

冷却フェルミ原子気体を用いた
強相関フェルミ粒子系の
等温圧縮率の実験的決定

(Experimental determination of isothermal
compressibility for strongly correlated
fermions using ultracold atomic gases)

理学研究科

物理学専攻

米田 光佑

要旨

本論文は強相関フェルミ粒子系における等温圧縮率の測定過程と結果についてまとめたものである。我々の扱う極低温 ${}^6\text{Li}$ 原子集団は原子間相互作用と温度を制御することで、系をフェルミ原子として振舞う粒子系 (BCS 領域) から、二原子が束縛しボーズ分子として振舞う粒子系 (BEC 領域) へと実験的に変化させることができる。本研究ではこの性質を利用することで原子間相互作用から分子間相互作用へ支配的な相互作用が移り変わる際の普遍的な物理を観測する。等温圧縮率はこの粒子間の相互作用に対して敏感な熱力学量であり、BCS 領域ではフェルミ縮退圧の理論値と、BEC 領域ではボーズ分子間斥力の理論値を測定値と比較することにより、フェルミ原子からその複合粒子間の相互作用が支配的になる様子をとらえることができる。

状態方程式の構築には吸収撮像法を用いて観測した光学密度からトラップ内の密度分布へと変換し、さらに逆アーベル変換することで三次元密度分布を求める必要がある。ここで重要なのは飽和強度 I_{sat} に相当する CCD カウント (飽和カウント) と吸収断面積 σ_{abs} であり、この実験パラメータの不確定性は最終的な状態方程式に大きく影響する。飽和強度は従来、プローブ光強度に測定原子数が依存しないように決定していたが、今回新たに原子が吸収する光子数を直接測定することで高精度な測定に成功した。また吸収断面積は光の吸収面積 [m^2] を表す本来理論値で与えられる量だが、光学系の状態によって値が減少してしまう。そこで光学系の再評価によって理論値からの減少量をほぼ 0 に抑えた。

また本実験の実現には長作動距離を持つ対物レンズが要求された。そこで今回光学解析ソフトウェアを用いて作動距離が 118mm の組み合わせ対物レンズを設計・構築し本撮像系に導入した。その結果、倍率 8.4 倍で解像度が $2.5\mu\text{m}$ 程度の撮像系を準備することができた。これはトラップ内の冷却原子を測定するのに十分な性能である。

再評価した飽和強度と吸収断面積を用いて理想フェルミ気体における等温圧縮率を測定したところ、低温領域で解析解とは異なる振る舞いがみられた。また強相関フェルミ粒子系であるユニタリー領域のゼロ温度極限においてはバーチパラメータ $\xi \simeq 0.753(9)$ に収束する等温圧縮率が観測され、先行研究と異なる振る舞いが得られた。ただし本研究の結果により、この振る舞いの違いは用いる観測系や解析パラメータの不完全性に起因するものではないことが確認できた。値の差は原子集団を閉じ込めるポテンシャルの形状の違いが起因するものと考えており、閉じ込めが強いとエネルギー間隔が離散化し連続的なエネルギー状態に対する状態方程式を測定することができない可能性がある。

目次

| | | |
|--------------|---------------------------------------|----|
| 第 1 章 | 背景 | 9 |
| 1.1 | レーザー冷却と冷却原子気体 | 9 |
| 1.2 | 物質の階層構造と量子クラスター | 10 |
| 1.3 | BCS-BEC クロスオーバー領域 | 11 |
| 1.4 | 本研究の目的 | 12 |
| 1.5 | 等温圧縮率で探る階層変化 | 14 |
| 1.6 | 本論文の構成 | 15 |
| 第 2 章 | 量子統計と状態方程式 | 16 |
| 2.1 | 理想ボーズ気体 | 16 |
| 2.1.1 | 相転移温度と密度 | 17 |
| 2.1.2 | 凝縮相における熱力学量 | 18 |
| 2.2 | 理想フェルミ気体 | 19 |
| 2.2.1 | 理想フェルミ気体の基底状態 | 19 |
| 2.2.2 | 有限温度における理想フェルミ気体 | 20 |
| 2.3 | 原子間の相互作用 | 21 |
| 2.3.1 | 散乱問題と s 波散乱長 | 21 |
| 2.4 | s 波相互作用する粒子系の熱力学 | 23 |
| 2.4.1 | s 波相互作用するフェルミ粒子系 | 23 |
| 2.5 | 無次元状態方程式 | 25 |
| 第 3 章 | 冷却 ^6Li 原子 | 27 |
| 3.1 | ^6Li 原子 | 27 |
| 3.1.1 | フェッシュバッハ共鳴 | 28 |
| 第 4 章 | 実験準備 | 31 |
| 4.1 | 真空装置を用いた冷却までの流れ | 31 |
| 4.2 | 内部状態制御系 | 33 |
| 4.3 | トラップポテンシャル | 35 |
| 4.3.1 | 重力によるポテンシャルへの影響 | 36 |

| | | |
|---|------------------------------|----|
| 4.4 | 超流動 | 37 |
| 第5章 s波相互作用しているフェルミ粒子系の準備とトラップ系の評価 40 | | |
| 5.1 | トラップポテンシャル中にフェルミ気体を用意するまでの流れ | 40 |
| 5.2 | 局所密度近似 | 42 |
| 5.3 | トラップ形状の決定 | 43 |
| 5.3.1 | トラップ周波数測定 | 43 |
| 5.3.2 | ポテンシャルマッピング | 46 |
| 第6章 吸収撮像法 48 | | |
| 6.1 | 吸収撮像法理論 | 48 |
| 6.1.1 | Einstein の A 係数 B 係数 | 48 |
| 6.1.2 | 飽和強度と吸収断面積 | 50 |
| 6.1.3 | ベールの法則 | 52 |
| 6.2 | 原子密度分布の実験的測定方法 | 52 |
| 6.3 | 従来の撮像系 | 54 |
| 第7章 飽和強度 56 | | |
| 7.1 | 原子数評価による飽和強度の決定 | 56 |
| 7.1.1 | 評価方法 | 56 |
| 7.2 | 反跳運動量による飽和強度の決定 | 60 |
| 7.2.1 | 評価方法 | 60 |
| 7.2.2 | ドップラー効果 | 63 |
| 7.2.3 | チャーブレートの決定方法 | 66 |
| 7.3 | 飽和強度の測定結果 | 68 |
| 7.4 | 数値シミュレーション | 71 |
| 7.4.1 | 計算方法 | 72 |
| 7.4.2 | 原子の厚みによる強度減衰の評価 | 73 |
| 7.5 | 飽和強度まとめ | 74 |
| 第8章 吸収断面積 75 | | |
| 8.1 | 状態方程定式を用いた従来の評価方法 | 76 |
| 8.2 | 偏光純度による吸収断面積の評価 | 77 |
| 8.3 | 偏光純度の評価 | 78 |
| 8.4 | 偏光純度の評価実験と結果 | 81 |
| 第9章 撮像系の改良 83 | | |
| 9.1 | 電動リニアステージ | 84 |
| 9.2 | 長作動距離対物レンズ | 85 |

| | | |
|------------------------|-------------------|-----|
| 9.2.1 | 波面収差 | 85 |
| 9.2.2 | 組み合わせ対物レンズの最適化 | 87 |
| 9.2.3 | 長作動距離対物レンズとその評価 | 90 |
| 9.2.4 | 対物レンズまとめ | 92 |
| 9.3 | イメージング光の改良 | 94 |
| 9.3.1 | イメージング光の追加 | 94 |
| 9.3.2 | 周波数チャープ | 95 |
| 第 10 章 等温圧縮率の解析 | | 98 |
| 10.1 | 逆アーベル変換 | 99 |
| 10.2 | 状態方程式の構築 | 100 |
| 10.2.1 | 圧力と等温圧縮率 | 100 |
| 10.2.2 | その他の熱力学量 | 102 |
| 第 11 章 実験結果 | | 105 |
| 11.1 | 状態方程式 | 105 |
| 第 12 章 まとめと展望 | | 111 |
| 12.1 | まとめ | 111 |
| 12.2 | 展望 | 112 |
| 付録 A 光の偏光 | | 114 |
| A.0.1 | ジョーンズベクトルとジョーンズ行列 | 115 |
| 付録 B 電動リニアステージ | | 118 |
| 謝辞 | | 121 |
| 参考文献 | | 124 |

第1章

背景

1.1 レーザー冷却と冷却原子気体

レーザー冷却はレーザー光の吸収や放出によって生じる運動量の変化を応用して原子を冷却する手法である。1975年にT.Hänsch,A.Schawlowらによってレーザー光を用いた原子冷却の理論が示され[1]、それらを基に1980年代には原子運動量の低減による冷却[2]が1987年には磁気光学トラップ(MOT)を用いた原子の捕獲[3]が実現された。冷却技術の進歩によって原子を数mKオーダーまで冷却することが可能となり、さらに蒸発冷却を用いてエネルギーの大きい原子を選択的にトラップから逃すことでその温度は100nKオーダーにまで到達した。これらの手法を駆使して実現された希薄量子気体を冷却原子気体と呼ぶ。1995年に希薄な冷却原子気体を用いて実験的に実現し、以来量子気体研究は急速に発展している。最初の実験ではRb[4],Na[5],Li[6]気体でBECが実現され、その後他のアルカリ原子気体やヘリウムを用いたBECも実証された。またフェルミ原子も同様に縮退温度まで冷却することでフェルミ縮退気体が実現されている[7]。

我々の扱う⁶Li原子や⁴⁰K原子のようなフェルミ粒子のペアは、強い原子間の相互作用によって分子を形成することが知られている[8]。形成された分子はボーズ気体のように振る舞うため転移温度点でBECを引き起こす。これは原子間の相互作用を外部磁場によって制御することでs波相互作用しているフェルミ粒子を系統的に研究できるという冷却原子系の特徴によって実現されるものである。原子間相互作用の制御を可能にするフェッシュバッハ共鳴は1960年代にFeshbachらによって提唱され[9]、1998年には初めてInouyeらがNaを用いて実験的にフェッシュバッハ共鳴を実現した[10]。我々の扱う⁶LiでもO'Haraらによってフェッシュバッハ共鳴が実証されている[11]。冷却原子気体を用いた研究を進めることで原子間の相互作用などを取り入れた複雑な量子系への理解や、中性子星・高温超電導体など他分野の物理研究への応用が期待できる。

1.2 物質の階層構造と量子クラスター

微視的物質世界ではクォークからハドロン・原子核・原子・分子といった粒子が階層構造をとて成り立っている(図1.1)。この各階層の物質はその基本となる粒子とその粒子間力によって特徴付けられ、特に粒子を構成する基本粒子が複合粒子である場合をクラスターと呼ぶ。例えばクォーク同士がクォーク間力によって相互作用することでハドロンを形成し、そのハドロン同士がハドロン核力によって相互作用しあうことで α 粒子(原子核)を形成する。ここでハドロンや α 粒子がクラスターに相当する。図1.1で示したような物質世界の階層構造は未だ解明されていない問題が多く、各階層の粒子間相互作用についてもその問題の一つである。クラスター間の相互作用がその構成粒子間の相互作用でどのように説明されるのかという問い合わせに対する確立した答えはなく、これは分野横断的な課題である。この階層間の理解を深めるためには図1.1の右側に示した「セミ階層」が重要になってくる。これは従来の階層の中間層に相当する領域で、構成粒子のエネルギーや相互作用などによってクラスターが変化して実現する。したがってこのセミ階層の物理量を定量的に評価することは各階層間の相互作用遷移の理解につながる。

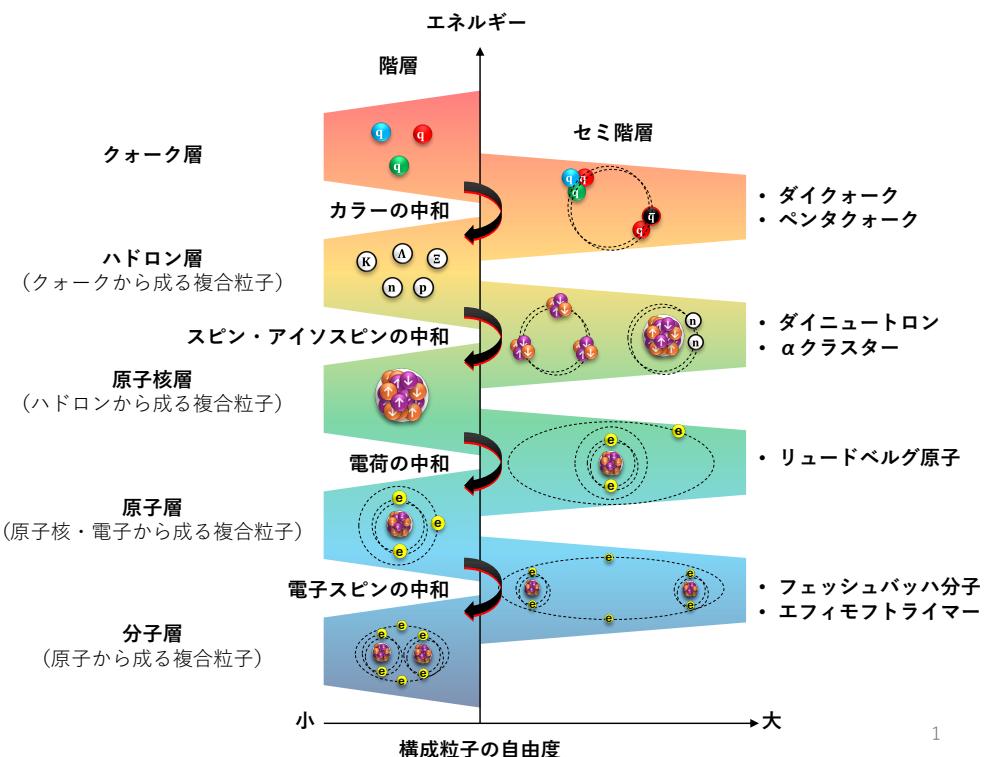


図1.1: 量子クラスターの概念図.

クラスター同士あるいはクラスター内の構成粒子同士の相互作用をはじめとした階層構造のメカニズムを解明することで、各階層の研究分野の発展が期待できる。本研究室では

制御性の高い冷却原子気体を用いることで複合粒子である原子からさらにその原子で構成される分子までの階層変化に注目して研究を進めている。

1.3 BCS-BEC クロスオーバー領域

1957 年に Bardeen, Cooper, Schrieffer らによって提唱された BCS 理論では、ある程度の引力相互作用のあるフェルミ粒子同士がクーパー対と呼ばれる分子を形成すると説明された。さらにこの分子はボーズ粒子として振る舞うため、低温では相転移を起こし BEC 状態へと変化する。その後、Eagles(1969) や Leggett(1980)、Nozieres Schmitt-Rink(1985) らによって引力相互作用をさらに大きくしていくと BCS 状態からさらに強く結合したボーズ分子へと遷移し BEC を引き起こすことが理論的に示唆された。このときのボーズ分子を特にフェッシュバッハ分子と呼び、図 1.1 の原子階層から分子階層間のセミ階層に相当する。この BCS 状態 (BCS 領域) からより強く結合した BEC 状態 (BEC 領域) への連続的な基底状態の変化を特に BCS-BEC クロスオーバーと呼ぶ。本研究で扱うフェルミ原子もフェッシュバッハ共鳴により原子間相互作用を変化させることで対形成を開始させ、最終的に強結合ボーズ分子へと遷移させることができる。後の 3 章でも説明するように ${}^6\text{Li}$ 冷却原子は実験的に制御可能な散乱長によって粒子間相互作用が決定されるため、この階層変化の制御を可能にしている。

長波長かつ低エネルギー極限におけるフェルミ粒子間の相互作用では等方的な s 波相互作用が支配的となり、その相互作用を特徴づけるパラメータとしてよく s 波散乱長 (以下散乱長) が用いられる。図 1.2 にこの散乱長 a と温度 T で表した BCS-BEC クロスオーバー領域の概念図を示した。ここで温度と散乱長はそれぞれフェルミ温度 (T_F) とフェルミ波数 (k_F) で無次元化している。このような BCS 領域から BEC 領域にわたる量子多体系の相図は 1993 年に Sa de Melo ら [12] によって理論的に予言され、その後最初に JILA [13] が、続いて MIT [14] が実験的に BCS 領域における超流動の観測に成功した。また散乱長が発散している ($1/k_F a = 0$) 領域を特にユニタリー極限と呼び、そのときのフェルミ気体をユニタリーフェルミ気体と呼ぶ。この状態は散乱長が発散しているので相互作用パラメーターが存在しないにもかかわらずフェルミ粒子が相互作用しているというとても興味深い状態であり、この状況下では様々な物性が普遍的になることが予想されている。そのため冷却原子を用いたユニタリー極限での研究は物性物理だけでなく原子核物理や宇宙物理の分野からも注目を集めている。先行研究として、実験では Horikoshi [15] や S. Nascimbène [16]、Mark J. H. Ku [17] 達による状態方程式の研究が行われている。また理論研究では Kagamihara ら [18] や Tajima ら [19] によって BCS 領域からユニタリー極限までのゼロ温度極限における熱力学量の評価が行われている。ただし未だ BCS-BEC クロスオーバー領域における物理の確立にまでは至っておらず強く相互作用する BEC 領域をも含めたさらなる評価が必要である。

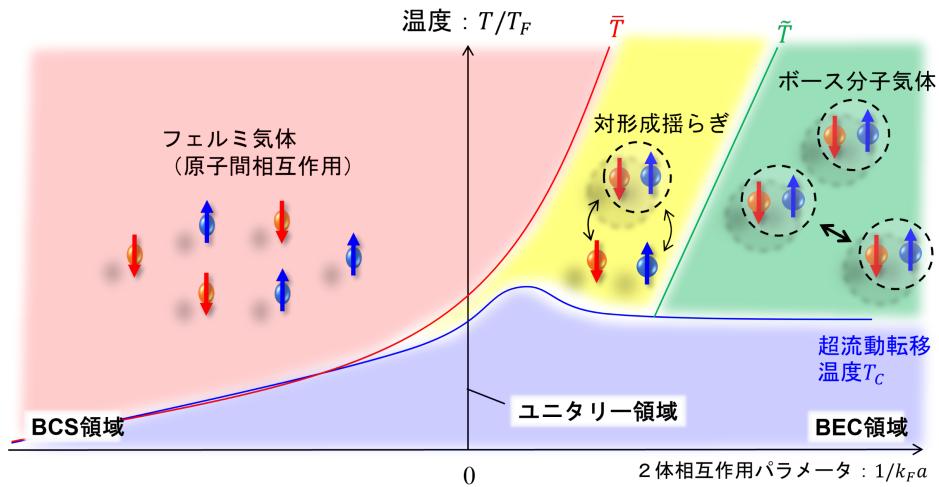


図 1.2: 横軸 $(k_Fa)^{-1}$ 、縦軸 T/T_F の BCS-BEC クロスオーバー領域の概念図。横軸の a は s 波散乱長でフェルミ波数 k_F で無次元化している。同様に縦軸 T は温度でフェルミ温度 T_F で無次元化してある。また \bar{T} と T_c はそれぞれ対形成開始温度と相転移温度を表しており、 $(k_Fa)^{-1} < -1$ 付近の弱く相互作用する BCS 領域ではクーパー対形成と同時に相転移が起こる。一方で BEC 領域では転移温度点よりも高温で分子形成揺らぎが開始する。

1.4 本研究の目的

上述したようにクラスター間の相互作用とその構成粒子間の相互作用の関係性については未だ未知な部分が多く、それは原子-分子間の階層変化についても同様である。この相互作用遷移を特徴づける物理量の一つに等温圧縮率がある。特に相転移温度付近では弱結合する BCS 領域において等温圧縮率はフェルミ面近傍のフェルミ原子によって支配されるが、強く結合する BEC 領域ではボーズ分子として振る舞うためパウリの排他律から解放され圧縮率は増大する。本研究の目的は ${}^6\text{Li}$ 冷却原子気体を用いた量子シミュレーションによってこの BCS-BEC クロスオーバー領域における等温圧縮率を含めた熱力学的状態方程式を実験で測定し、ボーズ分子間の相互作用とその構成粒子であるフェルミ原子間の相互作用の関係性を紐解くことである。またこの原子-分子階層間の状態方程式を普遍的なものとして確立することで、他の物質階層全体における粒子間相互作用の移り変わりの解明にも拍車をかける。先行研究として MIT ではユニタリー領域における等温圧縮率の評価が成されており [17]、本研究室では低温領域において先行研究とは異なる結果 [20] が報告されている。ただしこの低温領域での振る舞いが先行研究とは違った実験条件によって現れる物理現象であるのか、もしくは我々の用いる観測系の不完全性からくるものであるのか、その確立した理由は得られていないかった。加えて状態方程式の構築に必要な解析パラメータである飽和強度の決定精度が、従来の決定手法を用いると原子数の安定度に依存することも懸念事項であった。(7 章)。そこで今回精密な原子密度分布を測定することのできる観測系を新たに構築し、飽和強度を原子数に依らず直接測定できる新たな決定手法を用いて再評価を行う。さらに観測系の性能によって左右され、状態方程式を評価

する上で重要なもう一つの解析パラメータとして吸収断面積がある。本来この吸収断面積は理論計算で与えられる値であるが、観測系による影響によって実際の実験で観測される値は理論値よりも小さくなり得る。そこで原子密度分布を正確に観測できる実験状態を準備することで吸収断面積が本来の理論値に近づく撮像系の確立を目指す。

実験で使用する光学系は本目的の達成に適したものである必要がある。本実験で状態方程式を測定する流れとしてはまずは原子間の相互作用や温度を評価対象の領域まで制御し、吸収撮像法を用いてその密度分布を CCD カメラで捉える。その後熱力学関係式から等温圧縮率を解析する。ここで原子からの散乱光をより効率的に取り込むためには、その構造上 NA(Numerical Aperture) が 0.2 かつ作動域が 120mm 程度の性能を持った対物レンズが必要であった。そこで光学計算ソフトウェア (Oslo Edu) を用いて単レンズを組み合わせることで、収差量の少ない長距離の作動距離を持った対物レンズの設計・構築を試みた。これらについては 9 章にて具体的に説明しており、収差量の評価や詳しい設計過程についてはそちらを参照されたい。

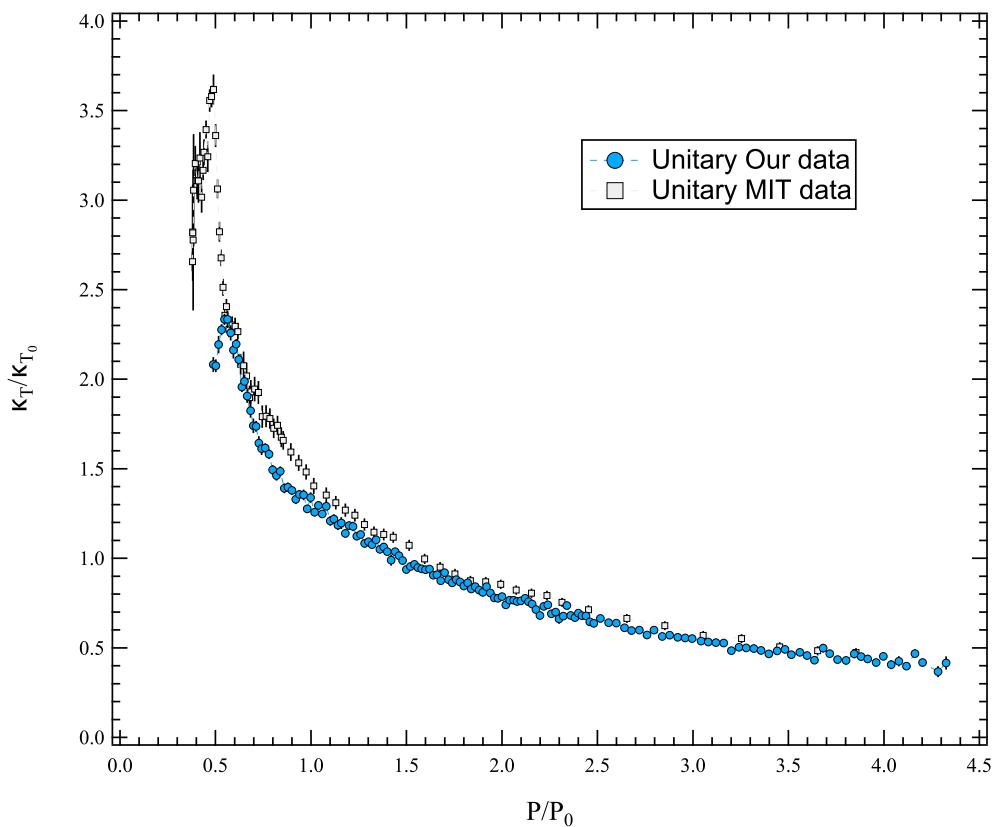


図 1.3: ユニタリー極限における圧力と等温圧縮率の状態方程式。それぞれ理想気体のゼロ温度極限で無次元化している。低温領域では先行研究と比較して絶対値が小さい等温圧縮率が本研究室で測定された。

1.5 等温圧縮率で探る階層変化

本研究の測定対象である等温圧縮率は、 $\kappa_T \equiv -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$ で定義されるように、温度 T が一定である条件下で圧力 P を大きくしたときに体積 V がどれくらいの割合で収縮するかを表した物理量である。この性質から転移温度近傍の等温圧縮率は、BCS 領域でフェルミ面近傍のフェルミ原子に支配され、BEC 領域では結合したクーパー対分子間の相関が大きく影響してくれる。

したがって等温圧縮率を実験的に評価することは、BCS 領域から BEC 領域への相互作用のクロスオーバーを理解するうえで非常に重要になってくる。

具体的に分子間相互作用が与える等温圧縮率への影響を説明する。相互作用のないボース気体の等温圧縮率は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \kappa_T^{B,0}(T) &= \frac{1}{N_B^2} \left(\frac{\partial N_B}{\partial \mu_B} \right)_T \\ &= \frac{1}{N_B^2} \left(\frac{\partial}{\partial \mu_B} \sum_q \frac{1}{\exp \left[\frac{\epsilon_q^B - \mu_B}{T} \right] - 1} \right)_T \end{aligned} \quad (1.1)$$

ここで N_B はボーズ粒子数である。また化学ポテンシャル μ_B の絶対値は BEC となる転移温度 T_C においては 0 に収束するため、転移温度付近で等温圧縮率は発散する。

$$\kappa_T^{B,0}(T_C) = \frac{1}{N_B^2 T_C} \sum_q \operatorname{cosech}^2 \left(\frac{\epsilon_q^B}{2T_C} \right) \rightarrow \infty \quad (1.2)$$

一方でボーズ分子間の相互作用を取り入れた場合の等温圧縮率は Ohashi らの理論計算によって以下のように与えられると示唆されている。

$$\begin{aligned} \kappa_T^B(T) &= \frac{\kappa_T^{B,0}(T)}{1 + 2U_B N_B^2 \kappa_T^{B,0}(T)} \\ \rightarrow \kappa_T^B(T_C) &= \frac{1}{2U_B N_B^2} \end{aligned} \quad (1.3)$$

強く相互作用する BEC 領域の極限 ($1/k_F a \gg 1$) ではフェルミ原子で構成されるボーズ分子同士は相互作用せず理想気体のように振る舞う。これは二原子間の強い引力相互作用によって形成された完全なボーズ分子には構成粒子であるフェルミ粒子から寄与も完全になくなるためである。したがってフェルミ原子がほとんど相互作用しない BCS 領域の極限 ($1/k_F a \ll 1$) から、 $1/k_F a$ が 1 に近づくにつれて等温圧縮率の絶対値は徐々に大きくなることが予想される。また等温圧縮率の相互作用ポテンシャル U_B には二体間相互作用から多体間の相互作用までの寄与が含まれており、多体効果による補正項が強く影響する

と理論研究で示唆されている。そのため等温圧縮率を実験的に測定することはこの複雑な量子多体系の理解に対して非常に有効な手段となり得る。

1.6 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。

- 1 章 ここまで本研究の背景と目的について述べた.
- 2 章 量子統計と状態方程式について.
- 3 章 冷却 ^6Li 原子について.
- 4 章 実験装置や原子の冷却方法、スピン制御方法やトラップポテンシャルについて.
- 5 章 実験方法について.
- 6 章 吸収撮像法について.
- 7 章 飽和強度について.
- 8 章 吸収断面積について.
- 9 章 実験系の改良について.
- 10 章 等温圧縮率の解析方法について.
- 11 章 状態方程式の測定結果について.
- 12 章 全体のまとめと展望.

第2章

量子統計と状態方程式

1章でも述べたように BCS 領域の極限 ($1/k_F a \ll 0$) ではフェルミ気体同士はほとんど相互作用することなく振る舞い、BEC 領域の極限 ($1/k_F a \gg 0$) ではフェルミ粒子同士が対形成することで生じるボーズ分子が理想ボーズ気体として振る舞うようになる。したがって本章ではまず理想ボーズ気体と理想フェルミ気体の物理的性質について説明し、そのときの等温圧縮率について触れる。その後、s 波相互作用するフェルミ粒子系の熱力学的性質について s 波散乱長 a を導入して説明を行う。本章の最後では本研究の目的としている無次元状態方程式について触れている。ここではフェルミ粒子系を支配する物理量で無次元化しており、無次元化した状態方程式は図 1.1 に示したような異なるスケールの系への応用が可能となる。

2.1 理想ボーズ気体

本節では相互作用しないボーズ気体について論ずる。熱力学的に平衡状態にある相互作用しないボーズ粒子の一粒子状態 i における平均占有数は、

$$f^0(\epsilon_i) = \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/k_B T} - 1} \quad (2.1)$$

で与えられる。これはよく知られるボーズ分布関数であり、 ϵ_i は一粒子状態のエネルギーである。また $\exp(\mu/k_B T)$ はフガシティーと呼ばれ 0 ~ 1 までの値を取り得る。温度が転移点を下回るとこの値は 1 に近づき分布関数 (2.1) は発散する (BEC)。一方で高温領域においては量子統計効果を無視することができ分布関数は、

$$f^0(\epsilon_i) \simeq e^{-(\epsilon_i - \mu)/k_B T} \quad (2.2)$$

と近似することができる。本節ではこの分布関数に従う理想ボーズ気体の相転移や熱力学量について説明し、転移温度付近での理想ボーズ気体の振る舞いについて理解を深める。

2.1.1 相転移温度と密度

BECでは熱力学量を導出する際に和を積分で置き換えることができない。これはBEC状態においてはほとんどの原子が基底状態に集中するため分布が連続的でなくなるためである。しかし、励起状態からの寄与に関しては良い近似となっているため、この近似のもと転移温度や凝縮相の割合について論じていく。

本節の導入としてまずは状態密度を定義する。大体の場合、状態密度はエネルギー ϵ から $\epsilon + d\epsilon$ 間での状態数として与えられるため、

$$g(\epsilon) = \frac{dG(\epsilon)}{d\epsilon} \quad (2.3)$$

と定義される。ここで $G(\epsilon)$ は基準となるエネルギー ϵ よりも小さいエネルギーの全状態数である。特に三次元箱型ポテンシャル $U(r)$ 中の状態密度は

$$g(\epsilon) = \frac{Vm^{3/2}}{2^{1/2}\pi^2\hbar^3}\epsilon^{1/2} \quad (2.4)$$

で与えられる。転移温度 T_c は最低エネルギー状態の巨視的な占有が始まる最も高い温度として与えられる。つまり言い換えれば転移温度とは全粒子数が励起状態に収容される時の最低温度を指す。したがって転移温度 T_c 付近の励起粒子数 N_{ex} は、全粒子数 N に相当するため、

$$N = N_{\text{ex}}(T_c, \mu = 0) = \int_0^\infty d\epsilon g(\epsilon) \frac{1}{e^{\epsilon/k_B T_c} - 1} \quad (2.5)$$

で与えられる。箱型ポテンシャルや調和ポテンシャルなど考えるポテンシャルによっては式 (2.5) は転移温度 T_c に対して解析的に解くことができる。全粒子数 N が十分大きいときゼロ点運動を無視することができるため、最低エネルギーがゼロとなり同時に転移温度以下における化学ポテンシャルもゼロとなる。このことを考慮すると箱型ポテンシャルにおける転移温度 T_c は、

$$k_B T_c = \frac{2\pi}{[\zeta(3/2)]^{2/3}} \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{m} \approx 3.31 \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{m} \quad (2.6)$$

で与えられる。ここで n は $n = N/V$ で与えられる数密度である。また n に応じて転移温度点が変化していることから凝縮条件が温度だけでなく粒子数にも依ることが分かる。つまり BEC を実現するためには位相空間密度 ($n\lambda_T^3(T)$) が重要であり、低温かつ高密度であることが望ましい。

ここまで転移温度近傍における理想ボーズ気体の性質について述べたが、相転移後は BEC によって基底状態にマクロな数の粒子が集まり凝縮する。このときの $\mu = 0$ における励起準位にある粒子数は (2.5) 式と同様にして、

$$\begin{aligned} N_{\text{ex}}(T) &= \int_0^\infty d\epsilon \frac{g(\epsilon)}{e^{\epsilon/k_B T} - 1} \\ &= V[\zeta(3/2)] \left(\frac{mk_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \end{aligned} \quad (2.7)$$

で与えられる。これを熱的ド・ブロイ波長 $\lambda_T = \sqrt{mk_B T / 2\pi\hbar^2}$ を用いて表すと、

$$n_{\text{ex}} = \frac{N_{\text{ex}}}{V} = [\zeta(3/2)] \left(\frac{mk_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \quad (2.8)$$

と表される。つまり励起粒子数は一辺が λ_T の立方体中に一個程度である。これを超える粒子は基底準位に凝縮している。このとき基底準位にある粒子数は、

$$n_{\text{ex}} = \frac{N_{\text{ex}}}{V} = [\zeta(3/2)] \left(\frac{mk_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \quad (2.9)$$

で与えられる。

2.1.2 凝縮相における熱力学量

1.5 で相互作用ポテンシャルに対して敏感な物理量として等温圧縮率を説明したが、本研究では相互作用ポテンシャルによって形成されるボーズ分子気体の特徴が現れる物理量として比熱にも注目している。熱力学関係式より比熱はエントロピー S の温度微分で与えられる 2 次相転移を有し、エントロピーが運動状態の不規則性を与える物理量であることからこの比熱は対形成時の特徴が現れる物理量だと考えている。

転移温度 T_c 以下では巨視的に占有されたエネルギー準位をゼロとすると全内部エネルギーは E は、

$$\begin{aligned} E &= \int_0^\infty d\epsilon g(\epsilon) \frac{\epsilon}{e^{\epsilon/k_B T} - 1} \\ &= \frac{3}{2} \frac{\zeta(5/2)}{\zeta(3/2)} N \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} k_B T \end{aligned} \quad (2.10)$$

で与えられる。したがって比熱 $C = T \partial S / \partial T$ とエントロピー $S = \partial E / \partial T$ はそれぞれ、

$$C = \frac{15}{4} \frac{\zeta(5/2)}{\zeta(3/2)} N \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} k_B \quad (2.11)$$

$$S = \frac{5}{2} \frac{\zeta(5/2)}{\zeta(3/2)} N \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} k_B \quad (2.12)$$

で与えられる。また圧力はヘルムホルツ自由エネルギー ($F = E - TS$) の体積微分で与えられるため、

$$\begin{aligned}
 p &= - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T = \frac{2}{3} \frac{E}{V} \\
 &= \zeta(5/2) \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (k_B T)^{5/2}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

となる。これは体積によらない温度のみに依存した関数と捉えることができる。つまり等温圧縮率が超流動相において無限に発散することがこの関係式からも読み取ることができる。

2.2 理想フェルミ気体

気体を量子力学的な多体問題として取り扱うとき、電子や陽子、その他スピンが半整数のスピン粒子は Fermi-Dirac 統計に従う。(フェルミ粒子) この粒子はパウリの排他律によって、ある量子状態 j を同時に占めることのできる粒子数は 0 か 1 にどちらかに限られる。本章ではこのような性質を持ったフェルミ粒子のうち理想フェルミ気体についての物理的性質を、絶対零度近傍と有限温度領域に分けて議論する。

2.2.1 理想フェルミ気体の基底状態

フェルミ粒子は上述したように同じ量子状態を 2 つ以上の粒子が占めることができない。したがってゼロ温度極限ではエネルギーの小さい領域から順に粒子が占有されている状態となる。このような状態はよく運動量空間で表されることが多く、原点を中心とした球の内部に粒子が詰まっているような分布となる。このときの球をよくフェルミ球と呼び、このときの半径をフェルミ波数 k_F (フェルミ運動量 p_F) と呼ぶ。ここでゼロ温度では球内部の粒子数は全粒子数に相当するので、全粒子数を N は、

$$N = \frac{V}{3\pi^2} \left(\frac{p_F}{\hbar} \right)^3 = \frac{V}{3\pi^2} k_F^3 \tag{2.14}$$

で与えられる。ここで V は体積を表す。したがってフェルミ波数は、

$$k_F = \left(3\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{1/3} = (3\pi^2 n)^{1/3} \tag{2.15}$$

で与えられることが分かる。これをエネルギーの次元にしたものフェルミエネルギー、温度次元のものをフェルミ温度と呼ぶ。

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_F &= \frac{\hbar^2}{2m} k_F^2 \\
 T_F &= \frac{\varepsilon_F}{k_B}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

本実験でフェルミ粒子である ${}^6\text{Li}$ 原子をトラップしたときの密度分布から、 $T_F \sim 1\mu\text{K}$ 程度である。また基底状態のエネルギーはフェルミ球内部の運動量分に相当するのでその積分値から見積もることができる。

$$E_0 = \frac{2V}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{p_F} \frac{p^2}{2m} 4\pi p^2 dp = \frac{3}{5} N \varepsilon_F \quad (2.17)$$

つまり基底状態のエネルギーは粒子数(数密度)によって依存する。このときの圧力と圧縮率は、

$$\begin{aligned} P_0 &= -\frac{\partial E_0}{\partial V} = \frac{2}{5} n \varepsilon_F \\ \frac{1}{\kappa} &= -V \frac{\partial P}{\partial V} = \frac{2}{3} n \varepsilon_F \end{aligned} \quad (2.18)$$

で与えられ、それぞれ数密度 n に依存することがわかる。したがってゼロ温度でも理想フェルミ粒子は圧縮率がその密度に応じて頭打ちしてしまうことがこの式からも読み取れる。

2.2.2 有限温度における理想フェルミ気体

熱力学的に平衡状態にある相互作用しないフェルミ粒子の一粒子状態 i における平均占有数は(2.1)式と比較して、

$$f^0(\epsilon_i) = \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/k_B T} + 1} \quad (2.19)$$

で与えられる。この分布関数を用いて密度分布 n は、

$$n = \frac{1}{V} \sum_i f(\epsilon_i) \quad (2.20)$$

で与えられる。ただし温度スケール $k_B T$ に対してエネルギー間隔が十分に小さい場合、これをエネルギー間隔が連続的とみなせるので、積分で表現することができる。したがって状態密度 $D(\epsilon)$ を導入して密度分布は、

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{V} \int_0^{\infty} D(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon \\ &= -\frac{1}{\lambda_T^3} \text{PolyLog}_{3/2}(-e^{\frac{\mu}{k_B T}}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

で与えられる。ここで三次元箱型ポテンシャルを考えて $D(\epsilon) = \frac{(2m)^{3/2}}{4\pi^2 \hbar^3} V \sqrt{\epsilon}$ とした。また $\text{PolyLog}_n(X)$ は n 次の PolyLog 関数であり、 λ_T は熱的ドブロイ波長である。さらに等温過程において熱力学関係式から密度が、

$$n = \left(\frac{\partial P}{\partial \mu} \right)_T \quad (2.22)$$

という関係を持つので、この式と (2.21) 式を結びつけることで圧力が

$$P = -\frac{k_B T}{\lambda_T^3} \text{Polylog}_{5/2}(-e^{\frac{\mu}{k_B T}}) \quad (2.23)$$

で与えられる。

2.3 原子間の相互作用

本節では原子間の相互作用による位相シフトについて s 波散乱長を導入することで説明を行う。

2.3.1 散乱問題と s 波散乱長

本節の導入としてまず散乱問題の基礎について説明する。そのためにここでは粒子間の低エネルギー相互作用による波動関数の位相シフトや散乱断面積を特徴づける散乱長 a を導入する。中心力ポテンシャルを $U(r)$ としたとき共に質量 m を持つ二粒子間のシュレディンガー方程式は $m_r = \frac{m}{2}$ を換算質量として、

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_r} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{L^2}{\hbar^2 r^2} \right) + U(r) \right) \psi(r) = E\psi(r) \quad (2.24)$$

と表すことができる。ここで波動関数を

$$\psi(r, \theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l R_l(r) Y_{l,m}(\theta, \phi) \quad (2.25)$$

と変数分離して考えると動径方向の微分方程式は、

$$R_l''(r) + \frac{2}{r} R_l'(r) + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2m_r}{\hbar^2} U(r) \right) = 0 \quad (2.26)$$

のように表される。原子間のファンデルワールス力が有効となる距離 r_0 が $r_0 \ll r$ であるときに対しても常にこの関係が成り立つことを考えると、波数 k に対する一般解は、

$$R_{kl}(r) \simeq \frac{1}{kr} \sin \left(kr - \frac{\pi}{2} l + \delta_l \right) \quad (2.27)$$

で与えられる。ここで δ_l は相互作用ポテンシャルによる位相シフトである。低エネルギー散乱では s 波散乱 ($l = 0$) が支配的であり、このときの位相シフトは

$$\cot(\delta_0) = -\frac{1}{ak} + \frac{1}{2} r_e k \quad (2.28)$$

という関係式で近似される。つまり散乱による位相シフトは長波長極限 ($k \rightarrow 0$)において s 波散乱長 a ^{*1} と呼ばれる物理量で与えられ、有効長 r_e は波長が有限である時の位相シフトの補正を与える。ここで散乱長は示強性を持つ変数である。図 2.1 は s 波散乱長が正の値を持つときの位相シフトについて視覚的に示した概念図である。また散乱長が 0 であっても厳密には $r < r_0$ で相互作用しているが、散乱波にはその影響が現れないため理想気体とみなすことができる。

