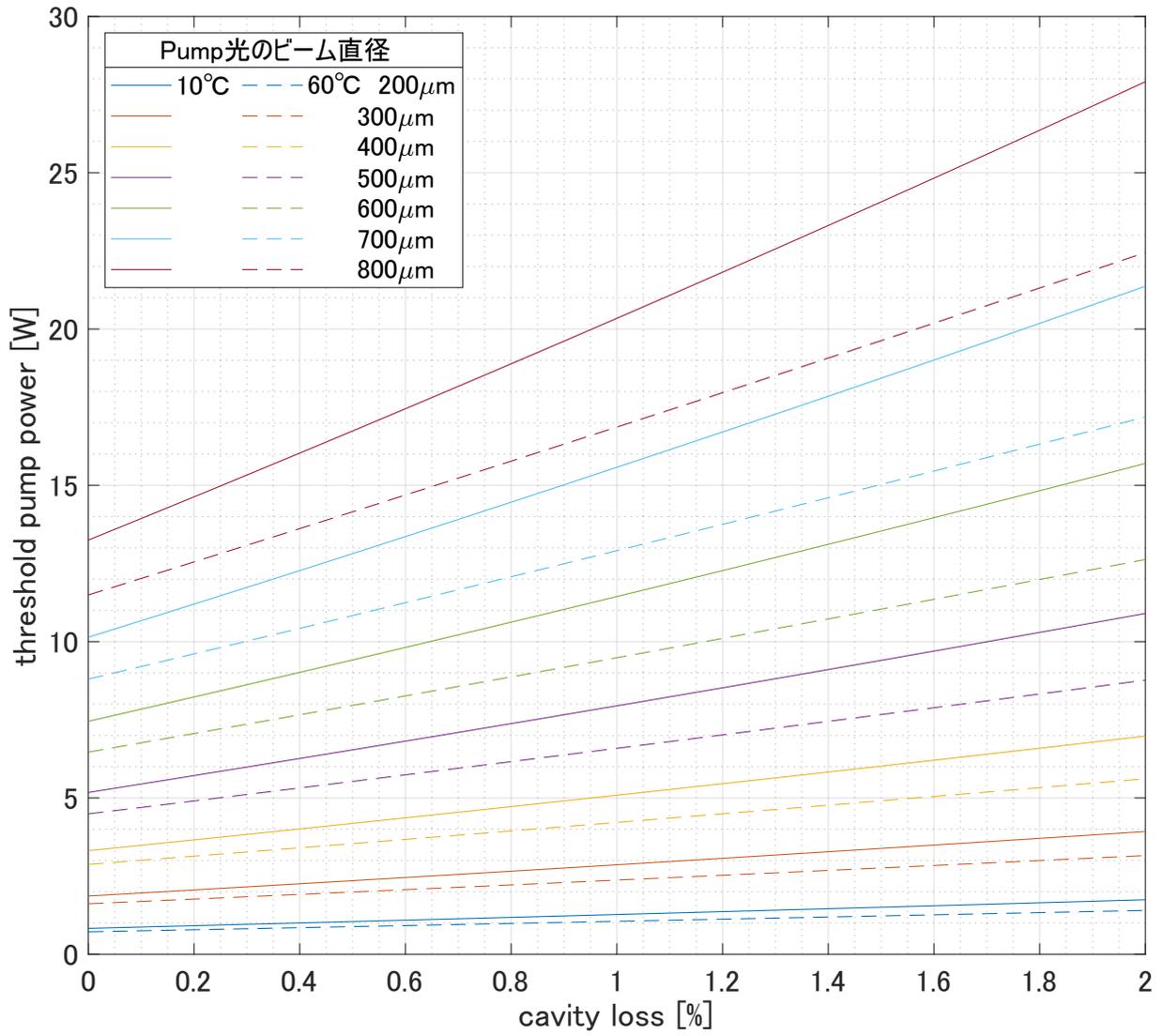


図 2.19: Pump 光の閾値パワー

2.4 DPSS レーザーにおける熱的な効果

熱レンズ効果

ゲイン媒質であるアレクサンドライト結晶に対して Pump 光を入射すると、加熱効果によって結晶内に温度勾配が生じる。結晶内に温度勾配が生じると屈折率の勾配が生じ、結晶がレンズとして機能するようになる。この効果を熱レンズ効果と呼ぶ。

Pump 光を結晶に照射したときの熱レンズ効果について考える。なお、ここでの議論は [23, 16] を参考にしている。ここでは簡単のために結晶は円筒形をしており、図 2.20 のような円筒座標系を導入する。[23]

定常状態において、結晶中の熱流を $\mathbf{h}(r, z)$ 、単位体積、単位時間あたりに発生する熱量を $Q(r, z)$ とすると

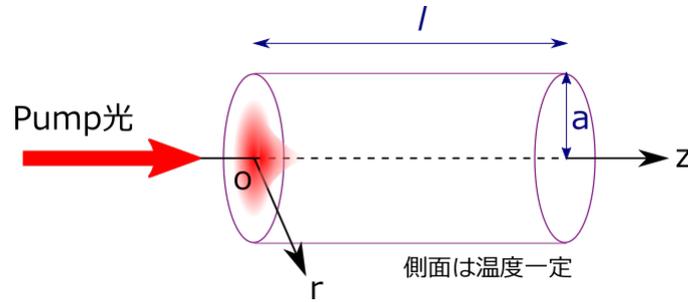


図 2.20: 熱レンズ

$$\nabla \cdot \mathbf{h}(r, z) = Q(r, z) \quad (2.56)$$

という連続の式が成り立つ。また、熱流 \mathbf{h} は結晶の熱伝導率 K_c を用いて、

$$\mathbf{h}(r, z) = -K_c \nabla T(r, z) \quad (2.57)$$

と表される。いま、Pump 光のエネルギーのうち γ ($0 < \gamma < 1$) だけ熱に変換されるとする。 $Q(r, z)$ は結晶の吸収係数を α_p 、Pump 光の単位体積当たりの強度を $I_p(r)$ として以下のようなになる。

$$Q(r, z) = \alpha_p \gamma I_p(r) e^{-\alpha_p z} \quad (2.58)$$

式 (2.56)~(2.58) から

$$\nabla \mathbf{h}(r, z) = \alpha_p \gamma I_p(r) e^{-\alpha_p z} \quad (2.59)$$

ここで、 z 方向の熱流は無視できるものとする。そこで、対称性から r 方向のみの熱流 $\mathbf{h}(r, z) = h(r, z) \hat{e}_r$ を考える。図 2.21 のような領域 V について、式 (2.59) の両辺を積分しガウスの定理を用いると、

$$\begin{aligned} \int_V \nabla \cdot \mathbf{h}(r, z) dV &= \alpha_p \gamma e^{-\alpha_p z} \delta z \int_0^r I_p(r') 2\pi r' dr' \\ h(r, z) 2\pi r \delta z &= \alpha_p \gamma e^{-\alpha_p z} \cdot 2\pi \delta z \int_0^r r' I_p(r') dr' \\ \therefore h(r, z) &= \frac{\alpha_p \gamma e^{-\alpha_p z}}{r} \int_0^r r' I_p(r') dr' \end{aligned} \quad (2.60)$$

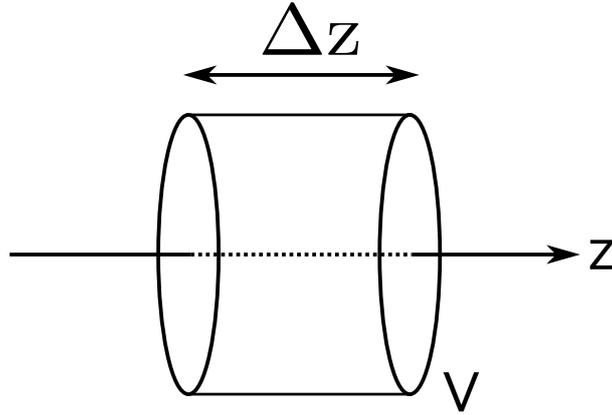


図 2.21: 領域 V

が求まる。

いま r 方向の熱流のみを考えているので、式 (2.60) を (2.57) に代入すると

$$\frac{\alpha_p \gamma e^{-\alpha_p z}}{r} \int_0^r r' I_p(r') dr' = -K_c \frac{\partial T(r, z)}{\partial r} \quad (2.61)$$

となる。結晶の中心から r の位置と結晶中心 $r = 0$ との温度差を $\delta T(r, z) = T(0, z) - T(r, z)$ とすると、式 (2.61) は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \delta T(r, z) &= T(0, z) - T(r, z) \\ &= - \int_0^r \frac{\partial T(r', z)}{\partial r'} dr' \\ &= \frac{\alpha_p \gamma e^{-\alpha_p z}}{K_c} \int_0^r \frac{dr'}{r'} \int_0^{r'} r'' I_p(r'') dr'' \\ &= \frac{\alpha_p \gamma e^{-\alpha_p z}}{K_c} \int_0^r \frac{s(r')}{r'} dr' \quad \left(s(r) \equiv \int_0^r r' I_p(r') dr' \right) \end{aligned} \quad (2.62)$$

また、結晶の中心から r の位置と結晶中心 $r = 0$ を通る光の位相差を $\delta\phi = \phi(0) - \phi(r)$ とすると、

$$\begin{aligned} \delta\phi &= \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^l \delta n(r, z) dz \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^l \delta T(r, z) \frac{dn}{dT} dz \quad (n : \text{結晶の屈折率}) \end{aligned} \quad (2.63)$$

と表すことができる。式 (2.62) を式 (2.63) に代入すれば

$$\begin{aligned} \delta\phi(r) &= \frac{2\pi\gamma (dn/dT)}{K_c \lambda} \int_0^\lambda \alpha_p e^{-\alpha_p z} dz \int_0^r \frac{s(r')}{r'} dr' \\ &= \frac{2\pi\gamma (dn/dT)}{K_c \lambda} (1 - e^{-\alpha_p l}) \int_0^r \int_0^{r'} \frac{s(r')}{r'} dr' \end{aligned}$$

が得られる。位置 r を通る光に対する熱レンズの焦点距離 $f_{th}(r)$ は

$$f_{th}(r) = \frac{2\pi r}{\lambda \{d\delta\phi(r)/dr\}} \quad (2.64)$$

で与えられる。式 (2.64) から $f_{th}(r)$ は

$$f_{th}(r) = \frac{K_c r^2}{\gamma(dn/dT)s(r)} \left(\frac{1}{1 - e^{-\alpha_p l}} \right) \quad (2.65)$$

となる。Pump 光強度がガウシアンビームのような中心 $r = 0$ 付近に特に強い分布があるような場合、熱レンズの焦点距離は $r = 0$ での焦点距離 $f_{th}(0)$ を考えればよく、式 (2.65) で $r \rightarrow 0$ として

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \frac{s(r)}{r^2} \right\} &= \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{r^2} \int_0^r r' I_p(r') dr' \right\} = I_p(0) \\ f_{th}(0) &= \frac{K_c}{I_p(0)\gamma(dn/dT)} \frac{1}{1 - e^{-\alpha_p l}} \end{aligned} \quad (2.66)$$

となる。

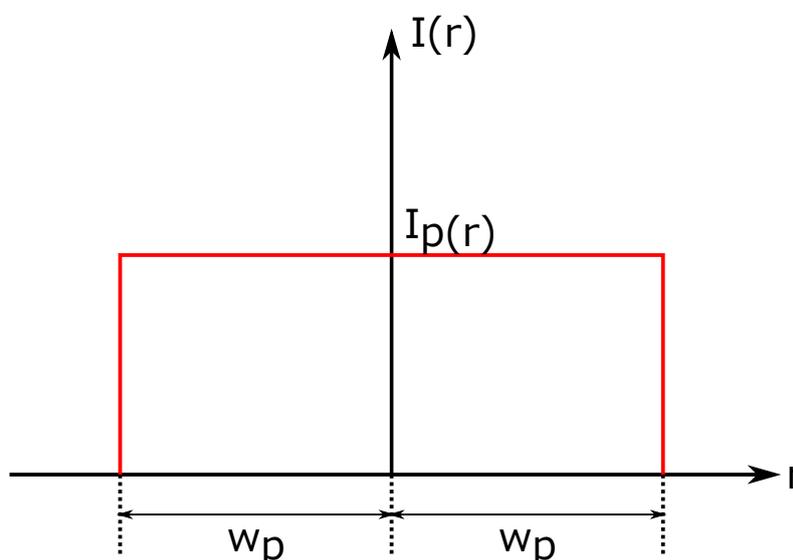


図 2.22: 矩形の強度分布

Pump 光が図 2.22 のような矩形の強度分布を持つと仮定すると、熱レンズの焦点距離は (2.66) より

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \frac{s(r)}{r^2} \right\} &= \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{r^2} \int_0^r r' I_p(0) dr' \right\} \\ &= \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{1}{2} r^2 I_p(0) \right\} \\ &= \frac{1}{2} I_p(0) \\ \therefore f_{th}(0) &= \frac{2K_c}{I_p(0)\gamma(dn/dT)} \frac{1}{1 - e^{-\alpha_p l}} \end{aligned} \quad (2.67)$$

で与えられる。また、強度分布が矩形の場合 $I_p(0)$ は Pump 光の全パワー P_p を用いて

$$I_p(0) = \frac{P_p}{\pi w_p^2} \quad (2.68)$$

で表せる。したがって熱レンズの焦点距離は Pump 光パワーを用いて次のようになる。

$$\begin{aligned}
 f_{th} &= \frac{2\pi K_c w_p^2}{P_p \gamma (dn/dT)} \frac{1}{1 - e^{-\alpha_p l}} \\
 &= \frac{2\pi K_c w_p^2}{P_{abs} (dn/dT)} \frac{1}{1 - e^{-\alpha_p l}} \quad (2.69) \\
 (P_{abs} &= P_p \gamma (1 - e^{-\alpha_p l}) : \text{結晶に吸収されるパワー})
 \end{aligned}$$

この式を用いてアレクサンドライト結晶の熱レンズにおける焦点距離を計算すると図 2.23 のようになる。計算に必要な諸定数は表 2.3 の値を用いた [18, 24, 25]。また、比較のために Nd:YVO₄ 結晶を用いた先行研究 [16, 17] の値も示す。

熱レンズの焦点距離が短いと共振器を組んだ際にアライメントが難しくなってしまうので、発振の閾値も考慮して Pump 光のビームの直径を 300 μ m とした。このときの熱レンズの焦点距離は今回の実験で用いた Pump 光の最大パワー 5W で 70.6mm 程度となる。

また、Nd:YVO₄ 結晶を用いた先行研究 [16, 17] では Pump 光の直径が 1 mm、結晶に吸収される Pump 光のパワーが 25W で熱レンズの焦点距離が 200 mm 程度であるため、アレクサンドライト結晶の場合熱レンズの焦点距離が Nd:YVO₄ 結晶よりも短くなる可能性がある。

表 2.2: アレクサンドライト結晶の諸性質 [18, 24, 25]

Cr ³⁺ ドープ量 (at. %)	0.2
熱膨張率 (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	6.2
熱伝導度 Kc (Wm ⁻¹ K ⁻¹)	23
吸収係数 α (cm ⁻¹)	6.3
熱光学係数 dn/dT (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	16.3

表 2.3: 先行研究 [16, 17] での Nd:YVO₄ 結晶の諸性質

Nd ³⁺ ドープ量 (at. %)	0.1
熱膨張率 (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	11.37
熱伝導度 Kc (Wm ⁻¹ K ⁻¹)	5.17
吸収係数 α (cm ⁻¹)	31.4
熱光学係数 dn/dT (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	2.9

