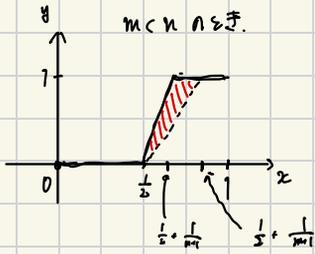


29.4.



任意の $\varepsilon > 0$ ε とする.

$N > \frac{1}{\varepsilon}$ とする.

自然数 N を考える.

$m, n \geq N$ としたとき $m, n \in \mathbb{N}$ (自然数) とする.

$$\begin{aligned}
 d(f_n, f_m) &= \int_0^1 |f_n(x) - f_m(x)| dx \\
 &= \frac{1}{2} \times \left| \frac{1}{m+1} - \frac{1}{n+1} \right| \times 1 \\
 &= \frac{1}{2} \left| \frac{1}{m+1} - \frac{1}{n+1} \right| \\
 &\leq \frac{1}{2} \left(\left| \frac{1}{m+1} \right| + \left| \frac{1}{n+1} \right| \right) \\
 &< \frac{1}{2} \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{N} \\
 &= \frac{1}{N} < \varepsilon
 \end{aligned}$$

したがって $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ はコーシー列である.