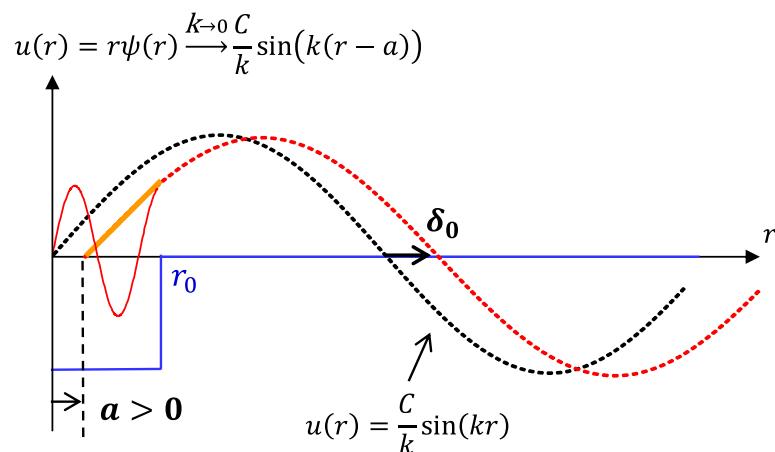


図 2.1: 位相シフトを与える散乱長の概念図。ここでは散乱長が正の値を持つときの位相シフトを表している。

最後に散乱断面積と散乱長の関係について触れる。散乱された粒子は単位時間あたりに単位立体角を透過する数として観測され、その値を微分散乱断面積と呼ぶ。したがって立体角を Ω として微分散乱断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \quad (2.29)$$

で与えられる。ここで $f(\theta)$ は散乱振幅であり、原子の散乱前後における相対運動量のなす角である散乱角 θ にのみ依存する。一般的には θ と ϕ の関数であるが、中心力ポテンシャル $U(r)$ を考える場合は θ だけの関数となる。 s 波散乱波を考える場合、この極限では散乱振幅 $f(\theta)$ は $-a$ で一定の値に収束する。したがって長波長極限において異種粒子同士の全散乱断面積は散乱長 a のみで記述でき (2.29) 式から、

$$\sigma = 4\pi a^2 \quad (2.30)$$

となる。

次に同じ内部状態にある同一粒子を考える。このとき波動関数は 2 粒子の座標の入れ替えのことでボーズ粒子であれば対称、フェルミ粒子であれば反対称でなければならない。

^{*1} または単に散乱長と呼ぶ。

この対称性を考慮すると極角 θ 方向の散乱振幅は $f(\theta) \pm f(\pi - \theta)$ であるため、微分断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta) \pm f(\pi - \theta)|^2 \quad (2.31)$$

となる。ここで + 符号はボーズ粒子、- 符号はフェルミ粒子に対応する。つまり同一粒子を考えるとき、入射波に対する散乱波の振幅は角度 θ で散乱される粒子と角度 $\pi - \theta$ で散乱される粒子の差もしくは和であることを示している。最後に、全散乱断面積は立体角に対する積分で得られるため、全立体角 4π の半分だけ積分すると s 波散乱におけるボーズ粒子では

$$\sigma = 8\pi a^2 \quad (2.32)$$

が全散乱断面積となり、同様にしてフェルミ粒子の全散乱断面積はゼロになる。つまり低エネルギー散乱において同一ボーズ粒子間の散乱断面積の大きさは s 波散乱長の大きさに依存して変化する。一方で同一フェルミ粒子間ではパウリの排他律により粒子間の散乱が起り得ないことを示している。実験では内部状態の異なる二種類のフェルミ粒子を用意することでフェルミオン同士を相互作用させボーズ分子気体を生成している。

2.4 s 波相互作用する粒子系の熱力学

冒頭でも説明した通りフェルミ粒子間で強く相互作用する BEC 領域の極限では N 個のフェルミ粒子が $N/2$ 個の理想ボーズ分子気体として振る舞うため、等温圧縮率 $\kappa_T^{B,0}$ は発散しその他物理量も前節で述べた議論に帰着する。しかし BCS-BEC クロスオーバー領域では強い相互作用によってフェルミ粒子同士が結合し、さらに形成されたボーズ分子同士が相互作用するためその多体効果によって実際はそう単純には扱えない。例えば BCS 領域から BEC 領域までの相転移温度 T_c は Nozieres-Schmitt-Rink 理論 (NSR 理論) を用いて、熱力学グランドポテンシャル Ω にフェルミ粒子間の引力相互作用による対形成揺らぎの効果を取り入れることで計算を行っている [21]。その結果概要図 1.2 の T_c に相当する振る舞いが示唆された。^{*2} 本節でも同様に s 波相互作用している粒子系の熱力学について熱力学グランドポテンシャルを導入することで説明を行い、その結果をより普遍的なものとするための無次元状態方程式について述べる。

2.4.1 s 波相互作用するフェルミ粒子系

ここからは一般的な熱力学ポテンシャルから導かれる普遍的な物理について説明する。よく大分配関数 Ξ を用いて熱力学ポテンシャルは

^{*2} NSR 理論は熱力学ポテンシャルをベースにしており、熱力学関係式を満たしながら物理量を評価するのに適している。

$$\Omega(V, T, \mu) = -k_B T \ln \Xi \quad (2.33)$$

で与えられる。したがって V, T, μ の関数として熱力学ポテンシャルが与えられるが、ハミルトニアンが散乱長 a に依存するとき s 波相互作用するフェルミ粒子系の熱力学ポテンシャルはさらに $\Omega = \Omega(V, T, \mu, a^{-1})$ の計 4 つのパラメータで与えられる。³ ここで散乱長 a に対する共役な熱力学量は以下式で与えられる。

$$\left(\frac{\partial \Omega}{\partial a^{-1}} \right)_{V, T, \mu} = -\frac{\hbar^2}{4\pi m} I \quad (2.34)$$

この I は積分コンタクトと呼ばれる示量性の物理量であり m^{-2} の次元を持つ。この定義からこのコンタクトとはハミルニアンに含まれる散乱長 a が与えるエネルギーへの寄与を考えることができる。⁴ 以上をまとめると熱力学グランドポテンシャルの全微分は

$$d\Omega(V, T, \mu, a^{-1}) = -PdV - SdT - Nd\mu - \left(\frac{\hbar^2}{4\pi m} I \right) da^{-1} \quad (2.35)$$

となる。体積 V が示量性、 T, μ, a が示強性を示す状態量であるため前者は定数倍すると全体量も比例して変化するのに対し後者は不变である。したがって

$$\Omega = -PV \quad (2.36)$$

の関係は常に成り立つことになる。つまりある系の一部分の熱力学ポテンシャルは系全体に対して体積にのみ依存して変わり得る。このことを用いると圧力は、

$$dP = sdT + nd\mu + \left(\frac{\hbar^2}{4\pi m} C \right) da^{-1} \quad (2.37)$$

として与えられる。ここで $s = S/V, n = N/V, C = I/V$ とした。また熱力学関係式 $\Omega = F - \mu N$ が成り立つことから (2.37) 式をルジャンドル変換することで自由エネルギー密度 $\mathcal{F} = F/V$ は

$$d\mathcal{F} = -sdT + \mu dn - \left(\frac{\hbar^2}{4\pi m} C \right) da^{-1} \quad (2.38)$$

で与えられる。したがってグランドカノニカル・カノニカル分布における単位体積あたりのエネルギーは、

$$\begin{aligned} P &= P(T, \mu, a) \\ \mathcal{F} &= \mathcal{F}(T, n, a) \end{aligned} \quad (2.39)$$

で与えられ、それぞれ $(T, \mu, a), (T, n, a)$ の関数として表される。

³ このとき大分配関数 Ξ は V, μ, a に依存する。

⁴ I は厳密にはコンタクト密度 C に体積 V をかけた値で定義される量である。 $(I = CV)$ ここでコンタクト密度とは半径 r の球内で近距離相互作用するフェルミ粒子対の数を表す物理量として与えられ、 m^{-4} の次元を持つ。これは s 波相互作用を支配する散乱長に対して重要な物理量であり、散乱長が与えるエネルギー変化量に相当する。以上よりコンタクト密度は示量性を示し、積分コンタクトは示強性を示す。

2.5 無次元状態方程式

本実験系で得られた冷却原子気体の状態方程式が、他の粒子系にそのまま適用できるわけではない。例えば中性子性ほどの高温 (10^6K) をこの冷却原子気体を用いて再現することは不可能である。したがって本研究目標である他クラスター階層の粒子系にもこの状態方程式を適用させるために、フェルミ粒子系を支配する物理量で無次元化する必要がある。2.4.1節で述べたようにグランドカノニカル分布では (T, μ, a) を変数として取り得るため、例えば温度を基準に無次元化した場合、エネルギーは $k_B T$ で、散乱長は熱的ド・ブロイ波長 λ_T で無次元化することができる。つまり状態方程式 (2.37) は、

$$P \frac{\lambda_T^3(T)}{k_B T} = f_P \left(\frac{\mu}{k_B T}, \frac{\lambda_T(T)}{a} \right) \quad (2.40)$$

で与えられる。同様に密度状態方程式は、

$$\lambda_T^3 n = f_n \left(\frac{\mu}{k_B T}, \frac{\lambda_T(T)}{a} \right) \quad (2.41)$$

で与えられる無次元状態方程式として扱うことができる。ゼロ温度極限 ($T \rightarrow 0$) では温度を基準としてとることができないため、その場合は化学ポテンシャルを基準にとり $k_F(\mu) = \frac{\sqrt{2m\mu}}{\hbar}$ の逆数を長さスケールとして考える。一方カノニカル分布では (T, n, a) を変数としてとるため密度 n を基準物理量とおくことができる。この場合は温度をフェルミ温度 $T_F(n)$ 、散乱長をフェルミ波数 k_F で無次元化する。その時の自由エネルギー密度 $\mathcal{F}(\mathcal{F} = F/V)$ は、

$$\frac{\mathcal{F}}{\frac{3}{5}n\varepsilon_F(n)} = h_{\mathcal{F}} \left(\frac{T}{T_F}, \frac{1}{k_F(n)a} \right) \quad (2.42)$$

で与えられる。これはゼロ温度極限でも用いることができる。3/5 は左辺分母がゼロ温度極限における理想フェルミ気体のエネルギー密度になるように与えている。特に散乱長が発散する領域 (ユニタリー領域) かつゼロ温度極限 $h_{\mathcal{F}}(\frac{T}{T_F} \rightarrow 0, \frac{1}{k_F(n)a} \rightarrow 0)$ でこの式は普遍的な値を持つとされており、その値をよくバーチパラメータと呼ぶ。また同様にしてゼロ温度極限における理想フェルミ気体の状態量で無次元化した圧力と等温圧縮率は、

$$\tilde{P} \equiv \frac{P}{P_0} = h_p \left(\frac{T}{T_F}, \frac{1}{k_F(n)a} \right) \quad (2.43)$$

$$\tilde{\kappa}_T \equiv \frac{\kappa_T}{\kappa_{T,0}} = h_{\kappa_T} \left(\frac{T}{T_F}, \frac{1}{k_F(n)a} \right) \quad (2.44)$$

で与えられることになる。

特に無次元化した散乱長が一定である条件下では、熱力学関係式から以下の関係になることがわかっている。

$$\tilde{\kappa}_T = g_{\kappa_T}(\tilde{P}) \quad (2.45)$$

つまり無次元等温圧縮率は無次元圧力の関数として扱うことができる。^{*5} この関係は温度や比熱、エントロピーなどその他様々な熱力学量を実験的に評価するにあたって非常に重要な要素となる。以上の議論から s 波相互作用する普遍的な物理が無次元化した二つの量で表現できることが示せた。したがってこの無次元状態方程式 f_p, f_n や h_p, h_{κ_T} を実験的に決定することで、冷却原子及びその他次元の異なる粒子系の理解を深めることができる。

*5

$$\begin{aligned} \kappa_T &= \frac{1}{n} \left(\frac{\partial P(n, T)}{\partial n} \right)_T^{-1} \\ &= -\frac{1}{n} \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_n \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right)_P \\ &= -\frac{1}{n} \frac{\left(\frac{\partial T(P, n)}{\partial P} \right)_n}{\left(\frac{\partial T(P, n)}{\partial n} \right)_P} \\ &= \kappa_T(P, n) = \kappa_{T,0}(n) g_{\kappa_T}(P/P_0(n)) \end{aligned}$$

ここで熱力学関係式 $\left(\frac{\partial P}{\partial n} \right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_n \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right)_P = -1$ を用いた。

第3章

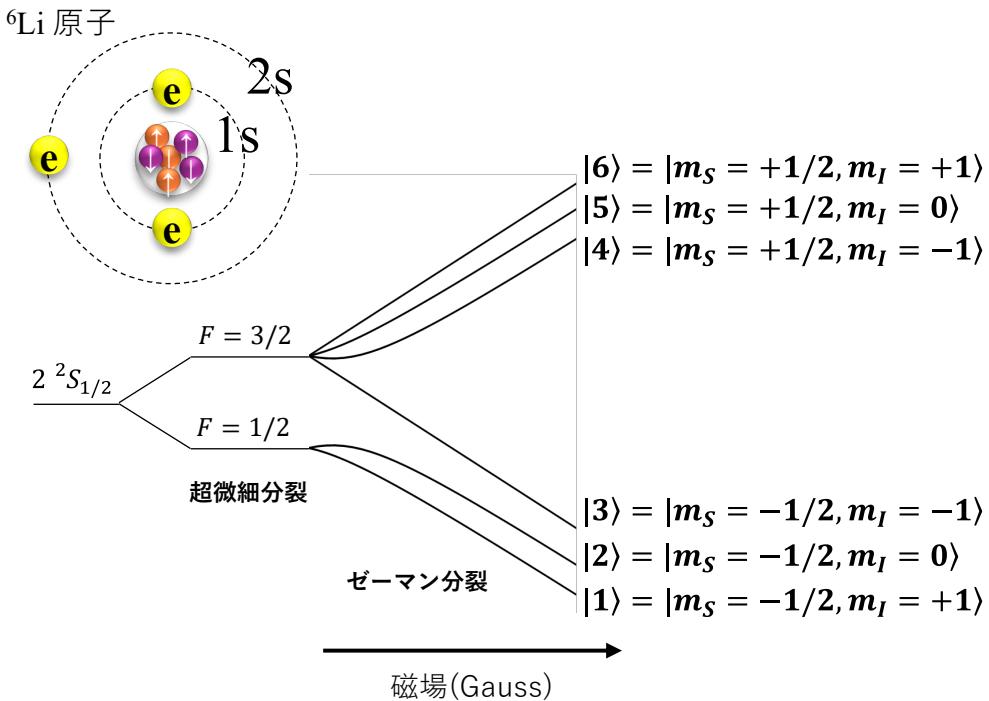
冷却 ${}^6\text{Li}$ 原子

BCS-BEC クロスオーバー領域の理解に向けて 2 章では理想ボーズ気体と理想フェルミ気体の物理的性質について述べた。またその後、原子間の相互作用について散乱問題の基礎から s 波散乱長を導入することで、近距離相互作用する粒子系の普遍的な物理についての説明を行なった。ここでは特に本研究で用いる ${}^6\text{Li}$ 原子に注目して本研究についての理解を深める。また ${}^6\text{Li}$ 冷却原子はその性質上フェッシュバッハ共鳴を駆使することで原子間の相互作用ポテンシャルを制御することが可能である。この性質については s 波散乱長が重要であり、前節で定義した散乱長 a を導入して説明する。

3.1 ${}^6\text{Li}$ 原子

本実験では上述したように ${}^6\text{Li}$ 冷却原子気体を用いており、そのエネルギーダイアグラムは図 3.1 に示した通りである。 ${}^6\text{Li}$ 原子は電子・陽子・中性子をそれぞれ 3 つ含むフェルミ粒子に分類され、 $2s$ 軌道に最外殻電子を 1 つ持つ。また基底状態の原子の持つ角運動量は電子スピン S が $1/2$ 、軌道角運動量 L が 0、核スピン I が 1 であり、全角運動量 F が $1/2$ と $3/2$ の二つの超微細構造準位を持つ。この分裂状態は磁場によってさらにゼーマン分裂をおこし、計 6 つの内部状態に分裂する。ここではこの分裂後の状態をそれぞれエネルギーの低い準位から $|1\rangle \sim |6\rangle$ とラベル付けすることにする。^{*1} これらの内部状態を用いることで多成分のフェルミ粒子系を実現することができ、本実験では下準位の状態 $|1\rangle$ と状態 $|2\rangle$ を用いることで異成分混合系をトラップ内に準備している。図 3.1 からも分かることおりこの準位のフェルミ粒子はエネルギーの小さい高磁場領域に引っ張られる性質を持つ (High-Field Seaker) ため、3 章で説明するように磁場によるトラップも可能である。

^{*1} 以下各エネルギー準位を状態 $|1\rangle$ 、状態 $|2\rangle$ 、とする。

図 3.1: ${}^6\text{Li}$ 原子のエネルギーダイアグラム.

3.1.1 フェッシュバッハ共鳴

2 章の内容から低エネルギーかつ長波長極限で二体の散乱問題が s 波散乱長で説明できることがわかった。相互作用による位相シフトが散乱長で記述されることからもこの散乱長が実験的に制御できれば粒子間の相互作用を任意に変化させることができる。それ可能にするのがフェッシュバッハ共鳴であり、束縛状態の位置を散乱ポテンシャル内に自由に配置することで散乱長を制御する。原子間の散乱過程でその始状態と終状態の内部状態がスピンや励起状態などの量子数で記述されるため、ここではその可能な量子数の組のことを「チャネル」と呼ぶことにする。このチャネル間の結合はトラップからの損失を生む非弾性過程以外にフェッシュバッハ共鳴を与え、この性質を用いることで原子間の有効相互作用の強さとその符号を制御することができる。BCS-BEC クロスオーバー領域における等温圧縮率を測定するためには、弱く相互作用する BCS 領域から強く相互作用する BEC 領域までのクロスオーバー領域において相互作用を制御する必要があり、このフェッシュバッハ共鳴が重要になる。

図 3.2 にフェッシュバッハ共鳴の原理を表した概念図を示した。2 原子が近づくと散乱ポテンシャルに応じて相互作用し散乱する。このときの散乱ポテンシャルを特に開いたチャネルまたはオープンチャネルと呼ぶ。また遠方 ($r \rightarrow \infty$) でのエネルギーレベル E_{th} を入射エネルギーもしくは閾値エネルギーと呼ぶ。一方で入射エネルギーよりも高い散乱ポテンシャルで散乱することはエネルギー保存則から不可能である。したがってこのとき

の散乱ポテンシャルを閉じたチャネルあるいはクローズドチャネルと呼ぶ。しかし散乱過程で仮想的にこの反応が起こったとしてオープンチャネル→クローズドチャネル→オープンチャネルという過程を経た2次の散乱は可能である。この過程はクローズドチャネルにおいて束縛状態が存在すれば共鳴状態として観測され得る（フェッシュバッハ共鳴）。以上より2次の摂動論から散乱長には次のようなエネルギーによる寄与があると捉えることができる。

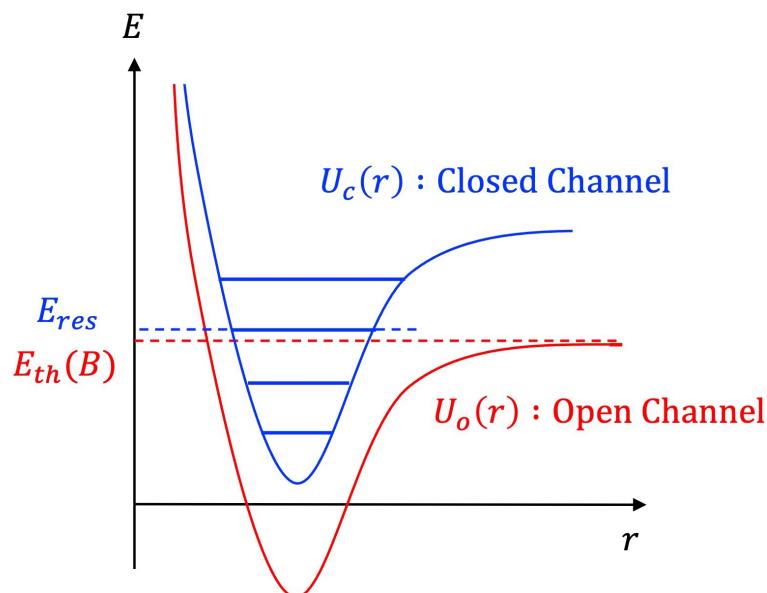


図3.2: フェッシュバッハ共鳴の概念図。

$$a \sim \frac{C}{E_{th} - E_{res}} \quad (3.1)$$

ここで E_{res} はクローズドチャネルの束縛エネルギーである。このエネルギー間隔 $E_{th} - E_{res}$ が 0 に近づくと共鳴し散乱長が発散する。このときの極限を特にユニタリー極限と呼ぶ。またこの2次の摂動論から予測されるように閾値エネルギー E_{th} が閉じたチャネルの束縛エネルギー E_{res} よりも大きければ斥力相互作用となり、小さければ引力相互作用となる。

これは外部磁場によって制御することができる。図3.1に示した⁶Li原子の内部状態のうち状態 $|1\rangle$ と状態 $|2\rangle$ の散乱過程は2原子の全電子スピンが $S = 1, m_s = -1$ であるため、電子スピントリプレットの散乱ポテンシャルで相互作用する。電子スピントリプレットの散乱ポテンシャルはおよそ $-2\mu_B$ の磁気モーメントを持つため外部磁場によってそのオフセットを制御することができる。一方閉じたチャネルとして2原子の全電子スピンが $S = 0, m_s = 0$ の電子スピングレットの散乱ポテンシャルも存在するが、これは磁気モーメントを持たない。つまり状態間のエネルギー間隔 $E_{th} - E_{res}$ は外部磁場によって制御することができるのでその時の散乱長は磁場で記述することができる。ここで

はその結果のみ記す。

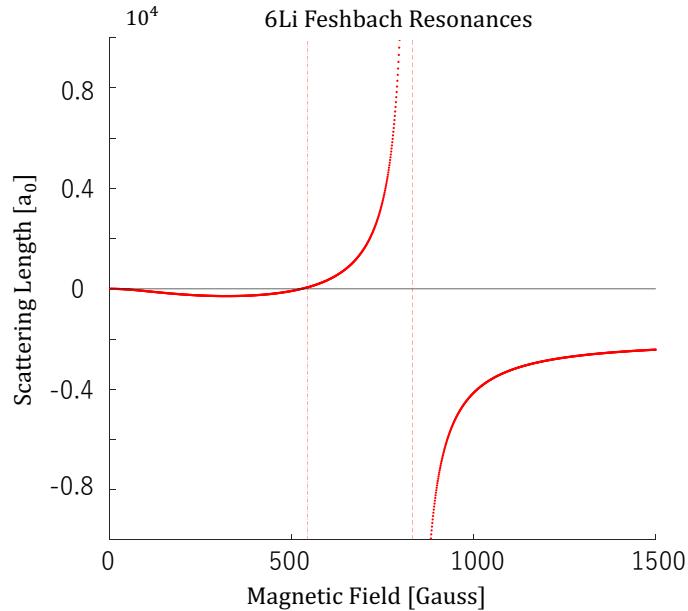


図 3.3: ${}^6\text{Li}$ 原子の状態 $|1\rangle$, 状態 $|2\rangle$ 間の s 波散乱長と磁場の関係. 散乱長はボーリング半径 a_0 で規格化している. ゼロ散乱長領域散乱長領域 527.18Gauss とユニタリー領域 832.18Gauss を赤点線で示した.

$$a(B) = a_{\text{bg}} \left(1 + \frac{\Delta B}{B - B_0} \right) \quad (3.2)$$

幅パラメータ ΔB は二つの散乱ポテンシャルによって決定されるパラメータであり、 a_{bg} はゼロ磁場での散乱長である。また B_0 は (3.1) 式の分母 $E_{\text{th}} - E_{\text{res}}$ が 0 になるときの磁場であり、外部磁場 B がこの B_0 に近づくことで共鳴し散乱長が発散する。一方で外部磁場が $B = \Delta B + B_0$ の値を取るとゼロ散乱長となりこれは相互作用のない理想気体であること意味する。図 3.3 に ${}^6\text{Li}$ 原子における状態 $|1\rangle, |2\rangle$ 間のフェッシュバッハ共鳴を示した。特徴的な領域として 832.18Gauss がユニタリー領域、527.5Gauss がゼロ散乱長領域である [22]。以上よりフェッシュバッハ共鳴を取り入れることで外部磁場によって原子間相互作用を制御することができる。

第4章

実験準備

本章から6章にかけて⁶Li冷却原子気体を用いたフェルミ粒子密度分布の測定方法について述べる。本章では特に、実験に用いる実験装置や原子の冷却方法、さらにスピン制御方法やトラップポテンシャルについて説明を行う。本研究室ではレーザーを用いた冷却法によって~100nK程度まで冷却させることが可能であるが、転移点付近の状態方程式の測定を行うためには位相空間密度が重要である。したがって本実験では温度だけでなく光トラップ中の粒子数にも注目しながら実験を進める必要がある。本章での流れは以下のとおりである。

まず本実験で⁶Li冷却原子気体を準備するために必要な実験装置の概要とレーザー冷却方法について説明を行う。次に異なる2成分のフェルミ粒子を用意するための流れについて説明する。実際に観測するのは片方の1成分のみであるが蒸発冷却などの冷却には相互作用する2成分のフェルミ粒子が必要である。最後にフェルミ原子を捕獲するトラップポテンシャルについて説明を行う。4章で詳しく説明するが状態方程式を評価するためには、原子の感じているポテンシャルと吸収イメージによって得られる局所的な密度分布を対応付ける必要がある(局所密度近似)。したがって本実験ではトラップ形状の精密な測定が要求されるが、その方法は5章にまとめた。最後に状態方程式を評価するために充分な冷却原子気体が実現できているのかを、超流動状態にある原子を評価することで確認する。

4.1 真空装置を用いた冷却までの流れ

図4.1は⁶Li冷却原子気体を用いた実験系の全体像である。まず固体の⁶Li原子を高真空チャンバー($\sim 10^{-6}$ Pa)にある600K程度のオーブンで熱し気化させることで、⁶Li原子気体が運動エネルギーを持ってオーブンから飛び出す。その後気化した原子気体を二次元磁気光学トラップ(以下2DMOT:2D Magnetic Optical Trap)で捕獲する。そして一時的に捕獲した原子にPush光を当てることで差動排気管を通過し、超高真空チャンバー($\sim 10^{-10}$ Pa)に送られる。最後にガラスセル内で三次元磁気光学トラップ(以下3DMOT、あるいは単にMOT)によって原子が再捕獲される。ここで原子の速度がある

程度減速していなければ捕獲することができないため、典型的な実験系ではよくゼーマン減速器を用いることで原子に輻射圧を与えてその速度を充分に落とす。ただし本実験系ではゼーマン減速器の代わりにオープンから出た原子を 2DMOT で捕獲することで低速原子ビームを作り 3DMOT で再捕獲している。

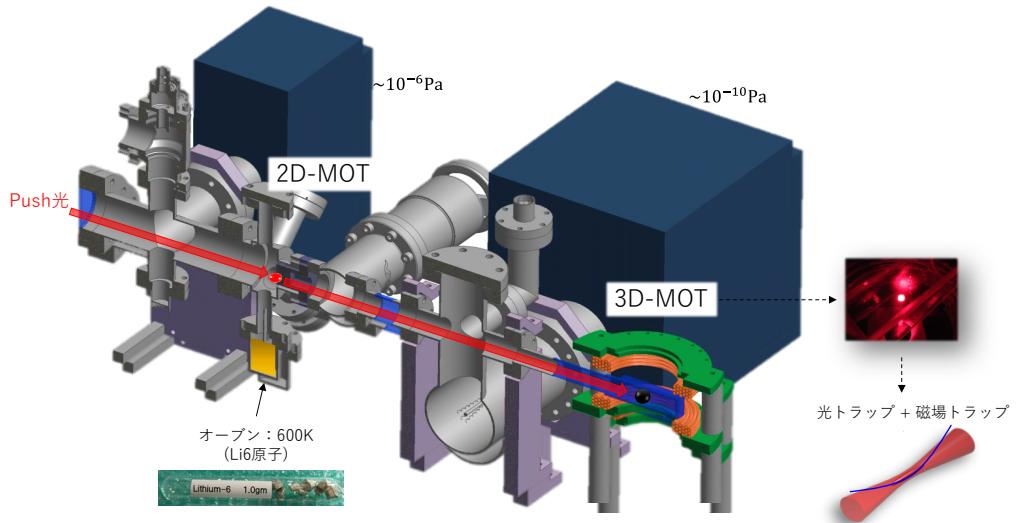


図 4.1: ${}^6\text{Li}$ 冷却原子気体を生成するまでの実験装置の全体図。

3DMOT で捕獲された原子は高出力の光トラップ (以下 HP-ODT:HP-Optical dipole Trap) に移行される。光トラップの形状については本章の 4.3 節を参照されたい。この際に HP-ODT へ効率良く移行するために CMOT(Compression MOT) によって瞬間に圧縮・冷却を行う。効率良く CMOT を行うために Cooling 光と Repump 光の最終強度や周波数、さらには磁場勾配をペイズ最適化を用いて最適化している [20]。ここからさらに Gray Molasses Cooling によって重ね合わせ暗状態と呼ばれる光と相互作用しない状態に原子を落とし込むことで、トラップ内の原子集団をより冷却することができる。最後に蒸発冷却を行うことで 100nK 程度まで冷却させる。蒸発冷却は低出力の光トラップ (LP-ODT) へ移行後にその光トラップの深さを変えることで原子集団の温度制御を行なっており、その制御は AOM に伝達されるラジオ波のパワーによって操作される。トラップポテンシャルを浅くすることで原子数が減少するが、エネルギーの高い原子がいなくなるためトラップ内の平均温度を下げることができる。ただし重力方向ではトラップポテンシャル以外にも重力ポテンシャルが働くため、浅くしすぎると原子の感じるポテンシャルに勾配がかかってしまう。後から説明するように状態方程式の構築にはトラップポテンシャルの調和性が要求されるため、本実験系では冷却後に重力ポテンシャルの影響が少ない領域までトラップポテンシャルを再圧縮している。

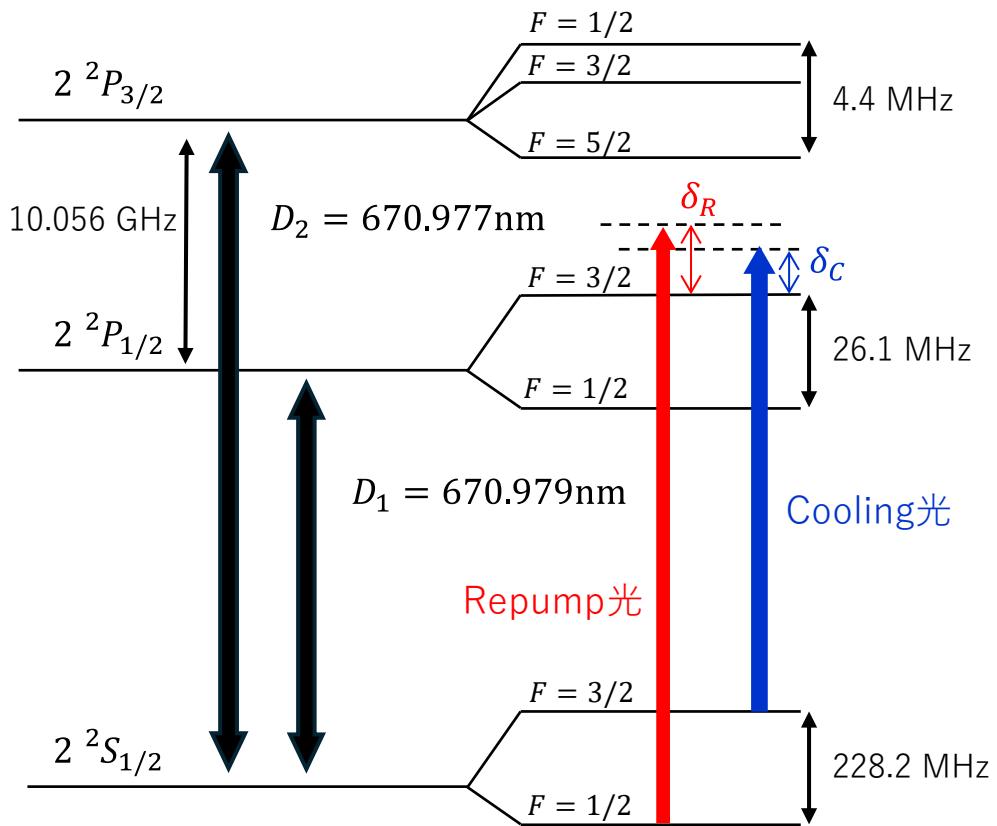
図 4.2: ${}^6\text{Li}$ の超微細構造。

図 4.2 に ${}^6\text{Li}$ 原子のエネルギー準位図を示した。本撮像系では MOT 用の Repump 光と Cooling 光として、671nm で発振する外部共振型半導体レーザー (以下 ECDL:External Cavity Diode Laser) をそれぞれ D1 遷移, D2 遷移に周波数を安定化させ使用している。ここで D2 遷移は D1 遷移よりも $\sim 10\text{GHz}$ 高い周波数で安定化されている。repump 光は MOT Repump として用いられる以外にも、さらに偏光ビームスプリッターを用いることで Gray Molasses Cooling を行うための光に分けられ、同様に Cooling 光は MOT Cooling 以外にも PBS を用いて Push 光として利用している。

4.2 内部状態制御系

本実験では rf コイルから振動磁場を与えることでトラップ内のスピン状態を制御している。この技術によって状態 $|1\rangle$ と状態 $|2\rangle$ のバランス系や状態 $|2\rangle$ から状態 $|3\rangle$ へのスピン制御などが可能になる。バランス系への制御は 100ms ほど振動磁場を当て続けることでそのラビ振動がデコヒーレンスを起こし各状態の粒子数が等しくなることを利用している。実際の実験ではスピン制御中の磁場を比較的安定な 317Gauss に調整している。このときの磁場の測定は状態 $|2\rangle$, $|3\rangle$ 間のエネルギー準位の差が磁場強度に依存することから、理論計算で導出した RF 遷移の周波数 (90.268MHz) を図ることで計測している。

いる。各スピン状態を空間的に分離するために本実験では Stern-Gerlach 法を用いている。Stern-Gerlach 法では磁気副準位の異なる各状態が有限磁場中では異なる磁気モーメントを持つことを利用しており、原子集団に磁場勾配を印加することで各状態が空間的に分離する。図 4.3 に示した吸収イメージは、Stern-Gerlach 法を用いて異なるスピン状態を分離している様子を捉えたものである。図 (a) は不規則なラビ振動によって生成された状態 $|1\rangle, |2\rangle$ のバランス系を観測した吸収イメージである。一方で図 (b) は初期状態として状態 $|2\rangle$ を用意した後、状態 $|3\rangle$ へ遷移する周波数を与えた時の吸収イメージである。遷移周波数を与えることでそのパルス時間に応じて状態 $|2\rangle$ から状態 $|3\rangle$ へ遷移している様子が確認できる。またこの時トラップ内に状態 $|1\rangle$ が残っていると相互作用により正確な測定ができないため、バランス系にした直後共鳴光を当てることで状態 $|2\rangle$ だけがトラップ内に残るように制御している。Stern-Gerlach 法によって分離した各状態の原子数を評価することで 317Gauss に相当する磁場をであることを確認した(図 4.4b)。

状態 $|2\rangle$ から状態 $|3\rangle$ への移行はラビ振動を確認することで最も効率良くスピン制御が行えるパルス時間を最適化した。そのときの測定した様子を図 4.4a に示した。その結果 90.268MHz(317Gauss)において $16\mu\text{s}$ の振動磁場を与えることで状態 $|3\rangle$ への遷移数が最大化された。後から説明するように飽和強度を実験的に測定するためにはある 1 成分に対する共鳴光を当てることでその獲得運動量を測定する必要があり、このスピン制御を行うことで 1 成分状態を準備している。また同種フェルミオン同士の相互作用は起こり得ないため、このときトラップ内では理想フェルミ気体が実現している。これは有限散乱長領域においても同様である。

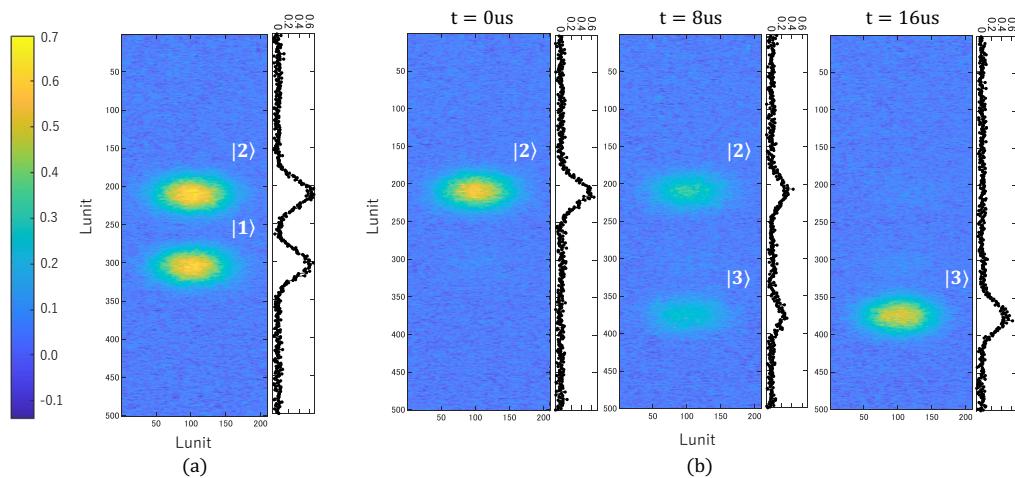
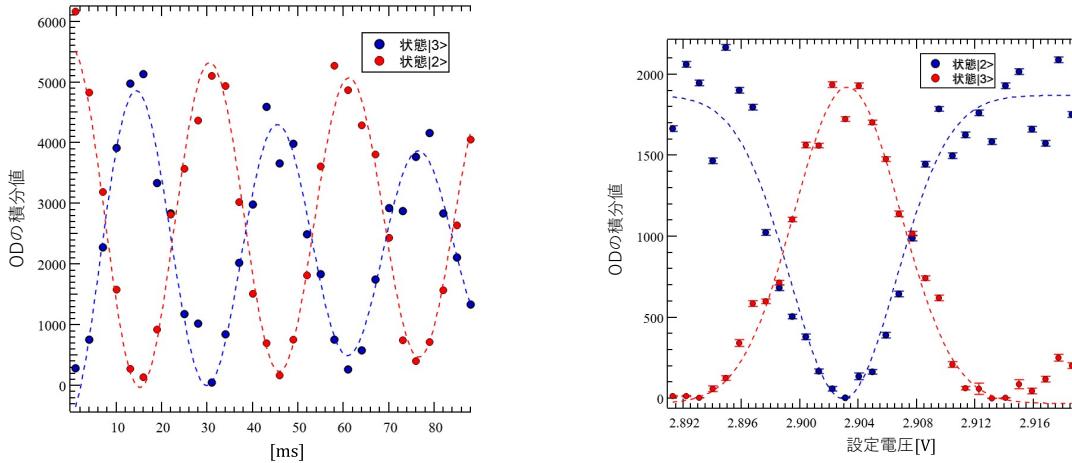


図 4.3: Stern-Gerlach 法を用いて内部状態の異なる原子を空間的に分離した様子。Lunit はカメラのピクセルサイズを倍率で割った値で、 $1\text{Lunit}=5.3\mu\text{m}$ に相当し、カラーバーが OD の大きさを表す。 (a) は振動磁場をランダムに与え続けることで生成した状態 $|1\rangle, |2\rangle$ のバランス系で、(b) はある一定のパルス時間で振動磁場を与えて状態 $|3\rangle$ へ遷移させている様子。



(a) 状態 $|2\rangle$, $|3\rangle$ 間の状態遷移のラビ振動を測定した様子。最も効率よく上準位へ遷移できるパルス時間が $16\mu\text{s}$ となった。

(b) 317Gauss における遷移周波数で測定したパソコンの設定電圧に対する OD の積分値。2.904V 付近が最も効率よく遷移しておりこの電圧値が 317Gauss に相当することがわかる。

4.3 トランプポテンシャル

本実験では LP-ODT によるポテンシャル U_{op} と磁場の曲率によるトランプポテンシャル U_{mag} を組み合わせたポテンシャルを用いている。磁場トランプはヘルムホルツコイルの上下のコイルにそれぞれ同方向の電流を流すことで、磁場の曲率に応じた束縛ポテンシャルが原子に与えられる。またこのコイルにそれぞれ逆方向となる電流を流すことで 3 章で説明したフェッシュバッハ共鳴を引き起こす。^{*1}

状態 $|1\rangle \sim |3\rangle$ は High-Field シーカーであるため磁場の絶対値が大きい中心に集まる。ここで光トランプに対して x, y 方向は磁場トランプが弱く無視することができるため、磁場トランプは z 方向のみに働いていると考える。

まとめると本実験系でのトランプポテンシャル形状は以下のように与えられる。^{*2}

*1 このコイルにそれぞれ逆方向となる電流を流すことで 3 章で説明したフェッシュバッハ共鳴を引き起こす。状態 $|1\rangle$ と状態 $|2\rangle$ の場合共鳴点は 832.18Gauss で零散乱長 (理想フェルミ気体) は 527.18Gauss である。また極小点となる 317Gauss は比較的安定な領域であるため冷却原子気体の生成は主にこの磁場領域で行っている。

*2 $|C_{\text{op}}|$ は原子やレーザーによって決定される分極率で以下式によって与えられる。

$$|C_{\text{op}}| = -\frac{3\pi^2}{\omega_0^2} \frac{\Gamma}{\omega_0^2 - \omega_{\text{IR}}^2}$$

ここで、 ω_{IR} は ODT のレーザー周波数であり、レーザー波長 ($\lambda_{\text{IR}} = 1070\text{nm}$) を用いて $\omega_{\text{IR}} = 2\pi c/\lambda_{\text{IR}}$ で与えられる。

また磁場トランプによるポテンシャルは磁場の曲率によって与えられるため $\omega_{\text{mag},z}^2$ は実際には磁場の二階微分に相当する。

$$U_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \mu_s B'' z^2 = \frac{1}{2} m \omega_{\text{mag},z}^2 z^2$$

(μ_s は原子の磁気モーメント。)

$$U = U_{\text{op}} + U_{\text{mag}} \\ = \frac{2|C_{\text{op}}|P}{\pi W_x(z)W_y(z)} \exp\left(-2\left(\frac{x^2}{W_x^2(z)} + \frac{y^2}{W_y^2(z)}\right)\right) + \frac{m}{2}\omega_{\text{mag},z}^2 z^2 \quad (4.1)$$

ここで $|C_{\text{op}}|$ は原子やレーザーによって決まる分極率で、 W_x, W_y はビームウエスト、 P はレーザーパワーを表す。原子集団を閉じ込めているトラップ中心付近 ($x, y, z \simeq 0$) ではポテンシャルの形状を調和型に見立てて近似することができるので、実際の解析では (4.1) 式を近似して整理した

$$U \simeq \frac{m}{2}\omega_x^2 x^2 + \frac{m}{2}\omega_y^2 y^2 + \frac{m}{2}\omega_z^2 z^2 \quad (4.2)$$