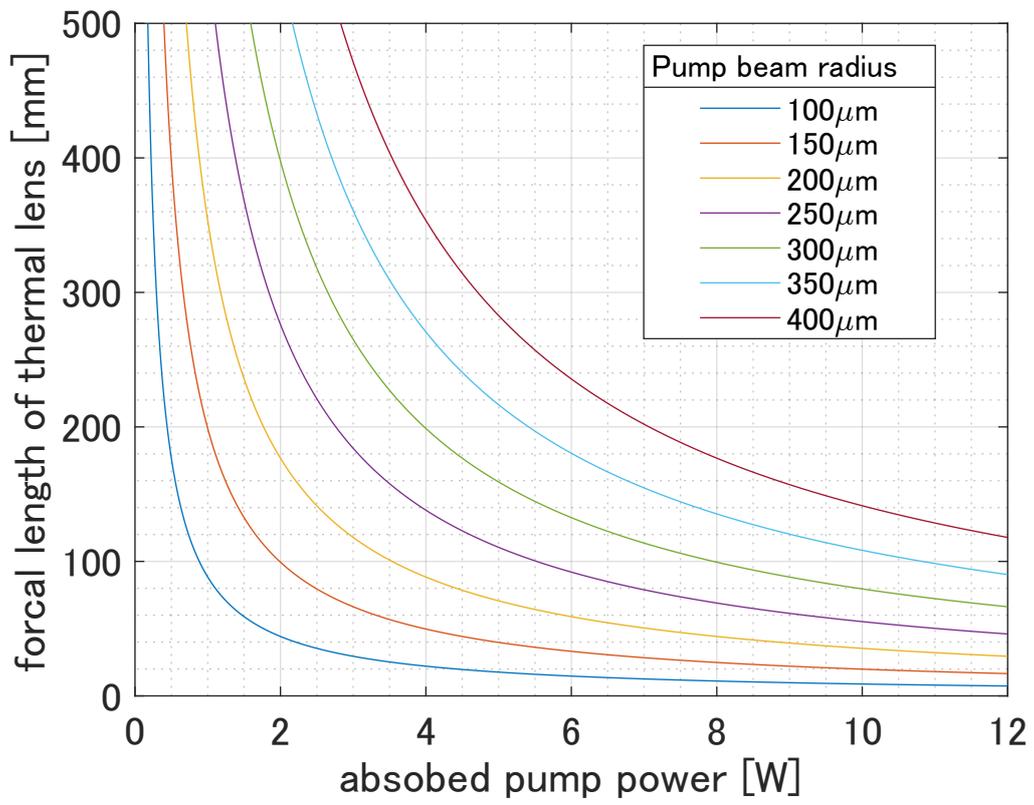


図 2.23: 熱レンズの計算

2.5 アレクサンドライト結晶の蛍光寿命の温度依存性

アレクサンドライトの蛍光寿命には温度依存性が存在する。[23, 26] これは、レーザー遷移に用いる上準位である 4T_2 準位の寿命が室温では $6.6\mu s$ 程度と短い、その直下に存在する 2E_2 準位の寿命が $1.54ms$ と長く、そこから熱的にイオンが励起され 4T_2 へとイオンが供給されるために実効的な上準位の寿命が $260\mu s$ 程度まで長くなることが知られている。[27]

さらに、結晶の温度を加熱することによって熱的に励起されるイオンの数が増えるので結晶を加熱することによって結晶から放出される光の量を増やすことができる。

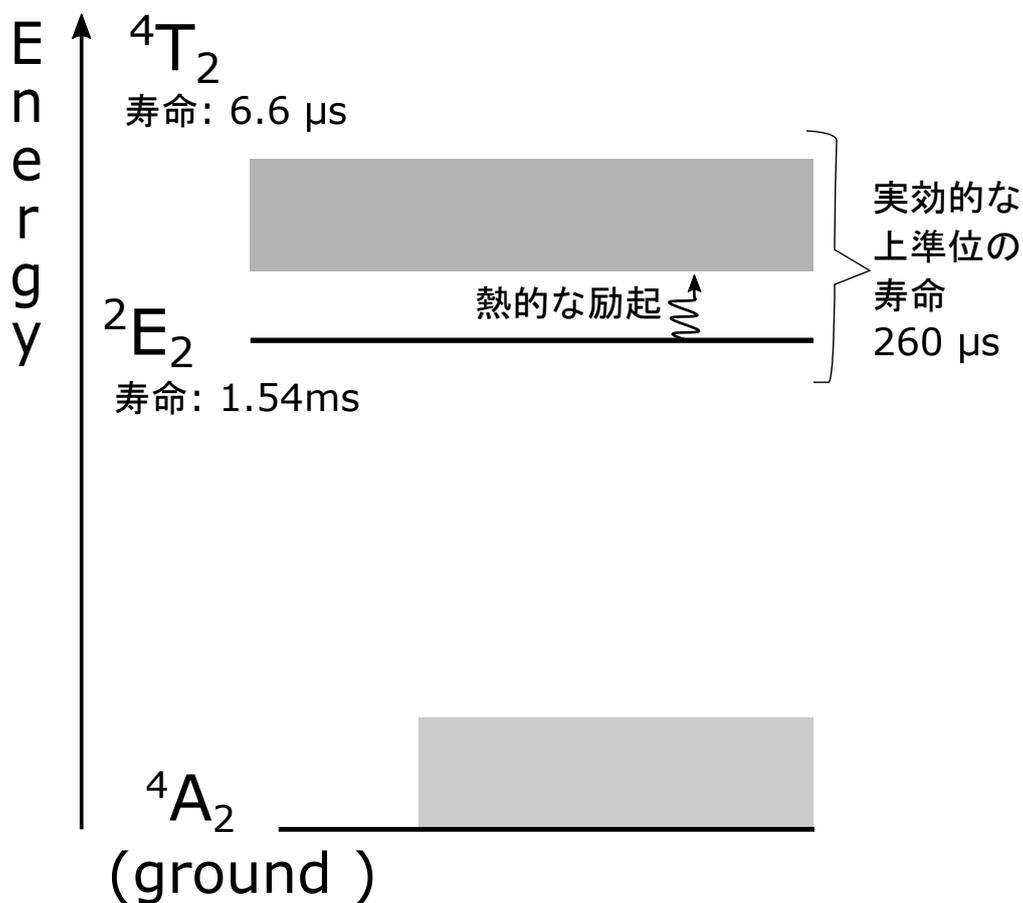


図 2.24: 結晶の蛍光寿命の温度依存性

2.6 ABCD 行列とビームパラメータ

ここでは、光線追跡によく用いられる ABCD 行列について説明する。ABCD 行列を用いた光線追跡では、図 2.25 のような光軸からの距離 r 、光軸との成す角 θ を用いた光線ベクトル $(r \ \theta)^t$ を考える。(近軸 $\sin \theta \simeq \theta$ を仮定する。)

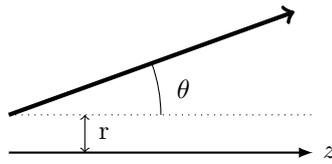


図 2.25: 光線ベクトルの図

この光線ベクトルで表される光が媒質中を進む、あるいは異なる屈折率を持つ媒質の境界面に入射したときなどの光線ベクトルの変化を行列で表し、

$$\mathbf{r}_2 \equiv \begin{pmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} \equiv M \mathbf{r}_1 \quad (2.70)$$

のようになる。

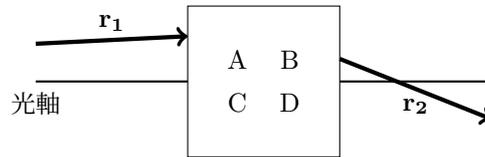


図 2.26: ABCD 行列による光線ベクトルの変化の例

表 2.4 に代表的な光学要素に対応する ABCD 行列をまとめた。

表 2.4: ABCD 行列の例

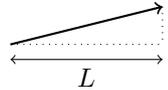
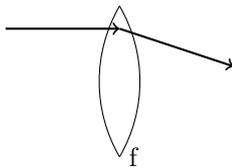
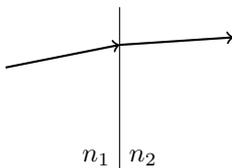
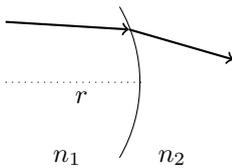
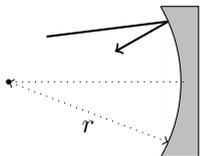
<p>屈折率 n の一様媒質中を距離 L だけ伝搬</p> 	$M = \begin{pmatrix} 1 & L/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
<p>焦点距離 f のレンズ</p> 	$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$
<p>屈折率 n_1, n_2 の物質の境界面</p> 	$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$
<p>曲率半径 r, 屈折率 n_1, n_2 の物質の境界面</p> 	$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_2} \cdot \frac{1}{r} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$
<p>曲率半径 r の球面ミラー</p> 	$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{r} & 1 \end{pmatrix}$

表 2.4 を見ると、焦点距離 f のレンズは曲率半径 $r = 2f$ の球面ミラーと同じ役割 (光を収束させる) であることがわかる。このことを利用して、今回製作した DPSS レーザー では共振器を組む際に球面ミラーの代わりにレンズを用いている。これはレンズを用いることで結晶でのビームの大きさをミラーとレンズ間の距離を動かすことで変えることができ、球面ミラーを用いるよりも容易であるためである。

ABCD 行列はビームパラメータを導入することにより、ガウシアンビームに対しても用いることができる。ビームパラメータは次のように定義される。

$$q \equiv z + iz_R \quad (z_R \text{ はレイリー長。}) \quad (2.71)$$

ビームパラメータ q の逆数を考えると、

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{z - iz_R} = \frac{z + iz_R}{z^2 + z_R^2} = \frac{z}{z^2 + z_R^2} + i \frac{z_R}{z^2 + z_R^2} \quad (2.72)$$

式 (2.24), (2.25) から式 (2.72) は

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R(z)} + i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)} \quad (2.73)$$

と書ける。ビームパラメーターを用いると、ある光学要素を通過した前後でのビームパラメータ q_1 、 q_2 について次の関係が成り立つ (ABCD 則)。

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (2.74)$$

2.7 共振器

本節では今回実験に用いた共振器の設計について述べる。共振器は図 2.27 のような設計になっている。2.6 節の議論から Pump 光のパワーを変化させたとき熱レンズの焦点距離が変化し、共振器の安定条件が崩れてしまう可能性があるため、熱レンズの影響が少なくなるように通常のレンズの焦点近くに結晶を置き、ミラーと結晶の距離も短くする。

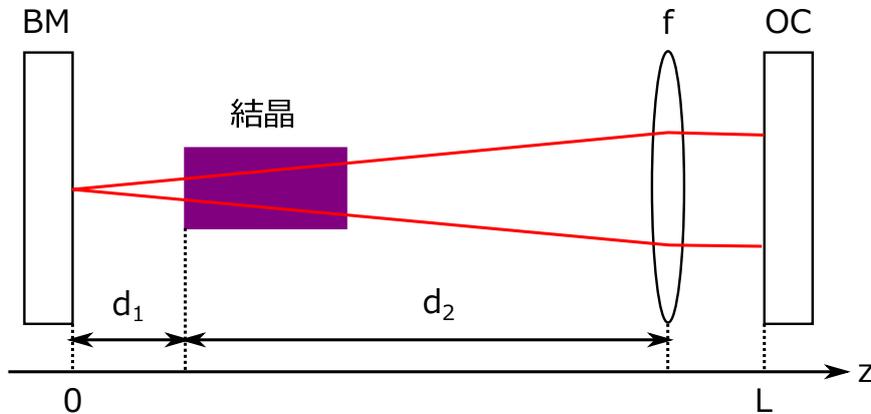


図 2.27: 共振器内でのビーム径の変化

2.7.1 共振器内でのビーム径の変化

共振器内での空間モードの変化は ABCD 行列とビームパラメータを用いて計算することができる。共振器内に結晶が存在し、光が異なる屈折率を持つ領域間を伝搬するときビームパラメータは

$$\frac{q_2}{n_2} = \frac{A \left(\frac{q_1}{n_1} \right) + B}{C \left(\frac{q_1}{n_1} \right) + D} \quad (2.75)$$

$$\Leftrightarrow \hat{q}_2 = \frac{A\hat{q}_1 + B}{C\hat{q}_1 + D}$$

で表される。式 (2.75) において換算 q パラメーター \hat{q} を次のように定義した。

$$\hat{q} \equiv \frac{q}{n} = \frac{n}{R} - i \frac{\lambda_0}{\pi w^2} \quad (\lambda_0 : \text{真空中での光の波長}) \quad (2.76)$$

共振器を 1 周したとき、ビームパラメータは同じでなければならない (self-consistent 条件) ので共振器を 1 周したときの ABCD 行列を用いて

$$\hat{q}(z) = \frac{A\hat{q}(z) + B}{C\hat{q}(z) + D}, \quad AD - BC = 1 \quad (2.77)$$

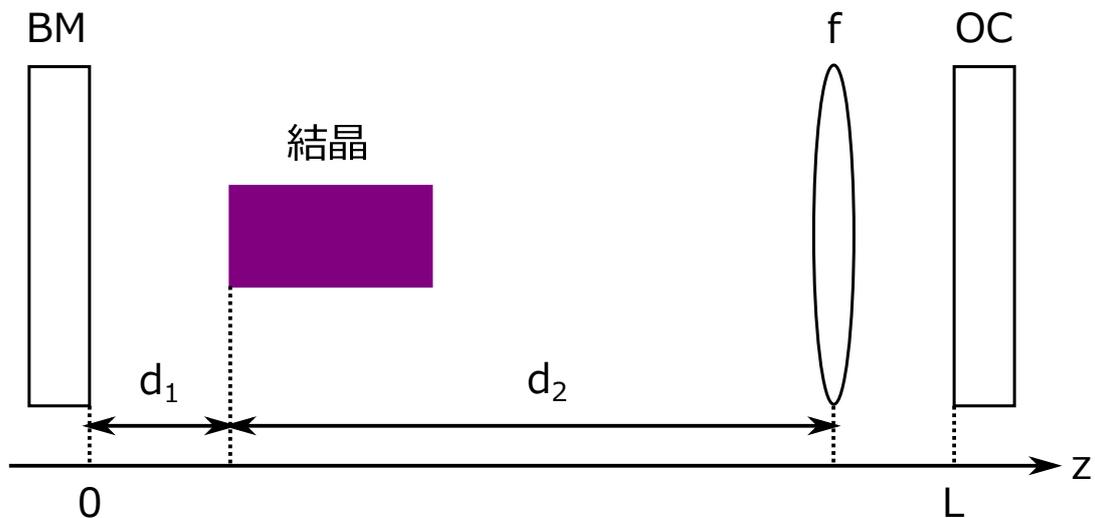


図 2.28: 共振器の設計

が成り立つ。式 (2.77) を $1/\hat{q}(z)$ について解くと、

$$\frac{1}{\hat{q}(z)} = \frac{D - A}{2B} \pm i \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{D+A}{2}\right)^2}}{B} \quad (2.78)$$

となる。式 (2.73) と (2.78) から、

$$R(z) = n \frac{2B}{D - A} \quad (2.79)$$

$$w(z) = \sqrt{\frac{\lambda_0}{\pi}} \left\{ \frac{B^2}{1 - \left(\frac{D+A}{2}\right)^2} \right\}^{1/4} \quad (2.80)$$

が得られる。したがって、共振器中の任意の点において共振器内を 1 周したときの ABCD 行列を計算することによって共振器内でのビーム径とビーム曲率の変化を知ることができる。

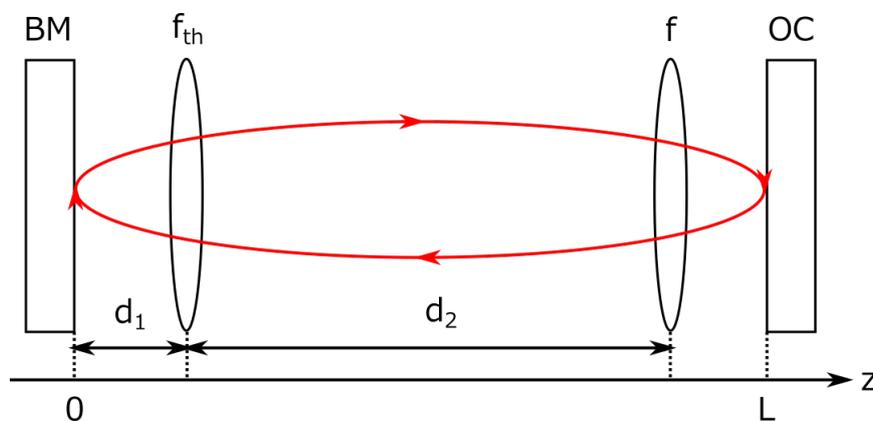


図 2.29: 共振器中でのビームの計算

例えば、図 (2.29) 上でバックミラー (BM) の位置、すなわち $z=0$ の位置でのビーム半径を計算するには次のような手順で計算を行う。共振器長を L とし、結晶は熱レンズ効果により焦点距離 f_{th} のレンズとなっているとする。また、バックミラーと熱レンズ (結晶端面) との距離を d_1 、通常のレンズと熱レンズとの距離を d_2 とする。このとき、共振器中を一周したの後の ABCD 行列は次のように計算できる。

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_{th}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L - d_1 - d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \dots \quad (2.81)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & L - d_1 - d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_{th}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$L = 130 \text{ mm}$, $f = 100 \text{ mm}$, $d_1 = 3 \text{ mm}$, $d_2 = 97 \text{ mm}$ として $z=0$ (BM 上) でのビーム半径を計算すると $w \sim 36 \mu\text{m}$ となる。同様に共振器内の各点でビーム径を計算すると図 2.30 のようになる。

