

問17.3  $X$  は距離空間  $\varepsilon$  对  $\varepsilon$ .  $X$  は  $X$  の開集合でも閉集合でもある。

●  $X$  は開集合

$\forall a \in X \exists \varepsilon > 0$ .  $\varepsilon := \{ \varepsilon > 0 \}$ .  $B(a; \varepsilon) \subset X$  对.  $X$  は  $X$  の開集合.

●  $X$  は閉集合  $\Leftrightarrow X^c (= \emptyset)$  は開集合

$\forall a \in \emptyset, \exists \varepsilon > 0$  st.  $B(a; \varepsilon) \subset \emptyset$  と言えない.

$\forall a (a \in \emptyset \Rightarrow \exists \varepsilon > 0$  st.  $B(a; \varepsilon) \subset \emptyset)$  — (\*)

空集合  $\emptyset$  对  $\emptyset$  の元が存在しないので  $a \in \emptyset$  は偽.  $\therefore$  (\*) は真.

すなわち  $\emptyset$  は  $X$  の開集合

$X \setminus X = \emptyset$  对.  $\emptyset$  は  $X$  の開集合であるので. 閉集合の定義

对.  $X$  は  $X$  の閉集合  $\square$