を実効的なトラップポテンシャルとしている。したがってポテンシャルの形状を知るためににはトラップ底の曲率 (周波数 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$) を測定する必要がある。ここで z 方向のトラップ周波数は光トラップと磁場トラップの両方を加味した実効的なトラップ周波数 $\omega_z = \sqrt{\omega_{\text{op},z}^2 + \omega_{\text{mag},z}^2}$ とした。

4.3.1 重力によるポテンシャルへの影響

最終的な温度制御は蒸発冷却によって光トラップポテンシャル (LP-ODT) の深さを変えることで行っている。しかし実際にはこの光トラップや磁場トラップだけでなく重力ポテンシャルの影響も受けるため厳密にはその効果も考慮して考える必要がある。実際に半径方向 (x, y 方向) のビームウエストの値がポテンシャルの深さによって変わってしまい、特にレーザーパワーの弱い範囲 (ポテンシャルの深さが浅い範囲) ではビームウエストが太くなることが問題となっていた。これは図 4.5b に示したように重力ポテンシャルの影響で実効的なポテンシャル形状が調和性を保てなくなり、その結果正確なトラップ周波数の測定が困難になるためである。

この問題を回避するためにポテンシャル形状を再圧縮させる必要がある。つまり深さ $\sim 800\text{nK}$ 程度まで制御することで冷やした原子を、 $\sim 2000\text{nK}$ 程度まで再圧縮したポテンシャルに再び閉じ込めるこによって最終的には重力の影響が小さいポテンシャル形状での密度分布を測定することができる。この過程は断熱的に行う必要があり、本実験では約 1 秒かけて再圧縮を行なっている。ここで求めたトラップポテンシャルはトラップ周波数をトラップ底で振動する原子の重心位置から測定したが、ポテンシャルの裾領域では調和ポテンシャル近似が成り立たなくなる可能性がある。したがって本研究では 5 章で説明するポテンシャルマッピングを用いることで、測定したトラップ周波数を初期点にして最終的なポテンシャル形状を決定する。

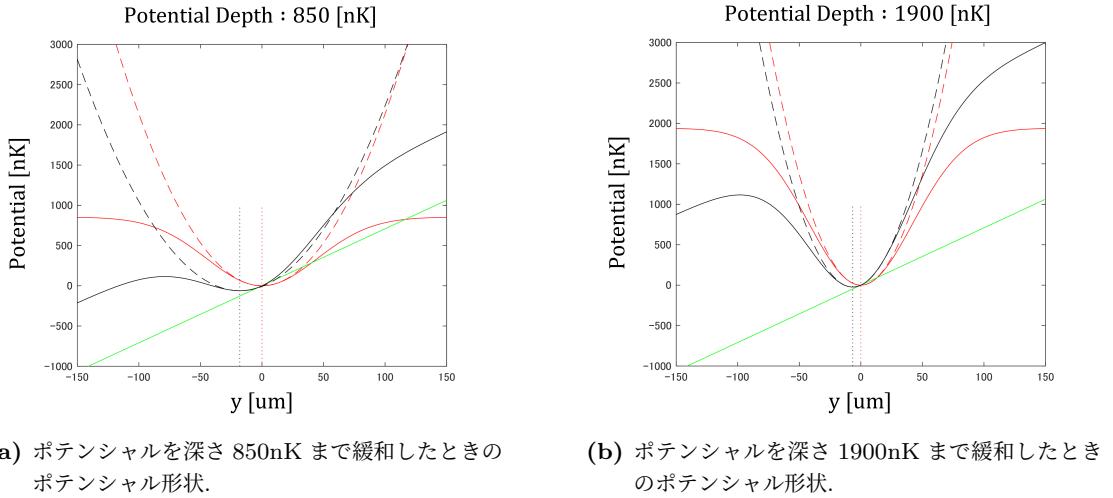


図 4.5: 重力ポテンシャルによるトラップポテンシャルへの影響。赤実線が (4.1) 式を用いて求めたポテンシャル、黒実線が重力ポテンシャルを考慮したポテンシャル形状である。またそれぞれの波線が調和近似した形状である。緑実線が重力ポテンシャルを示す。

4.4 超流動

本研究では転移温度 (T_c/T_F) 付近まで冷えた原子集団を観測することでその等温圧縮率を評価する。したがって、相転移可能な原子集団をトラップ内に実現しておく必要がある。ここではそのための条件や実際にそのような原子集団が実現できているのかの確認を行う。

量子力学において温度 T で分布している原子集団の振る舞いは波動関数の平均的な広がりを表す量として、ド・ブロイ波長 ($\lambda_T(T) = h/\sqrt{2\pi mk_B T}$) で表現され、これは温度に依存する。したがってより低温になれば λ_T はより大きくなるため、これはトラップ内の原子が平均して λ_T 程度の大きさを持った集団とみなすことができるようになる。このド・ブロイ波長が気体原子間の平均距離と同程度になると、原子の波動関数が重なり始めてコヒーレントに振る舞うようになる。この時にボーズ気体であれば BEC が起こり、フェルミ気体ではパウリの排他律によってフェルミ縮退が観測される。したがって相転移にはトラップされた原子集団の温度と原子数密度が重要であり、その大きさの指標としてよく位相空間密度 $\rho(n, T)$ が用いられる。

$$\rho(n, T) = n \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mk_{\text{BT}}} \right)^{3/2} \quad (4.3)$$

これはド・ブロイ波長と密度の積で与えられ、一状態あたりに存在する平均粒子数を表した量と捉えることができる。この位相空間密度は量子効果を説明する際に重要な指標となっており $\rho \ll 1$ ではボルツマン分布に従う。一方でド・ブロイ波長と原子間の平均距離が同程度になるということは位相空間密度が 1 以上となるような状態に相当し、これが

相転移を起こすための閾値となる。

以上より、本実験系ではこの位相空間密度をいかにして大きくできるかが課題になってくる。そのためにはまずトラップ内の平均温度 T を下げておく必要がある。これはここまで述べたように MOT や Gray Molasses 冷却、蒸発冷却などを用いて 100nK 程度まで冷却させることができる。また温度に加えてトラップ内の原子数密度を確保しておくことも重要であり、本実験系では蒸発冷却後の最終的な原子数密度が 10^5 程度となっている。トラップ内が平衡状態でも調和ポテンシャル内では局所的な密度分布が異なるため、トラップ中心であるほどより冷えた (T/T_F が小さい) 原子が実現している。

実際に相転移を確認した結果を図 4.6 に示した。上述したようにトラップ内の密度分布は各ポテンシャル面ごとに異なり、位相空間密度の高いトラップ中心では凝縮しトラップを取り除いてもほとんど動かない粒子集団が確認できる。一方でトラップの裾領域では密度が充分ではないため、サーマルな領域となっている。相転移することでこのバイモーダルが確認できるようになるため、超流動領域とサーマルな領域のそれぞれをフィットすることで BEC ができる温度設定を評価することができる。^{*3} 関数は以下のものを用いており超流動成分はローレンツ関数、サーマル成分はガウシアン関数を採用した。

$$f(x, y) = A \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y - y_0)^2}{2\sigma_y^2}\right) + B \frac{1}{1 + \left(\frac{(x - x_0)}{\gamma_x}\right)^2 + \left(\frac{(y - y_0)}{\gamma_y}\right)^2} \quad (4.4)$$

ここで A, B はそれぞれの振幅を、 σ, γ はそれぞれの幅を与える。

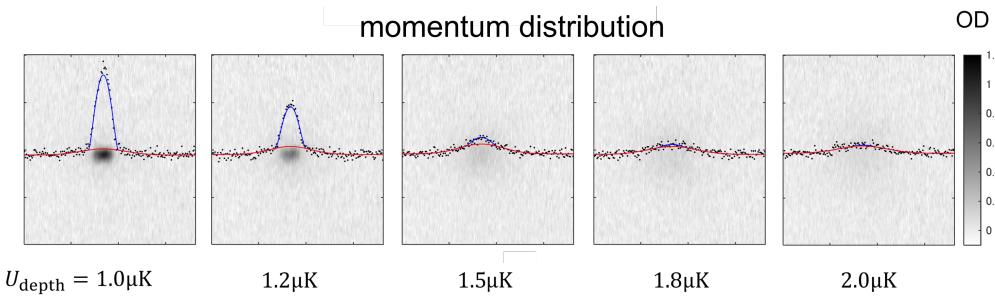


図 4.6: 蒸発冷却後のトラップの深さ別に BEC を観測した様子を示した。バイモーダルフィットによって超流動状態になった様子が確認できる。

図 4.7 に蒸発冷却後のトラップの深さとその時の凝縮層の割合について示した。横軸には蒸発冷却後のトラップの深さに相当する AOM の設定電圧を表しており、その大きさが大きいほどポテンシャルが深くトラップ内の平均温度が高いことを示す。この結果 AOM の設定電圧にして 1.8(3)V(トラップの深さにして 800nK 程度) で凝縮体が立ち上がり始める様子が確認できた。

^{*3} このときに用いるフィットを特にバイモーダルフィットと呼ぶ。

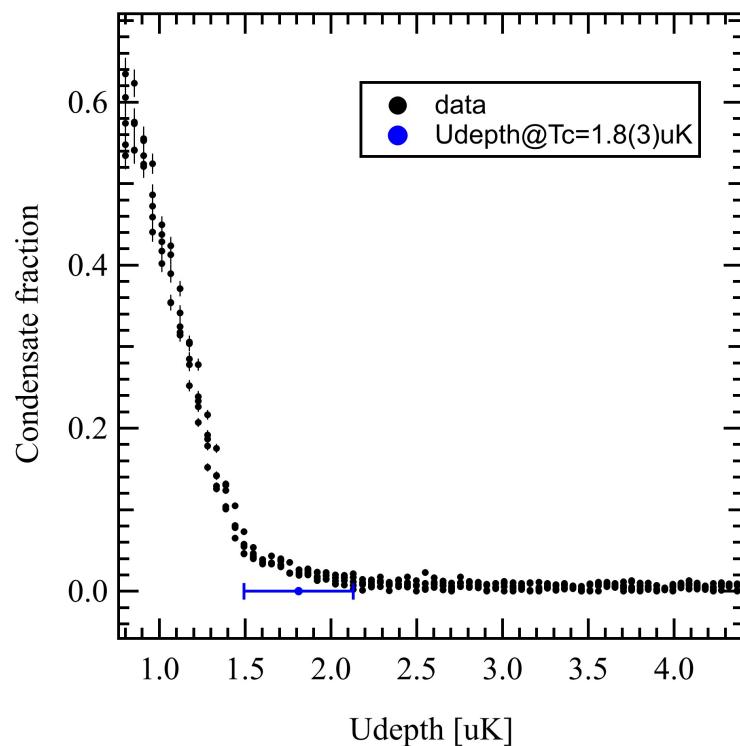


図 4.7: トランプ内の原子数全体に対する凝縮体が占める割合. 横軸は蒸発冷却後のトランプポテンシャルの深さに相当する AOM の設定電圧を示している. AOM の設定電圧にして 1.8V 程度までトランプを緩和させたところから徐々に凝縮し始めていることがわかる.

第5章

s波相互作用しているフェルミ粒子系の準備とトラップ系の評価

本章では前章で説明した実験系を用いて実際に任意のs波相互作用するフェルミ粒子をトラップ内に用意するまでの流れを説明する。またトラップした原子とポテンシャルの関係性について局所密度近似を導入し、その近似が成り立つために重要となるトラップポテンシャル形状の精密な決定方法を述べる。

5.1 トラップポテンシャル中にフェルミ気体を用意するまでの流れ

● 理想フェルミ気体

4章で説明したように光トラップ内に⁶Li原子を用意したを用意した後、Gray Molasses冷却によってトラップ内の原子を冷却する。その後、4章で説明したスピン制御を行うことで状態 $|1\rangle, |2\rangle$ のバランス系をトラップ内に用意する。このときの磁場は317Gaussでありこれは状態 $|1\rangle, |2\rangle$ の異なる二成分の粒子が安定して存在できる磁場領域である。¹次にもう一度スピン制御を行うことで状態 $|1\rangle, |2\rangle \rightarrow$ 状態 $|1\rangle, |3\rangle$ へのトラップ内のフェルミ粒子成分の変換を行う。ここで318Gauss近傍における状態 $|1\rangle, |3\rangle$ 間の散乱長 $-891a_0$ は、317Gauss近傍における状態 $|1\rangle, |2\rangle$ 間の散乱長 $-290a_0$ と比較して3倍程度大きいためその分散乱断面積は大きくなる。したがって状態 $|1\rangle, |2\rangle$ のスピン成分を用意するよりも状態 $|1\rangle, |3\rangle$ のスピン成分を用意して蒸発冷却を行った方が、より効率的に冷却させることができる。その後、蒸発冷却によってトラップ内が任意の温度で平衡状態になるように制御する。この蒸発冷却は約20秒ほどかけて行う。このときにトラップの深さを~800nK程度まで浅くすることにより多くの原子を逃すことができるが、鉛直方向(y方向)では重力ポテンシャルによる影響を無視することができなくな

¹ 同様に状態 $|1\rangle, |3\rangle$ の安定状態を準備する際には318Gaussへと制御させる。

る。そこで蒸発冷却後に重力の影響を受けない~2000nK程度までポテンシャルを再圧縮している。^{*2}その後フェルミ粒子同士のs波散乱長が0となるゼロ散乱長領域へとスイープさせることで、トラップ内部に理想フェルミ気体を実現させることができる。このときのタイムシーケンスは図5.1に示した通りである。

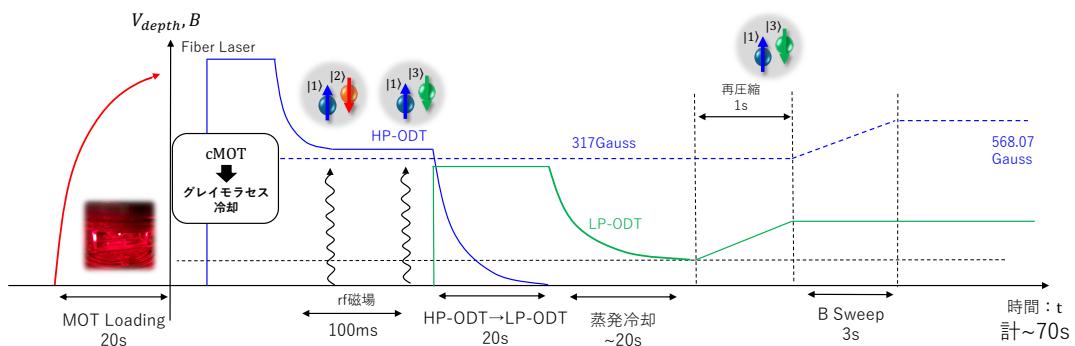


図5.1: 理想フェルミ気体をトラップ内に用意するまでの流れ。ここでは状態 $|1\rangle, |3\rangle$ のゼロ散乱長領域である 568.07Gauss に磁場を制御している。

● ユニタリーフェルミ気体

ユニタリー領域のフェルミ粒子の準備について、状態 $|1\rangle, |2\rangle$ のバランス系を準備するまでの手順は理想フェルミ気体を準備するまでと同様である。その後に蒸発冷却によって最終的なトラップ内の平衡温度が決定されるが、ユニタリーフェルミ気体を準備する際の蒸発冷却はユニタリー領域(ユニタリー磁場;832.18Gauss)で行う。したがってここでは状態 $|1\rangle, |2\rangle$ のフェルミ粒子同士を短時間(約9秒)で蒸発冷却させることができる。ポテンシャルについては理想フェルミ気体と同様、蒸発冷却後に重力ポテンシャルによる影響のないポテンシャルへと再圧縮している。ここまでタイムシーケンスは図5.2に示した通りである。

^{*2} 本研究では後から説明するような逆アーベル変換や局所密度近似を用いた解析を行うため、ポテンシャルの調和性が非常に重要になってくる。この重力が与える影響の有無は本章の5.3節で議論しており、2000nK程度までトラップを深く保てていれば解析に影響がないことは確認している。

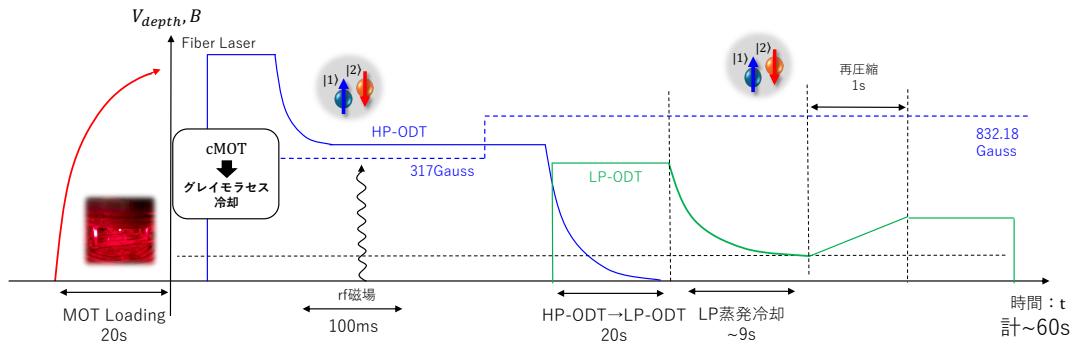


図 5.2: ユニタリーフェルミ気体をトラップ内に用意するまでの流れ. ここでは状態 $|1\rangle, |2\rangle$ の共鳴点である 832.18Gauss に磁場を制御している.

5.2 局所密度近似

トラップポテンシャル内に準備した原子はそのポテンシャルの調和形状から閉じ込め力が働き、ポテンシャル内で非一様に分布するようになる。したがって平衡状態において温度 T や散乱長 a が一定でも、ポテンシャルの場所ごとにその密度分布や圧力、圧縮率などの熱力学量が異なる。このとき以下で説明する局所密度近似 (または LDA;Local Density Approximation) が成り立つ条件下であれば、その各ポテンシャル領域ごとの熱力学量を局所的に評価することができる。

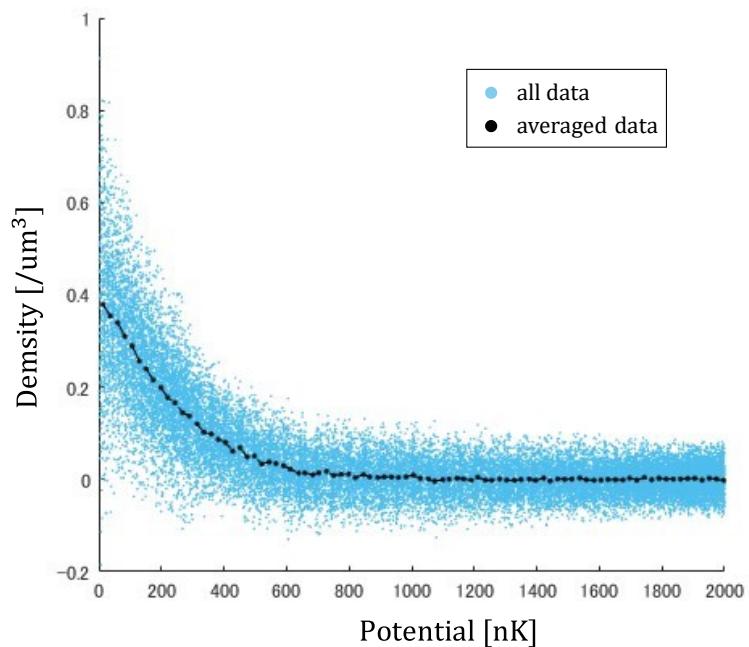


図 5.3: 実験で得られたポテンシャルと局所密度の関係.

本近似の下では等ポテンシャル面では原子集団は同じ密度分布を持つとしており、この局所的な密度分布によって局所的な熱力学量が与えられ密度勾配には依存しない。したがってポテンシャルに対する局所密度の関係としてグラフに書き表すことができる。実際に実験的に測定したポテンシャルと密度の関係を示したグラフを図5.3に示した。またこの近似が成り立つとき局所的な化学ポテンシャルはトラップポテンシャルを用いて以下のように与えられる。

$$\mu(x, y) = \mu_0 - U(x, y) \quad (5.1)$$

ここで μ_0 はトラップ中心の化学ポテンシャルで $\mu(0) = \mu_0$ を満たす。10章ではこの関係式を用いることで局所密度だけではなく局所的な圧力や圧縮率をはじめとした様々な熱力学量を導出している。

この局所密度近似は原子集団のサイズがトラップ内の特徴量（熱的ドブロイ波長 λ_T 、 $1/k_F$ ）よりも充分に大きい時に満たされる。本実験の条件下では軸方向の原子サイズが $\sim 1\text{mm}$ に対して $1\mu\text{K}$ まで冷却された時の熱的ドブロイ波長が 100nm 程度と充分に小さく局所密度近似が十分に成り立っている。ただしボーズ粒子では転移温度を超えると巨視的な数が1粒子状態を占有し局所密度近似が崩壊する。

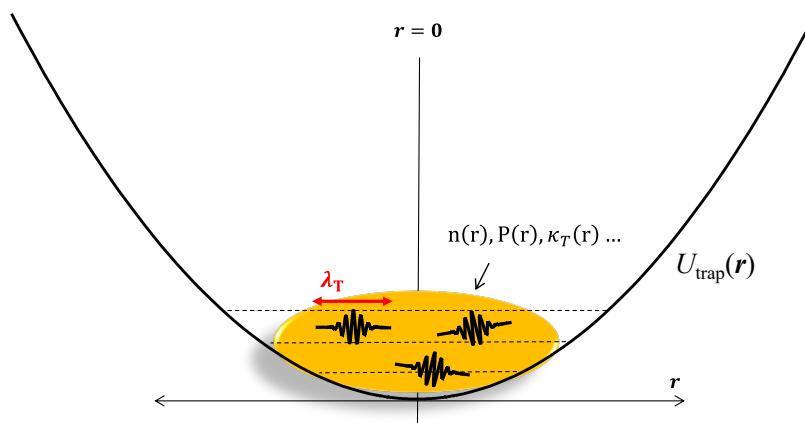


図5.4: 局所密度近似を表した概要図。局所的な熱力学は各ポテンシャル $U(r)$ ごとに決定される。

5.3 トラップ形状の決定

5.3.1 トラップ周波数測定

ここでは4章で説明したポテンシャル形状の実験的評価方法について説明を行う。具体的には(4.2)式の曲率に相当する周波数 $\omega_{x,y,z}$ を測定する。測定方法としては、原子がトラップ内で振動している様子を観測することでその重心移動周期から曲率を評価する。半

径方向と軸方向での測定方法は以下の通りである。

● 半径方向 (x,y) のトランプ周波数

これまで同様に蒸発冷却などによってトランプ中の原子冷やし、その後光トランプ一旦切る。本実験ではトランプ底の曲率が知りたいのでトランプ底により多くの原子を集め必要があり蒸発冷却によって冷えた原子をトランプ中心に集める。その後 15ms ほど TOF させるがこの際に y 方向には重力、 x 方向には磁場による力を受けることで原子の重心が移動する。したがって、もう一度測定したいポテンシャル形状で原子を捕獲するとその曲率に沿って原子が振動し始める。その振動を時間ごとに観測して周波数を測定した。図 5.5 ではポテンシャルの深さを $\sim 150\text{nK}$ まで緩和したポテンシャル形状を測定した様子である。この場合各方向のトランプ周波数は $\omega_x = 2\pi \times 188[\text{Hz}]$ 、 $\omega_y = 2\pi \times 184[\text{Hz}]$ となった。

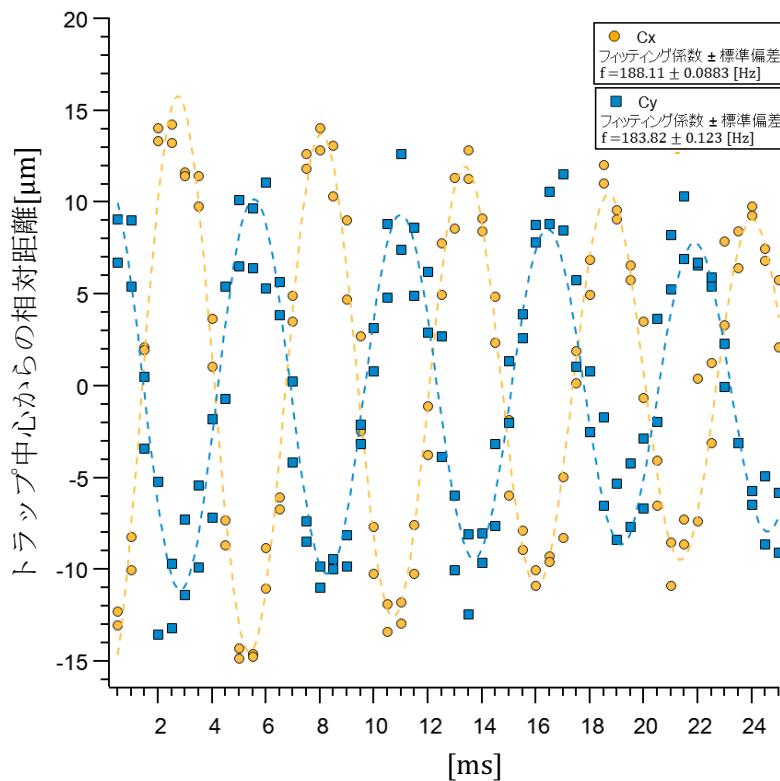


図 5.5: 動径方向のトランプ周波数を測定した様子.

● 軸方向 (z) のトランプ周波数

z 軸方向も同様に冷却した原子をトランプ中に用意する。上述したように z 軸方向は LP-ODT と磁場トランプによってポテンシャルが決定される。軸方向のトランプ周波数

は HP-ODT から LP-ODT に原子を移行する際に生じる LP-ODT 内での振動を測定することで決定することができる。図 5.6 はポテンシャルの深さが $\sim 150\text{nK}$ の LP-ODT かつゼロ散乱長領域の磁場 (532.07Gauss) におけるポテンシャル形状を評価した様子である。この場合の軸方向トラップ周波数は $\omega_z = 2\pi \times 5.57[\text{Hz}]$ となった。

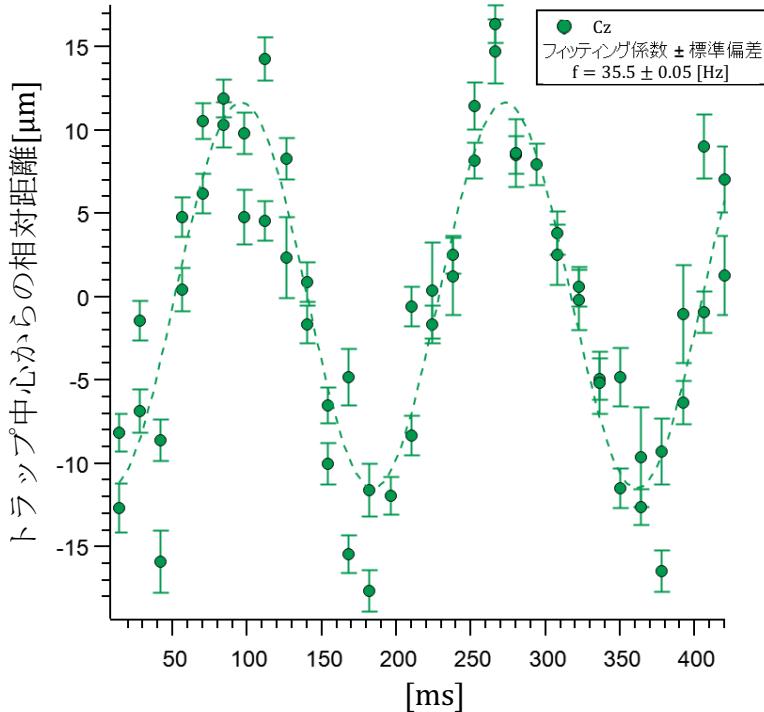


図 5.6: 軸方向のトラップ周波数を測定した様子。

実際には光トラップの実効的なレイリー長 λ_{IR} が原子の軸方向のサイズと比較して大きいため、LP-ODT による曲率は磁場トラップによる曲率に対して無視することができる。ここでレイリー長が $\sim 20\text{mm}$ 程度であるのに対して原子サイズは 1mm 程度である。したがって LP-ODT の最終強度に対してトラップ周波数はほとんど変わらない。一方で磁場勾配による影響は大きいため BCS-BEC クロスオーバー領域全域にわたる状態方程式の評価にはその磁場領域での軸方向トラップ周波数の測定が必要である。

また LP-ODT のビームウエストはトラップ周波数を用いて

$$W_{x0} = \left(\frac{8|C_{\text{op}}|}{\pi m} \right)^{\frac{1}{4}} P^{\frac{1}{4}} \omega_x^{-\frac{3}{4}} \omega_y^{\frac{1}{4}} \quad (5.2)$$

$$W_{y0} = \left(\frac{8|C_{\text{op}}|}{\pi m} \right)^{\frac{1}{4}} P^{\frac{1}{4}} \omega_x^{\frac{1}{4}} \omega_y^{-\frac{3}{4}}$$

で与えられる。図 5.5 のトラップ周波数では x, y 方向のビームウエスト W_x, W_y はそれ

それ $\sim 80\mu\text{m}, \sim 80\mu\text{m}$ 程度となる。本実験で用いている LP-ODT の x, y 方向のビームウエストがほとんど変わらないことから真円に近い光トランプであることがわかった。

5.3.2 ポテンシャルマッピング

局所密度近似が成立する条件下では、局所密度とそれに対応するトランプポテンシャルが正確に決定されている必要がある。厳密には（重力ポテンシャルの影響のない範囲内で）等ポテンシャル面での局所密度は全て等しいため、平衡状態のトランプ内の温度 (T/T_F) が異なる領域でもこれを満たしているはずである。その前提の下、蒸発冷却後のポテンシャルの深さが異なる実験データを重ねてトランプポテンシャルと局所密度の関係をグラフ化したところ、図 5.7 の (b) のように関係が僅かに一致していないことがわかった。原因としてトランプ底で振動する原子の振動 ($\omega_x, \omega_y, \omega_z$) を評価するだけではトランプ底のポテンシャル形状しか把握することができないためだと考えられる。そこで「ポテンシャルマッピング」を行うことで局所密度近似の条件を満たすようなポテンシャル全体の形状を実効的に決定した。以下ではその説明を行う。

4 章では (4.2) 式のようにガウシアンビームの光トランプと磁場トランプを調和ポテンシャル近似したポテンシャル形状について説明した。

$$U(x, y, z) = \frac{2P|C_{\text{op}}|}{\pi W^2} \exp\left(-2\left(\frac{x^2}{W^2} + \frac{y^2}{W^2}\right)\right) + \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2 \quad (5.3)$$

先程同様にレイリー長が原子の大きさに対して大きいため光トランプによる z 方向光の閉じ込めは無視している。またビームウエストはほぼ真円として $W_x = W_y = W$ とした。ここからさらに $r^2 = x^2 + y^2$ としてトランプ中心を 0 に取るとトランプポテンシャルは、

$$U(r, z) = \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2 + U_0 \left[1 - \exp\left(-2\frac{r^2}{W^2}\right) \right] \quad (5.4)$$

と変形できる。したがってトランプの深さを表す U_0 と各ビームウエスト W を決定することができれば、局所密度近似が成り立つ実効的なトランプポテンシャルを決定することができる。具体的にはある基準となる動径位置を r_0 とした場合 r でのポテンシャルとの差が、

$$\begin{aligned} dU(r) &= U(r) - U(r_0) \\ &= U_0 \left(\exp\left(-2\frac{r_0^2}{W^2}\right) - \exp\left(-2\frac{r^2}{W^2}\right) \right) \end{aligned} \quad (5.5)$$

で与えられるため、 r_0 を基準とした時に局所密度近似が成り立つようなポテンシャル差 $dU(r)$ を決定することで、フィッティングから W と U_0 を求めることができる。ここで原子集団の振動から実験的に求めたトランプ周波数を初期値として用いている。その結果、トランプ周波数から求めたトランプポテンシャルと比較してポテンシャルマッピングを用いて求めたポテンシャルは局所密度近似がよく成り立っていることがわかる。ただし

4.3章で触れたように重力ポテンシャルの影響を強く受ける場合トラップポテンシャルの調和性が失われ局所密度近似が崩壊してしまう。したがって本手法では蒸発冷却後のトラップの深さが1900nK程度までのトラップポテンシャルを評価している。

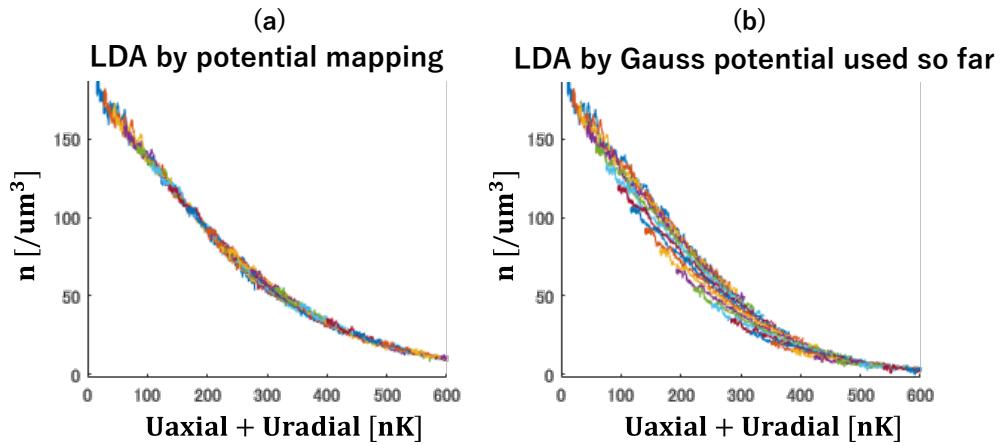


図5.7: ポテンシャルマッピング前後のポテンシャルに対する密度分布. ポテンシャルマッピングを行うことで、トラップの深さが異なる密度分布でも局所密度近似が成り立つポテンシャルの実現が確認できる(図(a)). 一方トラップ周波数から評価したポテンシャルでは局所密度近似が崩壊している様子が見られる.

第 6 章

吸収撮像法

ここまででは本研究で用いる実験装置やスピン制御方法、ポテンシャル形状について説明し、実際に理想フェルミ気体をユニタリーフェルミ気体を準備するまでの実験の流れを説明した。ここではそのセットアップを用いて、実際にトラップした冷却原子気体をイメージングする方法とその理論について説明する。理論ではまず原子が光と相互作用する現象を一般的な二準位原子を用いて説明する。次に散乱された光を測定することで原子の密度分布を評価するまでの流れを、ベールの法則や光学密度についての説明を交えながら行う。

ここでイメージングには吸収撮像法を用いている。この方法では空間にトラップされた原子集団に対して 1 方向から共鳴光を照射し、その吸収率によって変化する透過光を CCD カメラ^{*1} を用いて観測する。イメージングの方法として他にも蛍光イメージングがあるが、⁶Li 原子はその質量の小ささからドップラー効果による影響を低減するために高強度かつ短い照射時間で光を当てる必要がある。したがって長時間光を集める必要のある当手法は本実験には適していない。

6.1 吸収撮像法理論

本節では原子と光の相互作用についての理論を説明する。

6.1.1 Einstein の A 係数 B 係数

光と物質との共鳴的相互作用は光の吸収・放出の基礎でありレーザーを用いた研究分野では基本的な課題となる。ここでは物質を最も簡単なモデルで表した二準位系原子と光の相互作用について考える。多準位原子との相互作用を考慮するべき複雑な現象でも、その基本的な内容は全てこの二準位系原子モデルに含まれている。そこでまず二準位原子と単色光との相互作用の基本的な取り扱いについて説明する。図 6.1 にその概念図を示したので説明とともにそちらについても参照されたい。今 E_1 、 E_2 の二つのエネルギー準位を考

^{*1} Charge-coupled device

え、各準位には縮退度 g_1, g_2 で複数の状態を持つとする。このとき光子吸収による下準位から上準位への遷移と誘導放出による上準位から下準位への遷移を引き起こす。さらにこれらの遷移に対して、外的要因がなくとも原子が下の順位に落ち入射光子と異なるモードに光子を放出する自然放出を導入する。これらの関係を表したレート方程式は以下のように与えられる。

$$\frac{dN_2}{dt} = N_1 B_{12} \rho(\omega_{12}) - N_2 B_{21} \rho(\omega_{12}) - N_2 A_{21} \quad (6.1)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_2}{dt} \quad (6.2)$$

(6.1) 式の右辺は第一項から光子吸収、誘導放出、自然放出を表している。ここで A_{21} は s^{-1} の次元をもち数密度 N_2 をかけることで単位時間・単位体積あたりに放出される光子数を表す。また B_{12}, B_{21} も同様に s^{-1} の次元をもち、単位時間あたりの光吸収・放出の回数を与える。この A_{21} をAINシュタイン A 係数、 B_{12}, B_{21} をAINシュタイン B 係数と呼ぶ。各準位の数密度は $N_1 + N_2 = const.$ であることから (6.2) 式が常に成り立つ。

光を切り、初期状態で上準位の数密度が有限である (エネルギー密度 $\rho(\omega) = 0$ かつ $t = 0$ で $N_2 \neq 0$) とき、このレート方程式 (6.1) は加速度的に減衰していく。このときの A 係数は原子の平均寿命の逆数に相当する。

$$N_2(t) = N_2(0) \exp(-A_{21}t) \quad (6.3)$$

$$\frac{1}{\tau} = \Gamma = A_{21} \quad (6.4)$$

熱平衡状態では励起された原子数の正味変化量はゼロになるため (6.2) 式は両辺ともに 0 になる。ここからさらに A_{12} 係数と B 係数を関係づけることで、光と相互作用する原子をより深く理解することができる。プランクの法則からエネルギー密度は、

$$\rho(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1} \quad (6.5)$$

と表される。また、ボルツマン統計に従うと上準位と下準位の数密度は遷移確率から、

$$\frac{N_2}{g_2} = \frac{N_1}{g_1} \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) \quad (6.6)$$

という関係を持つ。したがって以上の関係式から熱平衡状態のレート方程式は、

$$A_{21}g_2 \left(\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1 \right) + B_{21}g_2 F(\omega) - B_{12}g_1 \exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) F(\omega) = 0 \quad (6.7)$$

$$F(\omega) = \frac{\hbar\omega}{\pi^2 c^3} \quad (6.8)$$

で与えられる。この関係式はどのような熱平衡状態でも成り立つ必要があるため、 $T \rightarrow \infty$ とすると、

$$B_{12} = \frac{g_2}{g_1} B_{21} \quad (6.9)$$

$$A_{21} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} B_{21} \quad (6.10)$$

となる。この関係式からも光の放出レートが入射光によらない項（自然放出）と入射光に比例する項（誘導放出）からなることがわかった。またアインシュタインの A 係数 B 係数は原子の性質であるため、これらの関係はレーザーから広帯域光まであらゆる種類の放射線に対して成り立つ。さらに $g_1 = g_2 = 1$ として (6.1) 式に (6.9) 式を代入すると定常状態において、

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\frac{A_{21}}{B_{21}\rho(\omega)} + 1} < 1 \quad (6.11)$$

が常に成り立つ。つまり定常状態において上準位の数密度が下準位の数密度を上回ることではなく、これは高エネルギー密度 ($\rho(\omega) \rightarrow \infty$) においても $N_1 : N_2 = 1 : 1$ となり覆ることはない。

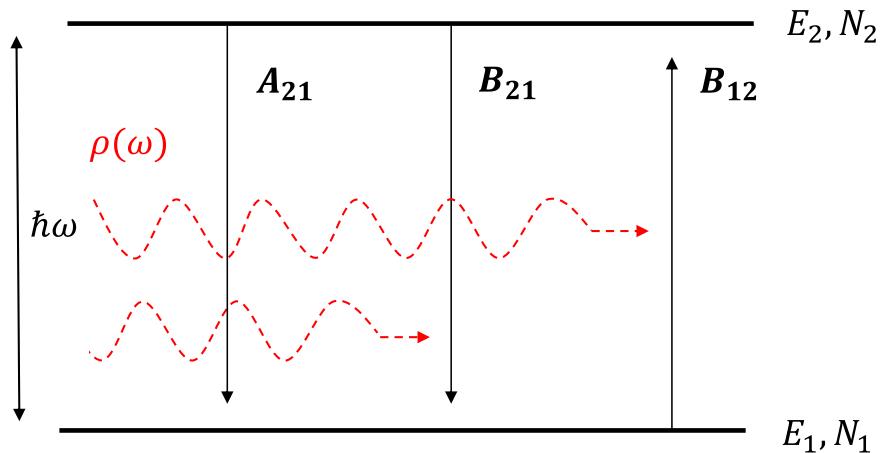


図 6.1: 二準位原子系を用いて原子と光の相互作用を示した概念図。

6.1.2 飽和強度と吸収断面積

本節では Einstein の A 係数 B 係数をもとに散乱レートや飽和強度、吸収断面積について説明する。前節で縮退がない二準位原子の A 係数と B 係数の関係が $A_{12} = \Gamma$ 、 $B_{12} = B_{21}$ で与えられることが分かった。したがって $B\rho(\omega) = R$ とすると平衡状態での上準位と下準位の粒子数比を、

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{R}{R + \Gamma} \quad (6.12)$$

と表すことができる。ここで散乱レート(散乱率)とは、外からみて実質的におきている原子1つあたりの散乱数であるのでそのレート γ は、

$$\gamma = \frac{RN_1 - RN_2}{N_1 + N_2} \quad (6.13)$$

で与えられる。また先程の定義から R は単位時間あたり、単位体積あたりに吸収する光子数であるので、

$$R = \frac{I}{\hbar\omega}\sigma(\omega) = \frac{I}{\hbar\omega}\sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{\Delta^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (6.14)$$

と表すことができる。ここで Δ は共鳴周波数からの離調周波数である。この R を先程の散乱レートへ代入すると、

$$\gamma = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s(\omega)}{1 + I/I_s(\omega) + (2\Delta/\Gamma)^2} \quad (6.15)$$

となる。ここで $I_s(\omega) = \frac{\hbar\omega\Gamma}{2\sigma_0}$ は飽和強度と呼ばれています、共鳴光に対して最大散乱レートの半分の光散乱レートを実現する強度に相当する事がわかる。