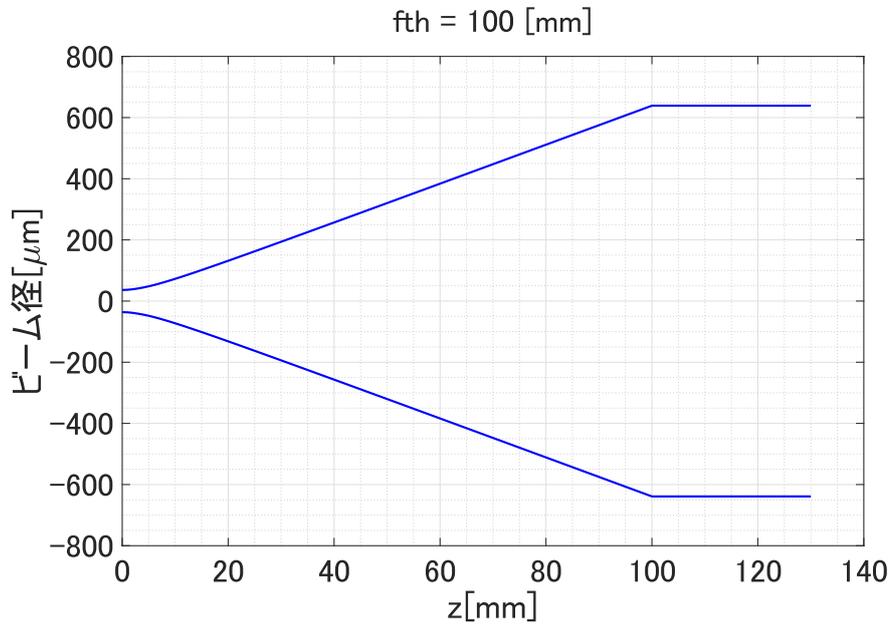


図 2.30: 共振器内でのビーム径の計算。

$L = 130 \text{ mm}$, $d_1 = 3 \text{ mm}$, $d_2 = 97 \text{ mm}$, $f = 100 \text{ mm}$, $f_{th} = 100 \text{ mm}$ とした。

第3章

実験

3.0.1 Pump 用半導体レーザー

アレクサンドライト結晶の DPSS レーザーの Pump 用光源として、Wavespectrum 社製の中心波長 635nm の半導体レーザー (LD) を用いた。Pump 光は空間モードがマルチモードかつランダム偏光となっている。Pump 光はマルチモードファイバーにカップリングされており、ファイバーはコアが中心に 1 つ、その周りに 6 個のコアが配置されたファイバーバンドルとなっている (図 3.1)。ファイバーバンドル全体の直径は $800\mu\text{m}$ となっている。

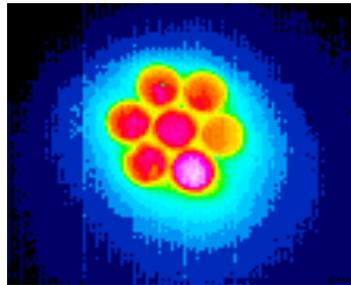


図 3.1: Pump 光の形状

Pump 光の最大出力は 13.5W であり、その電流出力特性は図 3.2 のようになっている。

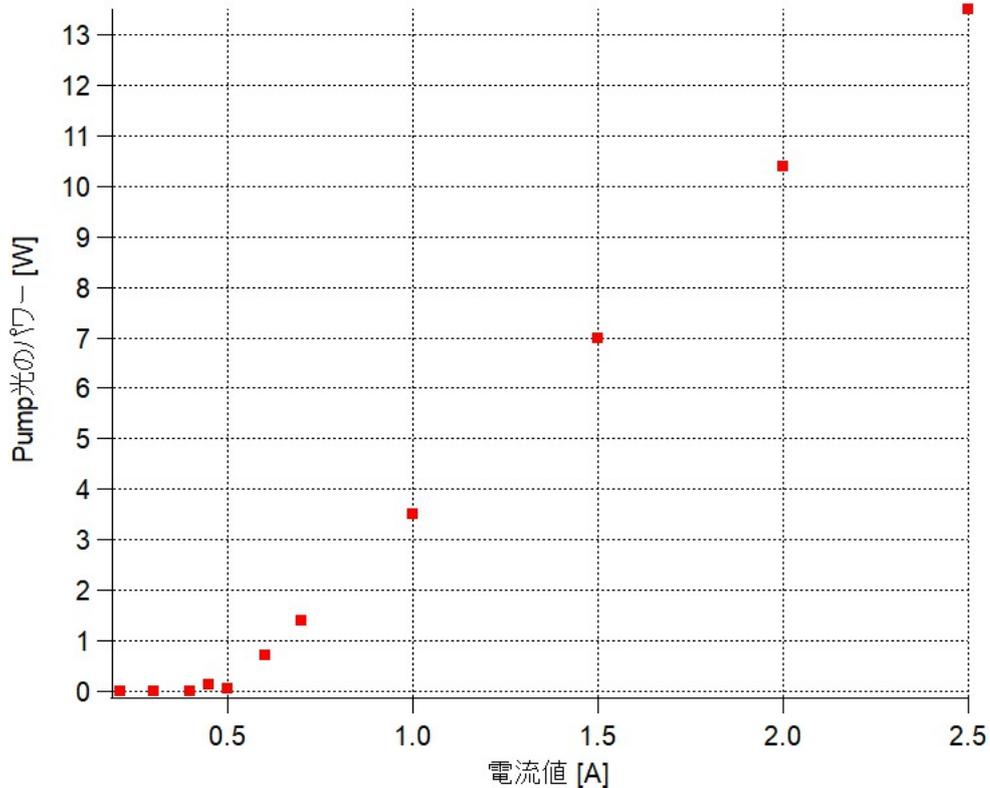


図 3.2: Pump 光の電流出力特性

Pump 光を結晶に入射する際の光学系は図 3.3 のようになっている。ファイバーから出た Pump 光を $f = 30\text{mm}$ のレンズでコリメートする。結晶の b 軸に Pump 光の偏光方向に合わせるために、偏光ビームスプリッター (PBS) で Pump 光の偏光クリーニングを行う。Pump 光の偏光方向はランダムであるから、PBS を通過した後の Pump 光のパワーはおよそ半分になる。その後、 $f = 30\text{mm}$ のレンズでファイバー端面でのビーム径のイメージングを行い、最後に $f = 100\text{mm}$ のレンズと $f = 32\text{mm}$ の非球面レンズで 3:1 の縮小系を組む。 $f = 32\text{mm}$ のレンズはマイクロメーター付きのステージに取り付けられており、Pump 光の焦点位置と Pump 光が結晶に当たる位置を調整できるようになっている。この系で、結晶に入射する直前での Pump 光ビームの直径は $320\ \mu\text{m}$ となる。このビーム径での発振の閾値は式 (2.54) から 3W 程度と見積もることができる。

ダイクロミックミラーは Pump 光と、後の実験で用いる波長 755nm の半導体レーザーからの光を同じ経路、同じ偏光で結晶に入射するために用いている。

結晶に入る直前での Pump 光のパワーと電流値を図 3.4 に示す。

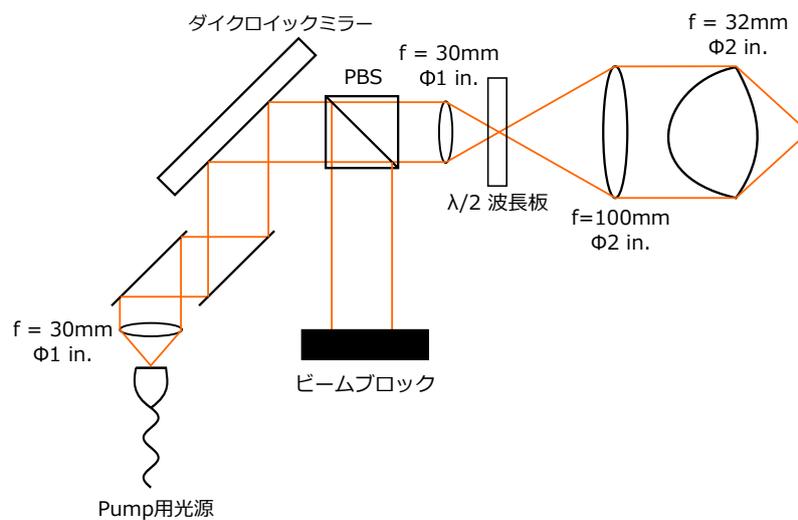


図 3.3: Pump 光を入射する際の光学系

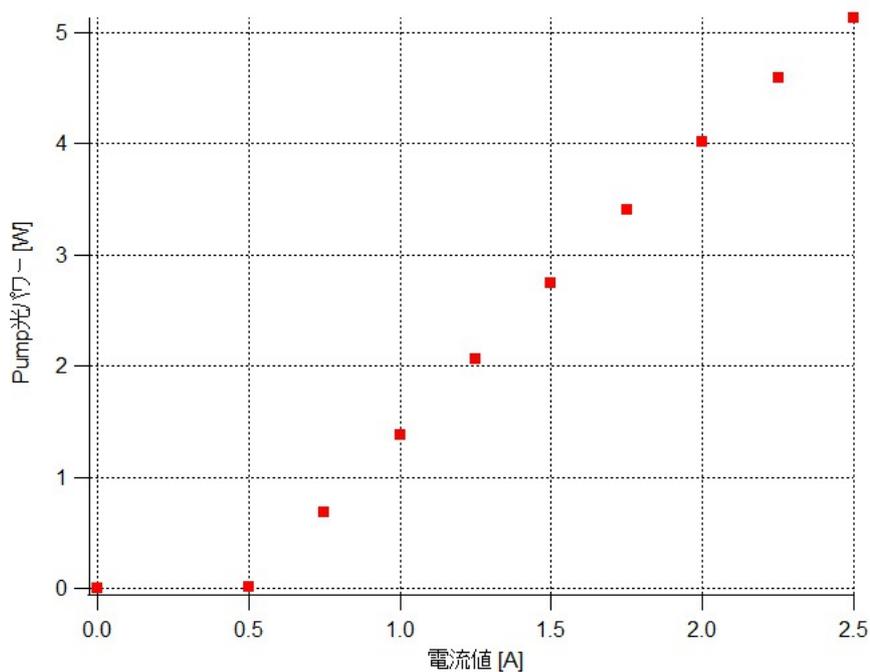


図 3.4: 結晶の直前での Pump 光パワーと電流値の関係

3.0.2 結晶について

結晶には、CRYSTECH 社製 0.2% ドープのアレクサンドライト結晶を用いた。結晶は c 軸に対して垂直な方向に切断された結晶 (c -cut) を用いており、結晶のサイズは $4\text{mm} \times 4\text{mm} \times 10\text{mm}$ のものを用いている。また、結晶の両端面には AR コートが施されており、Pump 光の波長付近 $630 - 645 \text{ nm}$ と、アレクサンドライト結晶の発振波長である $720 - 800 \text{ nm}$ の光が透過するようになっている。結晶に吸収される Pump 光

のパワーは $P_{abs} = P_p \gamma (1 - \alpha_p)$ のように表され、今回用いた結晶の吸収係数 α_p は、 $\alpha_p = 7.5[\text{cm}^{-1}]$ なので Pump 光は結晶端面からおよそ $1/\alpha_p \approx 1.3[\text{mm}]$ の距離で吸収される。

さらに、アレクサンドライト結晶は温度によって誘導放出断面積が変化する [23, 26] ので、温度調節が行えるように銅製の結晶ホルダーにマウントされている。結晶ホルダーには Tholab 社製のサーミスタ”TH10K”を取り付け、その抵抗値を読み取ることで結晶の温度がわかるようになっている。

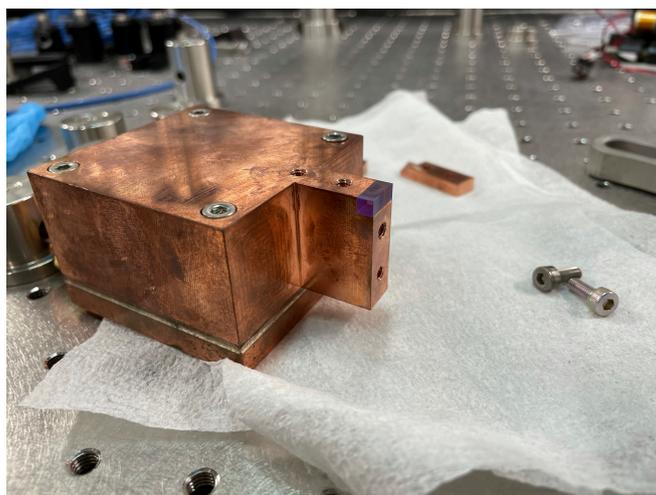


図 3.5: 結晶ホルダー

3.1 共振器

Pump 光の光学系を組んだのち、実際に共振器を組み実験を行った。バックミラー (BM) は Pump 光の波長付近 635nm において透過率が 98%、発振波長 720 - 800nm の光に対して反射率が 99.5% 以上となっている。また、アウトカップミラー (OC) は波長 720 - 800nm の光に対して反射率が 98% となっている。共振器長は 130mm、結晶は BM から 3mm、レンズは BM から 100mm の位置にあるような共振器である。レーザー発振を行うためには二枚のミラーの間で光が往復する必要があるので、次の手順で共振器ミラーの角度およびレンズの位置の調整を行った。

最初に Pump 光の焦点の位置に結晶を置く。その後、波長 755nm で発振する半導体レーザー (ECDL) の光を probe 光として probe 光が結晶を透過する際のロスが小さくなるように probe 光の光軸を調整する。次にレンズを結晶から 97mm の位置に置き、レンズ表面での反射光が入射光と重なるようにレンズの上下方向および左右の位置を調整する。さらに、レンズから 20mm の位置にアウトカップミラー (OC) を置き反射光と入射光が重なるようにミラーの角度を調整する。最後にバックミラー (BM) を結晶との間隔が 3mm になるように置き、同様に反射光と入射光が重なるようにミラーの角度を調整する。

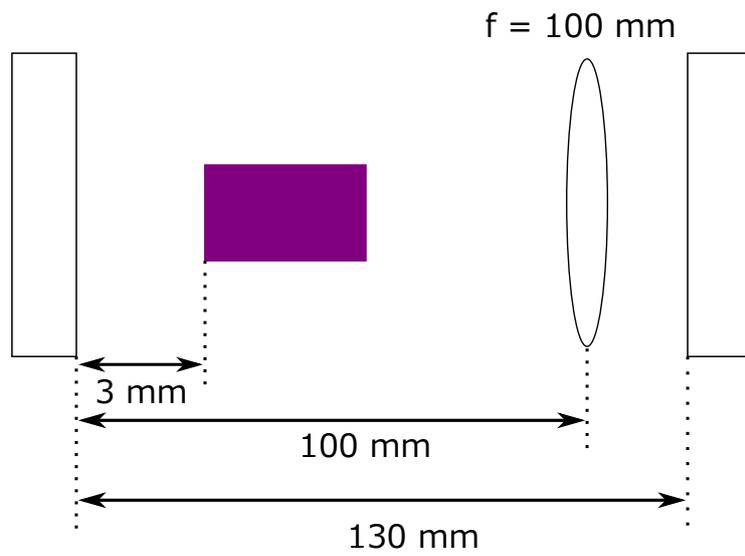
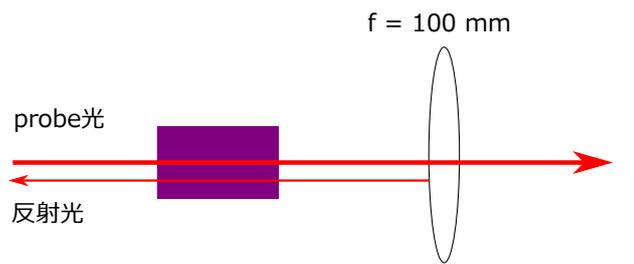
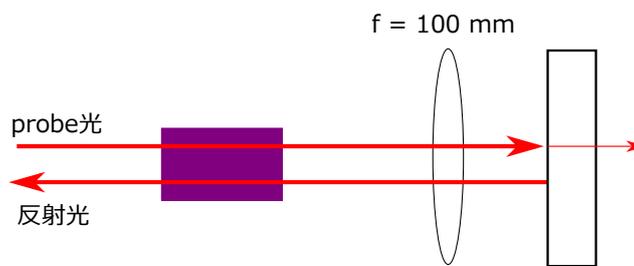