最後に吸収断面積について触れる。原子に光を照射する際に励起する原子の個数を見積もうとするとこの吸収断面積が必要になる。原子集団に強度 I で入射した光が距離 dx 間に原子によって吸収され減衰するレートは、

$$\frac{dI}{dx} = -N\sigma(\omega)I \quad (6.16)$$

で与えられる。このときの $\sigma(\omega)$ が吸収断面積であり、数密度 N と合わせて吸収係数を表す物理量である。具体的な吸収断面積 $\sigma(\omega)$ の値はOptical Bloch方程式を解くことで導出することができる。ここではその詳細は割愛するが最終的には、

$$\sigma(\omega) = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (6.17)$$

$$\sigma_0 = 3 \times \frac{\lambda_0^2}{2\pi} \quad (6.18)$$

と表すことができる。ここで $\sigma(\omega_0) = \sigma_0$ である。したがって理論的には吸収断面積は周波数に依存して変化することがわかる。しかし実験では光の偏光純度やドップラー効果などの外的要因によって実際に測定した原子の吸収断面積は理論計算値から小さくなる。本実験ではこのロスを考慮した実効的な吸収断面積を測定することで状態方程式を構築している。以上より実験で使用する吸収断面積は実験的に決定する必要があり、その評価方法などについては8章で詳しく述べる。

6.1.3 ベールの法則

OD は密度分布 $n(x, y, z)$ をイメージ方向に積分しさらに吸収断面積で割った値で定義され、

$$OD = \sigma_0 \int n(x, y, z) dy \quad (6.19)$$

で与えらる。ここで y をイメージ方向とした。さらに共鳴光を原子に照射した時の光強度の減衰量は Beer の法則にしたがって、

$$\begin{aligned} dI &= -n(x, y, z)\sigma(\omega)I(\omega, y)dy \\ &= -n(x, y, z)\sigma_0(\omega)\frac{I}{1 + I/I_{\text{sat}}}dy \end{aligned} \quad (6.20)$$

で与えられる。ここで I_{sat} は飽和強度である。この関係式を (6.19) 式へ適用することで最終的な OD は、

$$OD = -\log\left(\frac{I_{\text{out}}(x, z)}{I_{\text{in}}(x, z)}\right) + \frac{I_{\text{in}}(x, z) - I_{\text{out}}(x, z)}{I_{\text{sat}}} \quad (6.21)$$

で与えられる。つまり OD は原子が光を吸収する度合いを表しており、OD の大きさはトラップ中の原子数 (密度) に相当する。

6.2 原子密度分布の実験的測定方法

トラップされた原子の密度分布は光を原子に当てたときの散乱光を CCD カメラで捉えることで見積もることができる。実際に実験で用いている撮像系の詳細は 9 章にまとめたのでそちらを参照されたい。吸収撮像法を用いて原子の密度分布を測定するためには、CCD カメラで得られる 3 枚の画像データを必要とする。1 枚目はプローブ光を当てることで原子の影が投影された吸収イメージ (以下 $mAtom$)、2 枚目はプローブ光だけを写したイメージ (以下 $mProbe$)、最後にプローブ光を切ることで撮影したバックグラウンドのイメージ (以下 $mDark$) である (図 6.2)。この 3 枚の画像データの撮影を含めたタイムシーケンスは図 6.3 に示した通りである。ここで $mAtom$ に投影された影は厳密には光を吸収した原子が入射光と逆位相の散乱光を放出するため、入射光と位相が打ち消しあってできたものである。この各イメージとイメージング光の入射光・透過光の関係は以下の通りである。

$$\begin{aligned} C_{\text{in}} &= mProbe - mDark \\ C_{\text{out}} &= mAtom - mDark \end{aligned} \quad (6.22)$$

ここで $C_{\text{in}}, C_{\text{out}}$ はそれぞれ光の入射強度・透過強度に相当する CCD カメラの出力カウント数である。この関係は前節で定義した光学密度 (以下 OD:Optical Density) を求めるために重要な要素となる。

(6.21) 式から光学密度 (OD) はイメージング光の入射強度 I_{in} と透過強度 I_{out} の比から求められることが分かるが、実際の実験で得られるのは上述したように原子の感じる強度 I ではなく CCD カメラが output する光のカウント数である。CCD カメラで得られるカウント数は原子の感じる光強度に比例して変化し次の関係で与えられる [23]。

$$C = \frac{IA_{pix}/M^2}{hc/\lambda} \times T \times QE \times G \times t_{probe} \quad (6.23)$$

ここで A はピクセルサイズ、 M は倍率、 T は透過率、 QE は量子効率、 G はゲイン、 t_{probe} はプローブ光の照射時間である。したがって OD の定義式 (6.21) は CCD カメラの出力カウント数を用いて、

$$\begin{aligned} OD &= -\log\left(\frac{I_{out}(x, z)}{I_{in}(x, z)}\right) + \frac{I_{in}(x, z) - I_{out}(x, z)}{I_{sat}} \\ &= -\log\left(\frac{C_{out}(x, z)}{C_{in}(x, z)}\right) + \frac{C_{in}(x, z) - C_{out}(x, z)}{C_{sat}} \end{aligned} \quad (6.24)$$

と改めることができる。ここで C は CCD カメラで出力される光のカウント数であり、カウント数で表された飽和強度 C_{sat} を特に飽和カウントと呼ぶことにする。 I_{sat} と比較して弱い光強度を用いてイメージングした場合は右辺の第二項はほとんど無視することができるが、高強度でイメージを行う際には二項目による補正が必要である。つまり飽和強度 I_{sat} (飽和カウント; C_{sat}) が必要となる。

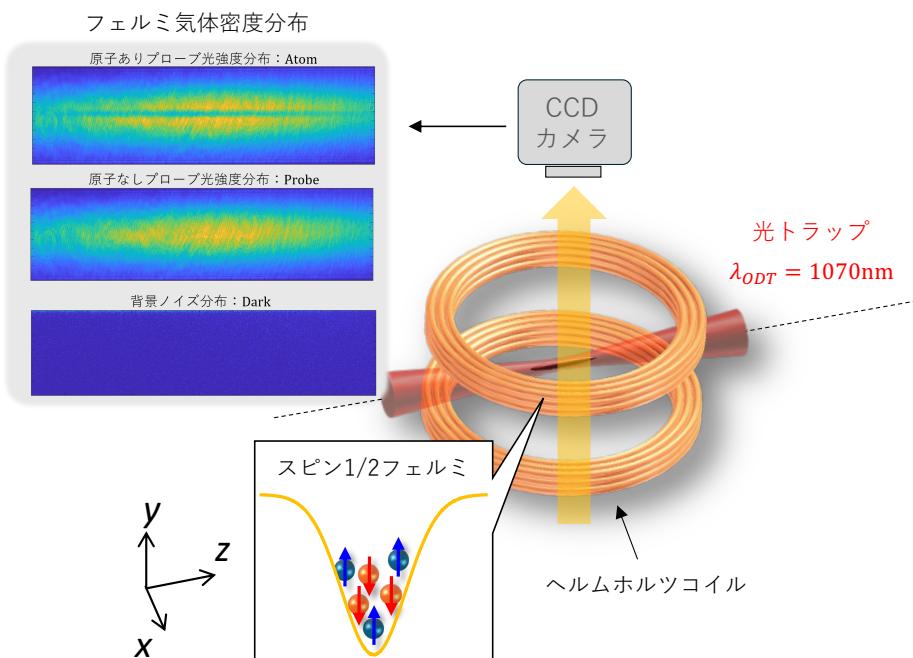


図 6.2: 撮像系の概念図。横からイメージすることで原子集団の運動量分布を、上からイメージすることで状態方程式のための原子密度分布を観測する。

吸収撮像法によって得られた吸収イメージ (OD) は原子が光を吸収し放出した量を表すため、光の吸収量分布と捉えることができる。実験から直接得られるデータはこの OD のみであるが、実際に必要なのは原子の密度分布である。したがってその OD から (6.19) 式を用いることでトラップされている原子分布を評価しなおす必要がある。その変換をまとめてもう一度示す。

$$\begin{aligned} n_{2D}(x, z) &= \frac{1}{\sigma_{\text{abs}}} \times OD \\ &= -\frac{1}{\sigma_{\text{abs}}} \left[\log \left(\frac{C_{\text{out}}(x, z)}{C_{\text{in}}(x, z)} \right) + \frac{C_{\text{in}}(x, z) - C_{\text{out}}(x, z)}{C_{\text{sat}}} \right] \end{aligned} \quad (6.25)$$

ここで $n_{2D}(x, z)$ はイメージ方向 (y) に積分された二次元の原子密度分布 (x, z) である。この密度分布の変換において重要なパラメータは「飽和カウント」と「吸収断面積」である。本来飽和強度 I_{sat} は理論計算によって原子ごとに与えられる物理量であるが、実際に使用するのは (6.24) 式で示したように CCD カメラの出力数に変換された飽和カウントである。また吸収断面積も同様に理論計算で与えられるが、実際の実験では用いる光学系の影響によって原子の光吸収量が減少し、本来の吸収断面積よりも小さい値が観測されてしまう可能性がある。したがってこの二つの解析に用いるパラメータは理論計算値をそのまま用いることができないため、それぞれ実験的に実効的な値を決定する必要がある。そこで以降の章でまず飽和カウントの測定手法について説明し、次いで吸収断面積について述べる。

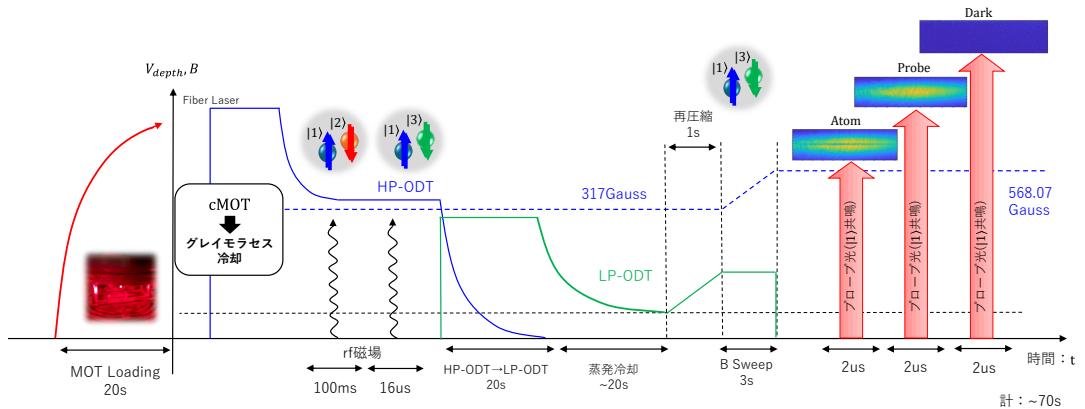


図 6.3: 密度分布を測定するまでの流れを含めたタイムシーケンス。ここでは例として、状態 $|1\rangle - |3\rangle$ 間の理想フェルミ気体である 568.07Gauss に磁場を制御している。

6.3 従来の撮像系

撮像系は実験に合った最適な状態を準備しておくことが好ましい。本節ではこれまで用いていた撮像系について紹介する。現在用いている撮像系については 9 章を参照されたい。

図6.4に従来の撮像系の様子を示した。本実験で行う吸収イメージング(吸収撮像法)のための光源としてMOT光とは別に二つのECDLを用意している。イメージングは垂直方向と水平方向の二方向から行っており、垂直方向からは状態方程式を評価するための密度分布の測定を、水平方向からは超流動の確認など原子集団の運動量分布を観測している。これまでほどちらか一方のイメージのみ可能で、ファイバーを付け替えることでその方向を選択することができた。また真空セル中にトラップした原子をCCDカメラで観測するためには倍率を十分に上げておく必要があり、ここでは倍率が7倍程度であるミツトヨ社の対物レンズを使用していた。その作動距離は~20mm程度である。対物レンズと原子のトラップ地点との間に、3DMOTの光(σ^+ 偏光)を反射させるためのミラー(ワイヤグリッドミラー)と $\lambda/4$ 波長板が入っており、MOT光と比べて位相が $\lambda/2$ 回っているイメージ光(σ^- 偏光)はこの光学素子を透過するようになっている。ただし後の9章で説明するようにこの光学素子の透過によって精密なイメージングを行えていない可能性があったためイメージングの際にはミラーを取り除く機構を導入した。

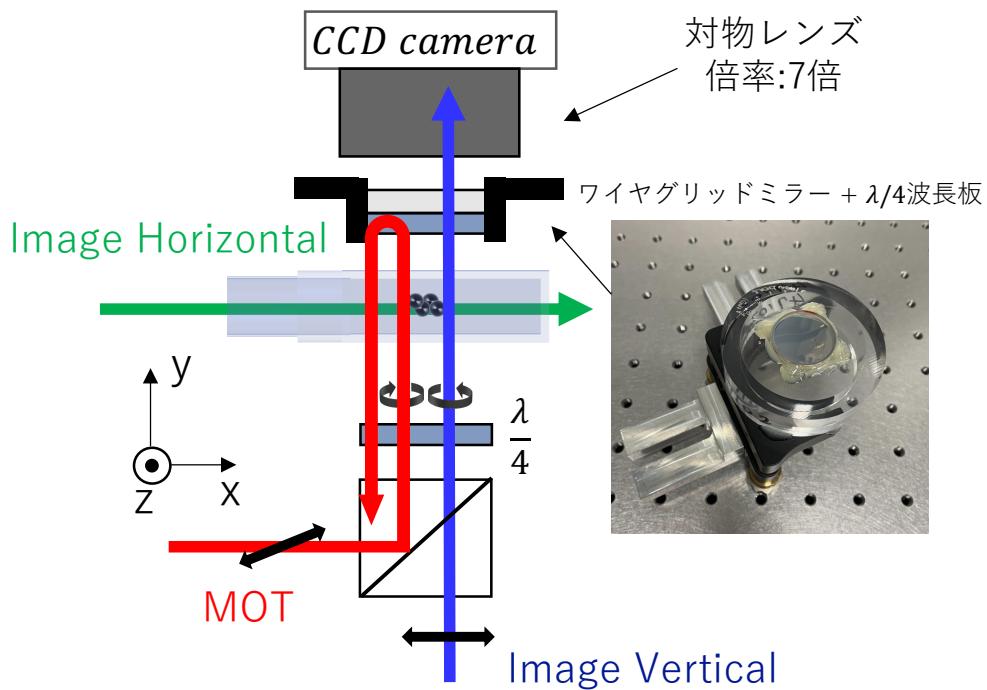


図6.4:これまで用いていた撮像系。上からのイメージ(青矢印)で状態方程式を構築するための密度分布を観測し、横からのイメージ(緑矢印)で運動量分布を観測する。イメージングの際にも3DMOTに必要な $\lambda/4$ 波長板とワイヤグリッドミラーを透過する必要があった。

第7章

飽和強度

吸収撮像法を用いた ${}^6\text{Li}$ 冷却原子気体の吸収イメージングでは露光時間が限られており S/N 比を最大化するためには、高強度のイメージング光を短時間で照射する必要がある。本研究でトラップ内の原子密度分布を観測するためには光強度が飽和強度程度に相当するよう調整し $2\mu\text{s}$ の照射時間でイメージングを行う。ここで OD は Lambert-Beer 則に従って (6.21) 式で与えれることを前章で説明した。したがって OD を計算するためには飽和強度を用いた補正項を無視することができず、その絶対値を予め評価しておく必要がある。ここで前章で説明した通り評価する飽和強度は CCD カメラで出力されるカウント C_{sat} として扱うこととする。

6 章で説明した通り飽和強度は理論的に導出することが可能で、その大きさはレーザー周波数 ω にのみ依存する。しかし実際の実験では外的要因によって飽和強度に不確定性が生じる。したがって原子の感じる実効的な飽和強度は実験的に決定することが好ましい。本章ではその決定方法として従来から用いていた原子数評価による決定手法に加えて、従来の懸念事項を払拭するために今回新たに導入した決定手法について説明する。

7.1 原子数評価による飽和強度の決定

光トラップ中の温度やフェッシュバッハ共鳴による原子間相互作用の大きさなど実験条件は変えずに冷却原子を観測した場合、トラップ中の原子数は誤差の範囲内で一定である。これはイメージ光の強度を変えて観測した場合も同様である。原子数を表す OD が CCD カメラのカウント数 C を用いて (6.24) 式で与えられることから、イメージング光強度 ($C_{\text{in}}, C_{\text{out}}$) を変えながらも OD(原子数) が一定になるような C_{sat} が実効的に正しい飽和強度だと捉えることができる。

7.1.1 評価方法

本手法ではまずイメージング光の強度を低強度から高強度まで変化させて測定した冷却原子の吸収イメージングを用意する。(6.24) 式において光強度に依存する部分 ($C_{\text{in}}, C_{\text{out}}$)

は第1項と第2項の分子部分である。そこでこの光強度に依存する項をそれぞれ変数 \mathbf{A}, \mathbf{B} と置くことで OD を、

$$OD = \mathbf{A} + \frac{\mathbf{B}}{C_{\text{sat}}} \quad (7.1)$$

と改める。イメージ光強度に対して C_{sat} と OD(つまりは原子数) が一定になることを条件とすると、これは C_{sat}^{-1} の一次関数と捉えることができる。したがって飽和強度付近でイメージング光強度を掃引して測定した原子数に対して (7.1) 式によるフィッティングを施すことで、変数 \mathbf{A}, \mathbf{B} を決定し $\mathbf{B} = 1/C_{\text{sat}}$ から飽和カウントを評価することができる。図 7.1 は実際にイメージング光の照射時間を $1\mu\text{s}$ に設定し光強度 $0.5C_{\text{sat}}$ から $5C_{\text{sat}}$ 付近までの範囲内で観測した原子数から飽和カウントを評価した結果である。ここで飽和強度の評価に用いるイメージング光強度の上限値は、CCD カメラのカウント数が飽和しているピクセルがない程度の強度に設定している。一方で下限値は吸収による原子信号が見え始める程度の強度設定である。

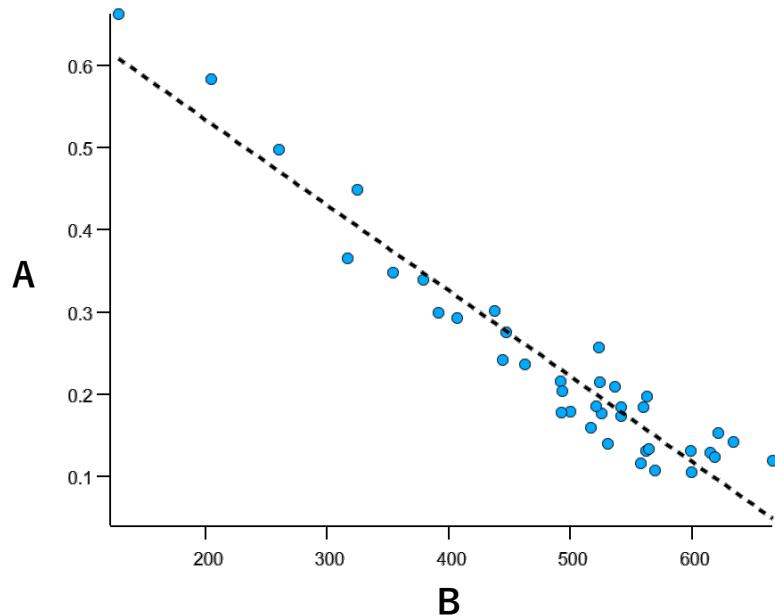


図 7.1: フィッティングにより飽和強度に相当する CCD カメラのカウント数を評価。横軸に \mathbf{B} 、縦軸に \mathbf{A} をとり全原子数が一定であるという前提の下で飽和カウントは傾きの逆数に相当する。(本グラフではイメージング光の照射時間を $1\mu\text{s}$ 、強度が $5C_{\text{sat}}$ 程度でイメージングを行なった結果である。)

また図 7.4 に評価した飽和強度を用いて OD 値を計算した結果を示した。ここから分かるように光強度に対して原子数を一定に更正するには高強度の吸収イメージよりも低強度の吸収イメージの方がより敏感に働くため、本手法を用いた評価方法では低強度での吸収イメージが重要になる。しかし低いイメージ光強度で測定した OD は原子の信号に対するノイズが大きく、その S/N の悪さから積分によって原子数を評価する際に見かけ

上の原子数が大きく変化してしまう。図 7.2 にイメージ光強度に対する吸収イメージの S/N 比を、図 7.3 に光強度の下限値を変えて評価した飽和カウントの結果を示した。今回は S/N の良い $C_{in} \sim 700$ [Count/ μ s] 付近の光強度を下限値として再設定し、その下限値付近で飽和カウントの値が一定になることが確認できた。^{*1}ただし下限値をより高強度 ($C_{in} > 1400$ [Count/ μ s]) に設定するとエラーバーと共にその値が増加しており、飽和強度評価に対して鈍感であることが分かる。したがって今回は S/N の良いデータを下限値として評価した飽和カウント $C_{sat} = 1100(90)$ [Count/ μ s](OD=0.68) を本手法を用いた測定結果とした。この飽和カウントを用いて原子数がプローブ光強度に対して一定になることは確認している(7.5)。

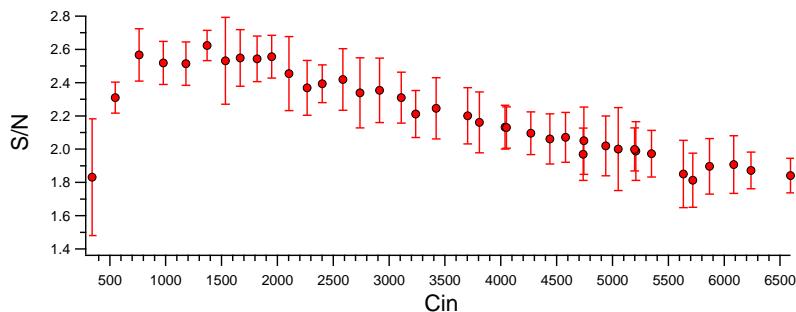


図 7.2: 各イメージング光強度で測定した OD の S/N 比評価. 照射時間 1μ s では S/N の悪い光強度:700 カウントまでの OD を評価から外した. 高強度イメージでも S/N の悪い領域があるが飽和強度評価には鈍感に働くため重要ではない.

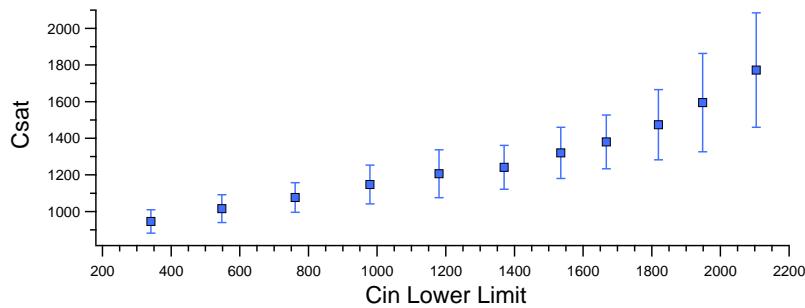


図 7.3: 飽和強度を評価する際に用いる強度範囲の下限値に対する飽和カウント. S/N の良い $C=700$ [Count/ μ s] 以降を下限値に取った場合は飽和カウントの値が収束している. ただしより高強度 ($C \sim 1400$ [Count/ μ s] 以降) を下限値に設定した場合飽和カウント評価結果が悪くなる.

ここまでで従来から用いてきた飽和強度の決定手法について説明した。理論計算ではなくこの手法を用いて実験的に評価することで、実際に原子に要求される実効的な飽和強度を求めてきた。しかしこの手法では実験で得られる OD から直接原子数を評価するため、捕獲原子数の誤差や吸収イメージに生じる干渉フリンジ(ノイズ)を完全に無視すること

^{*1} ここで単位の μ s はプローブ光の照射時間で Count は CCD カメラによって変換された光量を表す。

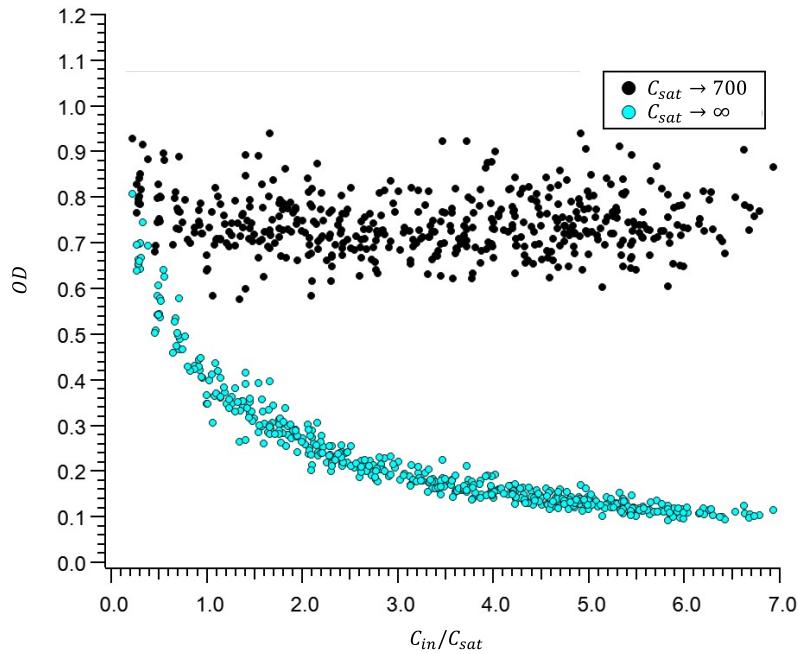


図 7.4: 同じ実験条件の下で原子数は変わらないという前提で測定した飽和カウントを用いて原子数評価. 飽和カウントの測定には原子が写る範囲内の光強度を用いた. (6.21) 式の第一項のみで OD を計算した場合は強度に応じて原子数が加速度的に下がっている. 一方で飽和強度を含む補正項を加えた場合、原子数が ~ 0.7 付近で一定となっている.

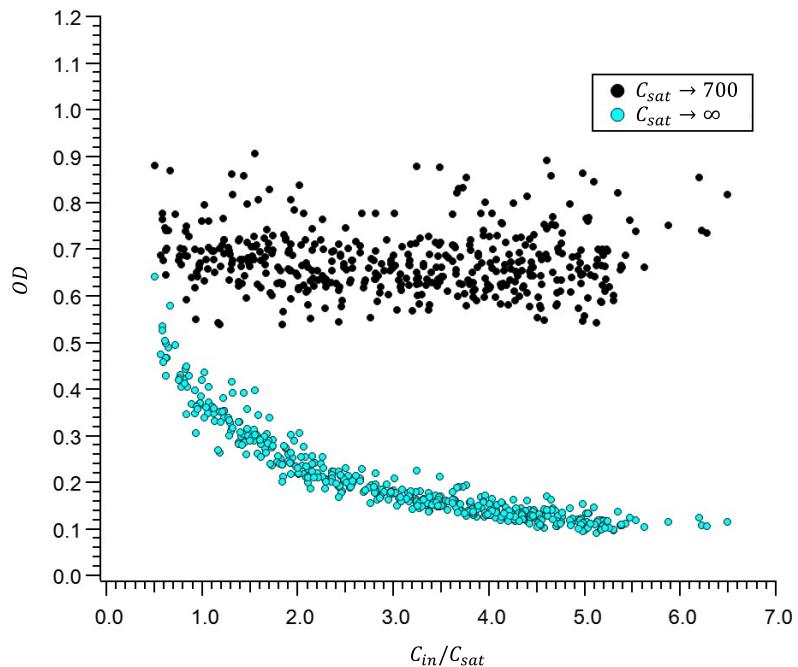


図 7.5: S/N の悪い吸収イメージを評価に加えずに求めた飽和強度で原子数を評価. 今回は照射時間 $1\mu\text{s}$ で $C_{\text{in}} \sim 700[\text{Count}/\mu\text{s}]$ 以降のデータを用いて飽和強度を再評価し、結果 $C_{\text{sat}} = 1100(80)[\text{Count}/\mu\text{s}]$ で OD が 0.68 であった.

ができない。したがって実際の光トラップ中の原子数と異なる原子数に収束するように飽和強度を決定してしまっている可能性があった。またどのくらいのイメージ光強度がS/N比の悪い吸収イメージであるのかを決定する基準が曖昧であり、評価した飽和強度が不安定なことも懸念事項であった。

7.2 反跳運動量による飽和強度の決定

本節で説明する飽和強度の評価手法では、これまでのような原子数を一定にする作業や正確な光強度の測定を行う必要がない[23]。ただ原子が吸収する光子数を評価することで飽和強度を決定する。その原理について簡単に説明する。6章でも述べたように共鳴光に対する単位時間あたりの原子が光を散乱する回数は散乱レート $\gamma(s)$ として確率的に与えられる。

$$\gamma(s) = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \quad (7.2)$$

ここで $s = \frac{I}{I_{\text{sat}}} = \frac{C}{C_{\text{sat}}}$ でありここではこの値を s パラメータと呼ぶこととする。飽和強度程度の光強度 ($s = 1$) では (7.2) 式は、

$$\gamma(1) \simeq \frac{\Gamma}{2} \frac{1}{2} \quad (7.3)$$

となり、飽和強度 I_{sat} は散乱レート γ の最大値の半分になるときの光強度に相当することが分かる。したがって原子が吸収する平均光子数を様々な光強度で測定し、(7.3) 式を用いたフィッティングによって飽和強度 I_{sat} を求めることができる。

本節ではまず原子が吸収する平均光子数を実験的に測定するための方法とそのための撮像系セットアップについて説明する。次に本手法では数 μs の照射時間で原子に光を当て続けるため、ドップラー効果による影響について述べる。最後に原子の吸収する平均光子数から飽和カウントを評価した結果についてまとめる。

7.2.1 評価方法

原子が吸収する平均光子の数を測定する実験方法について説明を行う。本手法では上からの吸収イメージングと横からの吸収イメージングをほぼ同時に行う必要がある。したがって本撮像系のように両方向からイメージングを行うことが可能な撮像系を準備する必要がある。本手法で用いる撮像系と実験の流れについては図 7.6, 7.7 にまとめたので、次の説明と共に参照されたい。

1. これまでと同様に 100nK 程度まで冷却した状態 $|1\rangle$ と状態 $|2\rangle$ の冷却原子気体を光トラップ中に用意する。後に説明するが冷却後にスピン制御を行うことでトラップ中の原子が 1 成分 (状態 $|1\rangle$) だけになるように調整している。

2. 光トラップを切り、下から原子 (状態 $|1\rangle$) に対する共鳴光 (156.03MHz) を当てる。
3. 任意の時間原子をライトさせ、最後に横からイメージング光を当てることで原子集団の重心移動量を観測する。重心位置は吸収イメージをガウシアンフィットすることで求めており、異なる 2 点の TOF 時間における重心位置の差を評価する。図ではパルス時間 $1\mu\text{s}$ で $s \sim 1$ 付近の光を照射し、TOF 時間が $20\mu\text{s}$ と $80\mu\text{s}$ の吸収イメージのフィッティングを行っている。
4. 移動量 y とライト時間の差 Δt_{TOF} から原子の平均速度を求める能够なため、リコイル速度 v_r で割ることで原子が吸収した平均光子数 N_{AP} を求めることができる。リコイル速度とは 1 光子から原子が獲得する速度量であり $v_r = \frac{\hbar k}{m_{\text{Li}}}$ で与えられる。

$$N_{\text{AP}} = \frac{v}{v_r} = \frac{m_{\text{Li}}}{\hbar k} \frac{y}{t_{\text{TOF}}} \quad (7.4)$$

5. 以上の実験を光強度の大きさを変えながら繰り返し行い、散乱レートに従う (7.5) 式でフィッティングを行うことで飽和強度を評価する。上述したように原子の感じる強度は CCD カメラの出力カウントで置き換えることが可能であるため、(7.5) 式も強度 I を CCD カメラのカウント数 C で置き換えている。

$$y = y_0 + \eta \frac{\Gamma}{2} \frac{C_{\text{in}}/C_{\text{sat}}}{1 + C_{\text{in}}/C_{\text{sat}}} \quad (7.5)$$

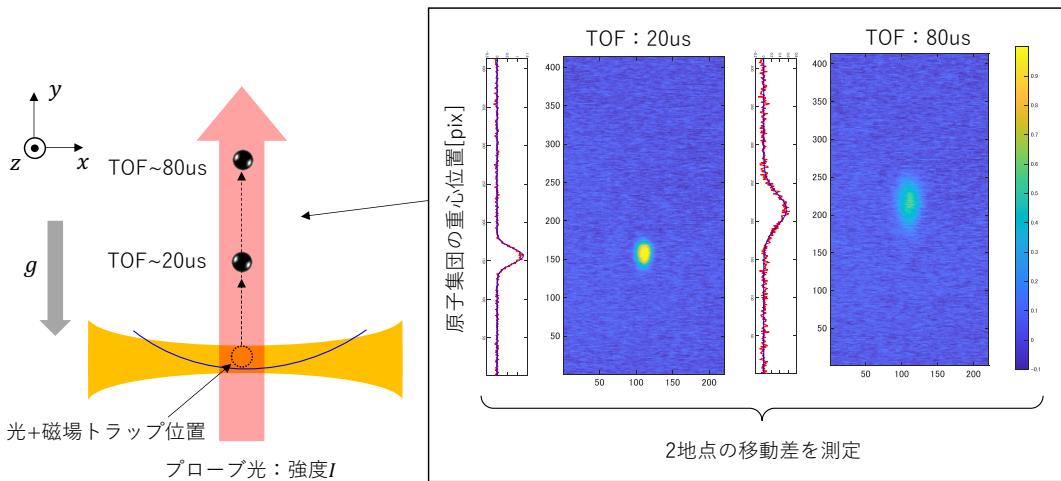


図 7.6: 原子の移動量を測定する概念図と実際にライトした様子を写した OD. 光トラップから解放した直後に下から状態 $|1\rangle$ に対する共鳴光を当てることで原子を上に飛ばす。光を照射後は原子集団は等速運動するため、2 地点のライトした時間 (TOF 時間) とその距離差から原子の速度を測定する。

ここで、 y_0 はオフセット、 C_{in} は入射強度に相当する CCD カメラのカウント数、 C_{sat} は飽和カウントである。また η は次元を変換するためのパラメータで、今回は吸収した光子数 [個] への変換係数に相当する。つまり 7.5 式の y は吸収した光子数の次元を持つ。

実際の実験では原子の冷却から撮像までを ~60 秒かけて連続で行う。そのタイムシーケンスを図 7.8 にまとめた。横からのイメージングは 3 倍の倍率で行っているが質量の小さい ${}^6\text{Li}$ 原子では短い照射時間かつ低い光強度でもその移動量は十分に観測できる。また本手法では単に OD から原子の重心位置を評価するため倍率やピクセルサイズなど撮像系の詳細について厳密に知っておく必要はない。

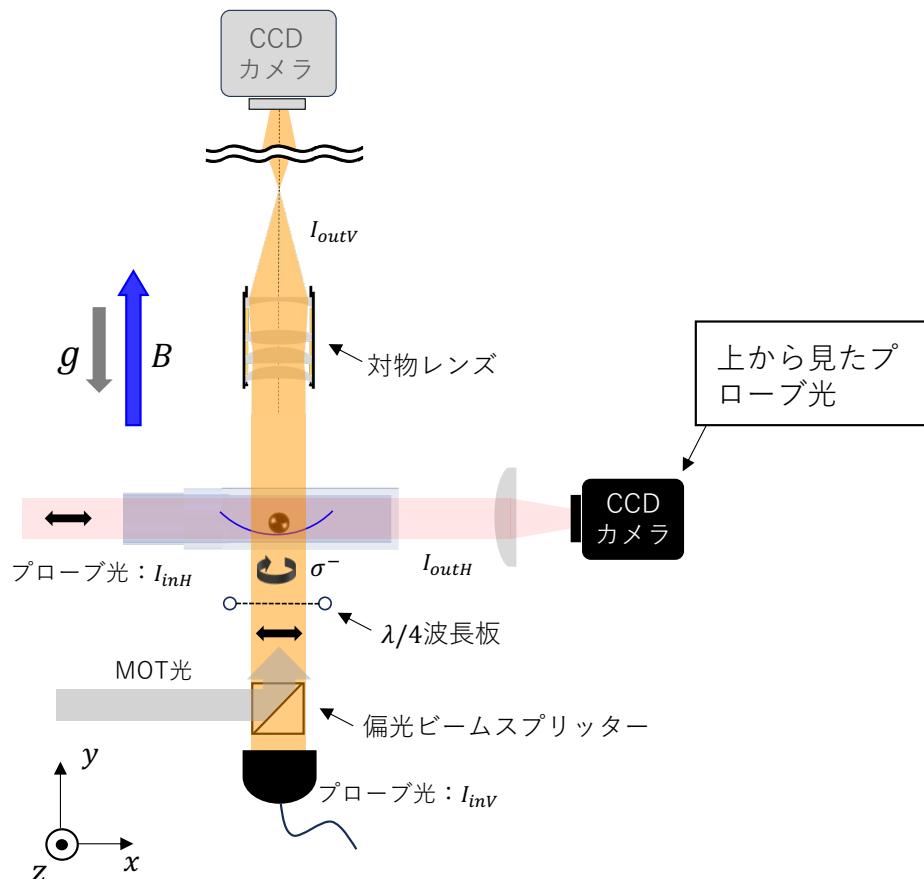


図 7.7: 原子の吸収する平均光子数から飽和強度を測定する実験の全体像。実験では横から原子の移動量を測定し、上からは原子にプローブ光が当たっている様子やプローブ光強度の確認を行う。プローブ光は PBS を透過後さらに $\lambda/4$ 波長板を通過することで σ^- 偏光となり原子に $|m_J = -\frac{1}{2}, m_I = +1\rangle \rightarrow |m_J = -\frac{3}{2}, m_I = +1\rangle$ の共鳴遷移を引き起こす。

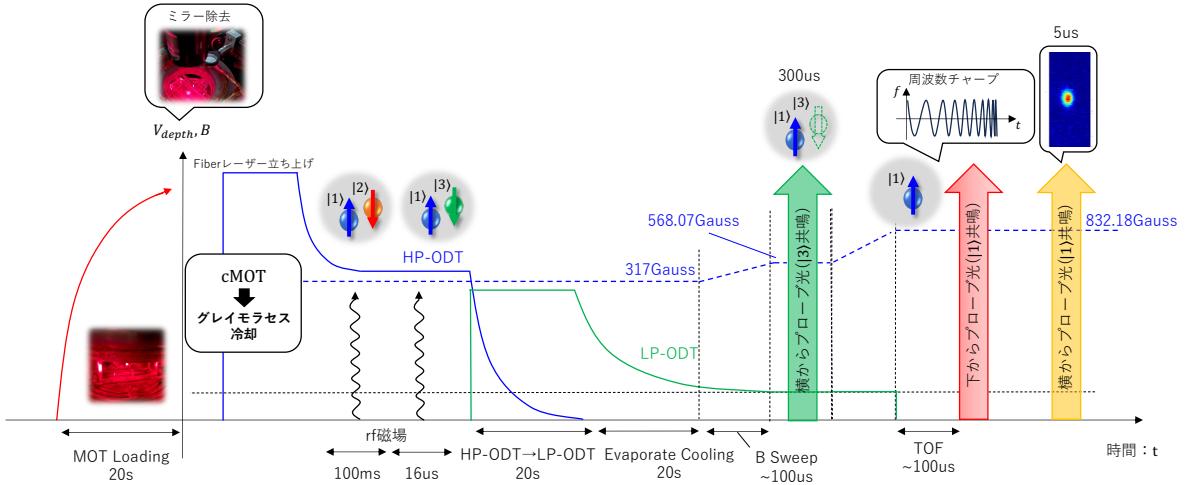


図 7.8: 実験の流れを示したタイムシケンス.

7.2.2 ドップラー効果

原子が光から獲得する反跳運動量を観測するために $1\sim5\mu\text{s}$ 程度の照射時間で光を当て続ける。その間原子の速度が吸収光子数に応じて増加していくため、原子の感じるレーザー周波数が実際に入射している周波数からその速度に比例してシフトする。この速度に応じた周波数シフトのことをドップラー効果と呼ぶ。このドップラー効果による原子の感じる周波数変化は、イメージング光の入射方向を正とすると

$$f = f_0 - \frac{v}{\lambda} \quad (7.6)$$

で与えられる。ここで f は原子が実際に感じる周波数、 f_0 は静止している原子に対する共鳴周波数、 λ は波長、 v が原子速度である。 ${}^6\text{Li}$ は他のアルカリ原子と比較して質量が小さく光子吸収によるリコイル速度が $v_r = \hbar k/m = 0.1\text{m/s}$ で与えられるため、周波数にして 0.15MHz 分だけのシフトが生じる。線幅 $\Gamma = 2\pi \times 5.87\text{MHz}$ と比較すると 60 光子の吸収で線幅分の周波数シフトが起こるため、照射時間 $2\mu\text{s}$ の強度 $10I_{\text{sat}}$ 程度で 10^2 オーダーの光子を吸収する本実験ではこの影響は無視することができない。

また熱平衡状態で真空中を運動する原子の速度は一定ではなく分布している。古典的にはこの速度分布はマクスウェル・ボルツマン分布で与えられ、

$$F(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{m}{2k_B T} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \right] dv_x dv_y dv_z \quad (7.7)$$

で表される。イメージ方向を y 軸としてこれを x, z 方向について積分すると、

$$F(v_y) dv_y = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} \exp \left[-\frac{mv_y^2}{2k_B T} \right] dv_y \quad (7.8)$$

となる。さらにドップラー効果による周波数シフト 7.6 を代入すると速度分布による周波数が、

$$F(f_y)df_y = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T \lambda^2}} \exp\left[-\frac{m(f - f_0)^2}{2k_B T \lambda}\right] df_y \quad (7.9)$$

で与えられる分布を持ちその幅は温度 T に依存することがわかる。 ${}^6\text{Li}$ では温度 $100\mu\text{K}$ の半値幅が 400kHz , $10\mu\text{K}$ で 40kHz となるが線幅 Γ に対しては十分に小さく、 100nK まで冷却させる本実験系ではこの速度分布による影響は無視して考えている。

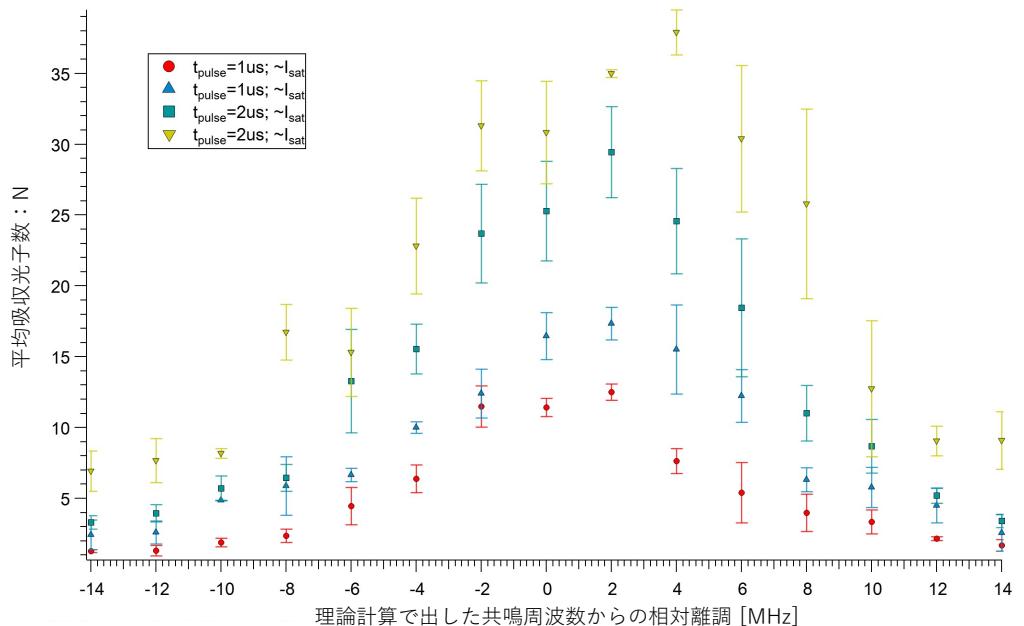


図 7.9: レーザー周波数に対する原子の吸収した平均光子数. ドップラー効果の影響によって周波数に離調をつけた方が全体として吸収した光子の数が多いことが確認できる.

ドップラー冷却ではドップラー効果による輻射圧を利用して原子を冷却させることができが、原子の感じる周波数が変わるとその変化量に応じて共鳴吸収が起きにくくなるためイメージングに対してはデメリットとなる。図 7.9 に入射光の周波数に対する光子の平均吸収数を示した。横軸は状態 $|1\rangle$ 原子における共鳴周波数 (156.03MHz) からの離長周波数 (MHz) である。この結果から、実際に静止した原子の共鳴周波数で光を当て続けるよりも正に離調した周波数を当て続ける方がより光子を吸収し続けていることがわかる。例えば照射時間が $2\mu\text{s}$ 程度でも高強度の光 ($I \sim 2I_{\text{sat}}$) を用いて吸収光子数を評価する場合、共鳴周波数から $+4\text{MHz}$ 離調をつけて光を当てた方が実効的には最も光子を吸収する。これは (7.6) 式にも現れているようにドップラー効果の影響によって原子の感じる周波数が速度に応じて小さくなるため、予め入射周波数を正に離調していればより効率的に光子を吸収するからである。また周波数の離調の大きさが小さい (共鳴付近) 場合ドッ

ドップラー効果が影響する前は共鳴し続けるため離調の大きい領域と比較して吸収量が多く、その結果スペクトルの分布は非調和な形状になる。

光の照射時間が短ければドップラー効果の影響を抑えることができるが高強度ではその効果を無視することができない。その結果、高強度領域で本来吸収するはずだった光子数が減少するため見かけ上散乱レートの最大値が下がったような振る舞いが観測されてしまう。^{*2}言い換えれば最大散乱レートの半分のレートを示すときの光強度が飽和強度に相当するため、結果的に飽和カウントが小さくなったように測定されてしまう。この振る舞いは照射時間を伸ばすほど顕著になり、図 7.10 に横軸を光の照射時間、縦軸を $1\mu\text{s}$ あたりの飽和カウントとしてグラフに示した。照射する時間を伸ばすほど飽和カウントの値が小さくなっている様子が確認できる。

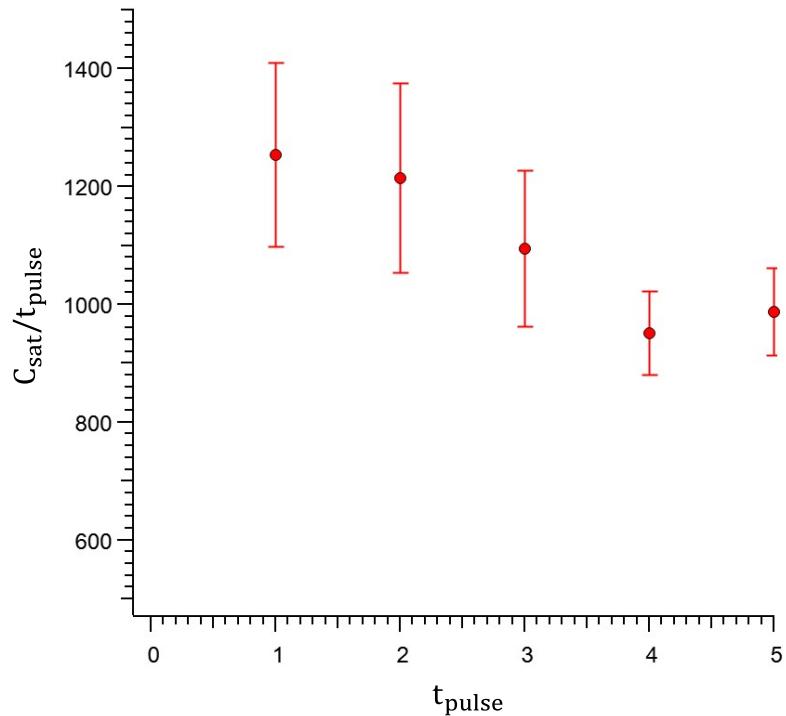


図 7.10: 光の照射時間と飽和カウントの関係。横軸はプローブ光の照射時間 (μs)、縦軸は $1\mu\text{s}$ あたりの飽和カウントを表す。ここで CCD カメラで出力されるカウント数は光の照射時間に比例して大きくなるため $1\mu\text{s}$ あたりの飽和カウント数としており、同じ実験条件下でこの値は一定なはずである。

ドップラー効果についてまとめた。低い光強度で評価した飽和カウントであればドップラー効果による吸収光子数への影響も少ないため、より実際の飽和カウントに近い値だと見える。ただし飽和カウントをより精度良く決定するためにはドップラー効果の影響が少ない低強度領域だけでなく、高強度領域のデータが必要である。また $\sim 3\mu\text{s}$ 程度以上の長

^{*2} これは後から説明する図 7.14 を見ると明らかである。

い照射時間で光を当て続ける場合、低強度 ($I \sim 0.1I_{\text{sat}}$) 領域の光でもドップラー効果による周波数シフトが無視できなくなる。そこでより正確に飽和カウントを評価するためには、ドップラー効果による速度変化に応じて周波数を変化させる(周波数チャープ)必要がある。具体的なチャープ手法に関しては9章に詳しく記載したため、そちらを参照されたい。

7.2.3 チャープレートの決定方法

光子吸収による速度変化量は照射時間に比例して増加するため、光のパルス時間に対してはチャープレートは常に一定である。しかし光強度の大きさに対しては散乱レートに応じて光吸収による速度変化量が変わり得るため、各光強度に対してチャープレートを決定しておく必要がある。またチャープの開始時刻より光の出力が少し遅れてやってくることから、開始周波数は共鳴周波数よりも予め負に離調しておく必要がある。そこで開始周波数とチャープレートの両方を掃引しながら平均吸収光子数を評価し、最も吸収量の多かった開始周波数とチャープレートのペアを実効的な実験パラメータとして採用した。図7.11は光の照射時間を9 μs 、光強度がCCDカメラのカウント数にして $C_{\text{in}} \sim 5C_{\text{sat}}$ の時の評価結果である。縦軸にチャープレート [MHz/ μs]、横軸に開始周波数 [MHz] をとっており、カラーバーで示す値が吸収した光子数である。この場合はチャープレートが2.4[MHz/ μs]、開始周波数が共鳴周波数から負に5[MHz]離調した値を実効的な共鳴周波数とした。

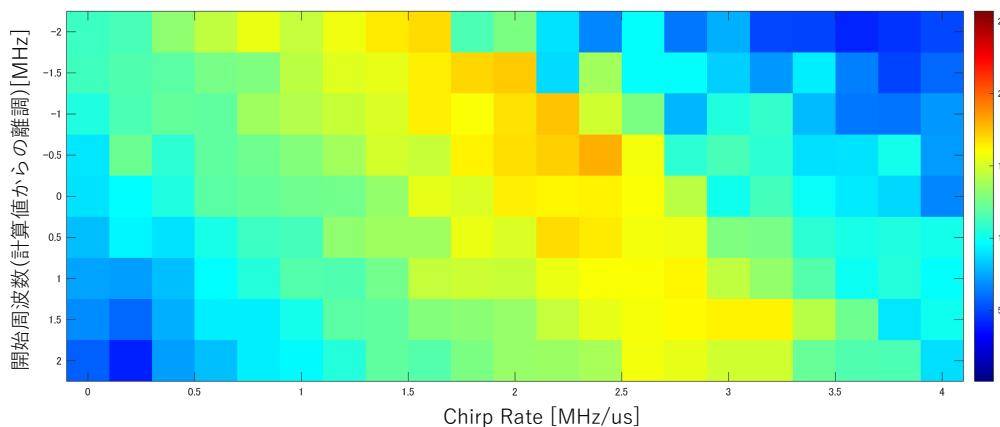


図7.11: 開始周波数とチャープレートを掃引したときの吸収光子数を示した様子。周波数は理論計算で与えられる状態 $|1\rangle$ の共鳴周波数 156.1MHz を基準にして前後 2MHz の周波数領域を探査した。一方でチャープレートは0~4[MHz/ μs]の間で探査し、最も良く原子が光子を吸収するときの値を測定した。そのときの吸収光子数はカラーバーで示した値である。このグラフでは光の照射時間 9 μs かつ $\sim 10I_{\text{sat}}$ 程度の強度で、開始周波数の離調-0.5MHz、チャープレート 2.4[MHz/ μs] を実効的に共鳴を保ち続ける実験パラメータとした。

また繰り返すようだが周波数チャープは光子から受ける速度による周波数変化を打ち消

すように働く。したがってそのチャープレートは散乱レートにしたがって変化し得るため(7.2)式を用いて補完関数を構築することで、各強度に対するチャープレートを決定した(図7.12)。

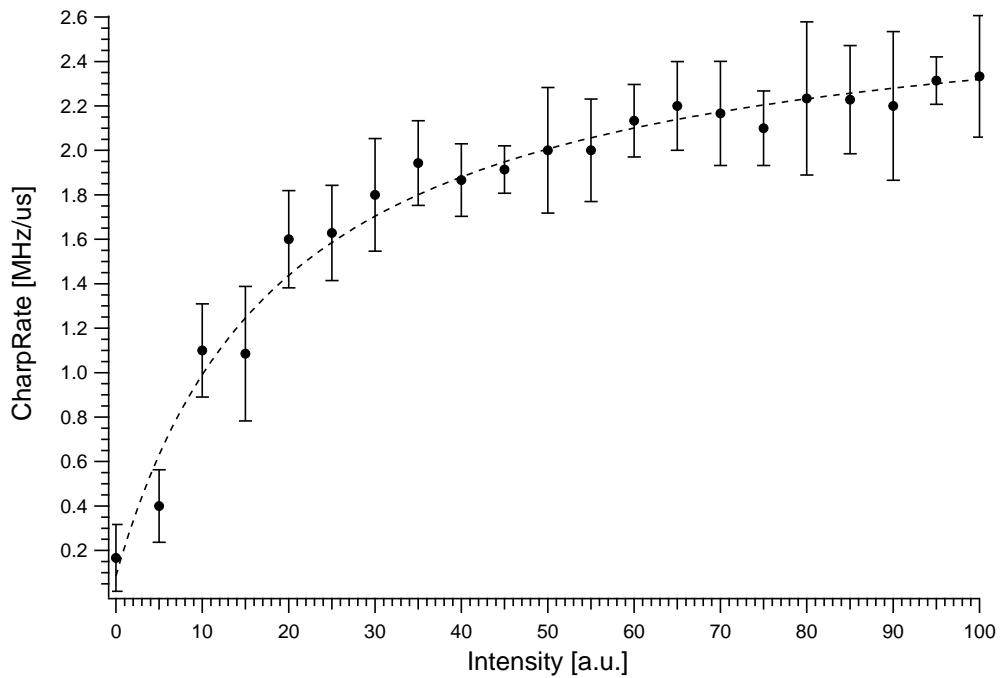


図7.12: 各光強度に対するチャープレートを示したグラフ。チャープは光子を吸収することで得られる速度を打ち消すように働くので、散乱レート(7.2)と同様の形でフィットをかけることができる。

またチャープ導入後に周波数スペクトルを評価したところ、光強度の大きさに依らず開始周波数で最大値を持つスペクトルが観測された。したがってチャープ導入前の周波数スペクトルと比較するとドップラー効果による速度変化に対応して線形周波数チャープが実現できていることが確認できる(7.13)。

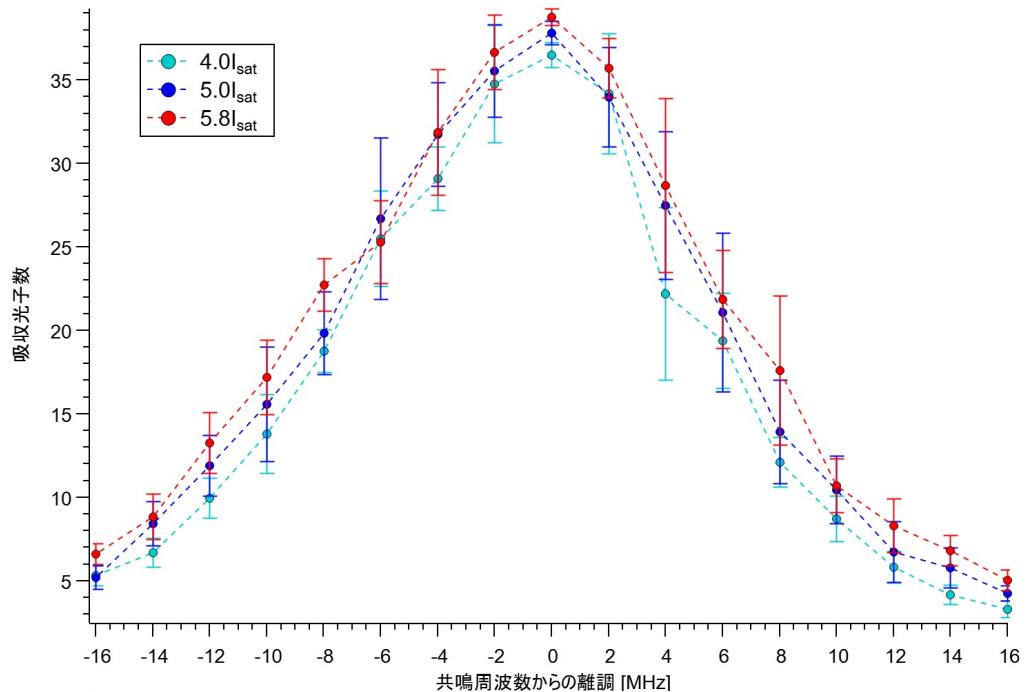


図 7.13: 周波数チャープを導入して測定したスペクトル.

7.3 飽和強度の測定結果

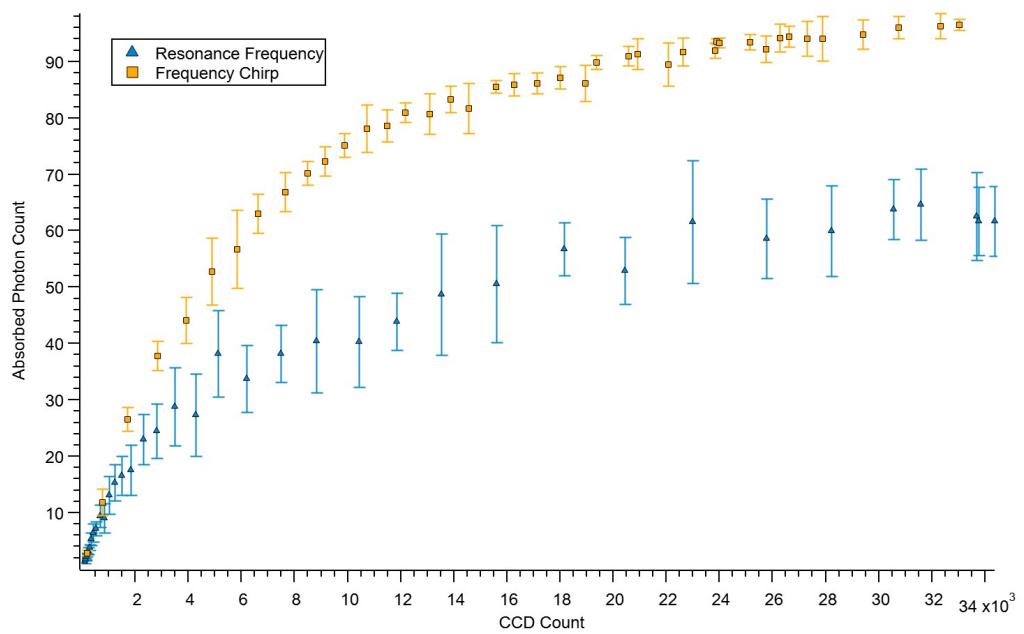


図 7.14: 光強度に相当する CCD カメラの出力カウントに対する吸収光子数の測定結果を示したグラフ. 周波数チャープを導入することで導入前と比較して共鳴を保ち続けていることが確認できた.

図7.14で実際に原子が獲得する反跳運動量から飽和カウントを評価した様子を示した。周波数一定でプローブ光を当て続けたときの吸収光子数と比較して、周波数チャープを実行することにより多くの光子を吸収していることが確認できる。またエラーバーの大きさもチャープすることで小さくなり、結果的に評価できる飽和カウントのエラーバーを抑えることができた。これはトラップ内の原子集団全体に対して共鳴吸収を保ち続ける原子数が増加したことが要因であると考えられる。

図7.18に光強度に対する吸収した光子の数をプロットしたグラフを示した。横軸はプローブ光の強度に相当するCCDカメラの出力数を示しており、プローブ光の照射時間を色ごとに分けて示した。照射時間に比例してCCDカメラの出力カウント数が増加するので、同じレーザーパワーでも出力時間が長い方が高いカウント数が出力される。この実験データを散乱レートに従う式でフィットすることで飽和カウントを決定した。各照射時間に対する飽和カウントの結果は表??に示した通りである。また図7.16では先ほど同様に横軸を照射時間、縦軸を各照射時間で評価した飽和カウントをその照射時間で割った値を示した。チャープ前の実験結果と比較すると照射時間に対する飽和カウントの値が一定を保っており、ドップラー効果による影響が低減できていることがわかる。ここで実験では光子吸収による速度変化だけでなく実際には重力によって反跳運動量と逆方向の速度変化を受けるが、後から説明するようにその影響は限りなく小さい。したがって理想的にはオフセットは0で固定しても大きくは影響しない。ただし実際にオフセットを固定した場合としない場合とではフィッティング結果が僅かに変わるために、今回の飽和カウントの結果はこの差をエラーバーとして、 $1\mu\text{s}$ あたりの飽和カウントとして $1120 \pm 20 [\text{Count}/\mu\text{s}]$ を用いることとした。

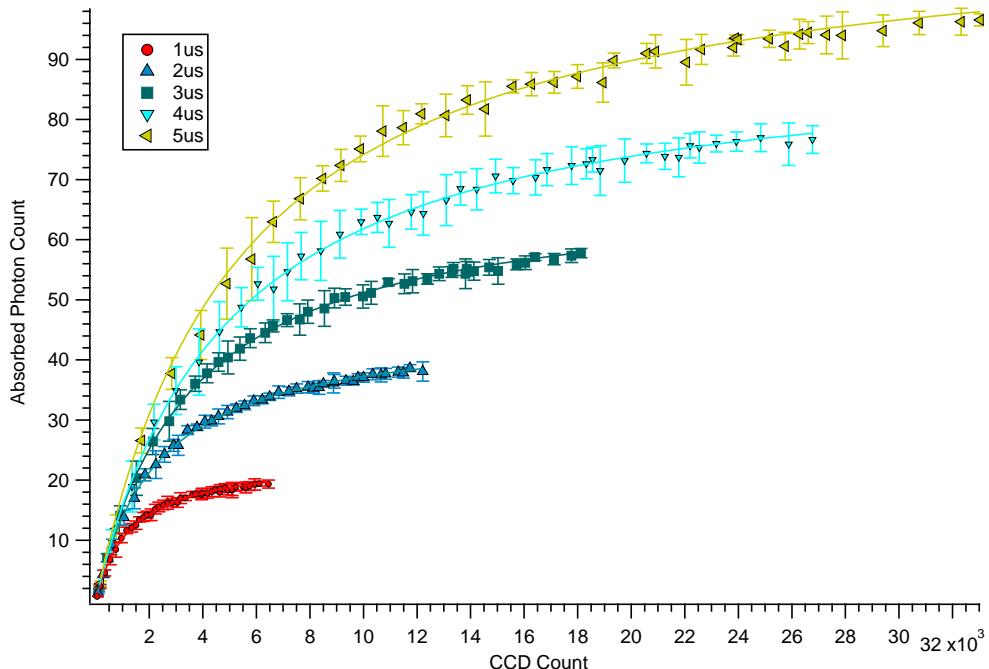


図7.15: 飽和カウントを評価している様子。色ごとに光の照射時間を示している。

| 飽和カウントのフィッティング結果 | | |
|------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| プローブ光照射時間 | 飽和カウント (オフセットなし)[Count/ μ s] | 飽和カウント (オフセットあり)[Count/ μ s] |
| 1 μ s | 1230(30) | 1160(40) |
| 2 μ s | 2260(70) | 2190(80) |
| 3 μ s | 3430(120) | 3340(120) |
| 4 μ s | 4840(330) | 4550(340) |
| 5 μ s | 5350(240) | 5070(240) |

表 7.1: 本実験で評価した飽和カウントのまとめ。

また求めた飽和カウントを用いて従来の手法同様に各プローブ光強度に対する原子数評価を行った。S/N の良い $I \gtrsim 0.5I_{\text{sat}}$ の光強度を用いた吸収イメージで評価した原子数は一定の値となった。したがって本手法を用いて評価した飽和カウントでも原子数が変わらないという前提とも矛盾していないことが確認できた。

全体にオフセットをつけて最適化しているが実際にはその影響は光子吸収に比べ非常に小さい。実際に本実験では異なる TOF 時間の原子の重心差から速度を計算しているため重力の影響がその時間差の分だけ生じ、その結果光から受ける運動量と逆方向に力を受ける。光強度が弱く短いパルス時間で光を当てるほど重力の影響は大きくなるが、 $s = 0.1$ で照射時間 1 μ s の光を当て続けた場合 TOF 時間 100 μ s で重力による重心移動量への影響は 1% 程度である。したがって 60 μ s~80 μ s 程度の TOF 時間で実験を行っている本実験では、重力による影響は重心移動量にほとんど効かない。しかし光子吸収による力以外にも外的要因が働いていることは確かである。そこで、オフセットをつけて評価した飽和カウントとオフセットを 0 に固定して評価した飽和カウントの平均値を本手法を用いた飽和カウントとしている。

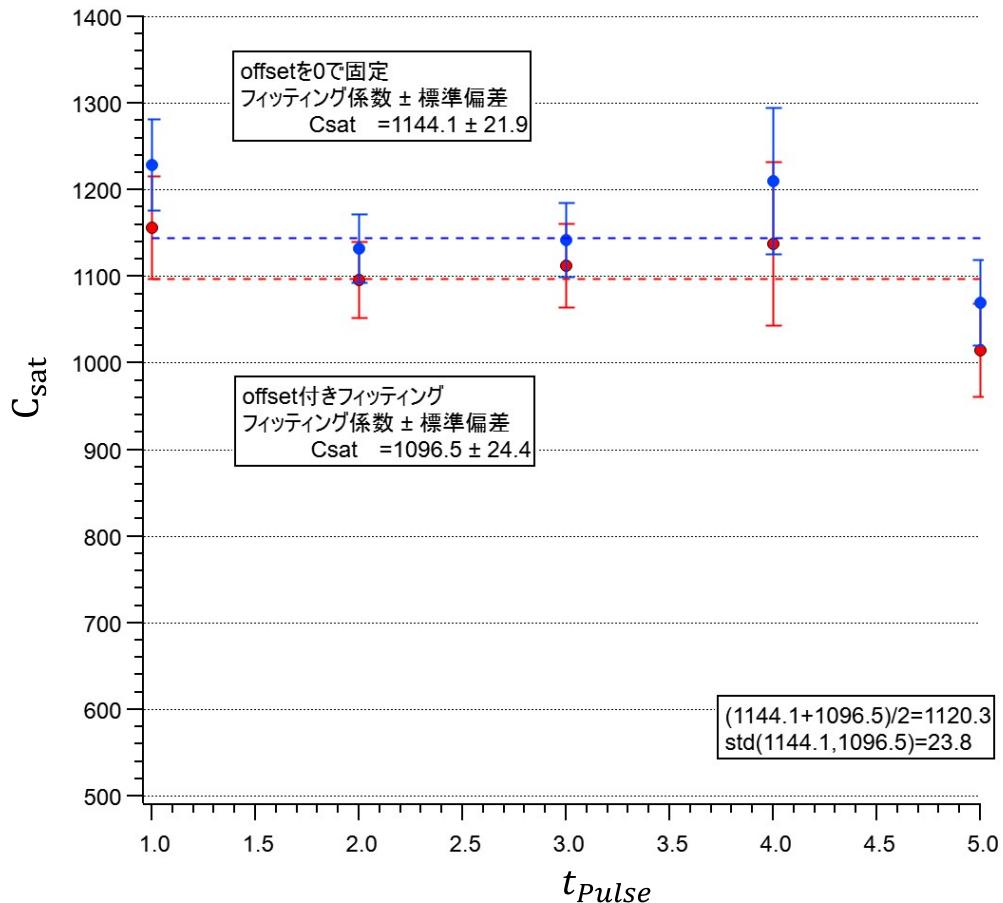


図 7.16: 光の照射時間 (μs) に対する飽和カウントの測定結果. 周波数チャーブ導入前の結果と比較して一定の値を保ち続けている様子がわかる. このフィッティングではオフセットの有無で結果が変わり得るため、その違いをエラーバーとして 1120(24) を本実験系における飽和カウントとした.

7.4 数値シミュレーション

今回新たに原子が獲得する平均吸収光子数を評価することで飽和カウントを評価した。この平均吸収光子数は、原子に当てる光の条件とトラップ中の原子密度が与えられていれば理論的に計算することができる。実際の実験系ではユニタリー領域 ($\frac{1}{k_{\text{F}}a} = 0$) の磁場 (832.18Gauss) を与えているが、トラップ中には 1 成分のみ用意してあるためフェルミ粒子間の相互作用はない。したがって計算には相互作用のないフェルミ粒子状態方程式の解析解を用いることができる。具体的には温度 T と化学ポテンシャル μ 、そしてポテンシャル U を与えることでトラップ中の局所密度が導き出せる (式 7.10)。さらに得られた密度分布をイメージ方向へ積分することで実験的に得られる OD を見積もることができる。

$$n(x, y, z) = -\frac{1}{\lambda_T^3} \text{PolyLog}_{3/2}(e^{\frac{\mu}{k_B T}}) \quad (7.10)$$

$$OD = \sigma_{\text{abs}} \int n(x, y, z) dy$$

ここで、 $\text{PolyLog}_n(X)$ は n 次の PolyLog 関数である。

理論的に飽和強度は原子に与える周波数に依存するが数 GHz の状態遷移に対して数 MHz 程度の変化はほとんど影響しない。したがって理想気体の状態方程式を用いることで、本実験の状態とほとんど変わらない評価を行うことができる。

7.4.1 計算方法

原子の厚みに対して入射強度は Beer の法則に従って減衰していくため、各原子が獲得する強度を計算する必要がある。

$$dI = -\kappa(\omega)Idy \quad (7.11)$$

ここで $\kappa(\omega)$ は吸収係数である。この吸収係数は、

$$\kappa = n\sigma(\omega) \frac{1}{(2\Delta\omega/\Gamma)^2 + 1 + (I/I_{\text{sat}}(\omega))} \quad (7.12)$$

で与えられるため (7.11) 式は、

$$d\left(\frac{I}{I_{\text{sat}}}\right) = -n\sigma \frac{I/I_{\text{sat}}}{(2\Delta\omega/\Gamma)^2 + 1 + (I/I_{\text{sat}}(\omega))} dy \quad (7.13)$$

で与えられる。以下 $s = I/I_{\text{sat}}$ とする。この関係から原子密度の高い領域を光が通るほど透過後の強度が減衰することがわかる。実際にトラップ中の原子はイメージ方向に $100\mu\text{m}$ 程度の厚みを持つため、原子集団の奥側と手前側で伝わる光強度の大きさが異なる。各原子の感じる光強度は減衰量を ds とすると $s + ds$ で与えられる。

光強度が分かると、次に単位時間 dt あたりに吸収した光子から得る速度変化量 dv を求めることができる。

$$dv = \gamma(s)dt \times v_r$$

$$= \frac{\Gamma v_r}{2} \frac{s}{1 + s + (2\Delta\omega/\Gamma)^2} \quad (7.14)$$

光の照射時間を t_{pulse} として $t = 0 \sim t_{\text{pulse}}$ まで (7.13) 式と (7.14) 式の計算を繰り返すことでの照射時間内に原子が獲得した全速度量を求めることができる。最後にリコイ

ル速度で割ることで原子が吸収した平均光子数を求めることができる。図 7.17 に T, μ, U から計算した OD と実際にその OD を用いて光を照射したときの様子を示した。ここでより実験に近いシミュレーションを行うためには時間間隔 dt と座標間隔 dy をより細かくとの必要がある。一方で細分化しすぎると時間的コストが大きくなる。今回は数値計算に最適な dt, dy として $dt = 0.1\mu\text{s}$, $dy = 5\mu\text{m}$ を用いており、このビニング間隔より狭めても結果がほとんど変わらないことは確認している。

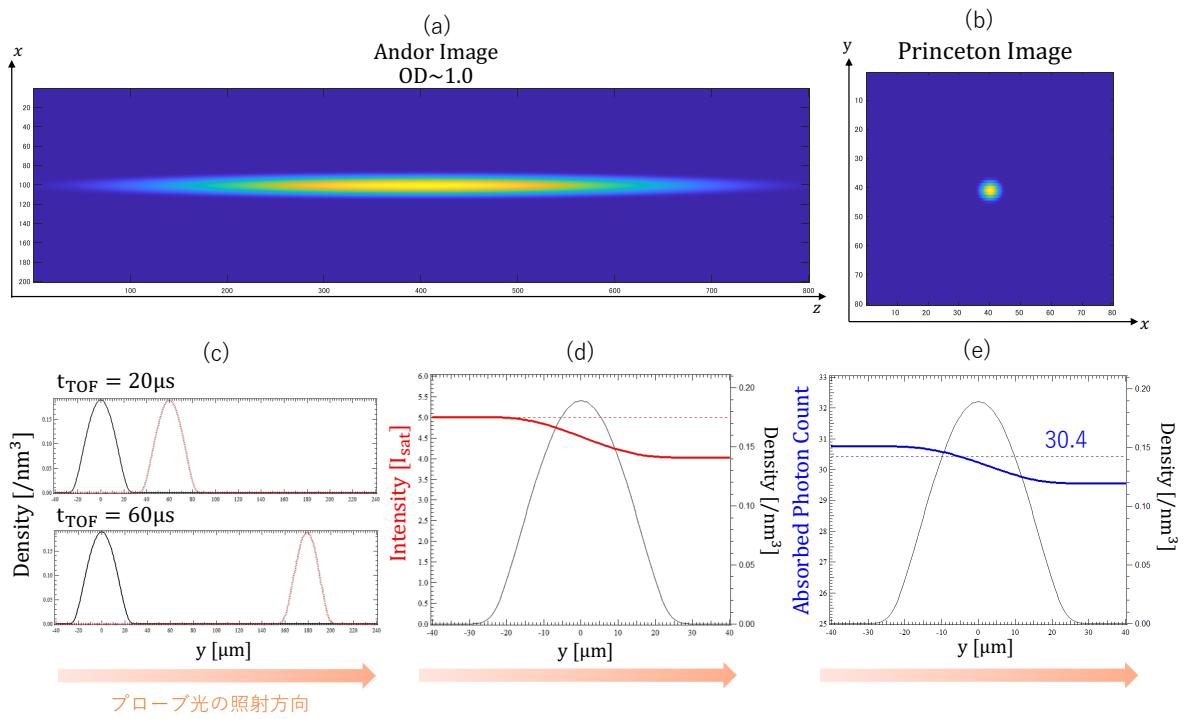


図 7.17: 光を入射した後の原子集団の振る舞いを数値計算で示した様子。上図 2 つは OD を表しており左上図が上から見た OD、右上図が横から見たときの OD を表している。共に本実験系で用いる撮像系の倍率を用いて計算した。また下の 3 つの図はその原子集団に光を当てたときの様子を示しており、プローブ光を入射した後 Beer の法則にしたがって強度が減衰し吸収する光子数も減少している様子が見られる。

7.4.2 原子の厚みによる強度減衰の評価

先程も説明した通り実際の実験ではトラップ中の原子は厚みを持つために、原子全体で光強度の伝わる大きさが光の入射側と透過側で異なる。つまり吸収できる光子数もイメージ方向奥に行くほど少くなり、その結果入射強度に対して実際に獲得する速度量は全体的に小さくなる。もしこの効果が大きく影響し全体の平均吸収光子数が変化し得る場合正しく飽和強度を見積もることができない。そこでトラップ中の原子数を理想的に変化させることで、平均吸収光子数への影響を数値計算により見積もった。

実際の実験系ではイメージ方向の OD の大きさが ~ 0.7 程度のものを用いている。した

がって OD が 0.1~3.0 までのものを理想的に用意し数値計算によって各大きさに対する平均吸収光子数の評価を行なった。その結果グラフから分かるように OD~1.0 付近まではほとんど変化がないが、OD を大きくして 3.0 付近まであると光の強度次第では吸収量が減少してしまうことが分かった。そこで本実験では念のために OD~0.7 近傍で原子数を調整して実験を行う。

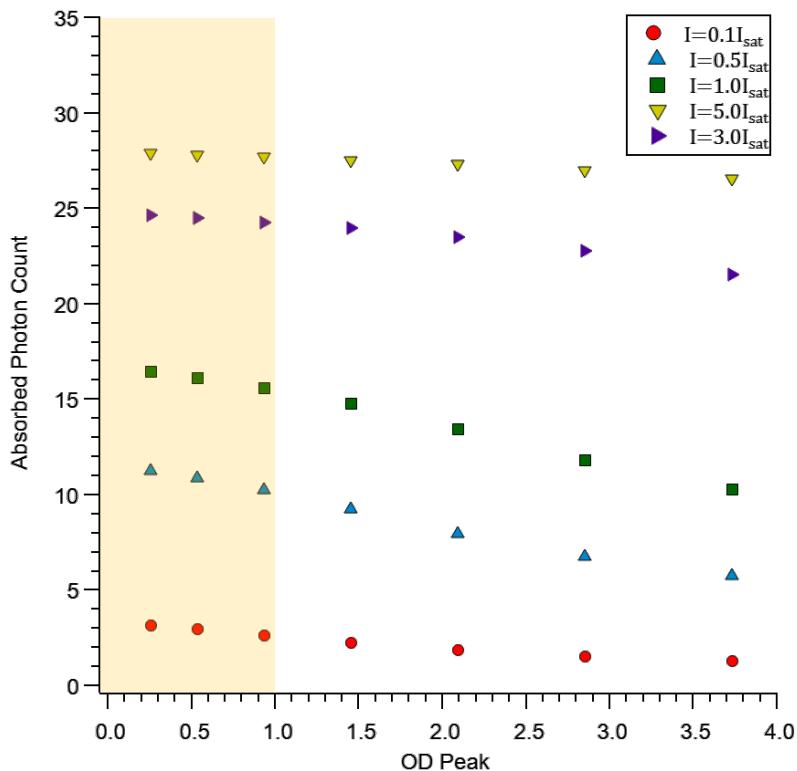


図 7.18: プローブ光照射時間 $2\mu\text{s}$ で各強度の OD 値に対する光子吸収量. 色ごとに光の強度を示している.

7.5 飽和強度まとめ

今回「原子数を評価する従来の方法」と「吸収光子数から評価」する二つの飽和強度測定手法を説明してきた。新たに導入した後者の手法では原子数の再現性や吸収イメージに生じる干渉フリンジによる影響を受けにくく、より飽和強度評価を信頼づけるものとなった。測定した飽和カウントの結果は照射時間 $1\mu\text{s}$ でそれぞれ $C_{\text{sat}} = 1070 \pm 90[\text{Count}/\mu\text{s}]$ 、 $C_{\text{sat}} = 1120 \pm 20[\text{Count}/\mu\text{s}]$ となり、各手法で導出した飽和カウントを比較したところエラーバーの範囲内で一致する結果となった。今回は新たに導入した飽和カウントを用いて $C_{\text{sat}} = 1120[\text{Count}/\mu\text{s}]$ としている。

第8章

吸収断面積

6章で説明したように密度分布を評価するためには吸収断面積 σ_{abs} を決定する必要があり、理論的には $\sigma_{\text{abs}} = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$ で与えられる。ここで $\tau (= \Gamma^{-1})$ は寿命を表す。後から詳しく説明するように実際には用いる観測系の影響によってによって実効的な吸収断面積の値は変化し得るため、実験で測定される吸収断面積は理論値とは異なる値を取り得る。厳密には理論値から小さくなるため、その補正係数として 0~1 の大きさを持つ α を掛けた $\alpha\sigma_{\text{abs}}$ を実効的な吸収断面積として扱う。この補正係数は実験的に決定する必要があるが直接この値を測定することは非常に困難である。従来は理想気体の密度状態方程式が解析的に解けるため、本実験でも同様に理想気体の密度分布を測定し解析解に合うような吸収断面積を決定してきた。しかし温度・化学ポテンシャル・補正係数の 3 变数フィットで決定するためその決定精度の低さが課題であった。そこで今回は事前に吸収断面積が減少する要因を是正することで α が 1 に近づく撮像系を目指した。本章ではまず背景として理想気体の状態方程式を用いた吸収断面積の評価方法とその課題点について説明し、次に吸収断面積が小さくなる要因について述べる。最後にその是正方法と結果についてまとめる。

8.1 状態方程式を用いた従来の評価方法

2章でも説明したように理想気体の状態方程式は解析的に解くことが可能であり改めてその密度分布は、

$$n_{\text{ans}} = -\frac{1}{\lambda_T^3} \text{Polylog}_{3/2} \left(-\exp \left(\frac{\mu}{k_B T} \right) \right) \quad (8.1)$$

で与えられる。ここで実験的に得られる密度分布 n_{exp} は吸収断面積に α 分だけ補正がかかるため、実験から得られる密度分布 n_{exp} と解析解から得られる密度分布 n_{ans} の関係は以下で与えられる。

$$n_{\text{exp}} = \alpha n_{\text{ans}}(T, \mu) \quad (8.2)$$

したがって実験で得られた二次元密度分布から逆アーベル変換した三次元密度分布に対して、(8.1),(8.2)式を用いた α, T, μ の3変数フィットを施すことで吸収断面積の補正係数を評価することができる。

理想気体を実験的に用意するためには散乱長 a を0へ制御するかスピニンバランスの多数成分領域を用いる。散乱長を制御する方法では状態 $|1\rangle$ と状態 $|3\rangle$ の2成分のフェルミ粒子をトラップ中に用意して、その成分同士が相互作用しない磁場領域 568.07Gauss へとスイープすることで散乱調 $a(B)$ を0へと制御し理想気体を実現する。一方スピニンバランス系は p 波フェッシュバッハ共鳴によって状態 $|2\rangle - |2\rangle$ の散乱がトラップ内にとどまらないことを利用しており、状態 $|1\rangle$ の1成分だけが存在する状態をトラップ内に用意することで相互作用しない領域を作り出す。つまりトラップ中心では状態 $|1\rangle$ と状態 $|2\rangle$ の2成分が存在するため散乱長に応じた位相シフトが生じるが、1成分だけのポテンシャル領域では相互作用が起きないため理想気体として扱うことができる。

本手法の評価方法を用いることで解析解に即した吸収断面積を決定することができる。ただしフィッティングにおいてゼロ温度極限 ($T \rightarrow 0, \mu \rightarrow 0$) ではフィッティング変数の自由度が小さく補正係数 α を評価しやすくなるが、有限温度では T, μ がそれぞれ有限の値を持ち始めるため α の決定精度が悪くなる。ここで紹介した手法以外にも補正係数を全点探査し、 $\exp(\mu/k_B T)$ と T の2変数フィットを行うことで理想気体の状態方程式に合うように補正係数を決める方法がある [20]。この手法では補正係数 α を固定することで2変数フィットが可能になり、その固定した補正係数を用いて作成した無次元状態方程式と解析解を比較し一致するように評価を繰り返す。しかし有限温度領域でフィッティング変数の自由度が大きくなるのは $\exp(\mu/k_B T)$ と T の2変数フィットによる評価方法でも同様である。以上の考察から状態方程式を用いた α の精密測定には限界がある。したがってより吸収断面積のロスが生じない光学系を準備することで本来の値である $\alpha = 1$ となるような実験状態を確立させる必要がある。

8.2 偏光純度による吸収断面積の評価

繰り返すようだが実験で評価する吸収断面積は実際には準備する光学系の条件次第で原子の感じる実効的な吸収断面積の大きさが変わり得る。以下でその主な要因について3点説明する。

1. 原子からの散乱光のロス

本実験系ではイメージ光と原子の散乱光を用いてその密度分布を観測しているが、散乱光が球面波であるため波長板で正しく偏光を変えることができない可能性がある。その結果ワイヤグリッドミラーで散乱光が反射され実際の原子の吸収量とCCDカメラで観測した吸収量に差が生じるため、正確な吸収断面積を評価することができなくなる。

2. ドップラー効果

原子が光から獲得する運動量によって速度を持つため、ドップラー効果によって原子の感じる実効的な周波数が変化する。その結果共鳴から外れてしまい共鳴吸収が起こらなくなるため、実際の吸収量が減少してしまう。

3. 偏光純度

本撮像系では原子に対して σ^- 偏光のプローブ光を当てることで、その散乱光から光トラップ中の原子を観測している。しかし実際のプローブ光の偏光は偏光ビームスプリッターなどの光学素子を透過する過程で僅かに σ^+ 偏光が混ざり橢円偏光となる。したがってこのプローブ光の σ^- 偏光の純度を限りなく大きくし σ^+ 偏光の割合を低減することができれば、補正係数 α が1に近づくことが期待できる。

この3つの要因のうち、一点目に関しては後の9章で説明するように電動リニアステージと組み合わせ対物レンズを導入することでイメージにロスのない実験系へと改善している。またドップラー効果による影響は前章で説明した通り、線形周波数チャープを導入することで常に共鳴を保つようにレーザー周波数を変化させている。そこで本節では三点目の偏光純度による影響が最も大きいと考え σ^+ 偏光の純度を最適化を行なったので、その過程と結果について報告する。