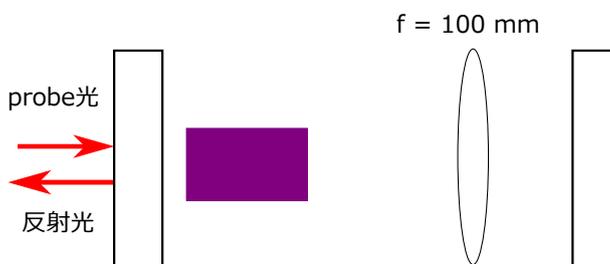
図 3.6: 共振器の設計



(a) レンズでの反射



(b) アウトプットカップラー (OC) での反射



(c) バックミラー (BM) での反射

図 3.7: 共振器の調整の手順

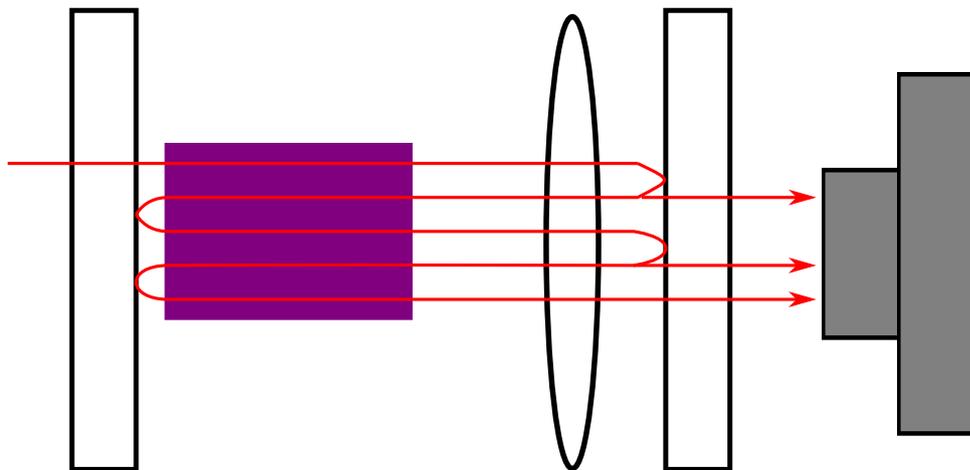


図 3.8: probe 光の共振器モードのパス合わせ

その後、probe 光が共振器の共振モードにカップルするようにビームプロファイラおよびフォトダイオードを用いて透過光の空間モードおよび周波数モードを確認する。ビームプロファイラで透過光を確認すると、「共振器内を 1 往復したビーム, 2 往復したビーム, 3 往復したビーム, …」といったように複数の透過光が確認できるので、それが 1 か所に集まるように共振器ミラーおよび probe 光のパスを調整する (図 3.8)。また、図 3.9 のようにフォトダイオードを用いて透過光強度が最大になるように共振器ミラーおよび probe 光のパスを調整する。

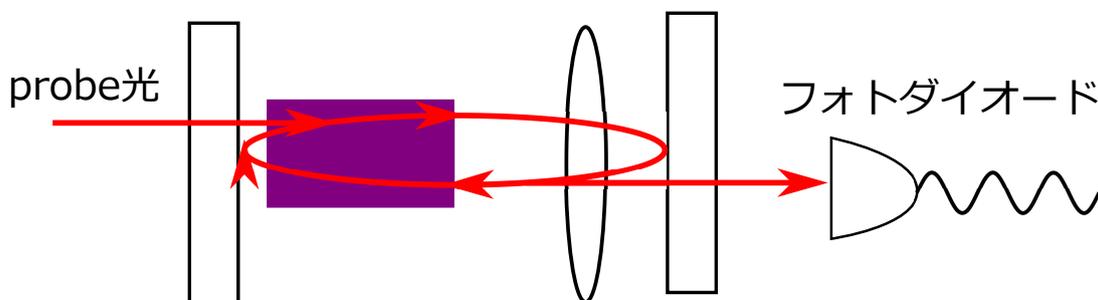


図 3.9: probe 光の透過光強度の測定

図 3.10 に probe 光の共振器モードをフォトダイオードで測定したものを示す。

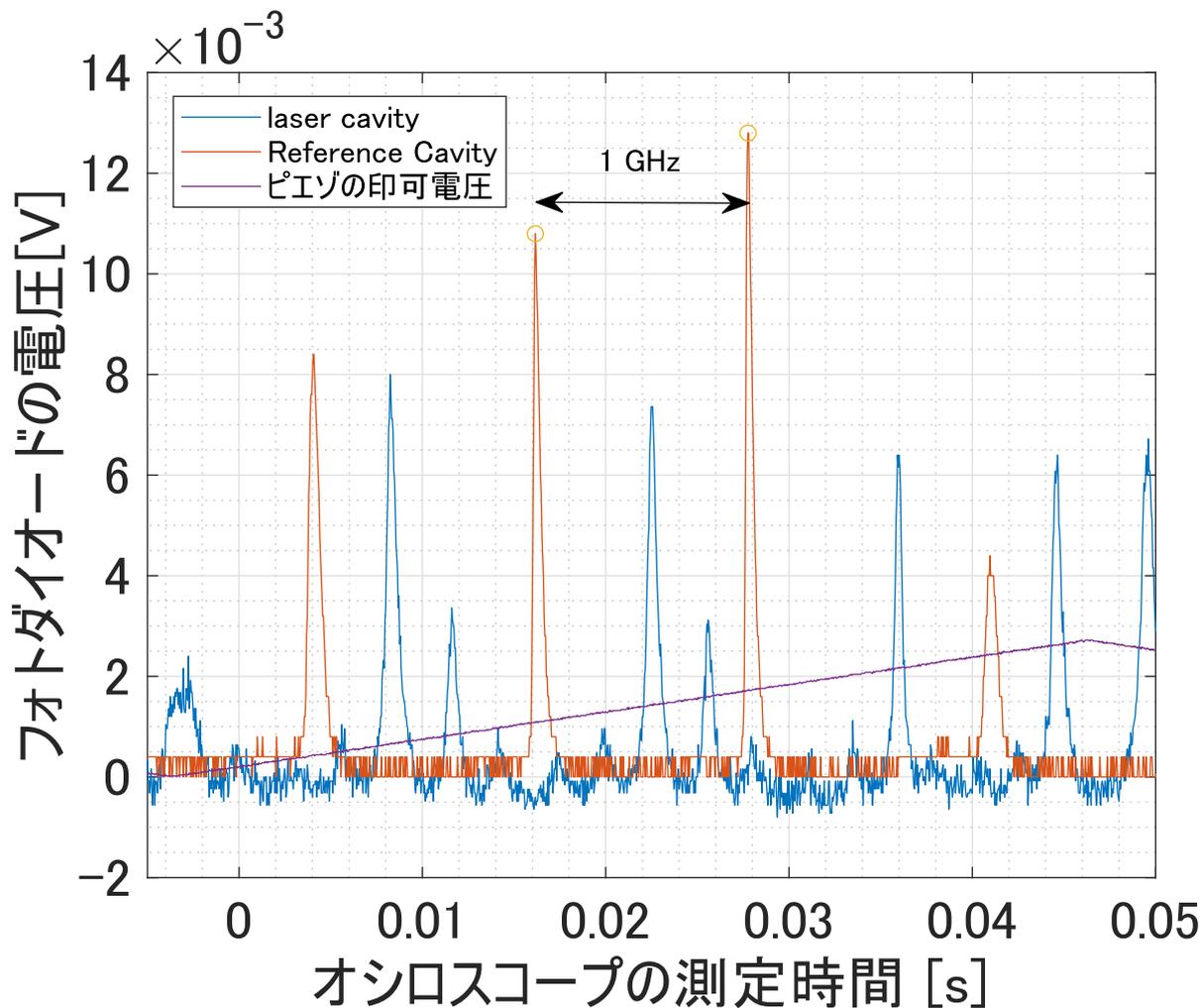


図 3.10: probe 光の共振器モード

probe 光の透過光強度が最大になることを確認できた後、結晶に Pump 光を入射し probe 光の時と同様にビームプロファイラーを用いて結晶から放出される光の共振器内を往復した光を一致させ、さらに共振器を抜ける光のパワーを見ながら共振器ミラーの角度およびレンズの位置を調整する。しかしながら、最大パワーは $350\mu\text{W}$ 程度でありレーザー発振には至らなかった。

その原因を探るために、結晶および共振器内のレンズにおけるロスの測定を行った。結晶のロスを測定したところ 0.5%、レンズのロス は 0.2% 程度であった。このとき共振器を 1 周した時のミラーを除いたロスから、透過光強度は入射光の強度に比べて、

$$\frac{I_{out}}{I_{in}} = \underbrace{(1 - 0.005)^2}_{\text{結晶の透過率}} \times \underbrace{(1 - 0.002)^2}_{\text{レンズの透過率}} = 0.9861 \quad (3.1)$$

となる。したがって、共振器を一周したときの共振器のロス は 1.4% 程度となる。これは 2.3.1 節で想定した共振器のロスよりも大きくなってしまっている。このときの発振の閾値は 4W 程度になってしまうが、Pump 光のパワーはそれ以上あるので、レーザー発振自体は可能であると考えられる。また、レーザー発振に必要な

結晶の利得は 2.0% 程度になる。結晶の利得がこの値に達しているかを確認するために、次節以降で述べるように結晶からの蛍光および利得を調べた。

3.2 結晶から放出される蛍光の分光測定

アレクサンドライト結晶の誘導放出断面積には、温度依存性が存在する。[23, 26] そのため利得を測定する前に予備実験として、結晶に pump 光を入射したときの放出される蛍光強度の温度依存性を確かめた。結晶ホルダーにリボンヒーターを巻きつけ、結晶を加熱する。このとき、リボンヒーターに流す電流を on・off 制御することによって温度調節を行う。測定は、結晶の温度を 25°C(常温)、60°C、100°C 近辺にして行った。結晶に対して pump 光を入射し、Tholab 社製の分光器”SP2-USB” を用いて各温度での蛍光強度の測定を行った。また、測定を行う際に Pump 光の漏れ光が分光器に入らないように Tholab 社製の光学フィルタ”FELH0700” を用いている。そのため、結晶から放出される光のうち 700nm より短い波長の成分は分光器に入る前にカットされている。

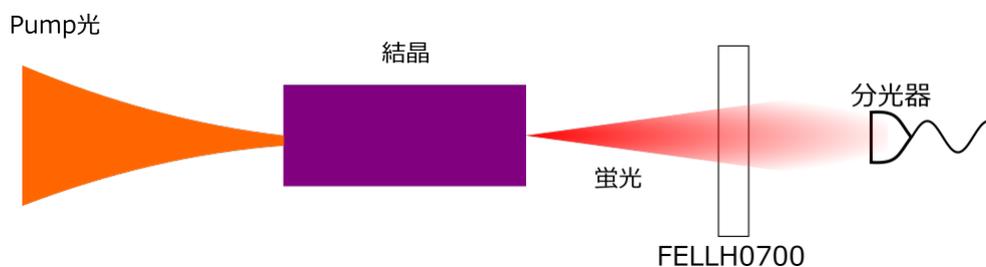


図 3.11: 蛍光スペクトル測定の実験セットアップ

測定の結果を図 3.12 に示した。この結果からアレクサンドライト結晶の DPSS レーザーにおいて波長 750nm 付近で発振させる場合、結晶を 100°C 程度まで加熱した方が結晶から放出される光の量が増えるので有利であると思われる。

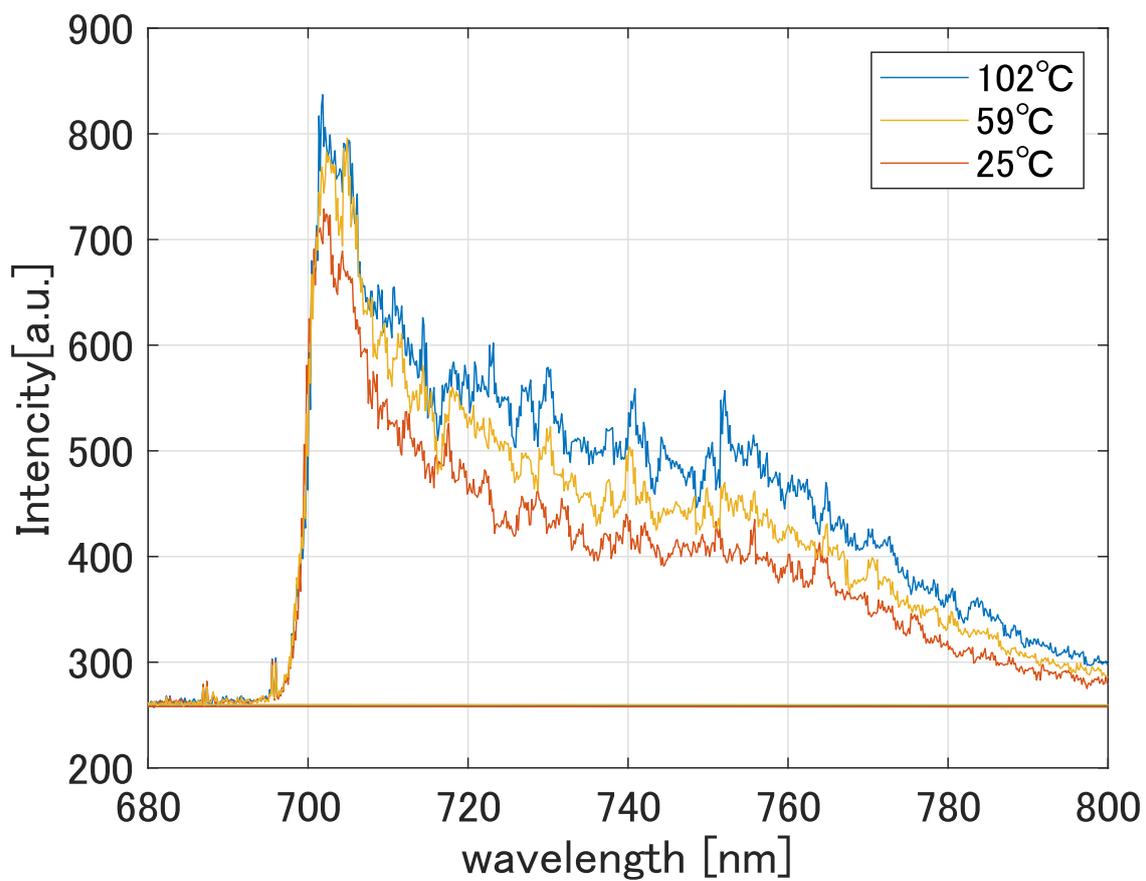


図 3.12: 結晶から放出される蛍光の温度依存性

3.3 小信号利得の測定

レーザー発振できなかった原因の一つとして結晶のゲインが小さい可能性があるため、光が結晶を1回通過した後のゲイン、小信号利得 (Single Path Gain) の測定を行った。

結晶に対して DPSS レーザーの発振波長に近い、波長 755nm の半導体レーザー (ECDL) の光を probe 光として結晶に入射し、結晶を透過するパワーを測定する。その後、Pump 光と probe 光を同時に入射する。このとき、結晶からの誘導放出によって probe 光強度が増幅されるので、その増幅の割合を調べた。

結晶に入射する probe 光強度を I_{in} 、結晶を通り抜けた後の probe 光強度を I_{out} とすると、結晶の小信号利得 G を次のように定義し、この G の測定を行った。