8.3 偏光純度の評価

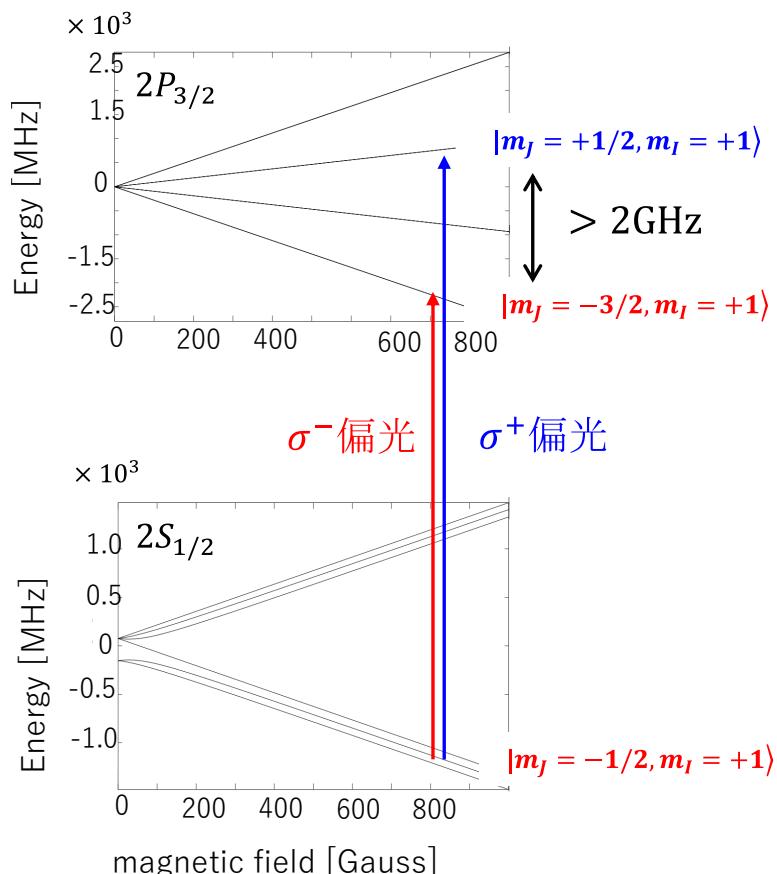


図 8.1: ${}^6\text{Li}$ 原子の強磁場領域におけるエネルギー準位図。

本節では光の偏光状態を σ^+ 偏光と σ^- 偏光を基底にとった電磁場ベクトルで表現する。偏光状態の表現方法については付録 A に詳しく記載したためそちらを参照されたい。本撮像系における量子化軸はイメージコイルが作り出す磁場によって決定され、その向きは鉛直上方向(図の y 方向)である。これによりスピンの量子化される方向が決まり、下からのイメージを行う際は σ^- 偏光を、^{*1}横からイメージを行う際には $(\sigma^- + \sigma^+)$ 偏光の光を準備する必要がある。^{*2} したがって状態方程式を評価するためには下から撮像した吸収イメージを用いているため σ^- 偏光の純度が重要になってくる。しかし実際の実験では完全に σ^- 偏光が実現できるわけではなく光学素子を透過する中で σ^+ 偏光が混ざった

^{*1} 原子が吸収し遷移を起こすのは $|m_J = -\frac{1}{2}, m_I = +1\rangle \rightarrow |m_J = -\frac{3}{2}, m_I = +1\rangle$ の遷移を誘致する σ^- のみである。これは σ^+ 偏光による遷移先 $|m_J = -\frac{1}{2}, m_I = +1\rangle \rightarrow |m_J = \frac{1}{2}, m_I = +1\rangle$ が σ^- による遷移に比べてより高いエネルギーが必要であるため、主に σ_- 偏光の光にのみ共鳴吸収が起きるからである。

^{*2} 横からのイメージにおいても原子が吸収する光は σ^- 偏光のみである。

偏光状態をとる。この σ^+ 偏光の割合が占める割合に応じて吸収断面積が減少する。したがってイメージ光全体を占める σ^- 偏光の純度を最大化する必要がある。

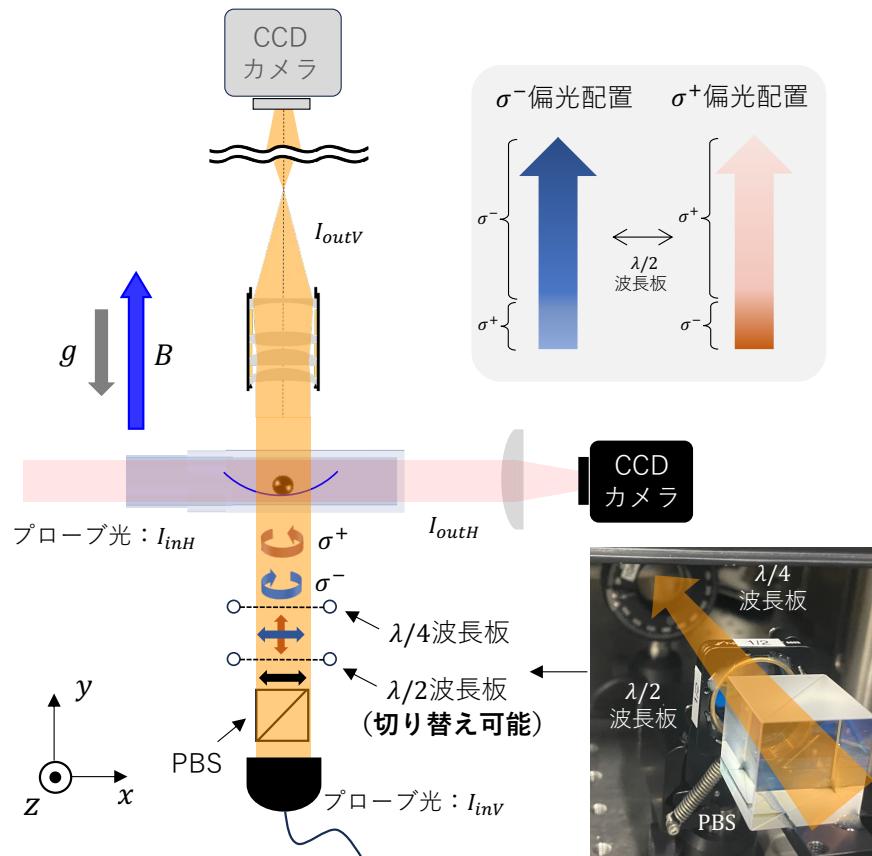


図 8.2: プローブ光の σ^- 偏光の純度を評価する実験セットアップ. $\lambda/2$ 波長板は出し入れすることが可能である. この $\lambda/2$ 波長板によって σ^- 偏光と σ^+ 偏光の切り替えが可能である.

図 8.2 に偏光純度を最適化するための実験セットアップを示した。本実験系では PBS によって直線偏光の光を用意した後 $\lambda/4$ 波長板を用いることで σ^- 偏光へと変化させイメージングを行なっている。このときの PBS \rightarrow $\lambda/4$ 波長板を透過した光の偏光配置は σ^- 偏光がほとんどを占めるため、ここでは「 σ^- 偏光配置」と呼ぶことにする。また $\lambda/2$ 波長板を途中で透過させることでその偏光の逆偏光へと切り替えることも可能である。このときの PBS \rightarrow $\lambda/2$ 波長板 \rightarrow $\lambda/4$ 波長板を透過した光の偏光配置を反対に「 σ^+ 偏光配置」と呼ぶことにする。この $\lambda/2$ 波長板の切り替えは電動フリッパーを用いて動的に行うことができる。偏光純度の調整は PBS 通過後の $\lambda/4$ 波長板の角度調整によって行うことができる。具体的には「 σ^+ 偏光配置」で原子に光を当てたときに原子が吸収する光子数が最も少なければ、その逆偏光となる「 σ^- 偏光配置」のときに σ^- 偏光の純度が最も大きくなる。吸収した光子数は下から光を当てて原子が移動する距離に比例するので、飽和強度を測定したときと同様に原子の重心移動距離を観測した。

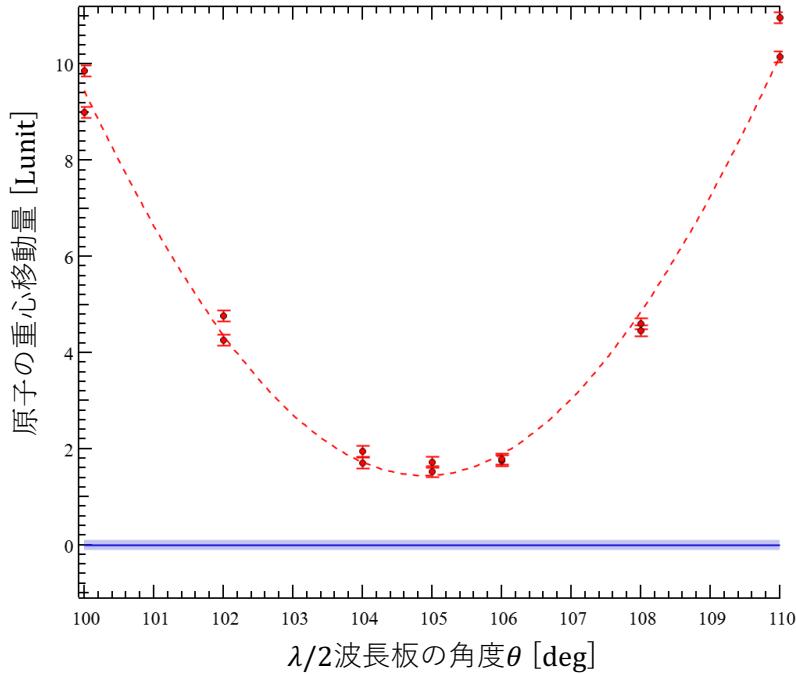


図 8.3: $\lambda/4$ 波長板の回転角度に対する平均吸収光子数を表した。縦軸は「 σ^+ 偏光配置」で原子に光を当てたときの原子集団の重心移動距離 ($L_{\text{unit}}=4.3\mu\text{m}$)、横軸はある点を基準点として波長板を回転させたときの相対角度 (deg) である。また青点はトラップ中心での原子集団の重心位置を表している。「 σ^+ 偏光配置」で原子に光を当てたとき原子の重心移動距離が最小になるときの角度に $\lambda/2$ 波長板を調整した。

$\lambda/4$ 板の角度を最適化することで偏光を調整したが、イメージ光全体を占める σ^- 偏光の割合が 100% に近いとは限らない。そこで以下で説明する方法で偏光純度を定量的に評価した。プローブ光強度 I で共鳴光を照射したときに単位時間あたりに原子が吸収する光子数 N は、

$$N = \frac{\Gamma}{2} \frac{(I\eta)/I_{\text{sat}}}{1 + (I\eta)/I_{\text{sat}}} \quad (8.3)$$

で与えられる。ここで $\eta(=0\sim 1)$ は σ^- 偏光の純度を表しており、 η の値が大きいほど σ^- 偏光の純度が高いことを示す。この偏光純度を表すパラメータ η と光強度 I の積が飽和強度 I_{sat} と比較して小さい ($I\eta \ll I_{\text{sat}}$) 時この式は、

$$N \simeq \frac{\Gamma}{2} \frac{(I\eta)}{I_{\text{sat}}} \quad (8.4)$$

と近似される。したがってこの条件下では吸収する光子の数は光強度 I や偏光純度 η に比例することがわかる。一方で位相を 180deg 反転させた時に原子が吸収する光子の数 N_{inv} は、

$$N_{\text{inv}} \simeq \frac{\Gamma}{2} \frac{I(1-\eta)}{I_{\text{sat}}} \quad (8.5)$$

で与えられる。ここで位相を反転させると σ^- 偏光と σ^+ 偏光の割合が逆転することになるため、ここから得られる吸収光子数 N_{inv} は位相を 180deg 反転させる前の σ^+ 偏光の割合で吸収した数に相当する。両位相配置の平均吸収光子数が等しい時 ($N = N_{\text{inv}}$)、(8.4) 式と (8.5) 式から σ^- 偏光の純度 η は、

$$\eta = \frac{I_{\text{inv}}}{I + I_{\text{inv}}} \quad (8.6)$$

で与えられることがわかる。 σ^- 偏光配置での吸収量と反転させた偏光配置 σ^+ 偏光配置での吸収量が等しくなったときの光強度の比が、 σ^- (σ^+) 偏光の純度に相当することがわかる。ここで原子の感じる強度 I はレーザーのパワー P に比例するため、本研究では Intensity を Power に置き換えた、

$$\eta = \frac{P_{\text{inv}}}{P + P_{\text{inv}}} \quad (8.7)$$

を用いて偏光純度を評価する。

8.4 偏光純度の評価実験と結果

実験手順について説明する。まずイメージに用いる偏光配置から位相を 180° 反転させた偏光配置で、高強度の光 ($P_{\text{inv}} = 2000\mu\text{W}$) を原子に当て吸収光子数 N_{inv} を測定する。ここである程度波長板を調整している場合、高強度の光を当てなければ原子の吸収光子数を評価することが難しく今回はレーザーパワーが μW 程度の強さの光を用いた。次に偏光配置を元に戻し、 N_{inv} と同じ数だけ光子を吸収する時の光強度を探査する。ここで用いられるプローブ光は低強度であるため先ほど説明したように、原子が吸収する光子数は光強度に比例する。したがって得られたデータを線形フィットすることで、 N_{inv} とオーバーラップする時の光強度を補完関数から得ることができる。図 8.4, 8.5 はそれぞれユニタリー領域 (832.18Gauss) と理想気体 (568.07Gauss) において $N = N_{\text{inv}}$ となるときの σ^- 配置のレーザーパワーを評価した結果である。各測定結果を線形フィットし $N = N_{\text{inv}}$ となるときのレーザーパワーを評価した結果、ユニタリー領域では $P = 1.9\mu\text{W}$ ゼロ散長領域では $P = 1.0\mu\text{W}$ となった。ここからイメージングの偏光配置での σ^- 偏光の純度 η を評価したところ、ユニタリー領域で $0.99(1)$ 、理想気体で $0.99(1)$ となった。したがってイメージに用いている偏光の割合が 100% に近いプローブ光が実現できており、偏光純度による吸収断面積のロスが 1% 未満となるイメージ光を準備することができた。

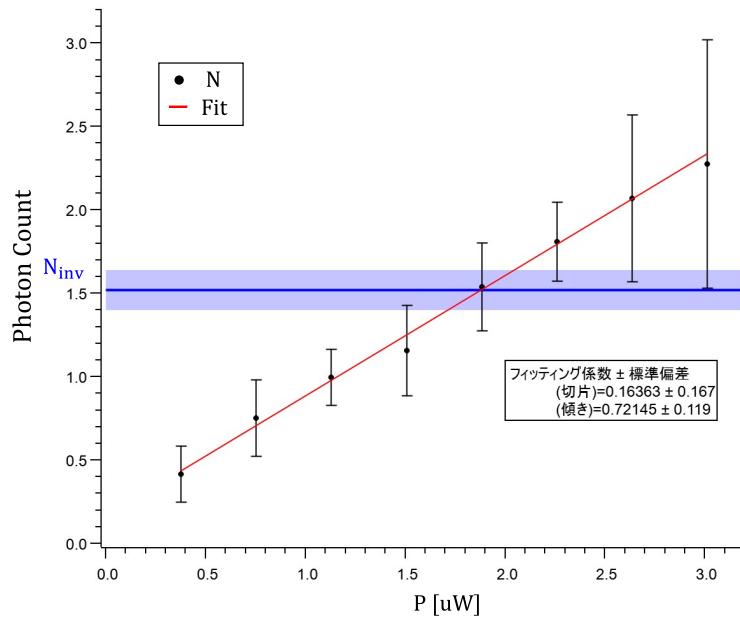


図 8.4: ユニタリー磁場で σ^- 偏光の純度を評価した様子. 青線で示したデータが「 σ^+ 偏光配置」で $P_{\text{inv}} = 2000\mu\text{W}$ のレーザーパワーを当てたときの吸収した光子数を表している. 一方で黒点が「 σ^- 偏光配置」でレーザーパワーを変えたときの吸収光子数を表しており、青線とオーバラップ ($N = N_{\text{inv}}$) するときのパワーを評価した. このグラフでは $P = 1.9\mu\text{W}$ である. また赤線はリニアフィットした結果を表す.

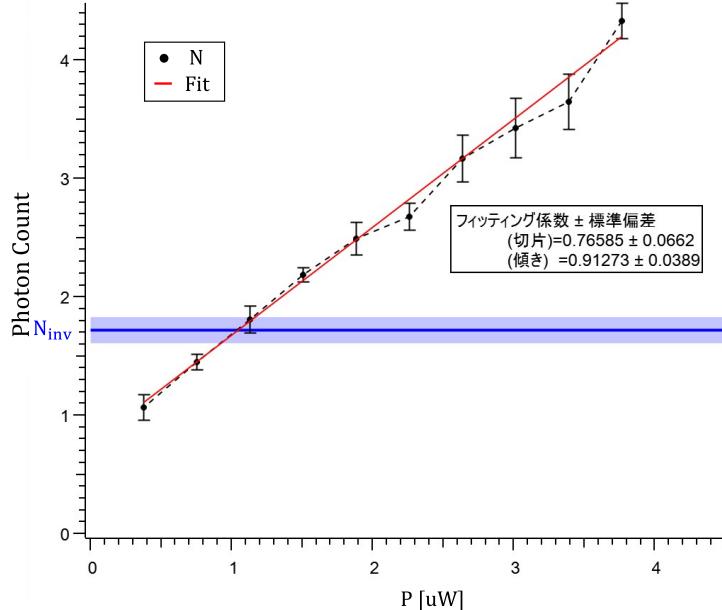


図 8.5: 青線で示したデータが「 σ^+ 偏光配置」で $P_{\text{inv}} = 2000\mu\text{W}$ のレーザーパワーを当てたときの吸収した光子数を表している. 一方で黒点が「 σ^- 偏光配置」でレーザーパワーを変えたときの吸収光子数を表しており、青線とオーバラップ ($N = N_{\text{inv}}$) するときのパワーを評価した. このグラフでは $P = 1.0\mu\text{W}$ である. また赤線はリニアフィットした結果を表す.

第9章

撮像系の改良

本章では今回行った撮像系の改良した点について詳しく述べる。まず最初の節で新たに導入した「電動リニアステージ」と「長作動距離対物レンズ」について説明を行う。これらの装置の導入に至った背景は以下の二点である。

● 原子からの散乱光を最大限取り入れる

6章で説明したように対物レンズと原子のトラップ地点との間に、3DMOTの光(σ^+ 偏光)を反射させるためのミラー(ワイヤグリッドミラー)と $\lambda/4$ 波長板が入っており、イメージ光(σ^- 偏光)はこの光学素子を透過するようになっている。ただし原子からの散乱光は球面波であるため、この $\lambda/4$ 波長板を透過する際にその入射角度によっては偏光が正しく回らない。これにより光軸の中心から離れたパスを通過する散乱波はワイヤグリッドミラーによって反射されてしまう可能性があった。吸収撮像法を用いたイメージングでは原子が吸収・放出した光を測定するため、その散乱光がCCDカメラまで届かない場合原子数密度を正確に評価することができない。そこで3DMOTによって原子を捕獲する際には光路上にミラーを用意し、吸収イメージングを行う際にはこのミラーを取り除くような機構が必要になる。

● 偏光純度の評価

8章ではイメージ光の偏光純度の最適化には σ^+ 偏光が多くの割合を占める「 σ^+ 偏光配置」で原子に光を当てる必要があると説明した。このときにワイヤグリッドミラーと $\lambda/4$ 波長板を入れたままにしておくと、ほとんどの光が原子に向かって反射されてしまうため入射光強度に対する原子の吸収した光子数を正確に評価することができない。

これまでこのような光学素子の切り替えにNewport社の電動フリッパーを用いていたが、再現性が低く切り替えるたびに反射位置が僅かにズレてしまうことが懸念事項であった。そこで今回は光学素子を動的に制御できるようにThorlabs社の電動リニアステージ(ELL20/M)を採用した。またこのリニアステージを挿入するために100mm以上のスペースが真空セルとレンズ間に必要であったため、長距離の作動距離を持つ組み合わ

せ対物レンズを使用することで、以上二点の懸念事項を取り除いた観測系を準備した。組み合わせ対物レンズは 118mm の作動距離を持つもので、既製品である単レンズを組み合わせることで収差の少ない対物レンズを安価で用意することができた。

本章ではこの導入した電動リニアステージと組み合わせ対物レンズの評価過程に加えて、7 章で触れた周波数チャーピングや新たに追加したイメージング光源について説明を行う。

9.1 電動リニアステージ

本実験系ではパソコンで冷却原子の生成からそのイメージングまでを連続的に制御しているため、3DMOT 後のミラー制御も同様に動的に行う必要がある。今回導入した電動リニアステージは外部からトリガーを送信することでプログラムされた動作を行うことができ、Arduino を用いたプログラミングによってステージの移動速度や移動場所などの詳細を制御することができる。図 9.1 は実際に導入した電動リニアステージの実物である。今回はパソコンから 5V の外部トリガーを送ることで実験系に適した動作をするようにプログラミングを行い、約 2 秒ほどで移動先 (60mm) まで直進 (後退) するように制御している。このリニアステージの先端に $\lambda/4$ 波長板とミラーを取り付けることで MOT 光を反射させることができる。ここで 3DMOT で捕獲する原子の位置が都度変化してしまうと正確に原子を評価できないため、光の反射には再現性が要求される。本製品の仕様上の移動精度は $50\mu\text{m}$ であり、実際に 2000 回連続で動作させても光の反射位置や 3DMOT による原子の捕獲数に大きな変化がないことは確認している。

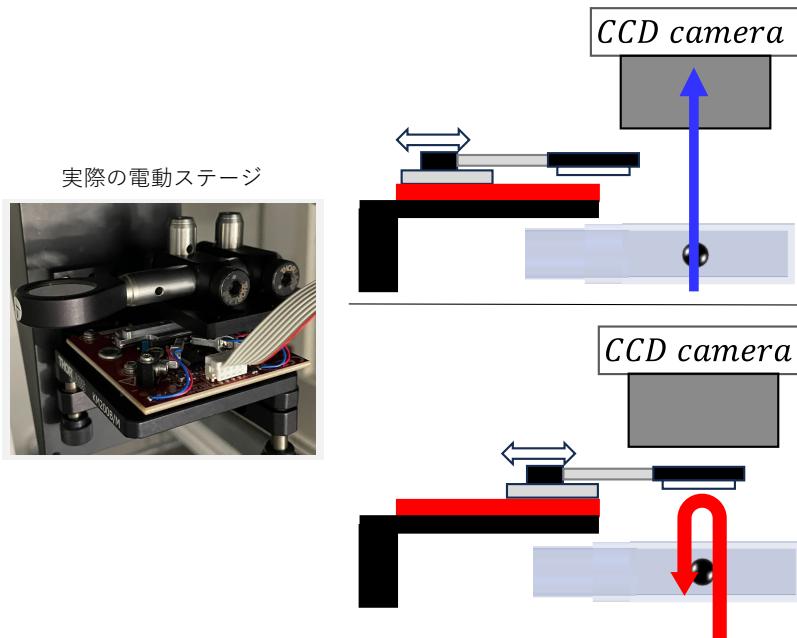


図 9.1: 電動リニアステージ導入後の撮像系の概念図。MOT 中は光を反射させ、イメージングの際はミラーを取り除くことで光を通過させる。

また速度設定は約 90mm/s としているが、移動後からイメージングまでの間に数秒の間隔を空けているため動作自体による振動が吸収イメージングに及ぼす影響はほとんどない。

9.2 長作動距離対物レンズ

MOT 中の原子などトラップされた粒子を光学的に検出するためにはより効率的なイメージングが望ましい。またそのためには実験に用いる装置の機械的構造を考慮した撮像系を準備する必要がある。本研究室における従来の撮像系では焦点距離が 20mm の対物レンズを用いていたため原子のトラップ位置までの距離も同様に約 20mm ほどと短く、原子と対物レンズ間に電動リニアステージを導入することが困難であった。

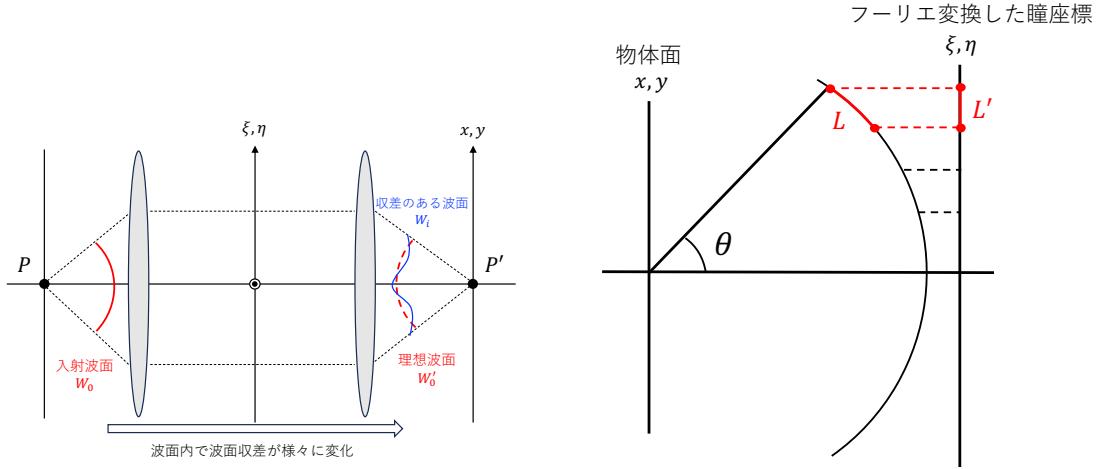
そこで今回新たに導入する Thorlabs 社の電動リニアステージの高さ (~30mm) を考慮して、原子のトラップ位置から対物レンズまでの作動距離 (Working Distance; 以下 WD) が十分に確保できる対物レンズを設計し構築した。レンズは既製品である Newport 社の KPC067、Thorlabs 社の LB1199、LA1256、LE1985 の計 4 枚の単レンズを用いる。今回はそれら 4 つのレンズの位置間隔を最適化することで、本実験系で測定を行うに適した対物レンズを設計した [24]。ここで考慮するべき事象として「収差」がある。これは点光源から射出した光が光学系を透過し再び結像するが点では集まらず散らばりを持つ現象で、結果的に理想的なイメージングからのズレを生む。光学系を設計する際にはこの収差量を、用いる光学系の使用目的に許容される量まで抑え込む必要がある。本節ではまず収差論の基本となる波面収差について説明し、次にソフトウェアを用いた波面収差のシミュレート方法について述べる [25]。最後にそのシミュレート結果を踏まえて組み合わせた対物レンズの性能結果についてまとめる。

9.2.1 波面収差

物体面上の一点 P を出た光は球面波となって媒質中を伝播する。この時の等位相面 (波面; W_0) は、媒質中の屈折率が一定かつレンズが理想的であれば球面形状を保ちながら点 P' を中心とした球面に変換される。しかし、実際の光学系は理想的ではなくその厚みや曲率から波面にひずみを生む。このひずみのことを波面収差と呼ぶ。この実際の波面 W_i と理想波面 W'_0 とのズレ $\Delta W = W'_0 - W_i$ は点光源からの角度 θ に依存して変化するため、ここでは光線の伝播方向の方向余弦でフーリエ変換した新しい座標 (ξ, η) (以下瞳座標と呼ぶ) を用いて表現すると便利である。図 9.2b に等間隔のフーリエ座標 (瞳座標) を球面に投影したときの様子を模式的に示した。この瞳座標 (ξ, η) の関数として波面収差は、

$$\Delta W = W(\xi, \eta) \quad (9.1)$$

で与えられる。理想レンズであればこの波面収差 ΔW は 0 である。またこの理想波面よりも実波面が遅れている場合を正、逆に理想波面よりも進んでいる場合を負とする。



(a) 波面収差の概念図. W_0 は入射波の等位相面を表している. 理想レンズでは波面は点 P の共役点 P' に集約されるが、実際の光学系では理想波面 W'_0 からズレ ΔW が生じる.

(b) 等間隔のフーリエ座標(瞳座標)を球面に投影したときの模式図. 波面をより簡単に捉るために光線の方向余弦をとった ξ と η で新たな座標を与える. 瞳座標上の単位面積に対して球面上の単位面積は $1/\cos\theta$ 倍の関係にある.

光学系の性能を評価するためにはこの波面収差を評価する必要があり、それは横収差の積分値から計算することができる。これは瞳座標上での波面収差の傾きが光線の横収差に比例するという事実に基づいて計算する方法である。したがって瞳座標 (ξ, η) に対応する横収差 $\Delta x(\xi, \eta), \Delta y(\xi, \eta)$ は、

$$\begin{aligned}\Delta x(\xi, \eta) &= -\frac{\partial W(\xi, \eta)}{\partial \xi} \\ \Delta y(\xi, \eta) &= -\frac{\partial W(\xi, \eta)}{\partial \eta}\end{aligned}\tag{9.2}$$

と表すことができる。一般的には右辺の波面収差は瞳座標 (ξ, η) に依存する関数 $f(\xi, \eta)$ を用いて多項式で表現され、

$$W(\xi, \eta) = \sum_j c_j f_j(\xi, \eta)\tag{9.3}$$

で与えられる。つまり波面収差は波面収差関数 $f(\xi, \eta)$ の高次の足しあわせと考えることができる。以上より (9.2) 式にこの式を代入することで横収差 $\Delta x, \Delta y$ は、

$$\begin{aligned}\Delta x(\xi, \eta) &= -\sum_j c_j \frac{\partial f_j(\xi, \eta)}{\partial \xi} \\ \Delta y(\xi, \eta) &= -\sum_j c_j \frac{\partial f_j(\xi, \eta)}{\partial \eta}\end{aligned}\tag{9.4}$$

で与えられる。光学追跡を行うことで横収差 $\Delta x(\xi, \eta)$, $\Delta y(\xi, \eta)$ を測定することは可能であるため、(9.4) 式の関係式から波面収差の展開係数 c_j を評価することで波面収差 $W(\xi, \eta)$ を求めることができる。この展開に用いる波面収差関数 $f_j(\xi, \eta)$ にはよく Zernike 多項式 $Z_j(\rho, \theta)$ が用いられるため波面収差 (9.3) は、

$$W(\xi, \eta) = \sum_j c_j Z_j(\rho, \theta) \quad (9.5)$$

と表現される。ここで、Zernike 多項式の円筒座標 (ρ, θ) と瞳座標 (ξ, η) の関係は、

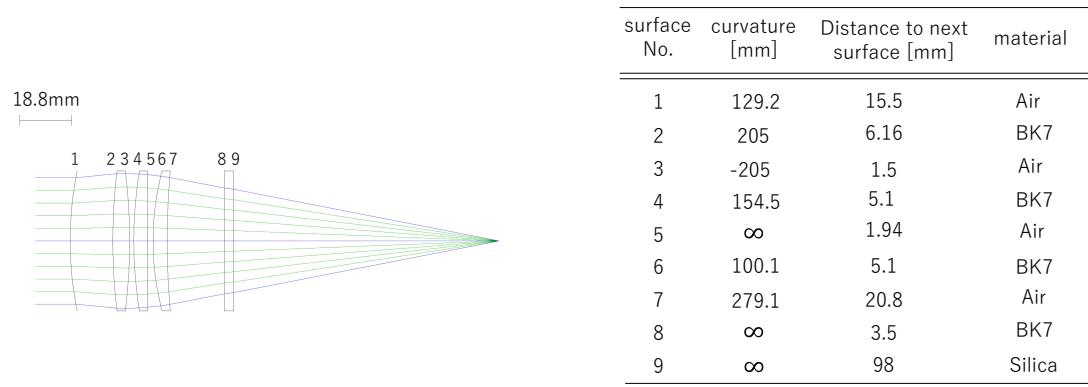
$$\begin{aligned} \xi &= \rho \cos \theta \\ \eta &= \rho \sin \theta \end{aligned} \quad (9.6)$$

である。またこのときの各多項式の係数 c_j を Zernike 係数と呼ぶ。Zernike 多項式は位相差顕微鏡の発明などで知られる F.Zernike が考案した多項式で、その係数の表記方法にはいくつかの流儀がある。この Zernike 多項式の各項が波面収差に与える特徴は様々であり、各項はその特徴によってさらにいくつかの収差に分類される。したがって用いる光学系によって重点を置くべき収差を考える必要があるが、どの収差をとっても理想的な波面からのズレを低減し理想レンズを目指すという目的は変わらない。今回我々の用いる光学系では特にレンズ自体が影響して生まれる球面収差に重点をおいて最適化した。

9.2.2 組み合わせ対物レンズの最適化

この収差を抑えるための最適化には Lambda Research 社の Oslo Edu というソフトウェアを用いた [26]。このソフトウェアでは光線の入射面が 10 面まで限定されるが平行光がレンズやガラスセルに入射した後の光線追跡ができるため、イメージングした際に生じる波面収差や焦点距離などを同時に評価することができる。またレンズの特徴量やその間隔をフリーパラーメーターとして収差量が低減されるように自動あるいは手動で最適化することも可能である。今回導入した組み合わせ対物レンズは単レンズ間の間隔を最適化することで収差を抑えるように設計した。

最適化にはまず用いるレンズの曲率 (curvature) と厚み (thickness) そしてレンズ半径 (radius) を入力し、各レンズの材質 (Material) を指定する。次に補正する収差の重み付けを行う。我々の撮像系では球面収差による影響がほとんどであるため 3 次、5 次、7 次の球面収差にそれぞれ 100:50:10 の割合で重みを付けて最適化した。ここで自動で最適化する場合は一度の最適化では不十分であることがほとんどであるため複数回繰り返し実行する必要がある。

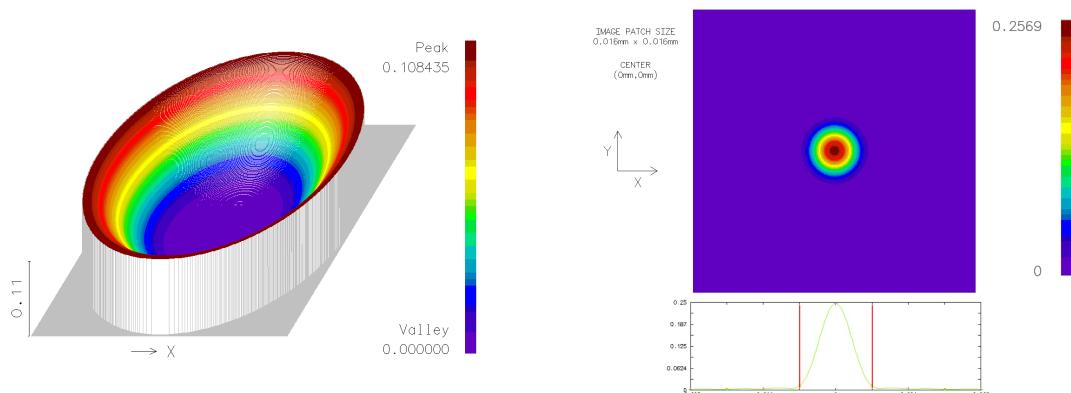


(a) Oslo を用いたレンズ間隔最適化の様子。

(b) レンズの詳細と最適化後のレンズ間隔。

図 9.3: Oslo を用いた最適化。

最適化した波面収差の評価結果について図 9.4a と図 9.4b に示した。ソフトウェア上で計算結果では光線追跡による波面の収差量は P-V(Peak to Value) 値が 0.11λ 、RMS(Root Mean Square) 値が 0.3λ となった。^{*1} ここで P-V 値とは理想的な波面に対しての誤差の最大値 (Peak) と最小値 (Value) の差を表し、RMS 値は各収差の強さを 2 乗してから平均をとった値の平方根で表される。また回折限界を示すエアリーディスク半径は $0.61(\lambda/\text{N.A.})$ で



(a) Peak-to-Value 値、焦点における光のズレの最大値と最小値の差を表しており、この値が小さいほど光学系として性能が良いことが分かる。

(b) 点像分布関数 (Point spread function)。

図 9.4: 光学追跡による波面収差の評価結果。

与えられ、本実験系で用いる ${}^6\text{Li}$ 原子の波長 671nm ではその値は $2.0\mu\text{m}$ である。ここで N.A.(Numerical Aperture) とは開口数のことであり光学系の明るさや解像度を表す数値である。具体的には入射角度 θ と屈折率 n を用いて (9.7) 式で与えられる。

^{*1} ここで λ は原子の波長を表す。

$$N.A. = n \sin \theta \quad (9.7)$$

最適化後の対物レンズの性能としてソフトウェア上の計算結果では実行的な焦点距離(以下 EFL:Effective Forcal Length):119.3mm、作動距離:120.9mm、実効開口数(以下 NA):0.2 となった。設計図をもとに組み立てた実際の対物レンズは図 9.5 に示した通りである。なおレンズ間隔の固定には真鍮でできたスペーサーを別に用意した。最後にこの対物レンズの実際の EFL を評価し計算値との比較を行なった。評価方法としては平行光を焦点距離:100mm の単レンズから対物レンズの順番で透過させることで、その入射前と透過後のビーム半径を測定することで EFL を測定した(図 9.6)。結果 EFL:117.8 ± 4.4mm であり、ソフトウェア上の計算と同等の性能が確認できた。

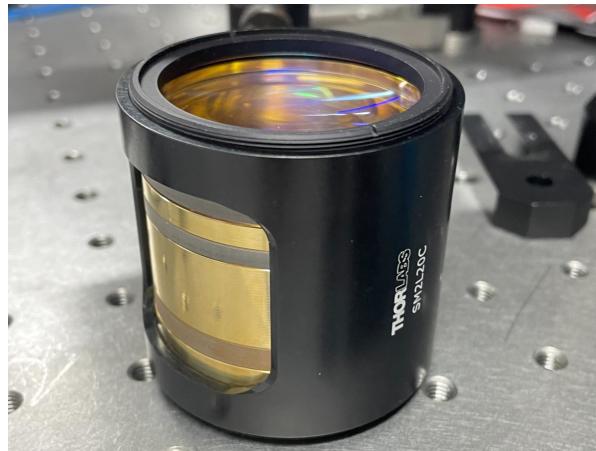


図 9.5: Oslo Edu を用いて最適化した組み合わせ対物レンズの実物. 半径 2 インチ (50.8mm), 高さ 50mm.

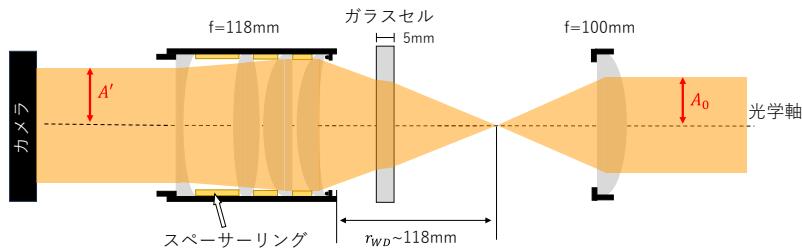


図 9.6: 組み立てた対物レンズの性能評価. ビーム半径 A_0 が 2.6(1)mm の平行光を入射させ焦点距離が 100mm の単レンズと対物レンズを透過させた後のビーム半径 A' を測定することでその変化割合から焦点距離を見積もる. 今回透過後のビーム半径が 3.0(1)mm であったため $100\text{mm} \times (A'/A_0) = 118(4)\text{mm}$ が組み立てた対物レンズの焦点距離となった.

9.2.3 長作動距離対物レンズとその評価

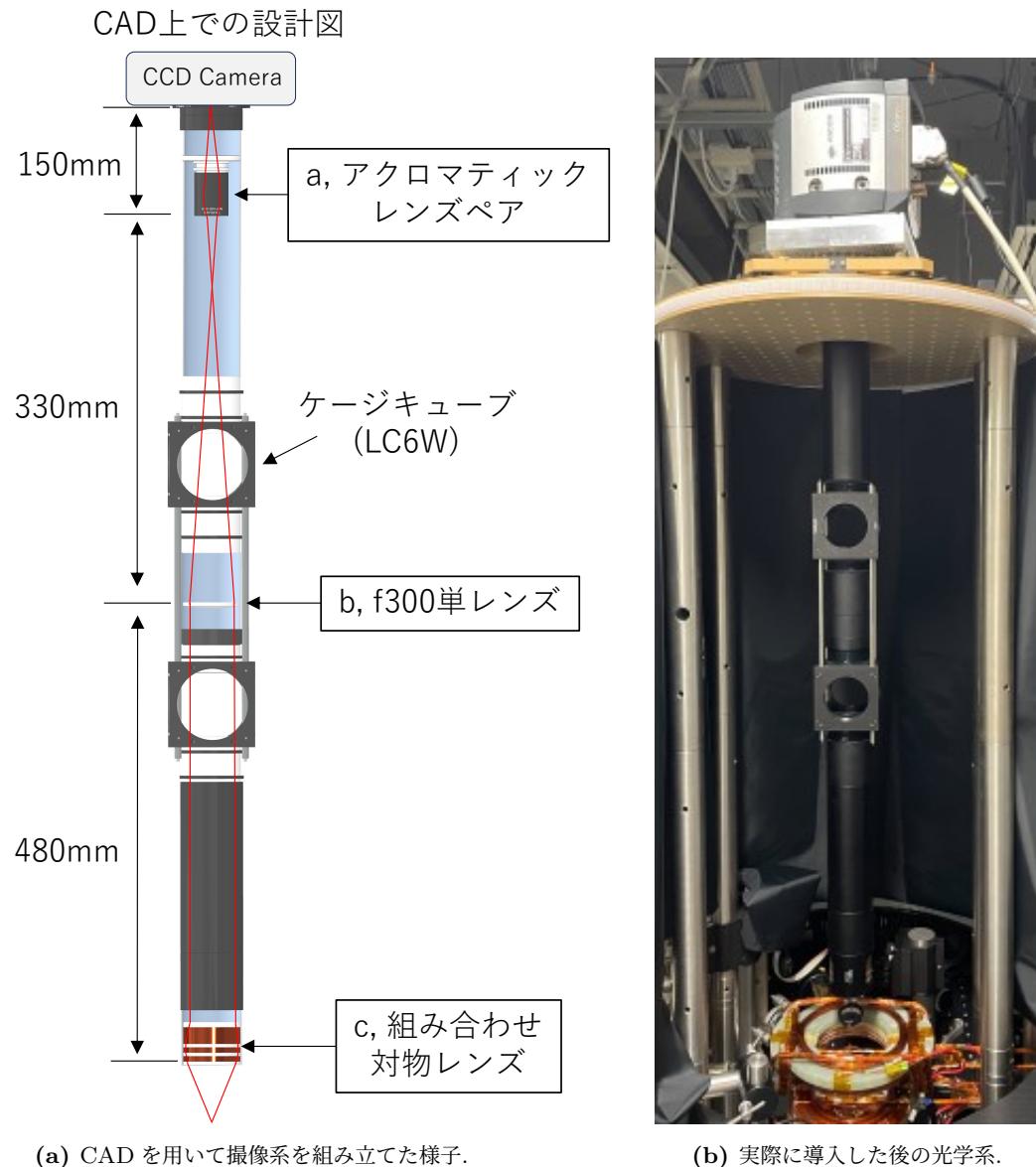


図 9.7: 長作動距離対物レンズを導入した様子.

図 9.7b は収差量を最適化した組み合わせ対物レンズを導入した現在の撮像系の全体像である。周辺の構造は CAD 上でシミュレートした設計図をもとに構築した (図 9.7a)。焦点距離が 300mm の単レンズを一枚と Thorlabs 社の既製品であるアクロマティックレンズペア (MAP1030100-B) を追加で配置することで倍率を 8.4 倍まで引き上げた。その結果原子のトラップ位置から CCD カメラまでの距離が 1.5m 程度の光学系となったが、今後レンズを用いてイメージ光を絞ることでその距離を縮めることも可能である。ただし

今回は他の目的に合わせて光路上に光学素子を設置できるように距離を空けて光学系を構築した。

この光学系を組んだ手順を以下に示す。

- まず CCD カメラとアクロマティックレンズペア (a) との距離間隔の最適化を行う。このレンズは入射焦点距離が 30mm であるのに対して透過後の焦点距離が 100mm となるため倍率にして 3.33 倍の性能を持つ。したがってアクロマティックレンズペアの前にターゲットを置きその倍率を評価することで正しい焦点距離となる位置に対物レンズを調整した (図 9.8)。

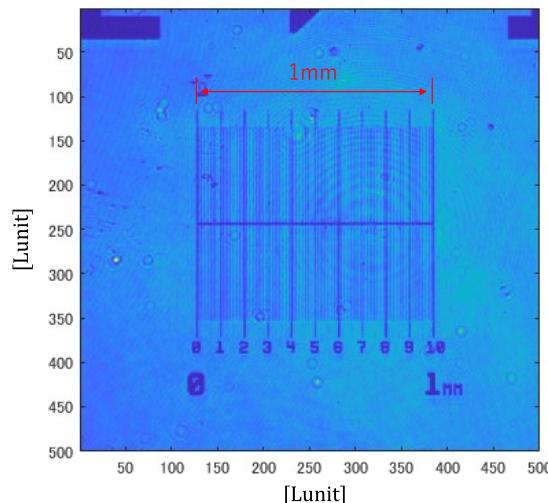
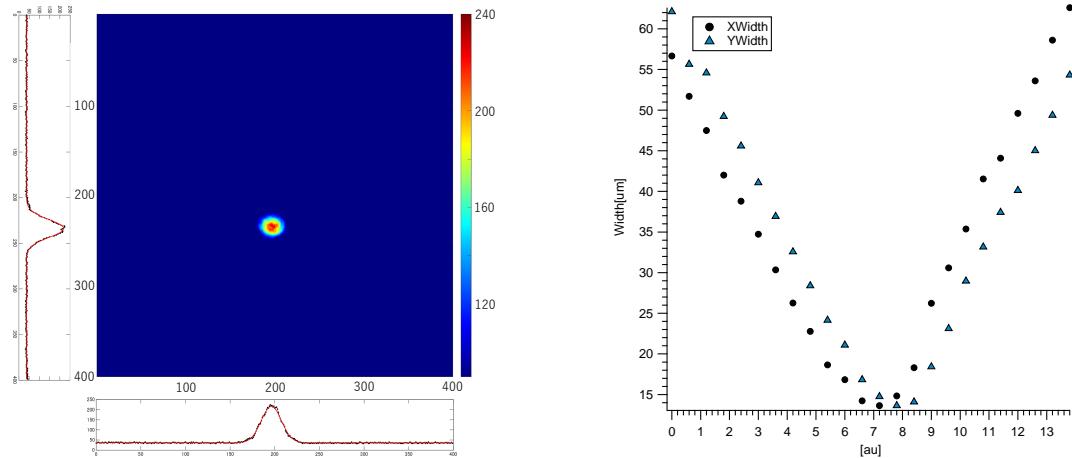


図 9.8: アクロマティックレンズペアの倍率評価. 軸を与える Lunit はピクセルサイズを倍率で割った値であり、ここでは $Lunit=3.9\mu\text{m}$ である。

- 次にアクロマティックレンズペア (a) と f300 の単レンズ (b) の最適な距離間隔を評価した。これは下から f300 レンズ → アクロマティックレンズペアの順番に平行光を入射し CCD カメラに集光するスポットが最小になるように単レンズ (b) の位置を最適化する。実際に撮影したスポットの様子を図 9.9a に示した。スポットの大きさはガウシアン関数でフィットした際の幅を評価し x, y 方向の幅が小さくなる位置を最適化した (図 9.9b)。



(a) 下から f300 単レンズ、アクロマティックレンズペアの順番に平行光を入射した時の CCD カメラに写るスポット。ガウシアン関数でフィットすることでその幅を評価する。

(b) スポット幅に対するレンズ位置の依存性。

3. 最後に組み立てた対物レンズ (c) と単レンズ間 (b) の間隔を最適化した。下から入射した平行光は対物レンズ (c) と単レンズ (b) が正しい焦点距離で位置付けられていれば透過後に平行光に戻るため、透過光のビーム形を評価することでレンズ間の間隔を決定した。なお平行光の評価には Thorlabs 社の SI254 を使用しており、平行光が入射すると縦の干渉縞が現れる。

この撮像系全体の評価を行ったところ倍率は 8.49 ± 0.32 、解像度は $2.5\mu\text{m}$ 程度であった。これは CCD カメラ (受光面: $100\text{pix} \times 2000\text{pix}$; ピクセルサイズ: $13\mu\text{m}$) 内に原子をとらえ、評価するのに十分な性能である。

9.2.4 対物レンズまとめ

今回光線追跡ソフトウェア (Oslo) を用いて既製品の単レンズ間隔を最適化し EFL:118(4)mm の対物レンズを設計し組み立てた。その結果倍率 8.4 で解像度が $2.5\mu\text{m}$ 程度の光学系を安価で用意することができた。また MOT 中の原子から対物レンズまでの距離を十分に確保することができたため、電動リニアステージを導入し動的に MOT 光とプローブ光のパスを切り替えることが可能となった。

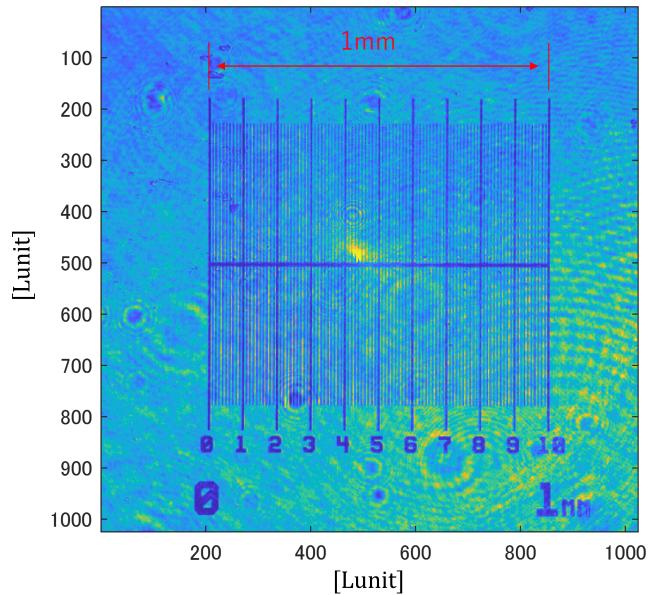


図 9.10: 倍率評価した様子. 軸は 1 メモリあたりピクセルサイズを倍率で割った Lunit($=1.5\mu\text{m}$) を示す. 1mm スケールのターゲットうつすことで倍率を見積もった.

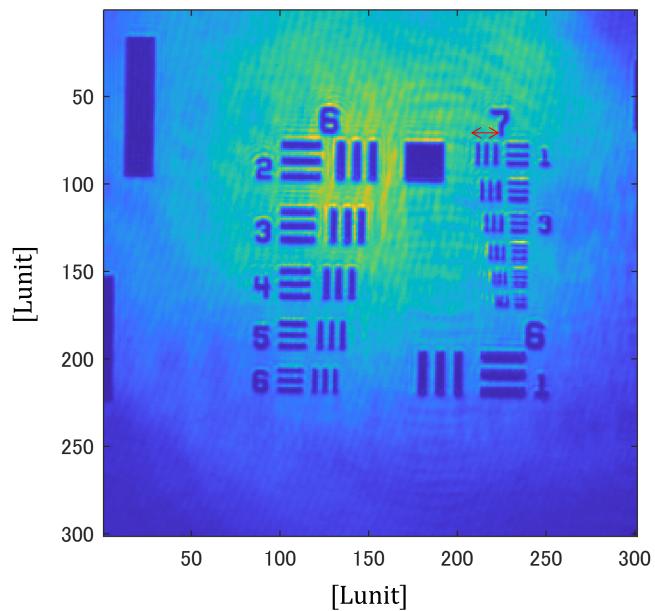


図 9.11: 解像度を評価した様子. 軸は 1 メモリあたりピクセルサイズを倍率で割った Lunit($=1.5\mu\text{m}$) を示す. 2.5μm 程度のターゲット間隔を判別できるだけの解像度が確認できる.

9.3 イメージング光の改良

9.3.1 イメージング光の追加

6 章の最後の節で説明したように本実験系では水平方向と鉛直上向方向の 2 方向からイメージングを行っている。これまで二つの方向のイメージング光を同時に使用することはできなかったが、今回導入した飽和強度を決定する手法では両方向からイメージング光を同時に使用する必要がある。そこでイメージング光を新たにもう一つ用意し、水平方向のイメージング光に使用することにした。図 9.12 は新たに追加した光学系全体の概要図である。まず図 9.12 に示した 671nm で発振する ECDL を D2 遷移に周波数を安定化させる。分光には AOM で設定した周波数で回折した-1 次光を用いているので、D2 遷移の周波数よりもその分高い周波数で安定化される。MOT Cooling 光のレーザー周波数とビートロックして安定化されたレーザー光はダブルパスで組んだ AOM によってその周波数を調整することができる。シングルパスではなくダブルパスであれば光のパスが変わらないため周波数制御によく用いられるが、音響光学素子 (以下 AOM:Acousto-optic modulator) の作動周波数の二倍の周波数変化があることに注意が必要である。

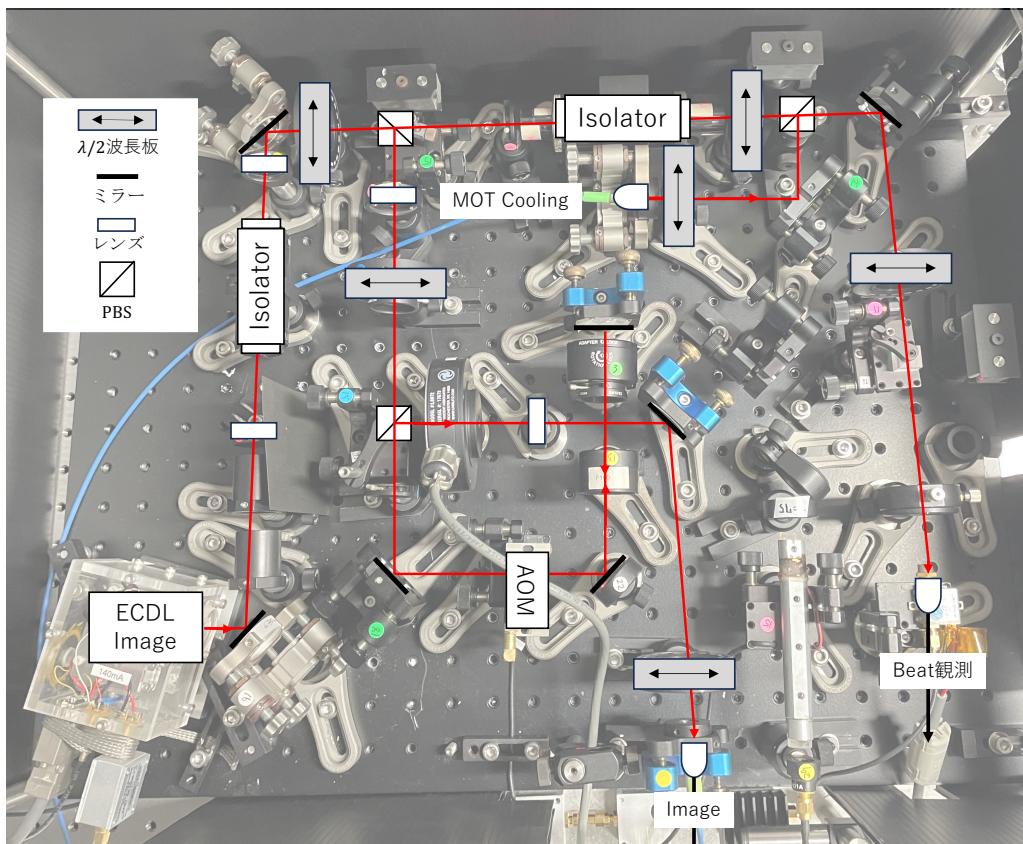


図 9.12: 新たに用意した水平方向のイメージング光の回路。

鉛直方向からの吸収イメージングに用いるイメージング光も同様に AOM のダブルパスによって最終的な光の周波数が制御される。ただしドップラー効果による影響を低減するために本撮像系では線形周波数チャーブを導入している。これは7章でも述べたように飽和カウントを評価するためにも必要な技術になる。これまで同様に FG から直接的に周波数を時間に応じて変化させることも可能だが、現在用いている FG ではその性能上 ${}^6\text{Li}$ 原子に要求される数 μs の照射時間内で周波数チャーブができない。そこで入力電圧に応じて出力周波数を変化させる電圧制御型発信機（以下 VCO:Voltage-controlled oscillator）を導入することで、ドップラー効果によるイメージのロスを低減している。

9.3.2 周波数チャーブ

時間に応じて周波数が増加（減少）する信号のことをチャーブ信号と呼ぶ。今回は光の照射時間に応じて速度が線形に増加していくため、同様にレーザー周波数も線形に変化させる線形チャーブを用意した。

図9.14に光の周波数を制御するまでの流れをまとめた概念図を示した。実験ではパソコンから送られるトリガー（～5V）に応じて光が放出され同時に周波数チャーブが始まる。FG に外部からトリガーが送られた際、電圧を線形に変化させるための三角波を出力し VCO に送る。VCO は入力電圧に応じて出力周波数を変化させる発信機であり、入力電圧を線形に変化させることで三角波に応じた線形周波数チャーブを行う。厳密にはその後に電圧可変アテネータ（VVA）を通することで出力周波数の振幅を制御し、さらに rf アンプを透過後に音響光学変調器（以下 AOM）を2回通することで光の周波数や強度を制御する。図9.13a,9.13b に入力電圧に対する周波数と光強度の関係を示した。

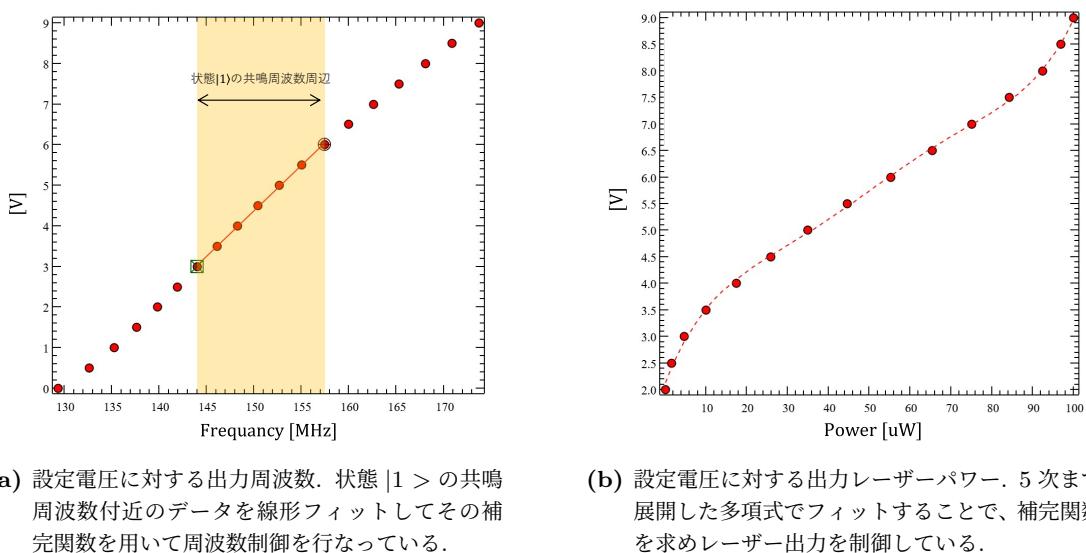


図9.13: VCO に入力される電圧と実際に出力される周波数やレーザーパワーの関係。

光の出力に対して周波数チャーブが独立に制御されるため、光出力と同時にチャーブを

開始するためにはそのタイミングが重要になってくる。しかし、実際には VCO の中に組み込まれているオペアンプや AOM 内の 1mm 程度の厚みによって伝達に遅延が起こり得る。図 9.15 に外部からトリガーを送った後の周波数変化の様子と AOM からの光出力を PD で観測した様子を示した。その結果パソコンから外部トリガーを送った～200ns 後に周波数チャーブが開始されるのに対して、実際に AOM から光が出力されるのは 800ns 後であることが読み取れた。したがって光が原子に当たると同時に周波数をチャーブする

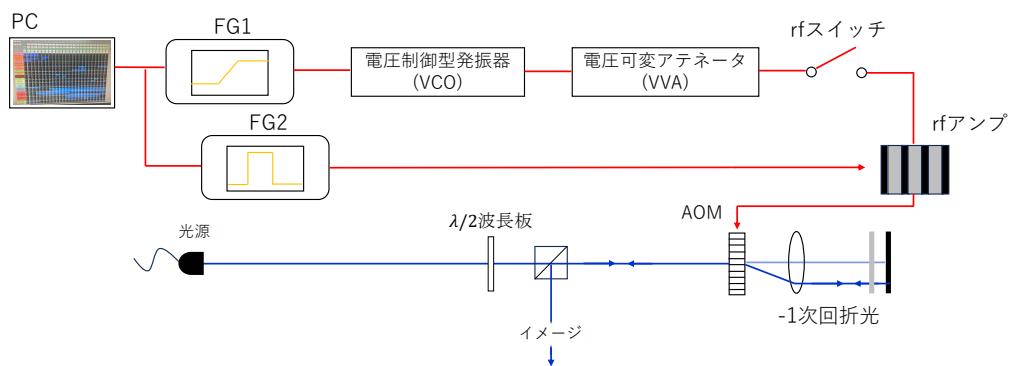


図 9.14: 周波数制御と光強度制御の流れを示した概念図。

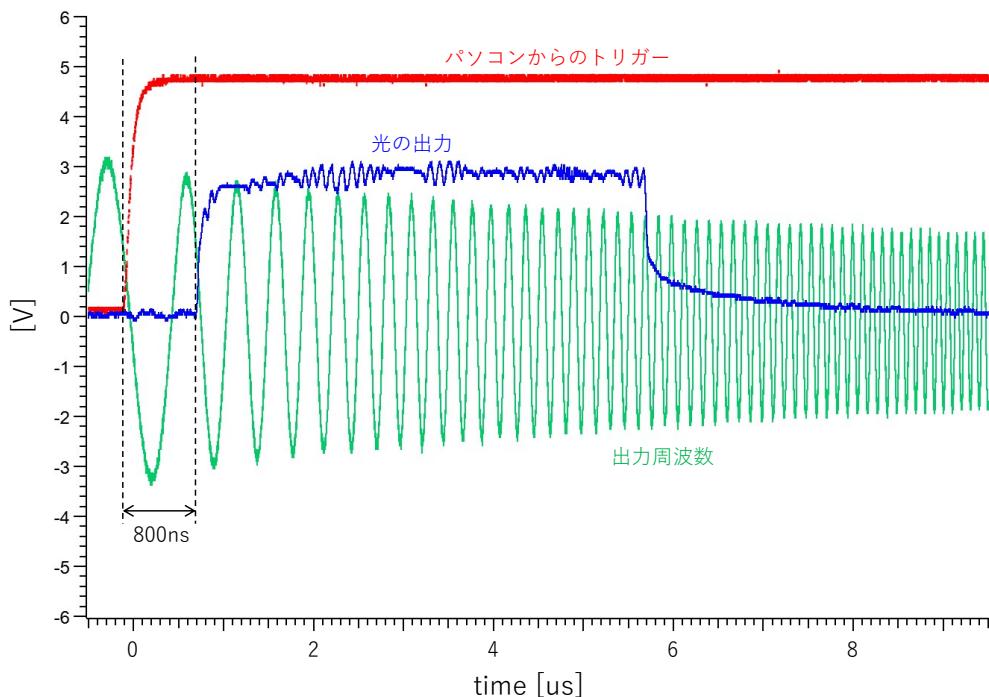


図 9.15: パソコンからトリガーが送られた後の周波数変化と rf アンプ出力をオシロスコープで観測した様子。パソコンから 5V のトリガー（赤線）が送られた後に実際に光が出力されるタイミングをフォトディテクターで観測したところ、約 800ns ほど遅れて光が出力されていることがわかった。今回はこの遅れを考慮したチャーブレートと開始周波数を実効的に決定することで、常に原子と共に鳴を保つような実験条件を決定した。

ためには、光の出力するタイミングを遅らせるか開始の周波数をあらかじめ負に離調させておく必要がある。次節で説明するように今回は原子が最も光子を吸収する開始周波数とチャーブレート [MHz/ μ s] を探すことで、実効的にタイミングを合わせている。

図 9.16 に実際に 20μ s の間周波数をチャーブし続けた様子を示した。この場合チャーブレート $1.0[\text{MHz}/\mu\text{s}]$ で周波数チャーブができていることが確認できた。ここでフィッティング関数として次の (9.8) 式を用いた。

$$V_{\text{Freq}} = A \exp(-t/\tau) \times \sin\left(2\pi(\phi_0 + f_0 t + \frac{1}{2} Ct^2)\right) \quad (9.8)$$

ϕ_0 は初期位相、 f_0 は開始周波数 [Hz]、C がチャーブレート [MHz/ μ s] を表す。また VCO に用いているオペアンプの影響によって出力周波数の振幅が減衰してしまうため減衰項 $\exp(-t/\tau)$ を入れている。

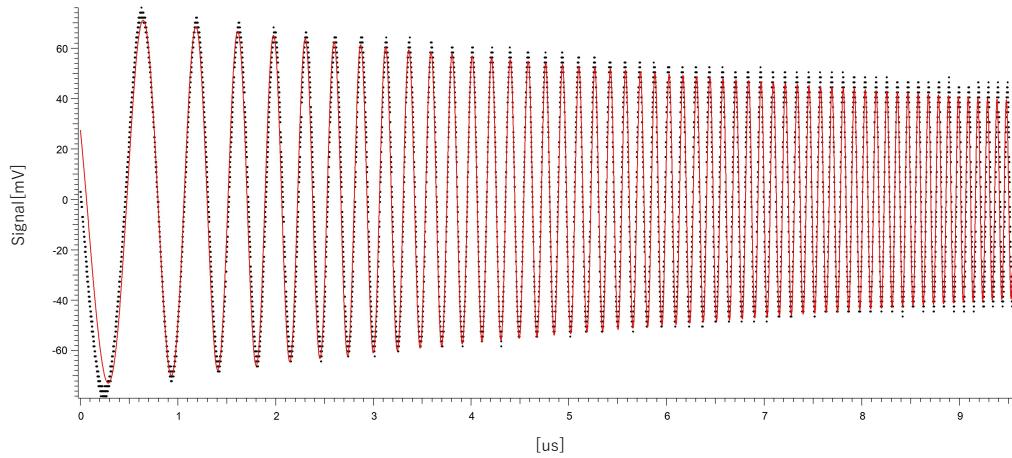


図 9.16: 線形周波数チャーブのチャーブレートをフィッティングにより評価した様子。

第 10 章

等温圧縮率の解析

6 章で実験的に得られる光学密度 (OD) から二次元密度分布 (n_{2D}) へと変換する流れについて説明した。そのために飽和カウントと実効吸収断面積が重要であった。ここからは得られた二次元密度分布から三次元の密度密度分布へと変換させ、さらにその密度分布とポテンシャルとを結びつけることで圧力や等温圧縮率などの熱力学量を熱力学関係式から導くことができる。この手法は先行研究である MIT の手法であり、散乱長が発散しているユニタリー領域やゼロ散乱長領域である理想フェルミ気体においてのみ有効である。理想フェルミ気体は BCS-BEC クロスオーバー領域の定義域にはないが、実験パラメーター(飽和強度・吸収断面積)の評価や状態方程式の再現性の確認に用いている。本章では解析によって二次元密度分布から三次元の密度密度分布へ変換手法(逆アーベル変換)と、得られた密度分布から等温圧縮率を導くための熱力学関係式について説明する。またそのために必要な局所密度近似 (LDA) やポテンシャルマッピングについても加えて説明を行う。

ここで実際の実験においてユニタリーフェルミ気体では状態 $|1\rangle$ と状態 $|2\rangle$ が、理想フェルミ気体では状態 $|1\rangle$ と状態 $|3\rangle$ のそれぞれ 2 成分がトラップ内で捕獲されている。実際に吸収イメージングによって観測されるのはそのどちらか 1 成分のみであるため、測定された密度分布は 1 成分だけの大きさを持つことになる。本実験系ではトラップ内にバランス系を用意しているため、実際はその倍の密度分布であることに注意されたい。¹

¹ 例えば状態 $|1\rangle$ と状態 $|2\rangle$ のバランスを用意している場合、測定される密度分布は状態 $|1\rangle$ の 1 成分のみであるが解析する際にはトラップ内の全てのフェルミ原子を考えるため状態 $|2\rangle$ も含めた解析が必要である。スピンインバランス系では各スピン状態の密度分布 ($n_{\uparrow}, n_{\downarrow}$) についてそれぞれ考える必要がある。

10.1 逆アーベル変換

6章では吸収撮像法を用いて吸収イメージを撮影する方法について説明した。これは光の吸収度合いを表しており原子密度に相当するデータとなるが、イメージの方向に積分されているためその分の情報が失われてしまっている。そこで本研究では逆アーベル変換 (Inverse-Abel Transformation) を行うことで2次元の面密度分布を3次元の密度分布へと変換している。そもそもアーベル変換は軸対象な関数をある方向に積分する変換で、

$$\begin{aligned} f(x, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} F(r, z) dy \\ &= 2 \int_{-\infty}^x \frac{r R(r, z)}{(r^2 - x^2)^{1/2}} dr \end{aligned} \quad (10.1)$$

で定義されるものである。この逆変換として逆アーベル変換が、

$$F(r, z) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^r \frac{1}{(r^2 - x^2)^{1/2}} \frac{\partial f(x, z)}{\partial x} dx \quad (10.2)$$

で与えられる。本実験で得られる吸収イメージもz軸対称な原子集団に対してイメージ方向に積分して得られる画像データであるため、これはアーベル変換に相当する。したがって吸収イメージに対して逆アーベル変換を適用することで、元の3次元密度へ直すことができる。具体的には逆アーベル変換を用いて面密度分布から3次元密度へと変換するための式が、

$$n(r, z) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^r \frac{1}{(r^2 - x^2)^{1/2}} \frac{\partial (OD(x, z) / \sigma_{\text{abs}})}{\partial x} dx \quad (10.3)$$

で与えられる。ここで面密度 $n_{2D}(x, z)$ と光学密度 $OD(x, z)$ の関係 $\sigma_{\text{abs}} n_{2D}(x, z) = OD(x, z)$ を用いた。これらの変換は軸対象であることを前提としているが必ずしも円筒対称である必要はなく、等ポテンシャル面が軸を対称として $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \text{const.}$ を満たしていれば良い。ここで $\eta = \frac{a}{b}$ は楕円率であり、真円以外の時は(10.3)式に係数 a/b がかかる。本実験系においてこの楕円率はポテンシャルのビームウエスト比に相当し、

$$\eta = \frac{W_x}{W_y} \quad (10.4)$$

で与えられる。ただし本実験系ではx方向とy方向のビームウエストがほとんど等しく真円に近いものと見なしている。

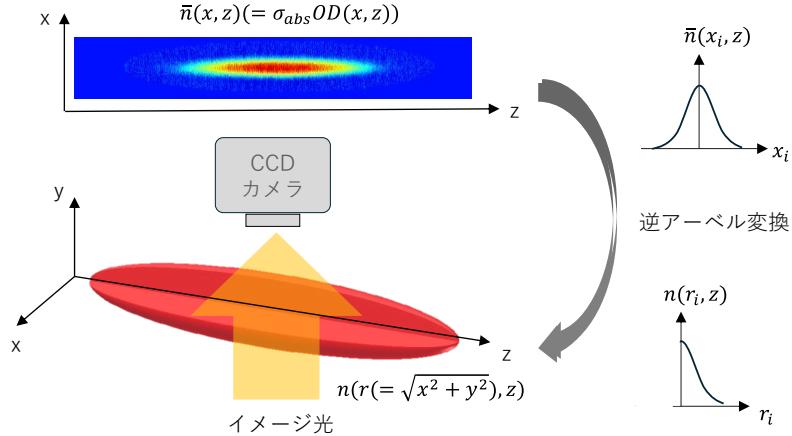


図 10.1: 逆アーベル変換の概念図.

10.2 状態方程式の構築

最終的に得られた局所密度分布とトラップポテンシャルの関係から本目的である等温圧縮率を解析する。本手法は先行研究である MIT の解析方法 [17] を参考にしたもので、状態方程式を構築するために熱力学関係式と局所密度近似のみで完結することができる。特にユニタリー領域では 2 章で説明したように等温圧縮率は圧力の関数として扱うことができ、最終的に評価したい温度 T/T_F や定積比熱、化学ポテンシャルなどの熱力学量を評価するためにはこの関係性が非常に重要になる。以下ではこの圧力と等温圧縮率について説明し、次に温度やその他の熱力学量の評価過程について述べる。

10.2.1 圧力と等温圧縮率

2 章で説明した通りバランス系の熱力学ポテンシャルの全微分は s 波相互作用による寄与も加えて、 $\Omega = \Omega(V, T, \mu, a^{-1})$ の計 4 つのパラメータで与えられる。

ここで V だけが示量変数であることから圧力 P はコンタクト密度 C を用いて、

$$dP = nd\mu + sdT + \left(\frac{\hbar^2 C}{4\pi m} \right) da^{-1} \quad (10.5)$$

$$P = P(\mu, T, a^{-1})$$

で与えられる。ここから熱平衡状態かつ散乱長 a が一定だと考える。すると (10.5) 式で圧力は化学ポテンシャル μ にのみ依存するようになるため熱力学関係式から密度分布が、

$$n = \left(\frac{\partial P}{\partial \mu} \right)_T \quad (10.6)$$

と表現できるようになる。同様に圧力は密度の積分値として、

$$P(\mu, T) = \int_{-\infty}^{\mu} n(\mu', T) d\mu' \quad (10.7)$$

で与えられ、局所密度近似 ($\mu(r) = \mu_0 - V_{\text{trap}}(r)$) が成り立つ範囲内であれば

$$P(V, T) = \int_{\infty}^V n(V', T) dV' \quad (10.8)$$

が成立する。つまり圧力はポテンシャルに対する局所密度の積分値で与えられる。また等温圧縮率も同様に局所密度近似が成り立つならば、その定義から次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \kappa_T &\equiv -\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dP} \right)_T \\ &= \frac{1}{n^2} \left(\frac{dn}{d\mu} \right)_T \\ &= -\frac{1}{n^2} \left(\frac{dn}{dV_{\text{trap}}} \right)_T \end{aligned} \quad (10.9)$$

すなわち等温圧縮率はポテンシャルに対する局所密度の微分式で与えられる。ここで得られた熱力学量は冷却フェルミ気体を用いた量であり、これを普遍的なものとするために理想フェルミ気体のゼロ温度極限で無次元化する。理想フェルミ気体における状態方程式は解析的に解くことが可能であり圧力は、

$$P(\mu, T) = -2 \frac{k_B T}{\lambda_T^3} \text{Polylog}_{\frac{5}{2}} \left(-\exp \left(\frac{\mu}{k_B T} \right) \right) \quad (10.10)$$

で与えられるため、ゼロ温度極限 ($T \rightarrow 0$) における理想気体の圧力は、

$$\begin{aligned} P_0(\mu, T \rightarrow 0) &= \lim_{T \rightarrow 0} P(\mu, T) \\ &= \frac{2}{15\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \mu^{\frac{5}{2}} \end{aligned} \quad (10.11)$$

となる。またゼロ温度極限における理想気体の密度分布が、

$$\begin{aligned} n_0(\mu, T \rightarrow 0) &= \frac{dP_0(d\mu)}{d\mu} \\ &= \frac{1}{3\pi^2} \left(\frac{2m\mu}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (10.12)$$

で与えられることから、同様にゼロ温度極限における等温圧縮率は、

$$\begin{aligned} \kappa_0(\mu, T \rightarrow 0) &= \frac{1}{n_0^2} \left(\frac{n_0}{d\mu} \right) \\ &= \frac{3}{2} \frac{1}{n_0 \varepsilon_F} \end{aligned} \quad (10.13)$$

で与えられる。ここで ε_F はフェルミエネルギーである。

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{\frac{2}{3}} \quad (10.14)$$

これらの量を用いて (10.8) 式と (10.9) 式をそれぞれ無次元化した圧力 \tilde{P} と等温圧縮率 $\tilde{\kappa}_T$ は、

$$\tilde{P} = \frac{P(\mu, T)}{P_0(\mu)} = \frac{1}{P_0(\mu)} \int_{\infty}^V n(V', T) dV' \quad (10.15)$$

$$\tilde{\kappa}_T = \frac{\kappa(\mu, T)}{\kappa_0(\mu)} = - \left(\frac{d\varepsilon_F(n)}{dV_{\text{trap}}} \right)_T \quad (10.16)$$

で求めることができる。ここまで局所密度近似と熱力学関係式を用いてゼロ温度極限における理想フェルミ状態方程式で無次元化した圧力と等温圧縮率を求めることができた。2章でも説明した通りこの等温圧縮率と圧力は $\tilde{\kappa}_T = \tilde{\kappa}_T(\tilde{P})$ の関係を持つ。この関係は有限散乱長領域でも成り立つが、温度で無次元化した散乱長 λ_T/a が一定であることが条件となる。

図 10.2 にここまで導出過程をまとめた。グラフは各状態方程式の概念図である。

10.2.2 その他の熱力学量

本手法のメリットは 10.2.1 節の流れで測定した圧力や等温圧縮率を無次元状態方程式 f_P, f_n と結びつけることで、温度や比熱、エントロピーなどの熱力学量に変換させることにある。ここからは $X \equiv \beta\mu$ として λ_T/a 一定の下 2 章で定義した無次元状態方程式 f_n (2.40), f_P (2.41) を導入する。これら無次元状態方程式を用いることでフェルミエネルギー (10.14 式) は、

$$\begin{aligned} \varepsilon_F &= \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{f_n^{\frac{2}{3}}}{\lambda_T^2(T)} \end{aligned} \quad (10.17)$$

と表現できる。さらに $\varepsilon_F = k_B T_F$ であることを考慮すると、

$$T/T_F = \frac{4\pi}{(3\pi^2)^{\frac{2}{3}}} f_n^{-\frac{2}{3}}(X) \quad (10.18)$$

が導ける。以降 $T/T_F = \tilde{T}$ とする。同様に先ほど導いた \tilde{P} や $\tilde{\kappa}_T$ についても $f_n(X)$ や $f_P(X)$ を用いて表現することができ、(2.40), (2.41) 式に対して (2.40), (2.41) 式の関係を用いることで、

$$\tilde{P} = \frac{5}{2} \tilde{T} \frac{f_P(X)}{f_n(X)} \quad (10.19)$$

$$\tilde{\kappa}_T = \frac{2}{3} \tilde{T}^{-1} \frac{f'_n(X)}{f_n(X)} \quad (10.20)$$

で与えられる。ここで $df_n(X)/dX \equiv f'_n(X)$ である。したがって状態方程式 $f_n(X)$ が分かれば温度 \tilde{T} を評価することができるがわかったが、実験でこれを直接得ることはできない。そこで既知である \tilde{P} や $\tilde{\kappa}_T$ を用いて \tilde{T} を評価する。これは圧力 \tilde{P} の温度 \tilde{T} 微分が、

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{P}}{d\tilde{T}} &= \frac{d\tilde{P}}{dX} \frac{dX}{d\tilde{T}} \\ &= \frac{5}{2\tilde{T}} \left(\tilde{P} - \frac{1}{\tilde{\kappa}_T} \right) \end{aligned} \quad (10.21)$$

で与えられることから、

$$\int_{T_i}^{T_f} \frac{d\tilde{T}}{T} = \int_{P_i}^{P_f} \frac{2}{5} \frac{1}{\left(\tilde{P} - \frac{1}{\tilde{\kappa}_T} \right)} d\tilde{P} \quad (10.22)$$

として導くことができる。すなわちこれは \tilde{P} と $\tilde{\kappa}_T$ の関係について積分することで得られ、実験的に測定可能な物理量から求めることができた。また、圧力や等温圧縮率、温度を実験的に決めることができれば (10.19), (10.20) 式から熱力学ポテンシャルの無次元状態方程式 $f_P(X), f_n(X), f'_n(X)$ を求めることができる。これはエントロピーや比熱、エネルギーを測定するために必要な状態量となる。以下にその関係をまとめる。

●エントロピー

$$\frac{S}{nk_B} = \frac{5}{2} \frac{f_P(X)}{f_n(X)} - X \quad (10.23)$$

●定積比熱

$$\frac{C_V}{nk_B} = \frac{15}{4} \frac{f_P(X)}{f_n(X)} - \frac{9}{4} \frac{f_n(X)}{f'_n(X)} \quad (10.24)$$

●定圧比熱

$$\frac{C_P}{nk_B} = \left(\frac{15}{4} \frac{f_P(X)}{f_n(X)} - \frac{9}{4} \frac{f_n(X)}{f'_n(X)} \right) \frac{5}{3} \frac{f_P(X)f'_n(X)}{f_n^2(X)} \quad (10.25)$$

●断熱圧縮率

$$\tilde{\kappa}_s = \frac{2}{5} \tilde{T}(X) \frac{f_n(X)}{f_P(X)} \quad (10.26)$$

等温圧縮率導出までの流れ

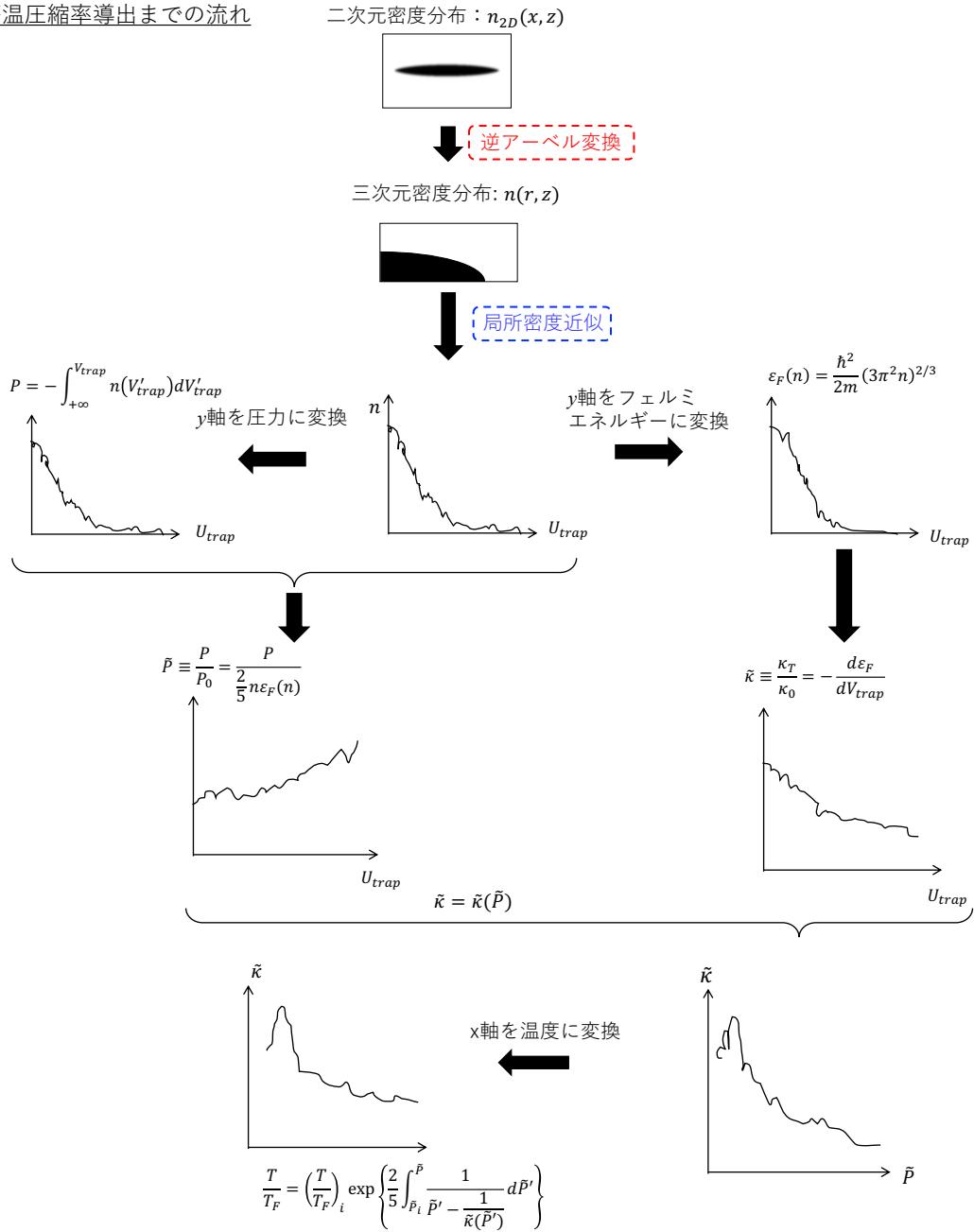


図 10.2: 密度分布から等温圧縮率を解析するまでの流れ. 主に熱力学関係式を用いることで求めることができる.