$$G[\%] = \left(\frac{I_{out}}{I_{in}} - 1 \right) * 100 \quad (3.2)$$

この実験のセットアップは図 3.13 および図 3.14 のようになっている。

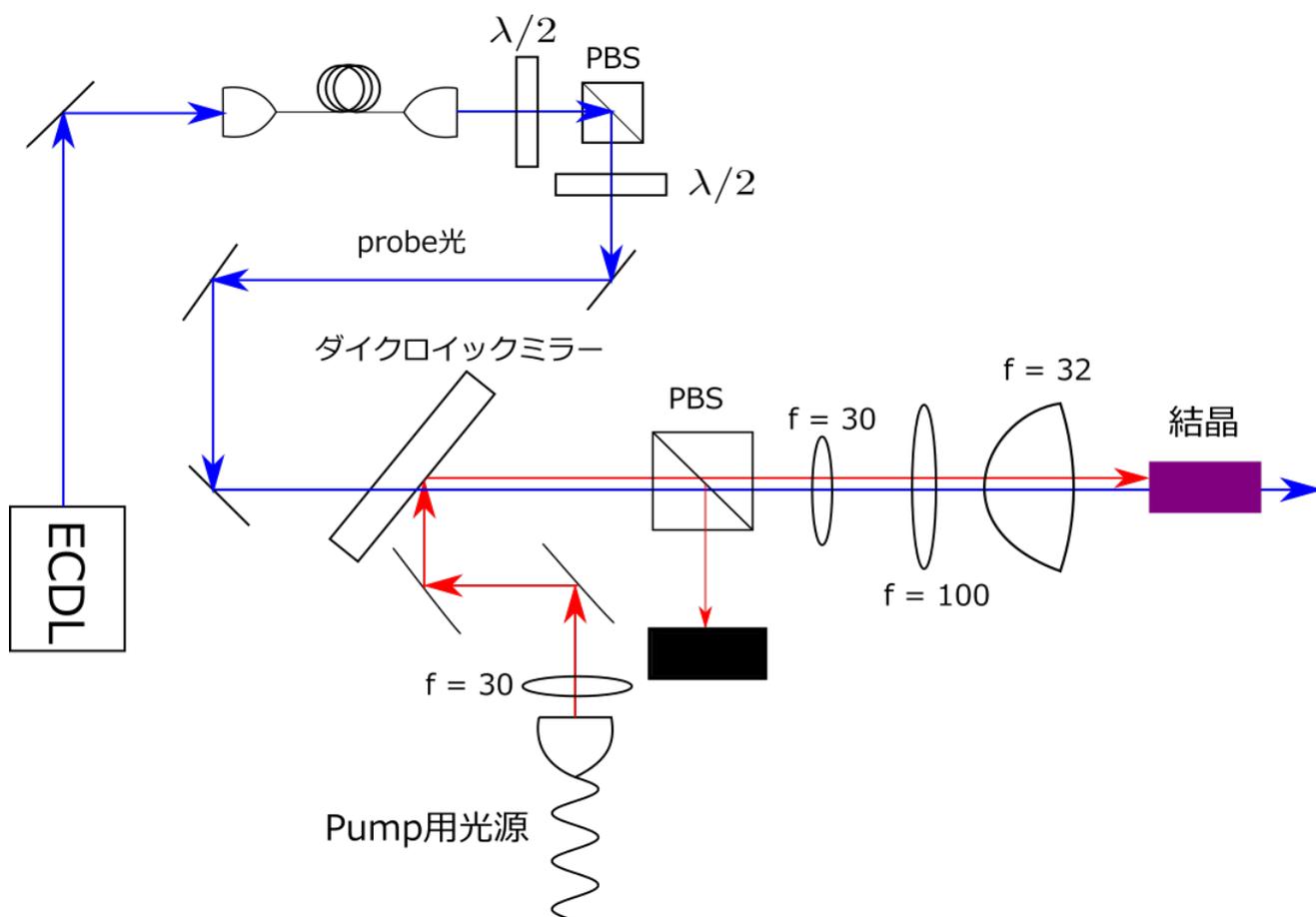


図 3.13: 小信号利得の測定 光学系の全体図

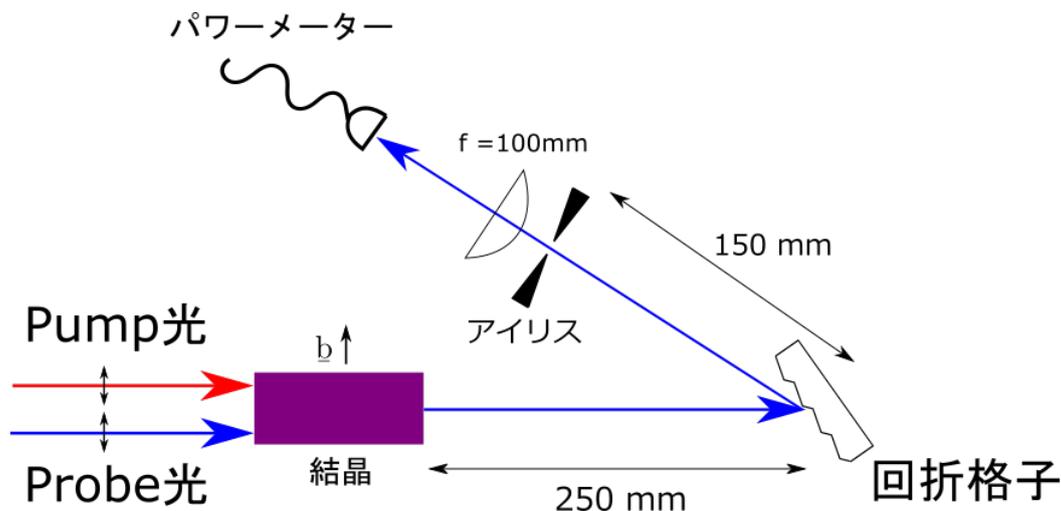


図 3.14: 結晶後の測定系

probe 光のパワーを測定する際に、probe 光と異なる波長成分を持つ蛍光や Pump 光の漏れ光が混ざらないように回折格子とアイリスを用いる。回折格子は格子間隔を d 、回折格子に対する光の入射角を α 、回折角を β 、入射する光の波長を λ とすると次の関係が成り立つ。

$$d(\sin \alpha - \sin \beta) = m\lambda \quad (3.3)$$

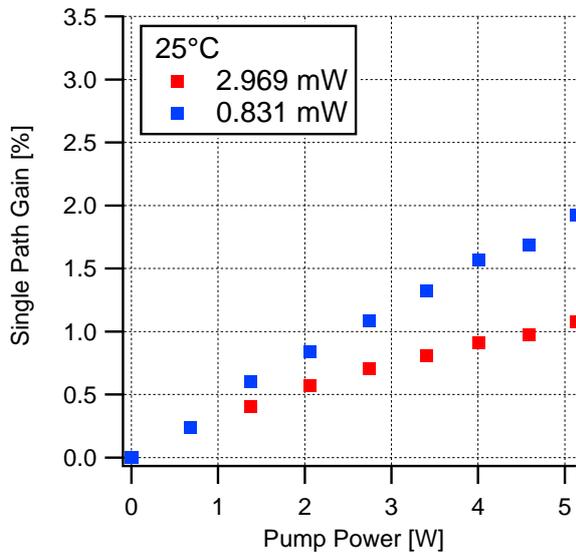
m は回折の次数 (整数) を表す。

今回の測定では、格子間隔 $d = 1/1800$ mm の回折格子を用いており、また入射角は $\alpha \sim 47^\circ$ 、回折角は $\beta \sim -39^\circ$ であった。回折格子によって回折された probe 光は、回折格子から 150mm の位置で直径が 5mm 程度となるので、この位置にアイリスを置き、probe 光がすべて透過するようにアイリスの開口を 5mm 程度に開けておく。

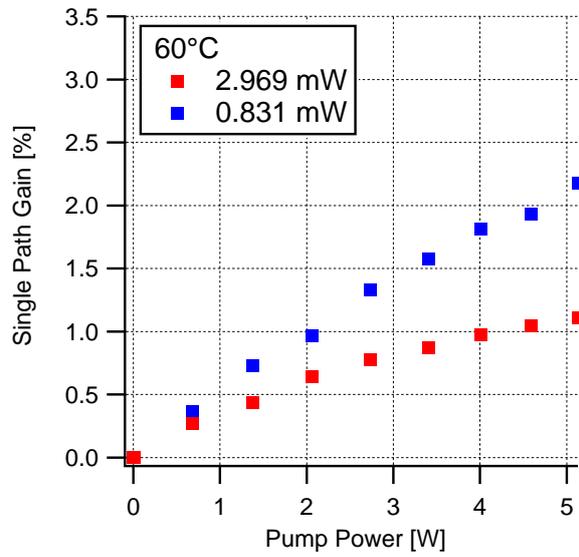
結晶からの蛍光は、回折格子により波長の異なる成分が空間的に分離され、 $755 \text{ nm} \pm 5 \text{ nm}$ の成分がアイリスを透過する。したがって、パワーメーターで probe 光のパワーを測定するとき、probe 光の波長 755 nm に対して、 $\pm 5 \text{ nm}$ までの成分が結晶からの利得として現れることになる。

また、前節で述べたようにアレクサンドライト結晶は温度によって誘導放出の断面積が変化するので、結晶の温度を変化させて測定を行った。

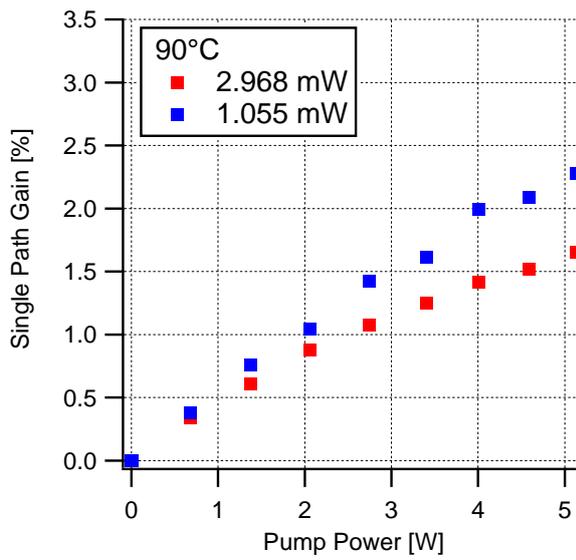
測定の結果を図 3.15 に示す。3.1 節で見たように、レーザー発振を起こすために結晶の利得は 1.7% 程度必要であり、そのためには Pump 光のパワーが常温では 5 W、結晶を加熱することで 3 W 程度の Pump 光パワーが必要となることがわかる。また図 3.15 の結果を見ると、probe 光強度が 3 mW のとき結晶のゲインが小さくなっているように見える。結晶のゲインが下がってしまう原因としては結晶の破損や熱レンズ効果によって probe 光のビーム径が小さくなり飽和してしまうなどが考えられる。結晶が破損していれば破損部に Pump 光が当たらないようにすれば良いので、その影響は考えにくい。したがって、熱レンズの影響を確かめるためにその測定を行った。



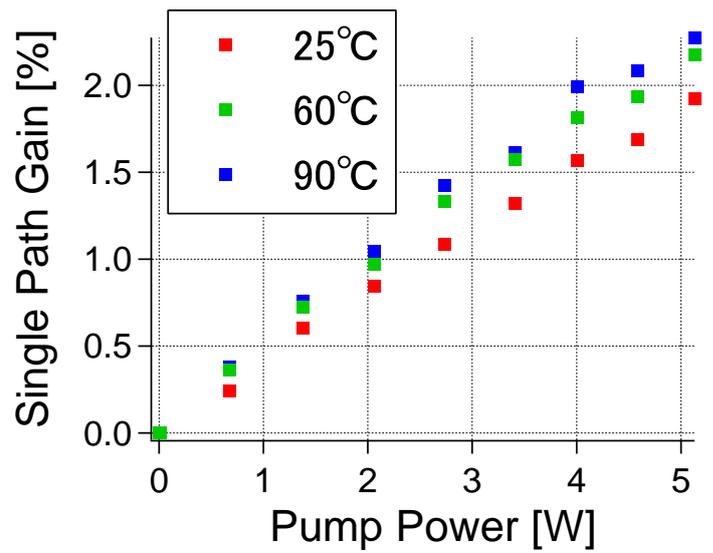
(a) 25°C(常温) での測定



(b) 60°C での測定



(c) 90°C での測定



(d) 各温度での利得の比較

図 3.15: 小信号利得の測定

3.4 熱レンズの測定

結晶の熱レンズが共振器内でのビームの空間モードにどの程度の影響を与えるかは不明であった。そこで結晶の熱レンズの焦点距離を定量的に評価するために、図 3.20 のような系を組んで熱レンズの焦点距離の測定を行った。Pump 光の焦点の位置でのビームの直径が $320\mu\text{m}$ 程度であり、結晶内にできる熱レンズの大きさも同程度になると考えられるので、probe 光のビーム径をそれよりも小さい $200\mu\text{m}$ 程度の平行光にして結晶に対して入射する。このとき Pump 光と probe 光との重なりが小さいと、熱レンズが probe 光の一部にしか作用しないので熱レンズの影響が見え難い。したがって、結晶を配置する前に Pump 光の焦点の位置での Pump 光と probe 光の重なりを確かめた。

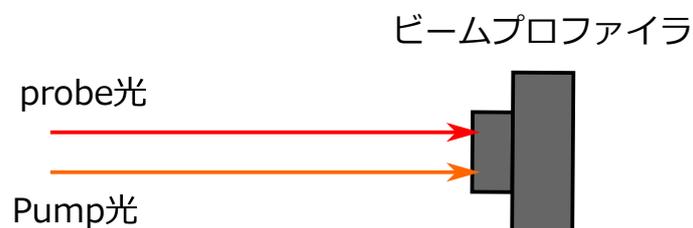


図 3.16: Pump 光と probe 光の重なるの確認

Pump 光の焦点の位置にビームプロファイラを置き、probe 光と Pump 光を同時に入射する。そして、Pump 光と probe の光のどちらか一方のビームを遮り Pump 光のみの場合と probe 光のみの場合の画像をそれぞれ撮影し、x 方向と y 方向それぞれの強度分布をとる。レーザー光の強度分布はガウシアン型の強度分布を持っているので、測定した強度分布をガウシアン関数

$$I(x) = y_0 + A \exp \left\{ -\left(\frac{x - x_0}{width} \right)^2 \right\} \quad (3.4)$$

でフィッティングする。なお、ビームプロファイラは 90° 回転させておいているためにビームプロファイラ上での x 方向は実際にはビームの垂直方向を映しており、同様に y 方向は実際には水平方向を映している。x,y 方向の強度分布およびフィッティングの結果を図 3.18 に示す。この結果から、probe 光は Pump 光に比べ小さく中心位置のずれも $15\mu\text{m}$ 以内にあることがわかる。

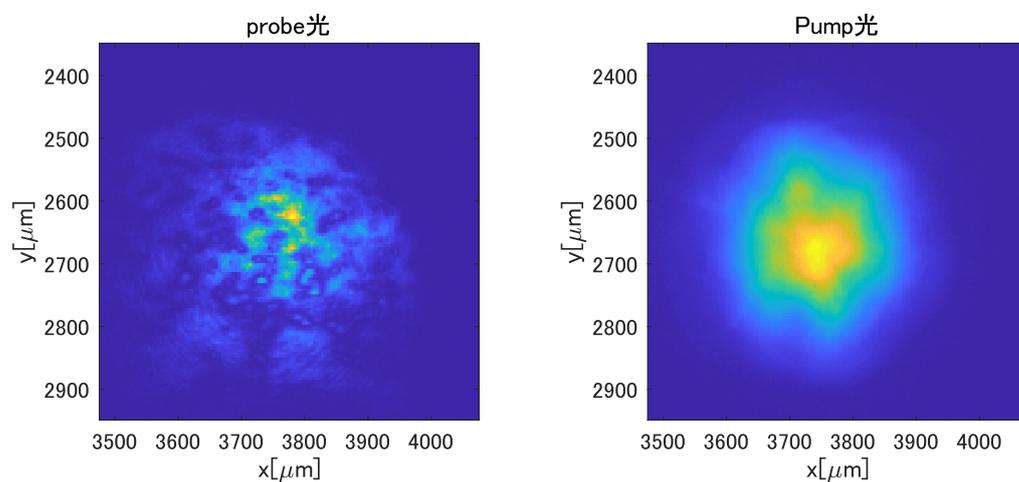
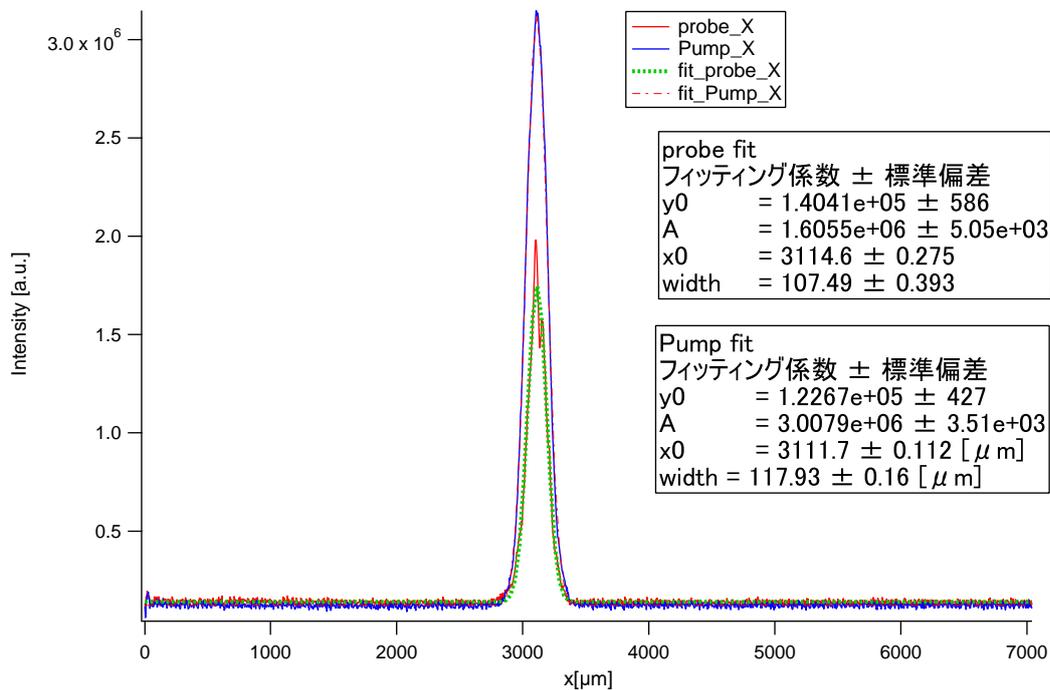
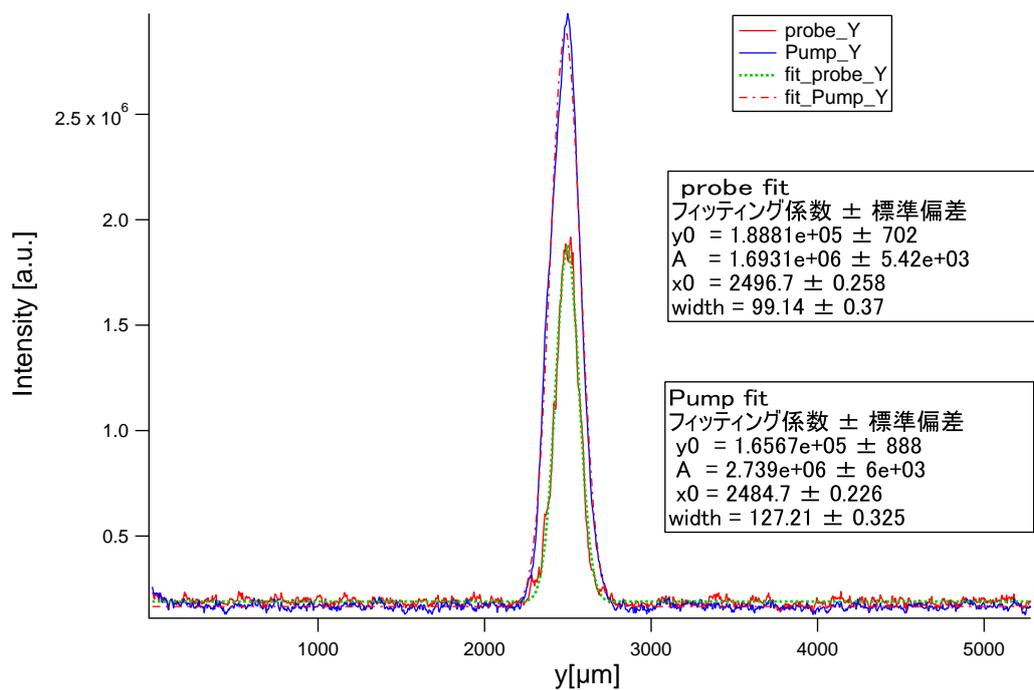


図 3.17: Pump 光と probe 光の結晶の位置でのビームプロファイラの画像。x 方向は実際には垂直方向、y 方向は水平方向の強度分布を映している。

図 3.17 を見ると probe 光の空間モードが汚くなってしまっているが、その原因として一部のミラーの面精度の問題が挙げられる。しかし、図 3.18 を見ると probe 光の強度分布がガウシアンで上手くフィッティングすることができているため測定に与える影響は少ないと思われる。



(a) x 方向の強度分布



(b) y 方向の強度分布

図 3.18: Pump 光と probe 光の重なり

Pump 光と probe 光の重なりを確かめた後、Pump 光の焦点の位置に結晶を置き Pump 光と probe 光を同時に入射する。そして probe 光のビーム径の変化をビームプロファイラを用いて測定する。ビームプロファイラを用いて測定する際、結晶から放出される蛍光が probe 光に混ざり、probe 光のビーム径の変化がわかり難くなる可能性があるため、回折格子を用いて蛍光の影響を除去する。測定は結晶の端面から 405mm, 530mm, 690mm, 785mm, 935mm で行った。測定で得られたビームプロファイラの画像を図 3.20 に示す。また、図 3.20 の画像から probe 光の強度分布をプロットしたものを図 3.21 に示す。図 3.21 を見ると Pump 光を入射したとき、わずかにではあるが probe 光のビーム径が縮んでいるように見える。

熱レンズの焦点距離を評価するために、以下に述べるような解析を行った。図 3.21 の強度分布をそれぞれガウシアン関数 (3.4) でフィッティングする。フィッティングの結果から得られた各測定点での probe 光のビーム径をさらに式 (2.24) でフィッティングし、結晶端面からの距離 z に対するビーム径の変化を求める。このビーム径の変化を図 3.22 に示す。y 方向 (水平方向) のビームの広がりにはビームの伝搬による広がりだけでなく、回折格子の影響もあるため熱レンズの効果を取り出すのが難しい。したがって、熱レンズの焦点距離の推定には x 方向 (垂直方向) の結果を用いる。結晶の温度が 25°C、Pump 光のパワーが 5W のときの測定を行った結果を図 3.20、3.21、3.22

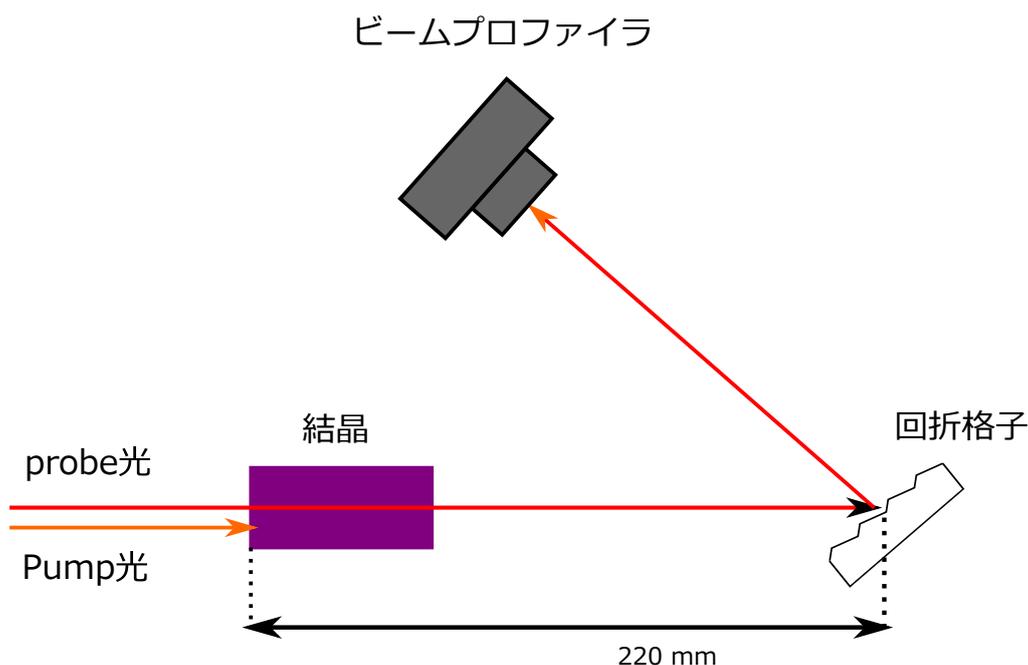


図 3.19: 熱レンズの測定

図 3.20: ビームプロファイラの画像

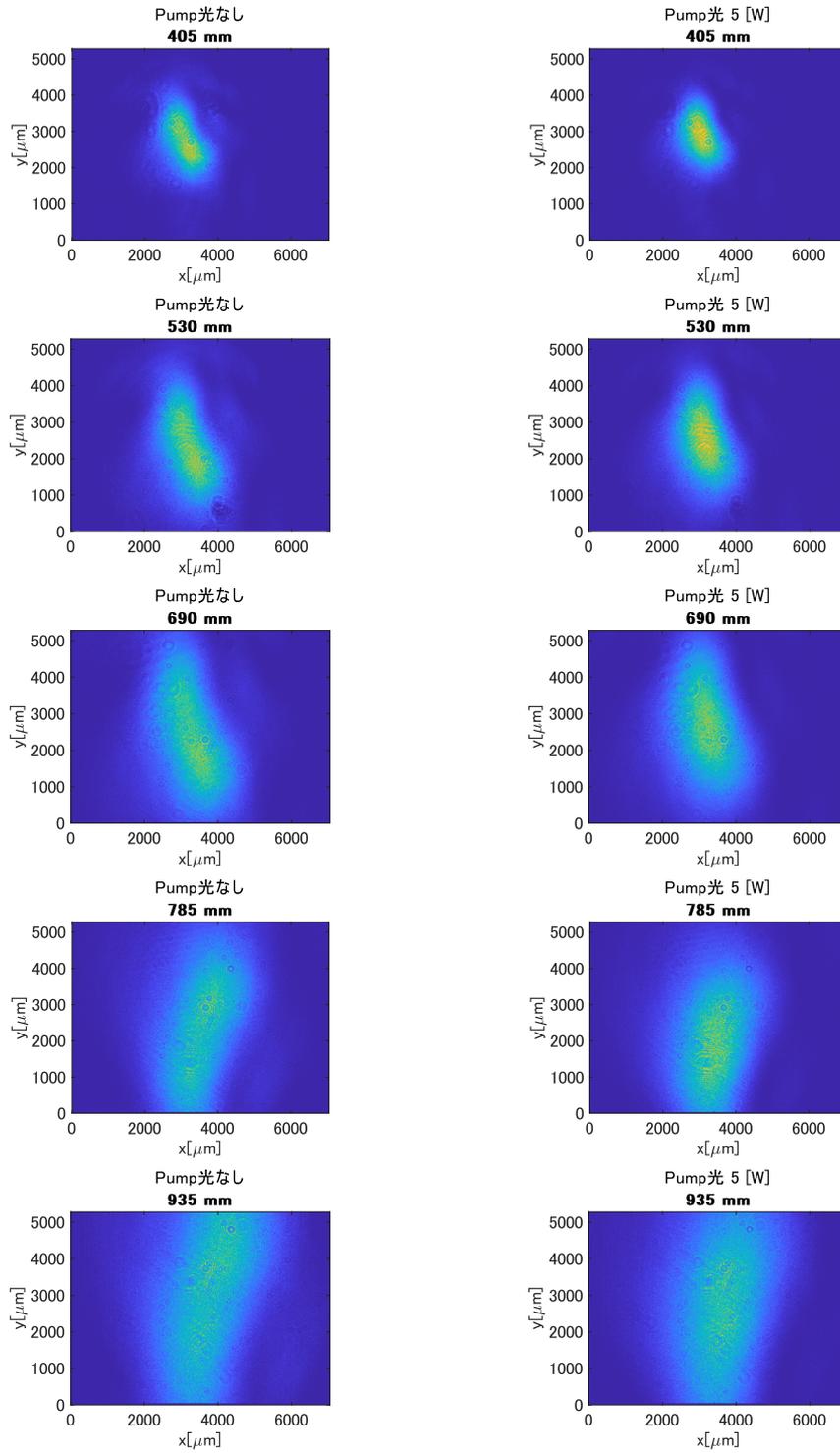
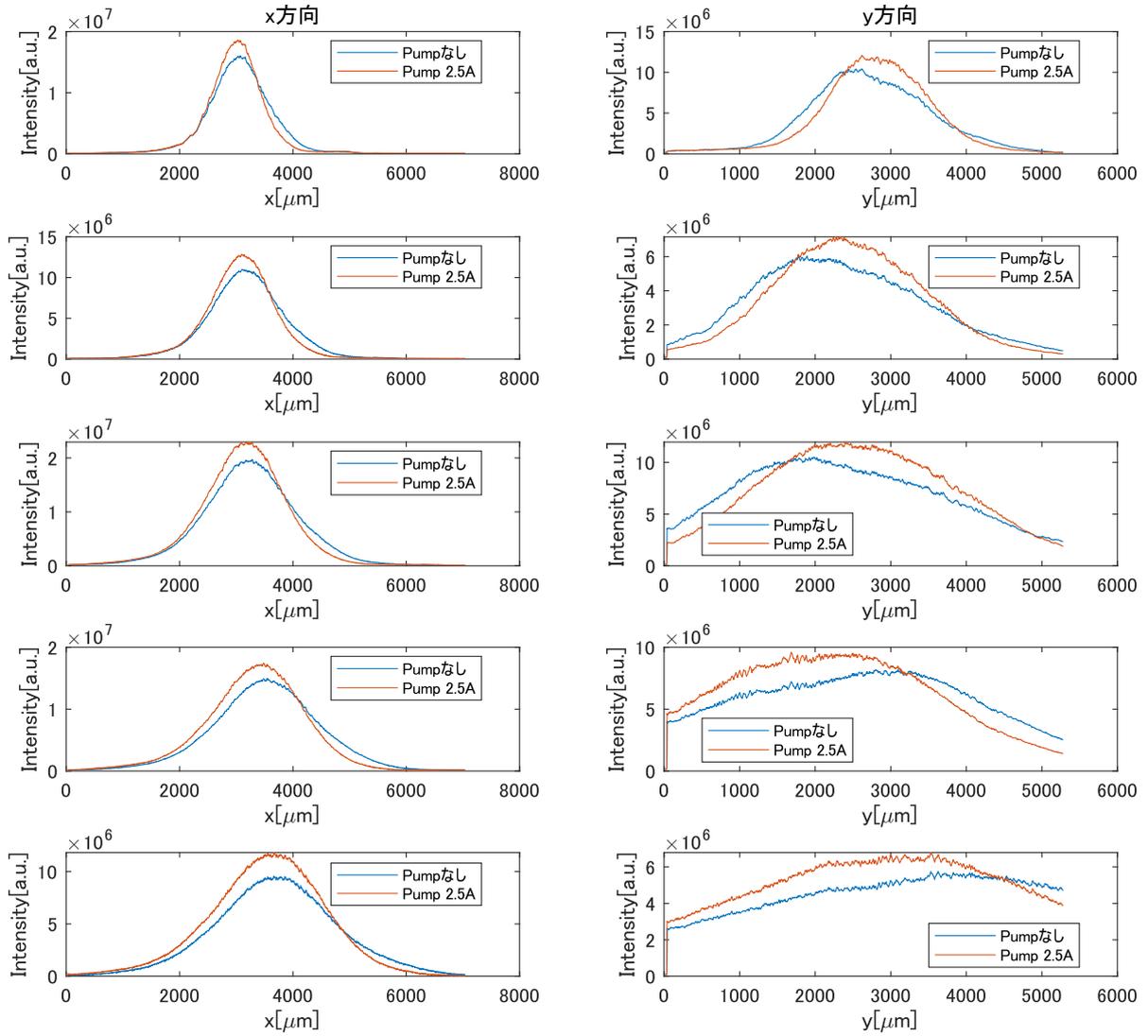
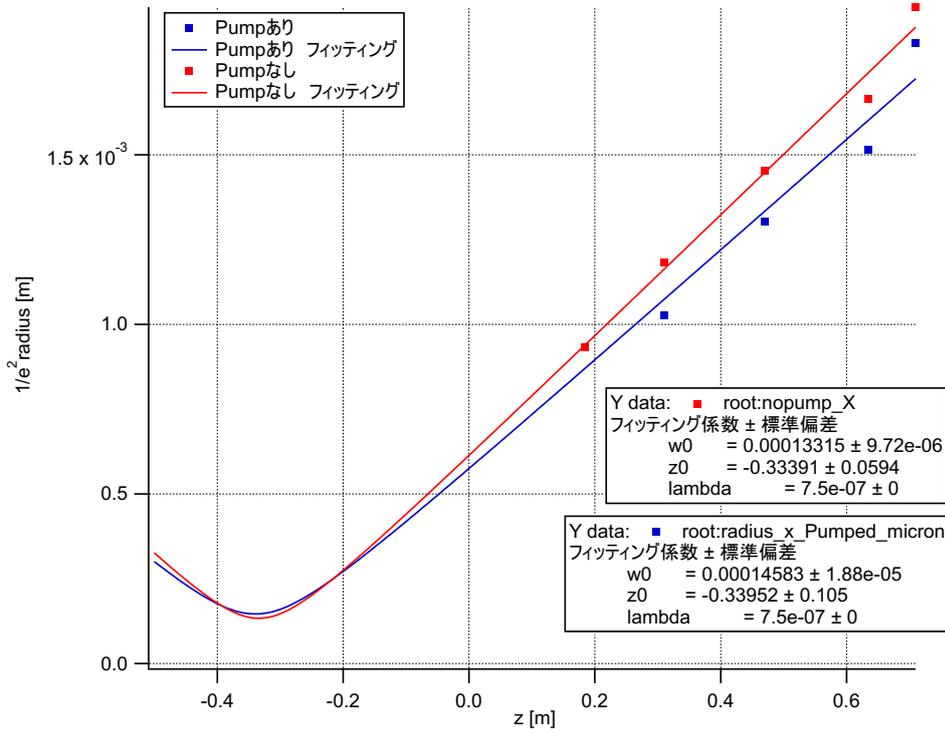
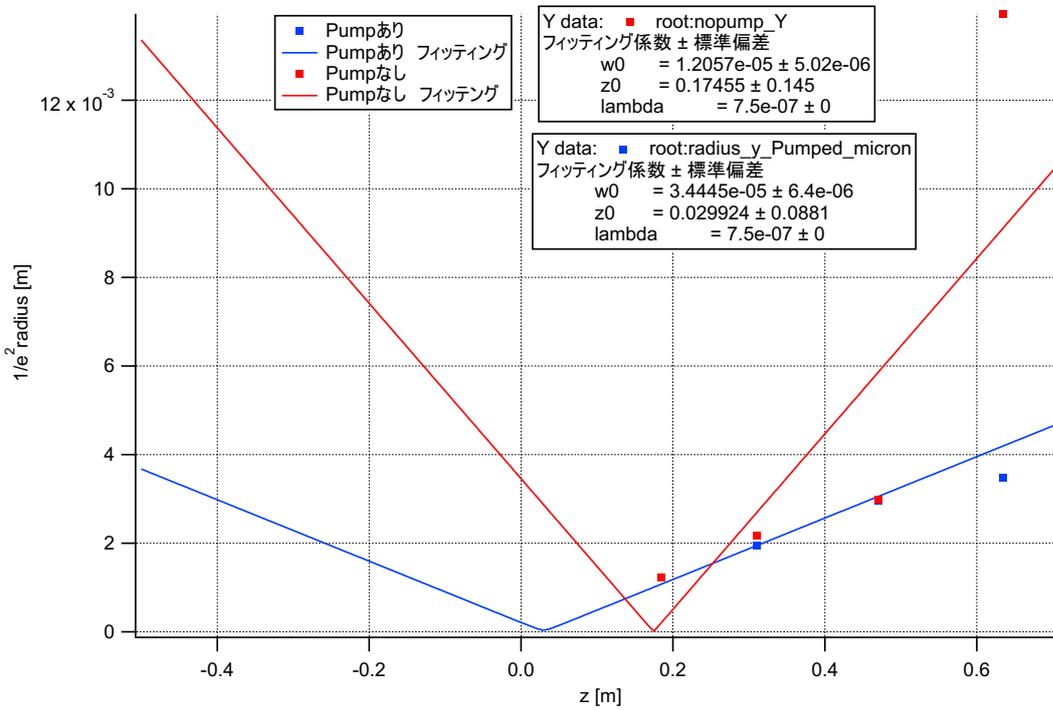