第 11 章

実験結果

今回、新たな手法で評価した飽和カウント (C_{sat}) や実効吸収断面積 ($\alpha\sigma_{\text{abs}}$) 解析パラメータを適用することでデータ解析の信頼性が向上したと言える。本章ではこの再評価した解析パラメータや構築した光学系を用いて理想フェルミ気体とユニタリー領域における状態方程式を構築し、等温圧縮率を評価した結果について説明する。

11.1 状態方程式

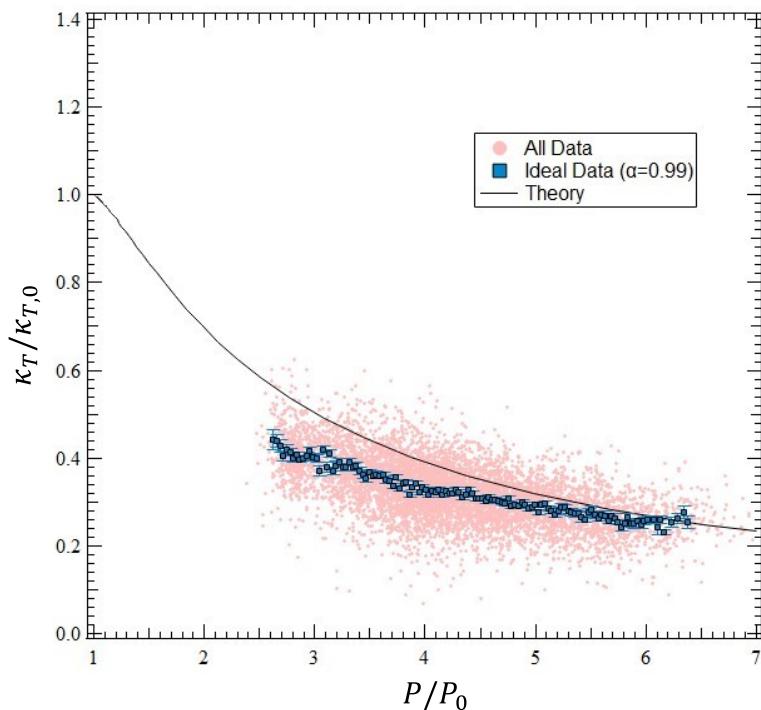


図 11.1: 状態 $|1\rangle, |3\rangle$ 間のゼロ散乱長領域における理想フェルミ気体の状態方程式。横軸は圧力、縦軸は等温圧縮率をとっており共に理想フェルミ気体のゼロ温度極限で無次元化している。実効吸収断面積は理論計算で与えられる値に補正係数 0.99 をかけた値を用いている。

図 11.1 は理想フェルミ気体の等温圧縮率を圧力の関数としてグラフに示したもので、データ数にして約 1500 枚ほどの吸収イメージを用いて構築した。このグラフの関係は 2 章の (2.45) 式で説明した関係を用いており、それぞれ理想フェルミ気体のゼロ温度極限値で無次元化している。4 章で説明したように $\tilde{\kappa}_T = \frac{\kappa_T(n, T, a^{-1})}{\kappa_{T0}(n)}$ 、 $\tilde{P} = \frac{P(n, T, a^{-1})}{P_0(n)}$ である。また黒線で示したデータが理想フェルミ気体状態方程式の解析解を表しており、ピンク点で示したデータが状態 $|1\rangle, |3\rangle$ のゼロ散乱長領域 (568.07Gauss) における本実験で得られた全データである。これをビニングした結果が青点で示したデータである。本実験では蒸発冷却後のポテンシャルの深さを変えることで様々な温度条件で原子を観測しているが、各温度条件で撮影したデータがよく重なりあってることから熱力学関係を十分に満たしていることが分かる。このグラフで示した結果は吸収断面積の補正係数 α を 0.99^{*1} として計算を行っており、理想フェルミ気体の解析解を下回る解析結果が得られた。また吸収断面積の補正係数ごとに状態方程式を構築した結果を図 11.2 に示した。このグラフから本来の理論計算で与えられる吸収断面積を与えると主に低温領域で解析解とはまた違った振る舞いをすることが、補正係数を下げていくことで徐々に解析解となる黒線に近づいている様子が確認できる。ただし 8 章で説明したようにイメージング光の σ^- 偏光純度は 99(1)% であり、ドップラー効果は周波数チャープを導入することで実効的に打ち消している。また MOT 用ミラーを動的に制御していることから、本実験では吸収断面積の値にロスは生じ得ない光学系が確立できている。したがって吸収断面積の補正係数 α は 1 であり、実験的に得られた理想フェルミ気体の状態方程式が解析解と異なるのは光学系では説明できない物理学的な要因が働いていると推測される。

^{*1} 8 章で求めたように σ^- 偏光純度の割合は 99% であった。

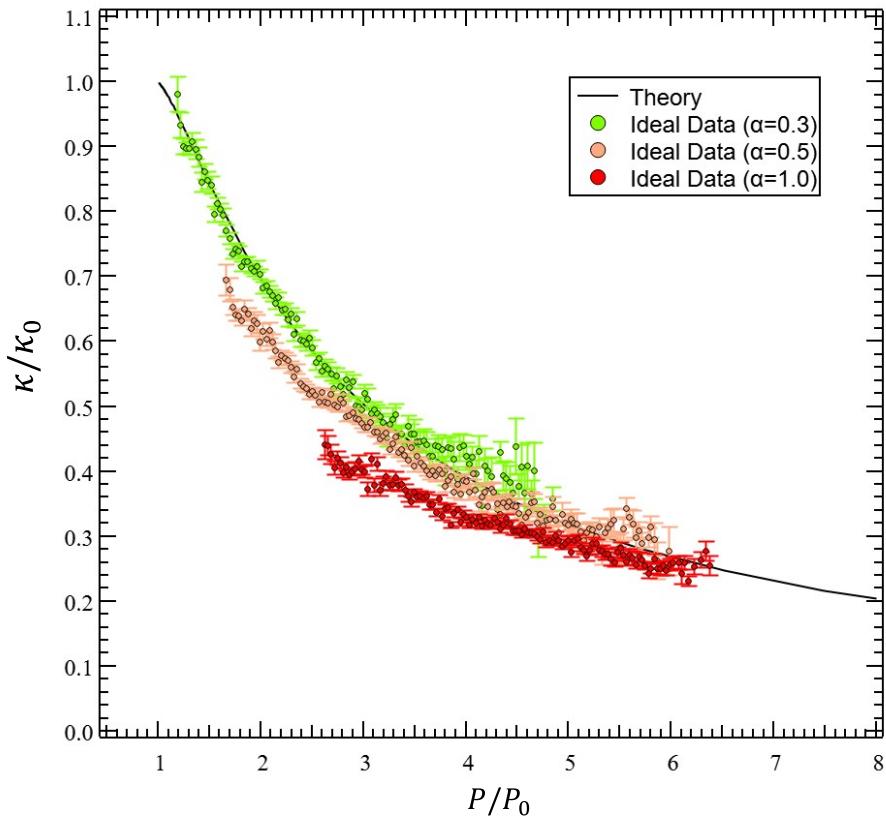


図 11.2: 吸収断面積の補正係数の依存性確認. 緑点が補正係数 $\alpha = 0.3$ 、緑点が補正係数 $\alpha = 0.5$ 、緑点が補正係数 $\alpha = 1.0$ を表す. この結果補正係数 $\alpha = 0.3$

最後に磁場領域を変えたときの理想フェルミ気体の再現性の確認を行なった。図 11.3 は磁場領域を変えて測定した理想フェルミ気体の状態方程式を示しており、ここでは補正係数 $\alpha = 0.3$ とした実効吸収断面積を用いている。状態 $|1\rangle, |3\rangle$ のゼロ散乱長領域 (568.07Gauss) で観測できた振る舞いは、状態 $|1\rangle, |2\rangle$ のゼロ散乱長領域 (527.18Gauss) で測定した状態方程式でも変わらず補正係数 α が 0.3 で解析解によく一致していることが確認できた。ここで J. E. Thomas らによって測定された状態 $|1\rangle, |3\rangle$ のゼロ散乱長領域は 567.98Gauss としており我々の測定磁場とは 0.1Gauss ほど異なるが、図 3.3 から分かるように散乱長が 0 の領域付近では磁場に対して散乱長の変化が鈍感でその違いは $1.3a_0$ ^{*2} 程度であることからほとんど影響がないと言える。実際にその磁場領域で測定した状態方程式は赤点で示したような結果となり、同様に α が 0.3 で理想フェルミ気体の解析解に一致する振る舞いが確認できた。したがって状態 $|1\rangle, |3\rangle$ 間の s 波散乱にかかわらず本実験系で測定される理想フェルミ気体全てにおいて光学系による影響以外の物理が働いていることが分かる。

^{*2} a_0 はボーリング半径。

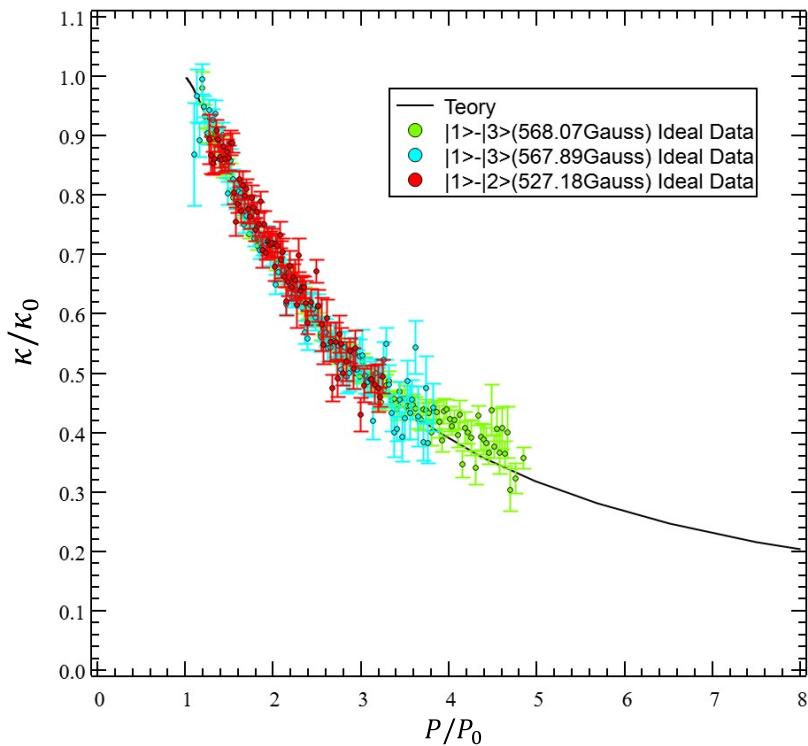


図 11.3: 磁場条件を変えて理想フェルミ気体の状態方程式を測定した様子. 状態 $|1\rangle, |2\rangle$ 間のゼロ散乱長磁場 527.18Gauss と J. E. Thomas らによって測定された状態 $|1\rangle, |3\rangle$ のゼロ散乱長領域 567.98Gauss で状態方程式を再測定した.

次に強相関フェルミ粒子系のうち散乱長が発散するユニタリー領域で等温圧縮率状態方程式の測定を行ったので、その結果についても報告する。図 11.4 は実際にユニタリー領域で測定した圧力と等温圧縮率の実験結果を示している。吸収断面積は理想フェルミ気体の状態方程式を構築したときと同様に $\alpha = 0.99$ の補正係数をかけた値を使用している。白点で示した MIT の先行研究と比較して本研究で得られた等温圧縮率は、これまで同様に先行研究を下回る結果となった。低温では圧力に対する等温圧縮率が 2 次相転移することが知られているが、そのときの温度 (転移温度: T_c/T_F) が先行研究である MIT では 0.167(13) であるのに対し本研究でのおおよその見積もりでは ~ 1.1 近傍となった。またゼロ温度極限で定義されるバーチパラメータは $\xi = \tilde{P}(T/T_F \rightarrow 0) = 1/\tilde{\kappa}_T(T/T_F \rightarrow 0)$ で与えられ、その値は MIT が 0.376(5) であったのに対して本研究結果では 0.753(9) となった。

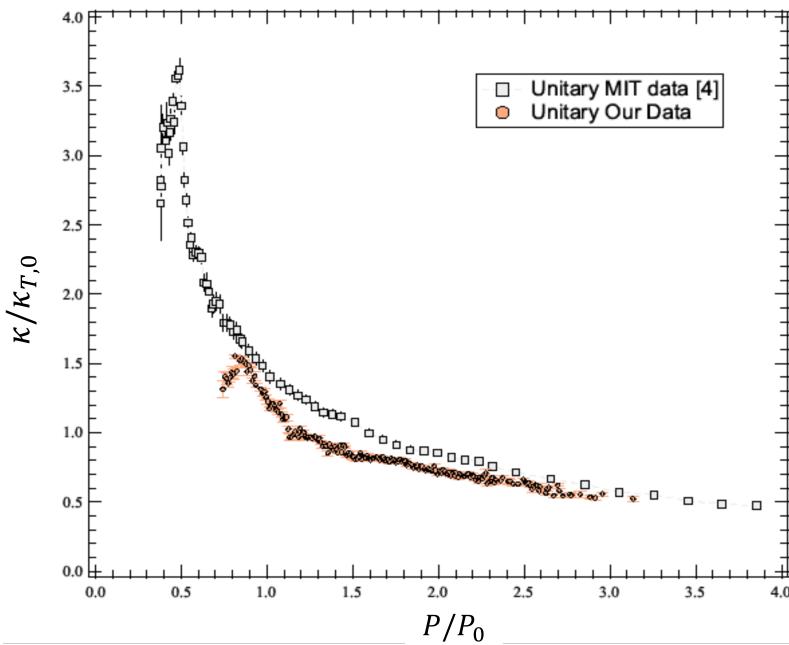


図 11.4: 状態 $|1\rangle, |2\rangle$ のユニタリー領域 (832.18Gauss) における等温圧縮率.

ここまでをまとめると、理想フェルミ気体の等温圧縮率は低温になるにつれて解析解から離れていくような振る舞いをしており、同様にユニタリー領域においても先行研究を下回る等温圧縮率が観測された。そこで本実験で用いているトラップポテンシャルについて再度考察してみる。

3 章で説明したように本研究ではガウシアンポテンシャル^{*3}を用いており、その半径方向 (x, y) の閉じ込めの強さは光トラップのビームウエストを小さく (大きく) することで制御することができる。閉じ込めの強さを大きくすることで y 方向にかかる重力ポテンシャルの影響を受けにくくすることが可能であるが、強くするとエネルギー準位が原子から見え始めるといった問題が出てくる [27]。具体的には半径方向の閉じ込めによるエネルギー間隔が系の温度エネルギー $k_B T$ やフェルミエネルギー ε_F と比較して十分に大きいと捉えることができる状況下では、ポテンシャルの半径方向 (x, y) ではエネルギー間隔の連続性が保てなくなり 3 次元的ではなく 1 次元的な状態方程式を観測してしまっている事になる。

つまり軸方向 (z 方向) のみが状態方程式として有効になる。もしこのような振る舞いをしていれば 3 次元的な状態方程式として解析している本研究手法では正しく解析することができない。例えば本研究のようにポテンシャルマッピングによって局所密度近似が成り立つようにポテンシャル形状を決めている場合、1 次元的な振る舞いをしていると半径方向ではエネルギーが離散化し軸方向では連続的であるため、ポテンシャルと局所密度の関係が両方向で矛盾してしまう可能性がある。その結果、等ポテンシャル面では同じ局所

^{*3} 調和近似したポテンシャルと捉えていただいても構わない。

密度という関係性も破綻してしまう。

先行研究である MIT では半径方向のビームウエストが $120\mu\text{m}$ 程度のポテンシャルを用いており、本実験系で用いている $80\mu\text{m}$ のポテンシャルと比較すると閉じ込めの強さが小さい。そのため先行研究とのズレもこのポテンシャル形状の違いから生まれる物理現象ではないかと考えている。この要因を検証するためには半径方向のポテンシャル形状を緩めることでエネルギー間隔の離散化を抑える必要があり、そのためには光学系のさらなる改良が求められる。ただし重力ポテンシャルによる影響で y 方向にはバイアスがかかるため、厳密には梢円率を設けて x 方向のみビームウエストを緩めたポテンシャルを準備する必要がある。

| ポテンシャルの条件@Our Lab | |
|--------------------------------------|-------|
| トラップ周波数 $f_{x,y}$ | 200Hz |
| 温度: $k_{\text{B}}T/h$ | 2kHz |
| フェルミ温度: $k_{\text{B}}T_{\text{F}}/h$ | 20kHz |
| ポテンシャルの条件@MIT | |
| トラップ周波数 $f_{x,y}$ | 140Hz |

表 11.1: 本研究と先行研究のポテンシャルの曲率。本研究で用いるポテンシャルが先行研究よりも強いことがわかる。

第 12 章

まとめと展望

12.1 まとめ

本論文では実効吸収断面積が減少しない光学系の設計と導入を行い飽和強度に相当する CCD カメラの出力数を高精度評価することで、フェルミ粒子同士が強相関を持つユニタリー領域における等温圧縮率の測定を行った。

解析パラメータである飽和強度は、原子が光から獲得する運動量によって移動した重心位置を測定し吸収した光子数を見積もることで求めた。その結果、照射時間 $1\mu\text{s}$ あたりの飽和強度は CCD カメラのカウント数にして $C_{\text{sat}} = 1120 \pm 20$ となった。この手法を用いることで OD に生じるノイズや捕獲原子数のエラーによる影響を受けることなく飽和強度を評価することができ、結果的に従来の手法で評価した飽和カウント $C_{\text{sat}} = 1070 \pm 80$ と比較してエラーバーを縮めることに成功した。またこの手法の懸念事項として獲得した速度によって生じるドップラー効果があったが、VCO を導入し周波数を線形にチャープすることで実効的に共鳴周波数を保ちながら散乱レートを測定することができた。ここで図 7.16 に示したようにイメージング光の照射時間を伸ばしても飽和カウントの値に変化がないことから、チャープによって共鳴を保ち続けていることは確認できている。また原子集団の厚みによって光強度が減衰されイメージ方向奥の原子が感じる光強度が小さくなることも懸念事項であった。しかし数値計算を用いたシミュレーションによって OD が 1 程度であればその影響は無視できることが確認できた。

8 章で説明したように吸収断面積は本来理論計算で原子ごとに与えられるが、用いる光学系次第でその値は減少してしまう。従来から用いていた光学系では原子の散乱光が光路上にあるワイヤグリッドミラーを透過する際に、その一部が反射されイメージングのロスになっている可能性があった。そこで電動リニアステージを導入することで動的にミラーを制御し、そのステージを取り付けるために長作動距離を持った組み合わせ対物レンズを設計し導入した。組み合わせ対物レンズは光線追跡ソフトウェアを用いることで収差量が小さくなるように単レンズ間を最適化しており、倍率 8.4 倍にして解像度: $2.5\mu\text{m}$ 、開口数 0.2 の性能を持った撮像系を準備することができた。またイメージング光の σ^- 偏光純度によっても吸収断面積の値が変化し得るため、位相板の角度を最適化することで σ^- 偏光

の純度を最大化した。その際、飽和強度と同様に原子が獲得する光子数を直接測定することで σ^- 偏光純度が 99(1)% のイメージング光を実現した。以上の取り組みによって実験で測定される吸収断面積が本来の理論計算で与えられる値に近づくような撮像系を準備することができた。

状態方程式は散乱長が発散するユニタリー領域と理想フェルミ気体の二つの領域で測定を行った。理想フェルミ気体の状態方程式は解析的に解けるため、実験結果との照合が可能である。これまで理論計算で得られた吸収断面積を用いるとこの解析解に一致せず、この結果が吸収断面積の減少によるものなのか、その他の物理学的な要因によるもののかは未解明なままであった。しかし本研究では組み合わせ対物レンズの導入や周波数チャーブ、 σ^- 偏光純度の調整を行ったため、本実験系では原子密度分布の測定において懸念事項のない観測系を準備できている。また従来の手法と合わせて原子が吸収する光子数から直接的に飽和カウントを評価し、その決定精度を向上させることができた。したがって今回の理想フェルミ状態方程式の測定で確認された解析解とのズレは、実効吸収断面積や飽和カウントが要因である可能性は限りなく低い。また構築した撮像系を用いてユニタリー領域における状態方程式を測定した結果、これまで同様に先行研究である MIT の実験値を下回る等温圧縮率が観測された。またゼロ温度極限においてはバーチパラメータ $\xi \simeq 0.753(9)$ で収束し、これは先行研究である MIT の測定結果 $\xi \simeq 0.376(5)$ と比較して 2 倍程度の値となった。この違いについては現在用意しているポテンシャル形状に問題があると考えており、エネルギーの離散化による状態方程式の不連続性の影響が表れていることが考えられる。

12.2 展望

飽和強度や吸収断面積を再評価し組み合わせ対物レンズを導入することで、解析パラメータや観測系に懸念事項のないシステムで状態方程式を測定した。ただし実験的に得られた理想フェルミ気体の状態方程式が解析解に一致しない要因が未だ解明できていない。本研究室ではこれらの原因としてトラップの閉じ込めの強さによって現れる次元的な問題に注目をしており、今後その検証を行うためにトラップポテンシャルに橙円率を設けた測定を行う。そして理想フェルミ気体の実験値と理論値が照合した状態でユニタリー領域を含めた有限散乱長領域で状態方程式を測定し、BCS-BEC クロスオーバー全域における等温圧縮率評価に挑戦したい。本研究で用いた実験条件や実験的に決定した解析パラメータの値を表 12.1 にまとめたので、本研究分野に挑戦される方にはぜひ参考にしていただきたい。この研究が成功すれば冷却フェルミ粒子系に限らず全クラスター間の階層構造の起源にせまる新たな発見が生まれるだろう。

| | |
|---|----------------------------|
| トラップポテンシャルの (深さ ~150nK:AOM 設定電圧 4V) | |
| トラップ周波数: ω_x | $2\pi \times 188\text{Hz}$ |
| トラップ周波数: ω_y | $2\pi \times 183\text{Hz}$ |
| トラップ周波数: ω_z (568.07Gauss) | $2\pi \times 5.7\text{Hz}$ |
| トラップ周波数: ω_z (832.18Gauss) | $2\pi \times 6.8\text{Hz}$ |
| 組み合わせ長作動距離対物レンズ | |
| 倍率 | 8.42 倍 |
| Effective Forcal Length | 118(4)mm |
| 飽和カウント | |
| Andor;Gain20 | 1120(24)[/us] |
| 磁場校正結果 ($V_{rf} = -1.43(3)B_{PC} + 109.6(1)$) | |
| 568.07Gauss($ 1\rangle - 3\rangle$) | $B_{PC}=568.2$ |
| 568.07Gauss($ 1\rangle - 3\rangle$) | $B_{PC}=568.0$ |
| 568.07Gauss($ 1\rangle - 3\rangle$) | $B_{PC}=527.2$ |
| 568.07Gauss($ 1\rangle - 3\rangle$) | $B_{PC}=832.2$ |
| レーザーパワー (P) に対するチャーブレート (R) | |
| $R = 2.7(2) \frac{1}{1 + (19.5(5)/P)}$ | |
| 入力電圧 (V) に対する VCO の出力周波数 (f) | |
| $V = 0.22(1)f - 29.3(4)$ | |

表 12.1: 本実験で評価した条件や測定結果まとめ.

付録 A

光の偏光

ここでは電磁場の偏光ベクトルの理解と偏光状態の記述について説明する。原子と光の相互作用において吸収断面積の大きさは光の偏光純度に依存するため、本実験系でもイメージングに用いる σ^- 偏光の純度を評価した。偏光状態は互いに直交する二つの電場ベクトルを用いて表現される。電磁波の電波方向 \mathbf{k} を z 方向として互いに直行するベクトル $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ を用意すると電場ベクトルは、

$$\mathbf{E}(z, t) = E_x \mathbf{e}_x e^{i(kz - \omega t)} + E_y \mathbf{e}_y e^{i(kz - \omega t + \delta)} \quad (\text{A.1})$$

と表現される。ここで δ は電磁波の異なる成分 ($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$) の位相差である。この位相差によって電磁波の偏光が様々に変化する。この位相差が 0 であるとき電場ベクトル A.1 は A.2 式で与えられる。ここで $E = E_x = E_y$ としこのときの偏光を特に「直線偏光」と呼ぶ。一方で位相差が有限であるときの偏光を「楕円偏光」と呼び、 $\delta = \pi/2$ であるときの楕円偏光は特に「円偏光」となる(式 A.3)。(+ が右回り円偏光(以下 σ^+ 偏光)、- が左回り円偏光(以下 σ^- 偏光)である。)

$$\mathbf{E}(z, t) = E_0 (\mathbf{e}_x e^{i(kz - \omega t)} + \mathbf{e}_y e^{i(kz - \omega t)}) \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{E}(z, t) = E_0 (\mathbf{e}_x e^{i(kz - \omega t)} \pm i \mathbf{e}_y e^{i(kz - \omega t)}) \quad (\text{A.3})$$

ここまで x, y 方向の電場ベクトルを基底として電場ベクトルを表現したが、 σ^+ 偏光と σ^- 偏光が互いに直交することからこれらを基底とした表現方法も可能である。式 A.3 より σ^+ 偏光ベクトル (\mathbf{e}_{σ^+}) と σ^- 偏光ベクトル (\mathbf{e}_{σ^-}) が、

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{\sigma^+} &= \mathbf{e}_x + i \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_{\sigma^-} &= \mathbf{e}_x - i \mathbf{e}_y \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

と与えられるためこれらを基底にとって電場ベクトルを表現すると、

$$\mathbf{E}(z, t) = E_+ \mathbf{e}_{\sigma^+} e^{i(kz - \omega t)} + E_- \mathbf{e}_{\sigma^-} e^{i(kz - \omega t + \delta)} \quad (\text{A.5})$$

となる。位相差がゼロ ($\delta = 0$) であれば式 A.5 は、

$$\mathbf{E}(z, t) = ((E_+ + E_-)\mathbf{e}_x + i(E_+ - E_-)\mathbf{e}_y)e^{i(kz - \omega t)} \quad (\text{A.6})$$

で与えられるため振幅が等しい ($E_+ = E_-$) 場合第二項目が消えて直線偏光の電場ベクトルとなる。一方で位相差が $\pm\pi/2$ で与えられる場合式 A.5 は、

$$\mathbf{E}(z, t) = ((E_+ \pm E_-)\mathbf{e}_x + i(E_+ \pm E_-)\mathbf{e}_y)e^{i(kz - \omega t)} \quad (\text{A.7})$$

で与えられるためこれは σ^+, σ^- 円偏光に相当することがわかる。以上より円偏光の基底ベクトル \mathbf{e}_{σ^\pm} を用いて電場ベクトルを表現することができた。また振幅が $\mathbf{E}^2 = \mathbf{E}_+^2 + \mathbf{E}_-^2$ で与えられることから電磁波の偏光状態は σ^- 偏光ベクトルと σ^+ 偏光ベクトルの各振幅の割合によって決定される。

A.0.1 ジョーンズベクトルとジョーンズ行列

x,y 軸方向を基底にとったときの電場ベクトルが式 A.1 で与えられるとき、この電場ベクトル用いて

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

と定義することにする。このベクトル \mathbf{J} は複素ベクトルを用いて電場ベクトルを表現したものであり、よくジョーンズベクトルと呼ばれる。任意の偏光(電場ベクトル)は直交する二つのジョーンズベクトルのペアを基底として表現することができる。したがってその基底ベクトルには A.9(x 方向直線偏光 & y 方向直線偏光) あるいは A.10(σ^+ 偏光 & σ^- 偏光) が用いられる。

$$\mathbf{J}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{J}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

$$\mathbf{J}_{\sigma^+} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad \mathbf{J}_{\sigma^-} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

この $\mathbf{J}_x, \mathbf{J}_y$ を基底に取ったジョーンズベクトルを用いることで光学素子を透過した後の偏光状態を簡単に記述することができる。透過後のジョーンズベクトルを J' とすると光学素子の透過前後は、

$$\begin{pmatrix} J'_x \\ J'_y \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

で変換することができる。このときの T が透過する光学素子を表しており「ジョーンズ行列」と呼ばれる行列式で与えられる。用いる光学素子ごとにこの行列は決まっており、表 A.1 に主なジョーンズ行列についてまとめた。

一方で σ^+, σ^- 円偏光を基底に取ったときのジョーンズ行列は x, y 方向のジョーンズベクトルを基底変換して得ることができる。このとき $\mathbf{J}_x, \mathbf{J}_y$ と $\mathbf{J}_{\sigma^+}, \mathbf{J}_{\sigma^-}$ の関係は

$$\begin{pmatrix} \mathbf{J}_{\sigma^+} \\ \mathbf{J}_{\sigma^-} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \mathbf{J}_x \\ \mathbf{J}_y \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

で与えられる。ここで A は基底変換ベクトルであり

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

で与えられる。したがって A.11 式を σ^+, σ^- 円偏光基底に変換すると光学素子を透過後のジョーンズベクトル $\mathbf{J}'_{\sigma^+}, \mathbf{J}'_{\sigma^-}$ は、

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{J}'_{\sigma^+} \\ \mathbf{J}'_{\sigma^-} \end{pmatrix} &= A T A^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{J}_{\sigma^+} \\ \mathbf{J}_{\sigma^-} \end{pmatrix} \\ &= T_\sigma \begin{pmatrix} \mathbf{J}_{\sigma^+} \\ \mathbf{J}_{\sigma^-} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

となる。このときの T^σ が基底変換後のジョーンズ行列に相当する A.1。例えば x 方向を基準として角度 θ だけ傾いた方向を進相軸に取ると $\lambda/2$ 波長板 (移相子) のジョーンズ行列は J_x, J_y を基底に取ると、

$$T = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

で与えられる。このとき基底変換後のジョーンズ行列は、

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} 0 & e^{2i\theta} \\ e^{-2i\theta} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.16})$$

となる。 $\theta = -\pi/2$ のとき $T_\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ で与えられるため、 $\lambda/2$ 波長板を透過後は基底ジョーンズベクトルが入れ替わるように作用する。

| 光学素子 | ジョーンズ行列 (J_x, J_y 基底) | ジョーンズ行列 ($J_{\sigma^+}, J_{\sigma^-}$ 基底) |
|---------------------------|---|--|
| 直線偏光子 (x方向) | $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ |
| 直線偏光子 (y方向) | $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ |
| 移相子 ($\lambda/4$ 波長板) | $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \pm i \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 \pm i & 1 \mp i \\ 1 \mp i & 1 \pm i \end{pmatrix}$ |
| 移相子 ($\lambda/2$ 波長板) | $\begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & e^{2i\theta} \\ e^{-2i\theta} & 0 \end{pmatrix}$ |

図 A.1: 光学素子のジョーンズ行列. Γ だけの位相遅延を与える波長板 (移相子) のジョーンズ行列は、(2,2) 成分が $e^{i\Gamma}$ で与えられる.

付録 B

電動リニアステージ

```

1 int TRG = 13; //TTL input
2
3 void set_velocity(int rate) {
4     String cmd = "0sv";
5     char buff[20];
6     sprintf(buff, "%02X", rate);
7     cmd += buff;
8     Serial.print(cmd);
9     Serial.flush();
10    delay(500);
11  }
12
13 void setup() {
14     Serial.begin(9600);
15     pinMode(TRG, INPUT);
16  }
17
18 void loop() {
19     if (digitalRead(TRG) == HIGH) {
20         set_velocity(33);
21         Serial.print("0ho0");
22         while (digitalRead(TRG) == HIGH) {
23             delay(10);
24         }
25     } else {
26         set_velocity(33);
27         Serial.print("0fw");
28         while (digitalRead(TRG) == LOW) {
29             delay(10);
30         }
31     }
32 }
```

図 B.1: 電動リニアステージを動かすために用いたプログラム。用いている言語は Arduino であり、移動速度や移動距離を制御することができる。

謝辞

本論文は大阪公立大学大学院理学研究科物理学専攻レーザー量子物理学研究室における前期博士課程の2年間の研究をまとめたものです。この研究の実施にあたり、多くの方々からご指導やご支援を賜りましたことを心より感謝申し上げます。

まず初めに、井上慎教授に感謝に意を表します。普段のミーティングや学会発表の練習中にいたぐる的確なアドバイスは自分の研究を進める上で非常に重要でした。また講義で学んだことは今の研究の礎となっており、分かりやすい講義内容には大変感謝しております。学外から先生方を招いていただいた際には積極的に交流を促してください、ノーベル物理学賞受賞者の方とお話しする時間はとても刺激的でした。ありがとうございました。

本論文の研究内容を進めるにあたって最もお世話になりました堀越宗一准教授には、学部4年生の時も含めて自分の研究生活を大変長く支えていただきました。実験では常に快適な実験ができるように装置を維持していただき、私がなかなか原子を集めることができなかった時や測定方法で悩んでいた際に貴重なお時間を使用してサポートしていただきました。またこれまで物理学についてはもちろんですが機械学習や光学設計、データ解析術や実験技術など想像していた以上のことが多く経験させていただきました。その際に多くの参考文献や論文をその都度紹介していただき、またお忙しい中でも文献内容の共有や研究のアドバイスなど大変多くのことをご教示いただき大変感謝しております。研究以外にも居室などでは他愛もない話に付き合っていただき、その際にお話していただく関西の観光スポットはいつも私が知らないところばかりで、その都度行ってみたい場所が増えたのは良い思い出です。迷惑をおかけすることも多々ありましたが、先生からは研究者としてあるべき姿を学ぶことができました。改めてありがとうございました。

加藤宏平特任助教は常に私の研究状況を理解しようとくださり、その都度困っている課題に真剣に向き合ってくださいました。私の説明が不十分な内容についても快く相談にのってくださいり、学生居室のホワイトボードの一面全て埋めつくすほどの議論を交わした時間は私にとって非常に有意義なものでした。光学設計を行う際には光線追跡ソフトウェアの使用方法を紹介いただいたり、参考となる教科書を貸していただいたりと大変手厚くサポートしていただきました。実際に長作動距離の対物レンズを設計できたのは先生のサポートあってこそだと実感しております。また昼食時には研究以外のお話をさせていただくことも多く、その際に交わした些細なお話にはいつも楽しませていただきました。本当にありがとうございました。

学部4年の和佐尚澄氏は大変勉学に熱心で、彼自身の研究はもちろん私の研究に対しても興味を持って接していただきました。特にプログラミングに関しては学部の4年生とは思えないほどの知識を有しており、本論文でも紹介した電動リニアステージの制御には大変手助けしていただきました。彼ならばこのレーザー量子研究室で十分に活躍できると感じておりましたが、来年度から就職した先でも是非頑張って欲しいです。

学部4年の高橋幹多氏は非常に真面目な学生で、学生居室や帰りの電車内でよく議論や雑談に付き合っていただきました。またアルバイトをしながらも熱心に研究に取り組んでいる姿は、私にとって非常に刺激となりました。来年度から大学院に進学し本研究室ではM1にして最高学年となります、是非後輩や先生方と積極的にコミュニケーションをとっていただきながら有意義な研究生活を送って欲しいと思います。

2022年度に前期博士課程を修了された船波寛史氏には学部生のころも含めて2年ほどお世話になり、大変多くのことを学ばせていただきました。自分の考えをしっかりと持ちながらも私の意見にも耳を傾けていただけ、夜まで研究室に残って議論や雑談を交わしたことは今でも良い思い出です。またプライベートでは共にご飯にご一緒させていただくことも多く、その際には研究だけではなく就職活動についての相談にも快くのっていただきました。船波氏が先輩として私を導いてくださったおかげで今の私があります。大変感謝しております。

2022年度に前期博士課程を修了された藤野真幸氏は非常に多趣味で研究以外にも多くの話をして楽しませていただきました。当時藤野氏が聴いていた曲の記憶が強く残っております、卒業されてからも時々学生居室で聴いて懐かしんでおります。また私の就職活動時には藤野氏の知人を紹介していただいたり業界研究に付き合っていただいたりと大変よくしていただきました。研究で直接関わる機会は多くありませんでしたが、私の研究生活の支えとなりました。ありがとうございました。

2022年度に学士課程を修了された浅井裕智氏は夢に溢れる学生で、卒業後は自分の店を持ちたいという話を聞いたときは大変驚きました。たまに実験室を覗いた際にひたむきに研究に取り組む姿は私にとっても良い刺激となりました。ありがとうございました。

2021年度に前期博士課程を修了された小林一平氏はとても気さくで、私が研究室に配属されたばかりのときには他愛もない話で大変楽しませていただきました。また卒業研究の発表資料の作成時には夜遅くまで多くのアドバイスをしていただき、おかげで無事に発表当日を迎えることができました。ありがとうございました。

2021年度に前期博士課程を修了された京谷隆正氏は大変面倒見が良く、私の卒業研究時には機械学習のアルゴリズムに関する教科書を貸していただいたりと自身の研究が忙しいにも関わらず大変良くしていただきました。

2021年度に学士課程を修了された川口泰加氏は大学入学時からの付き合いで、学業だけでなくプライベートでも大変仲良くさせていただきました。学業以外にもアルバイトにも積極的に取り組んでおり、勤めている先に遊びに行ったことは今でも良い思い出です。卒業後も何度か会う機会がありましたが、これからも良好な関係を維持していければと思います。

物理学会などの対外発表を行う場では他大学の先生方に本研究を進めるにあたっての大変貴重な意見をいただきました。いただいた意見や考察はどれも大変興味深く、行き詰った際にはその考えに幾度となく助けられました。またそのような場で仲良くしていただいた同世代の方々にも大変感謝しております。彼らの研究内容はどれも素晴らしい、発表を聞くたびにいつも私の刺激となっておりました。研究以外でもプライベートの話で盛り上がったのは今でも良い思い出です。

最後に私の学生生活を支えてくださった両親へ。経済的な面ではもちろんですが、家に帰ると安心できる環境があるというのは当たり前のように私にとっては大変ありがたいものでした。感謝しております。今まで本当にありがとうございました。

参考文献

- [1] T. W. Hansch and A. L. Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. *Optics Communications*, **13**, pp. 68–69, (1975).
- [2] S V Andreev, V I Balykin, V S Letokhov, and V G Minogin. Radiative slowing and reduction of the energy spread of a beam of sodium atoms to 1. 5 k in an oppositely directed laser beam. *JETP Lett. (Engl. Transl.); (United States)*, **34:8**, , (1981).
- [3] Steven and Pritchard D. E. Raab, E. L. and Prentiss, M. and Cable, Alex and Chu. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, pp. 2631–2634, (1987).
- [4] M. R. Matthews C. E. Wieman M. H. Anderson, J. R. Ensher and E. A. Cornell. *Science*, **269**, p. 198, (1995).
- [5] M. R. Andrews M. J. van Druten D. S. Durfee D. M. Kurn K. B. Davis, M.-O. Mewes and W. Ketterle. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, p. 3969, (1995).
- [6] J. J. Tollett C. C. Bradley, C. A. Sackett and R. G. Hulet. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, p. 1687, (1995).
- [7] B. DeMarco and D. S. Jin. Onset of Fermi degeneracy in a trapped atomic gas. *science*, **285**, No. 5434, pp. 1703–1706, (1999).
- [8] John L. Bohn Cindy A. Regal, Christopher Ticknor and Deborah S. Jin. Creation of ultracold molecules from a Fermi gas of atoms. *Nature*, **424**, No. 6944, pp. 47–50, (2003).
- [9] H.Feshbach. *Ann. Phys.*, **19**, p. 287, (1962).
- [10] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H. J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle. Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate. *Nature*, **392**, No. 6672, pp. 151–154, 1998.
- [11] K. M. O’Hara, S. L. Hemmer, S. R. Granade, M. E. Gehm, J. E. Thomas, V. Venturi, E. Tiesinga, and C. J. Williams. Measurement of the zero crossing in a Feshbach resonance of fermionic ^6Li . *Phys. Rev. A*, **66**, p. 041401, (2002).
- [12] C. A. R. Sá de Melo, Mohit Randeria, and Jan R. Engelbrecht. Crossover from bcs to bose superconductivity: Transition temperature and time-dependent ginzburg-

landau theory. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, pp. 3202–3205, (1993).

[13] C. A. Regal, M. Greiner, and D. S. Jin. Observation of resonance condensation of fermionic atom pairs. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, p. 040403, (2004).

[14] M. W. Zwierlein, C. A. Stan, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach, A. J. Kerman, and W. Ketterle. Condensation of pairs of fermionic atoms near a feshbach resonance. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, p. 120403, (2004).

[15] Munekazu Horikoshi, Masato Koashi, Hiroyuki Tajima, Yoji Ohashi, and Makoto. Kuwata-Gonokami. Ground-State Thermodynamic Quantities of Homogeneous Spin-1/2 Fermions from the BCS Region to the Unitarity Limit. *Phys. Rev. X*, **7**, p. 041004, (2017).

[16] S. Nascimbène, N. Navon, K. J. Jiang, F. Chevy, and C. Salomon. Exploring the thermodynamics of a universal Fermi gas. *Nature*, **463**, No. 7284, pp. 1057–1060, 2010.

[17] Mark J. H. Ku, Ariel T. Sommer, Lawrence W. Cheuk, and Martin W. Zwierlein. Revealing the superfluid lambda transition in the universal thermodynamics of a unitary Fermi gas. *Science*, **335**, No. 6068, pp. 563–567, 2012.

[18] Daichi Kagamihara, Ryohei Sato, Koki Manabe, Hiroyuki Tajima, and Yoji Ohashi. Isothermal compressibility and effects of multibody molecular interactions in a strongly interacting ultracold fermi gas. *Physical Review A*, **106**, No. 3, (2022).

[19] H. Tajima et al. *Phys. Rev. A*, **95**, p. 043625, (2017).

[20] 船波寛史. ユニタリーフェルミ気体における状態方程式の精密測定 (Precision measurement of the equation of state of the unitary Fermi gas). Master's thesis, 大阪市立大学, (2023).

[21] P. Nozieres et al. *J. Low Temp. Phys.*, **59**, p. 195, (1985).

[22] X. Du, L. Luo, B. Clancy, and J. E. Thomas. Observation of anomalous spin segregation in a trapped fermi gas. *Physical Review Letters*, **101**, No. 15, (2008).

[23] Klaus Hueck, Niclas Luick, Lennart Sobirey, Jonas Siegl, Thomas Lompe, Henning Moritz, Logan W. Clark, and Cheng Chin. Calibrating high intensity absorption imaging of ultracold atoms. *Optics Express*, **25**, No. 8, p. 8670, (2017).

[24] J. D. Pritchard, J. A. Isaacs, and M. Saffman. Long working distance objective lenses for single atom trapping and imaging. *Review of Scientific Instruments*, **87**, No. 7, (2016).

[25] 渋谷真人. 大木裕史. 『光学ライブラリー 1 回折と結像の光学』 朝倉書店 初版 (2005).

[26] Wolfgang Alt. An objective lens for efficient fluorescence detection of single atoms. *Optik*, **113**, No. 3, pp. 142–144, (2002).

[27] Clément De Daniloff, Marin Tharrault, Cédric Enesa, Christophe Salomon, Frédéric Chevy, Thomas Reimann, and Julian Struck. In situ thermometry of

fermionic cold-atom quantum wires. *Phys. Rev. Lett.*, **127**, p. 113602, (2021).