図 3.21: 強度分布。上から順に結晶端面から 405mm , 530mm, 690mm, 785mm, 935mm の位置で測定したもの。





(a) x 方向のビーム径



(b) y 方向のビーム径

図 3.22: フィットティングの結果から得られたビーム径の変化。z = - 0.22 m が結晶端面の位置。

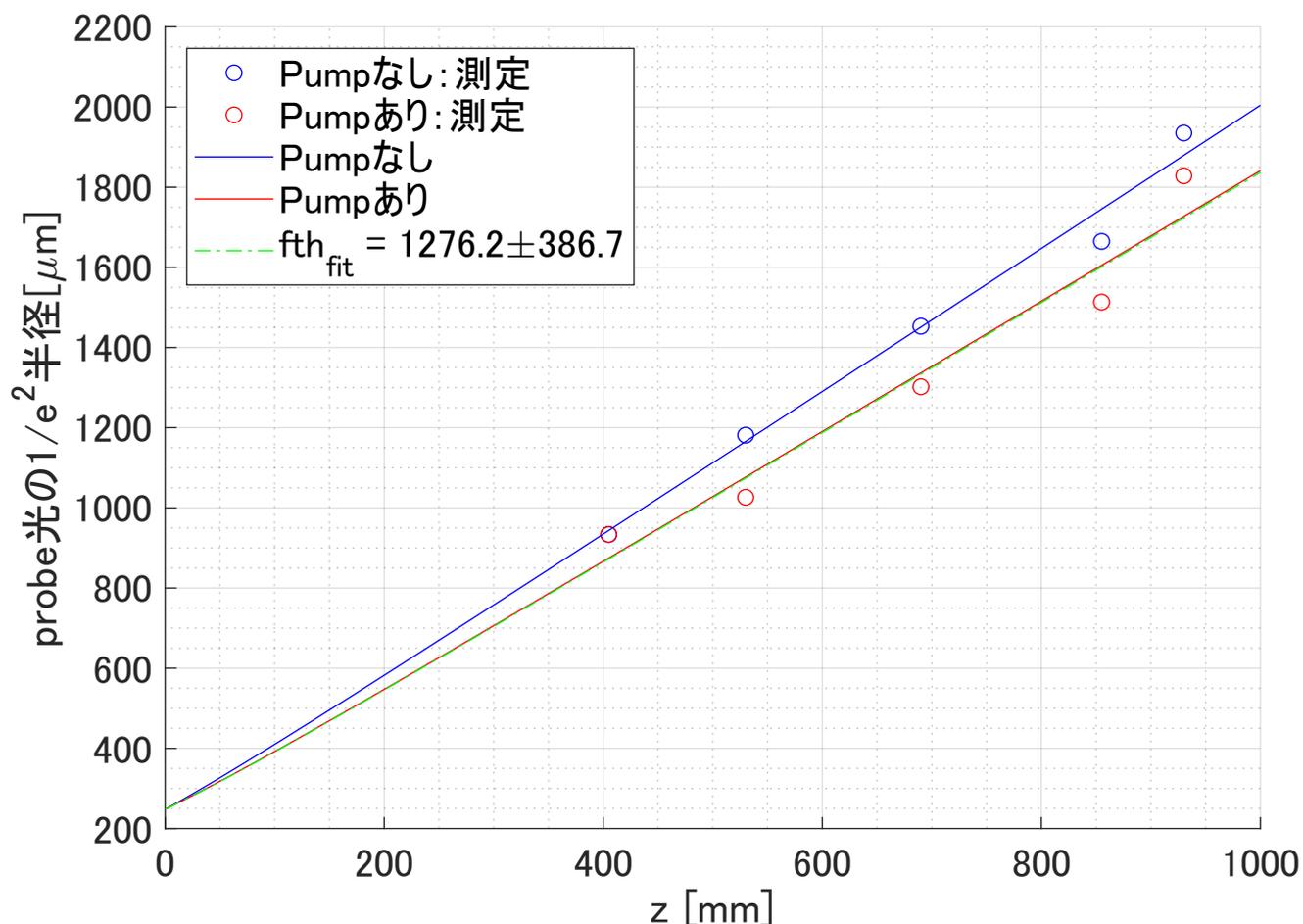


図 3.23: 熱レンズのフィッティング結果。Pump 光のパワーは 5W、結晶の温度は 25 °C で測定を行った。

次に Pump 光が無い場合の結晶端面でのビーム径とビーム曲率を求め、ビームパラメータ q_0 を式 (2.73) を用いて算出する。結晶端面を $z = 0\text{mm}$ とし、結晶に熱レンズが現れたとき位置 z でのビーム径は ABCD 行列を用いて次のように計算できる。

$$M = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_{th} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - z/f_{th} & z \\ -1/f_{th} & 1 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{-1/f_{th} + 1/q_0}{(1 - z/f_{th}) + z/q_0} \quad (3.6)$$

$$w(z) = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \sqrt{\text{Im} \left(\frac{1}{q(z)} \right)} \quad (3.7)$$

この計算から得られる関数 $w(z)$ を用いて熱レンズの焦点距離をフィッティングパラメーターとして各点でのビーム径をフィッティングする。図 3.23 にフィッティングの結果を示す。この結果から結晶の温度が 25°C、Pump 光パワーが 5W のとき熱レンズの焦点距離は 1276.2 mm 程度になる。

同様の方法で Pump 光強度を変えて熱レンズの焦点距離の測定を行った。また、結晶の温度をあげること

で結晶の吸収長が短くなり、熱レンズの焦点距離が変化する可能性があるため 60°C および 100°C 付近においても測定を行った。その結果を図 3.24 に示す。また、熱レンズの焦点距離の逆数は Pump 光に比例するので、熱レンズの焦点距離の逆数をとったものを図 3.25 に示す。さらに、理論値との比較を図 3.26 に示した。

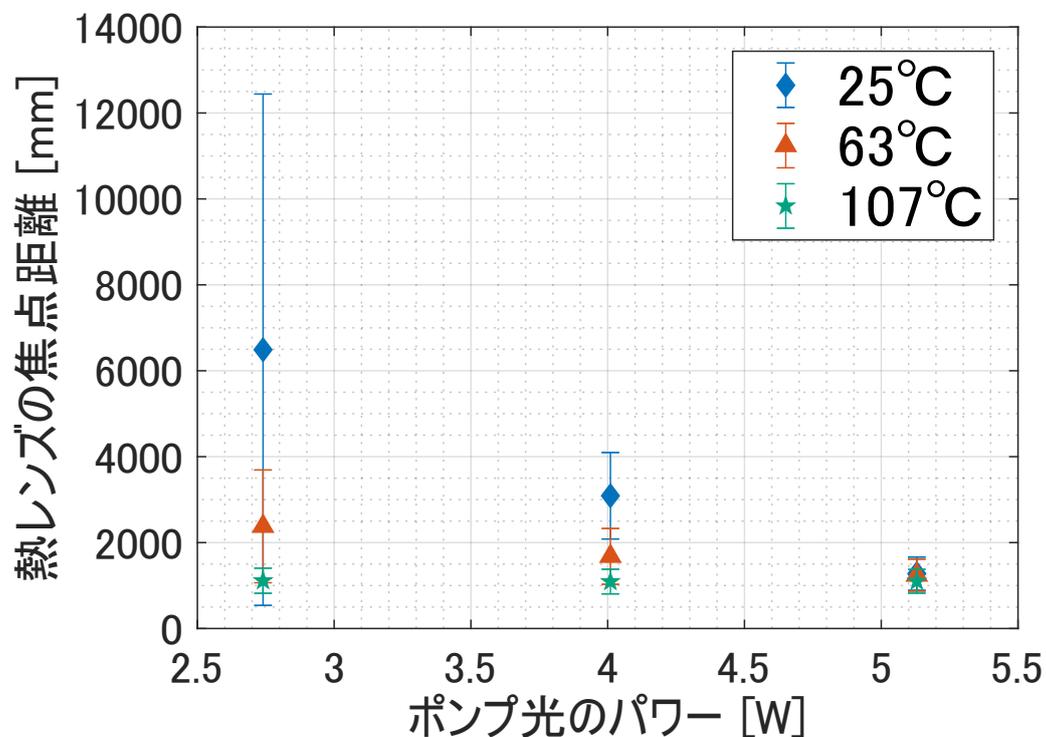


図 3.24: 熱レンズの焦点距離のパワー依存性と温度依存性

この結果から、結晶の温度を上げると熱レンズの焦点距離のパワー依存性が小さくなってしまったことがわかる。これは結晶を加熱したことによって何らかの非線形光学効果が現れたためであると考えられる。いずれにしても熱レンズの焦点距離は今回測定した範囲では 1300mm 程度となったので、Pump 光が結晶に対して斜めに入射されることによって熱レンズが共振器の軸に対して傾いたり、熱レンズと通常のレンズの軸がずれていることによる共振器内での空間モードに対する影響は少ないと考えられる。

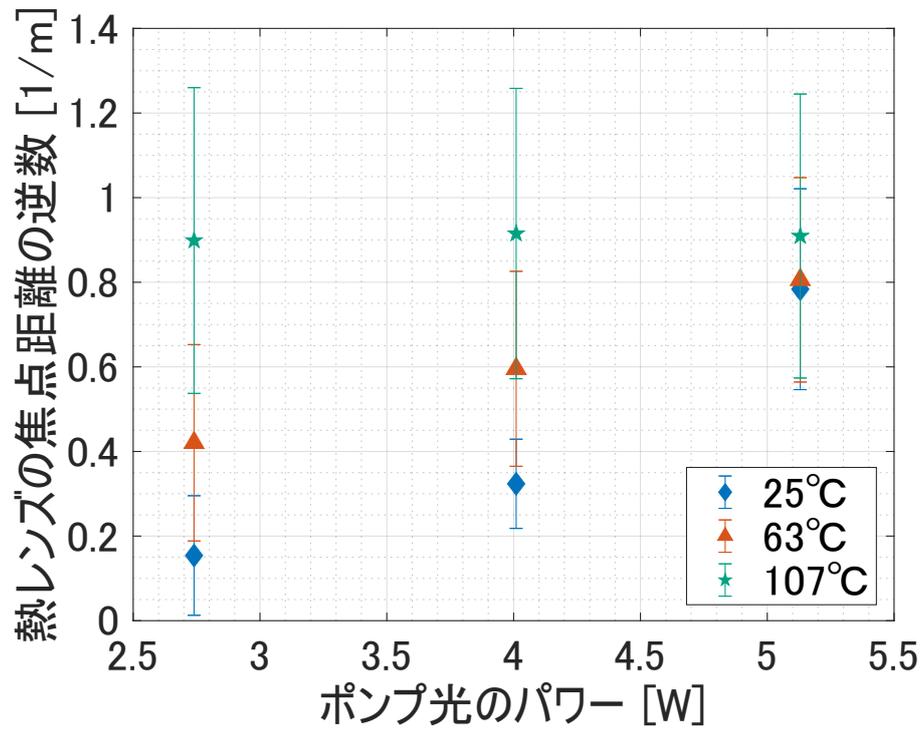


図 3.25: 熱レンズの焦点距離の逆数

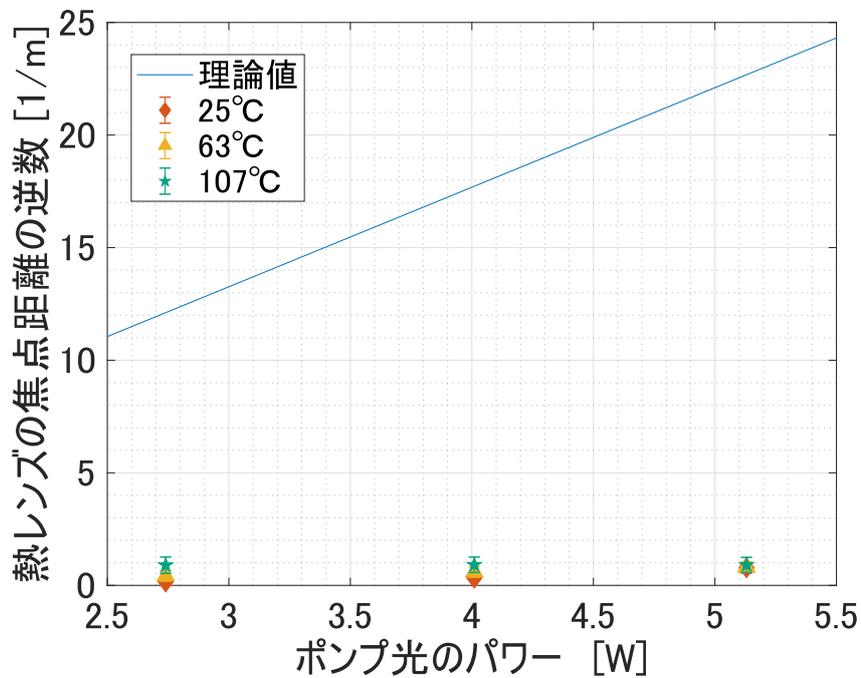


図 3.26: 熱レンズの焦点距離の逆数を理論値と比較したもの。Pump 光の直径は $320 \mu\text{m}$ で計算。

3.5 発振しない原因の考察

これまでの実験結果から、結晶の利得はレーザー発振に足るものであることが確認できた。また、結晶の熱レンズ効果が共振器内でのビームの空間モードに与える影響は少ないものと考えられる。そこで、改めてレーザー発振に至らなかった原因を考えるために3.1節で行った実験について考察をする。

図 3.27 に共振器の周波数モードとリファレンスキャビティの信号を示す。この信号から共振器の性能を表す値であるフィネス (Finesse) の計算した。図 3.10 において、ECDL の発振周波数を掃引しているピエゾ素子の応答が非線形になっているため共振器の FSR がピークごとにばらつきがあるが、FSR は 1.15 - 1.23 GHz 程度、半値全幅は 49.5 - 56.0 MHz 程度となる。

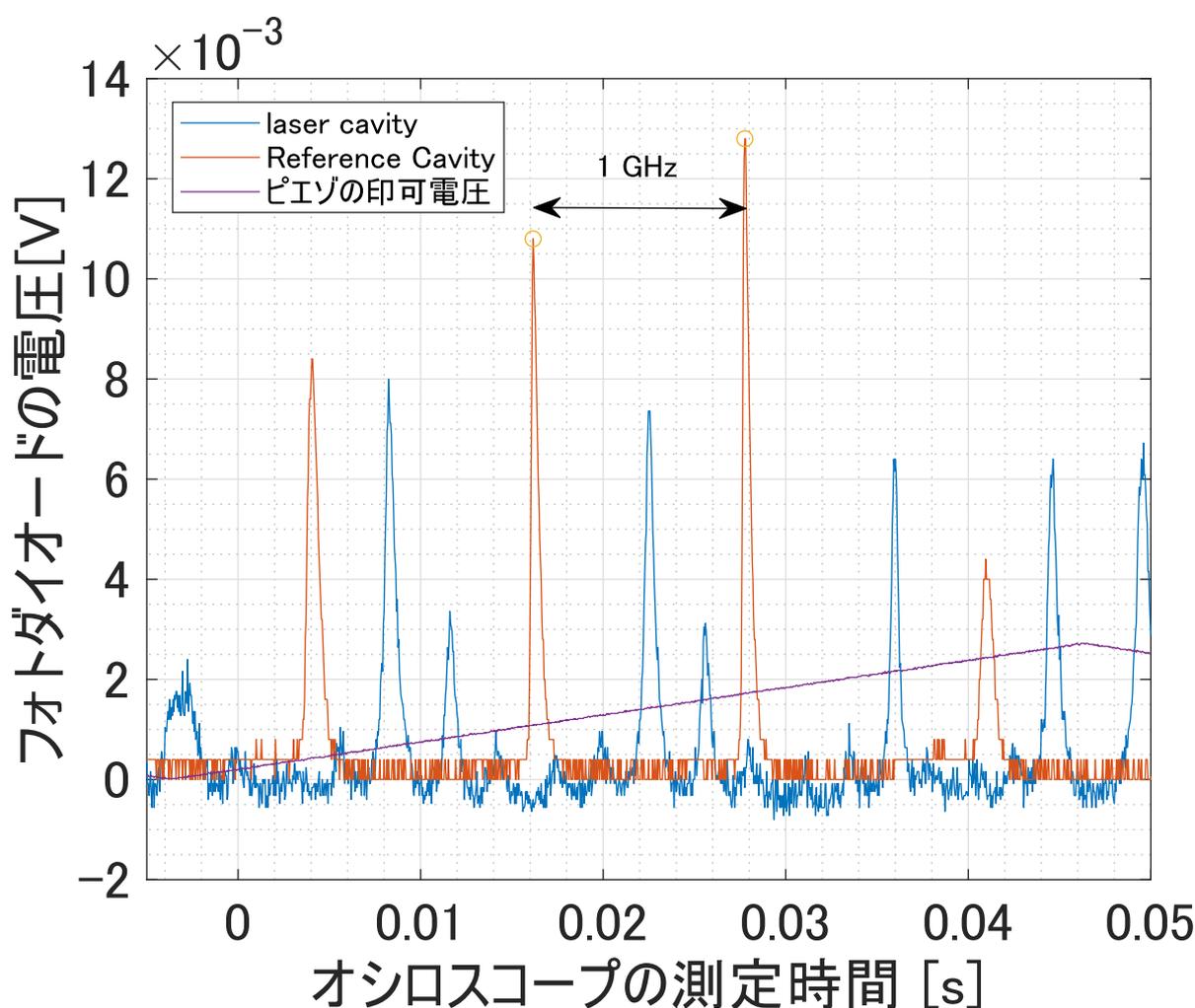


図 3.27: レーザー共振器の周波数モードとリファレンスキャビティの信号

図 3.10 から得られる共振器のフィネスは式 (2.36) から 20 程度である。波長 755nm の光に対する BM の反射率が 99.5%、OC の反射率が 98% なので、式 2.39 を用いたフィネスから求められる共振器のロス

20% 以上存在すると考えられる。

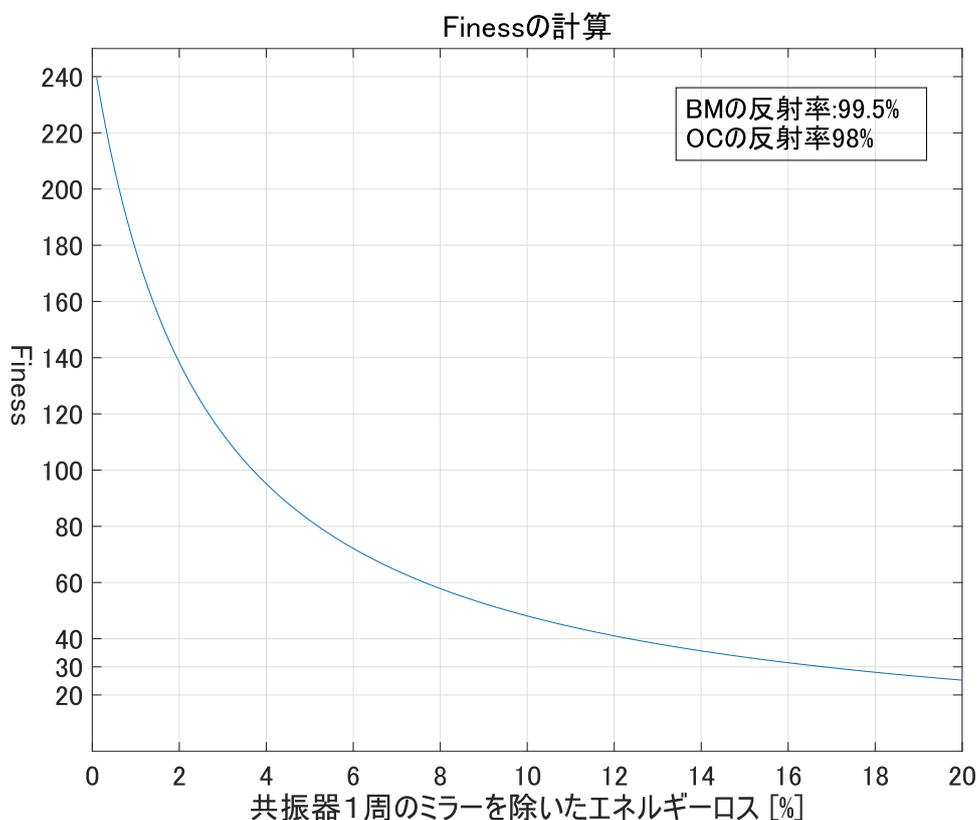
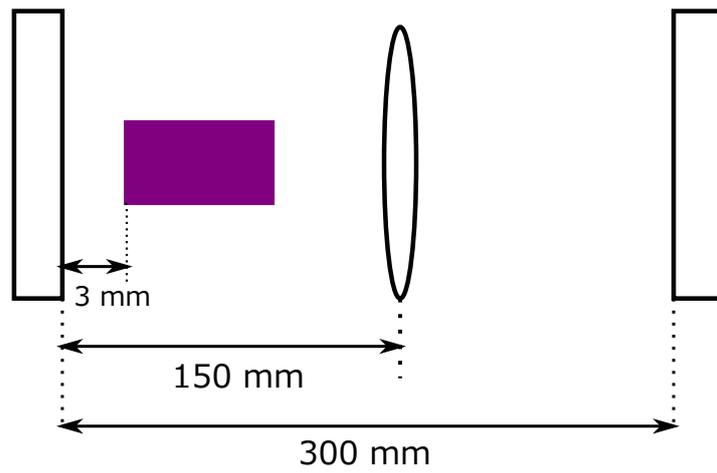


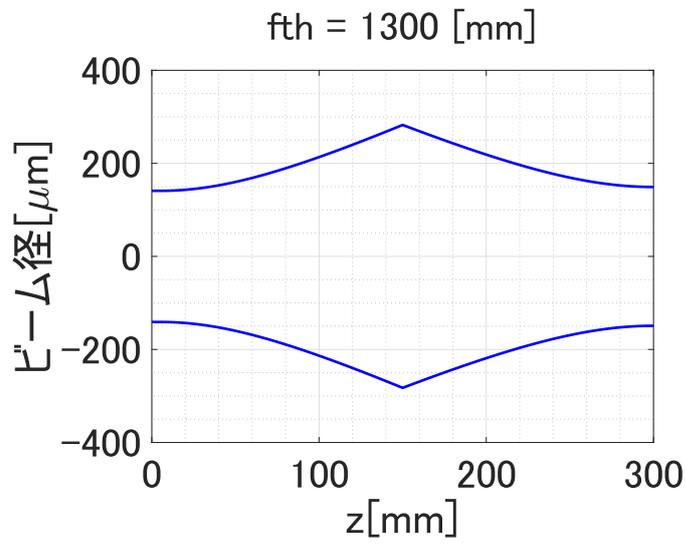
図 3.28: Finess の計算

3.1 節で述べたように、結晶および共振器内のレンズから発生するロス は 1.4% 程度である。したがって、ロスが発生する原因には共振器モードに光が上手くカップルできず、共振器ミラーの淵から光が漏れてしまっていることなどが考えられるが、ミラーの角度等を調整しても図 3.10 以上の改善が見られなかった。また、結晶やレンズが共振器中の光軸に対して十分に垂直に置かれていないことなども挙げられる。特に結晶については光軸との角度に対するロスの変化が大きく、これを改善するためには結晶の角度やレンズの角度を微調整できるようにするようすることが必要と思われる。

また、共振器の設計の改善案として、共振器長を 300mm、レンズを 150mm の位置に置くことによって共振器内での空間モードが図 3.29 のようになり、OC ミラーの端面でのビーム径が小さくなり共振器ミラー等が中心軸からずれてしまうことによる影響を少なくでき、共振器のロスを軽減することが期待できる。



(a) 共振器長 300mm、レンズを 150mm の位置に配置。



(b) 空間モード

図 3.29: 共振器の改善案

第4章

まとめ

本研究ではルビジウムとカリウムの原子を箱型トラップに閉じ込めるために、Alexandrite 結晶を用いた DPSS レーザーの共振器の設計およびその製作を行い、レーザー発振に至らせることを目標としていたがそれには至らなかった。結晶や共振器内のレンズによるロスが 1.4% 程度で、レーザー発振させるのには問題ない範囲であったために結晶の利得や熱レンズの焦点距離の測定を行った。本研究で用いた Alexandrite 結晶について波長 755nm の半導体レーザーの光を probe 光として結晶の利得を測定したところ、利得が 2% 程度であることがわかった。また、結晶を加熱することによって利得が上昇することを確認できた。今回用いた共振器ミラーは反射率が 98% であり、レーザー発振を行うのに十分な利得が存在することが確認できた。また、ビームプロファイラーを用いて熱レンズ効果による probe 光の空間モードの変化を測定し、その焦点距離を推定したところ 1300mm 程度の焦点距離になることが判明した。したがって、Pump 光が結晶に対して斜めに入射することで熱レンズが傾いてしまったり、熱レンズと通常のレンズの軸がズレてしまうことによるアライメントへの影響は問題にならないことになる。

レーザー発振ができなかった原因としては probe 光を共振器内に入れたところ、共振器の性能を表すフィネスから求められるロスが 20% 以上存在することが最も大きな原因として考えられる。これを解消するためには、共振器長を伸ばすことによって共振器ミラーの位置でのビーム径を小さくし、共振器のロスを小さくするような改善案が考えられる。

謝辞

本論文は、大阪市立大学大学院理学研究科数物系専攻レーザー量子物理学研究室における前期博士課程2年間の研究をまとめたものです。研究を行うにあたりご指導・ご協力いただいた多くの方々に感謝の言葉を述べさせていただくことで本論文の締めとさせていただきます。

まず初めに、指導教官である井上慎教授に心から感謝の意を表します。井上先生には学部4年次から現在に至るまで、お忙しい中ご指導していただきました。井上先生には物理についてわかりやすく丁寧に教えていただいただけでなく、研究に対する姿勢などについてもご指導していただきました。先生に教えていただいたことはこれからの人生における指針になることと確信しております。3年間のご指導に深謝いたします。

堀越宗一特任准教授には、レーザーの製作に関して設計の方法や実験の方法などについて多くのご助言、ご助力をいただきました。また、堀越先生には学生の本読みにお付き合いいただき、本研究で研究を行うに当たっての基本的な知識を教えていただきました。本当にありがとうございました。

加藤宏平特任助教にはこの3年間、研究で行き詰まった際に何度も助けていただきました。研究を行うにあたり基本的な事柄ですら理解していなかった私に多くのことを教えていただきました。また、レーザーの設計や工作などにおいても多くのご助力をいただきました。本当に感謝しております。

超低温物理学研究室の石川修六教授、生体・構造物性物理学研究室の杉崎満准教授のお二人にはお忙しい中本論文の査読を務めていただきました。貴重なご意見をいただきありがとうございました。

修士2年の小林一平氏は私や後輩たちに明るく接し、研究室の雰囲気を持ち上げていただきました。そのおかげで研究室での生活を楽しく過ごすことができました。感謝を申し上げます。

修士1年の船波寛史氏には、学生居室での席が隣同士であることから日々物理やその他の研究活動の議論を交わし、そのことが大きな刺激となりました。

同じく修士1年の藤野真幸氏は趣味が近いこともあり研究活動の合間などで会話が弾み、楽しい時間を過ごすことができました。

学部4年の川口泰加氏と米田光佑氏は1年間という短い期間でしたが、2人で研究に打ち込む姿を見て研究の励みになりました。

2021年に前期博士課程を修了された谷澤昂樹氏には、研究室に配属されたばかりの頃に右も左もわからない私に色々なことを教えてくださいました。

最後に3年間の研究生活を支えてくれた両親に心よりの感謝を申し上げます。

参考文献

- [1] A. Einstein. Quantentheorie des einatomigen idealen gases. *Sitzungsber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, 1925.
- [2] P. Kapitza. Viscosity of Liquid Helium below the λ -Point. *Nature*, Vol. 141, No. 3558, pp. 74–74, 1938.
- [3] F. LONDON. The λ -Phenomenon of Liquid Helium and the Bose-Einstein Degeneracy. *Nature*, Vol. 141, No. 3571, pp. 643–644, 1938.
- [4] T. H. Maiman. Stimulated Optical Radiation in Ruby. *Nature*, Vol. 187, No. 4736, pp. 493–494, 1960.
- [5] T. W. Hansch and A. L. Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. *Optics Communications*, Vol. 13, No. 1, pp. 68–69, 1975.
- [6] Steven Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, Alex Cable, and A. Ashkin. Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 55, pp. 48–51, Jul 1985.
- [7] E. L. Raab, M. Prentiss, Alex Cable, Steven Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 59, pp. 2631–2634, Dec 1987.
- [8] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science*, Vol. 269, No. 5221, pp. 198–201, 1995.
- [9] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle. Bose-einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 75, pp. 3969–3973, Nov 1995.
- [10] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet. Evidence of bose-einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 75, pp. 1687–1690, Aug 1995.
- [11] Herman Feshbach. A unified theory of nuclear reactions. II. *Annals of Physics*, Vol. 19, No. 2, pp. 287–313.
- [12] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle. Observation of Feshbach resonances in a Bose – Einstein condensate. *Nature*, Vol. 392, No. 6672, pp. 151–154, 3月 1, 1998.
- [13] Alexander L. Gaunt, Tobias F. Schmidutz, Igor Gotlibovych, Robert P. Smith, and Zoran Hadzibabic. Bose-einstein condensation of atoms in a uniform potential. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 110, p. 200406, May 2013.

- [14] L. E. Sadler, J. M. Higbie, S. R. Leslie, M. Vengalattore, and D. M. Stamper-Kurn. Spontaneous symmetry breaking in a quenched ferromagnetic spinor Bose – Einstein condensate. *Nature*, Vol. 443, No. 7109, pp. 312–315, 9月1, 2006.
- [15] 長田有登. Experimental study on the dynamics of a dual-species bose-einstein condensate with tunable interactions. Master’s thesis, 東京大学, 2014.
- [16] 斎藤裕介, 福岡健太. ”混合ボース気体の共振器増幅光トラップに向けた単一モード DPSS レーザーの開発”. 卒業論文, 東京大学, (2010).
- [17] 池田浩太, 上東幹. ”冷却分子トラップに向けた高出力 DPSS レーザーの周波数安定化”. 卒業論文, 東京大学, (2015).
- [18] William Kerridge-Johns. ”*Diode-Pumped Alexandrite Laser Development and Vortex Mode Generation*”. PhD thesis, Imperial College London, 2018.
- [19] 霜田光一. ”レーザー物理入門”. 岩波書店.
- [20] J. P. Gordon, H. J. Zeiger, and C. H. Townes. The maser—new type of microwave amplifier, frequency standard, and spectrometer. *Phys. Rev.*, Vol. 99, pp. 1264–1274, Aug 1955.
- [21] J. P. Gordon, H. J. Zeiger, and C. H. Townes. Molecular microwave oscillator and new hyperfine structure in the microwave spectrum of nh_3 . *Phys. Rev.*, Vol. 95, pp. 282–284, Jul 1954.
- [22] A. E. Siegman. ”*Lasers*”. University Science Books.
- [23] M. Shand and H. Jenssen. ”Temperature Dependence of the Excited-State Absorption of Alexandrite”. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 19, No. 3, pp. 480–484.
- [24] FILAR OPTOMATERIALS 社ホームページ. <https://www.filaroptomaterials.com/home/products/alexandrite/>.
- [25] Pavel Loiko, Shirin Ghanbari, Vladimir Matrosov, Konstantin Yumashev, and Arkady Major. ”Dispersion and anisotropy of thermo-optical properties of Alexandrite laser crystal”. *Opt. Mater. Express*, Vol. 8, No. 10, pp. 3000–3006, Oct 2018.
- [26] Steve Guch and Carl E. Jones. ”Alexandrite-laser performance at high temperature”. *Opt. Lett.*, Vol. 7, No. 12, pp. 608–610, Dec 1982.
- [27] Umit Demirbas, Alphan Sennaroglu, and Franz X. Kärtner. Temperature dependence of alexandrite effective emission cross section and small signal gain over the 25–450 °C range. *Opt. Mater. Express*, Vol. 9, No. 8, pp. 3352–3370, Aug 2019.