Date . . No.

9.1 $d'(x,x') := \min\{d_2(x,x'), 1\}$ が距離の3条件をみたすことを示せ

(i) $d'(x,x') \geq 0$ を示す

$d'(x,x') = \min\{d_2(x,x'), 1\}$ で $d_2(x,x') \geq 0$ より

$d'(x,x') \geq 0$

$d'(x,x') = 0 \iff x = x'$ を示す.

($\Rightarrow$) $d'(x,x') = 0$ ならば $d_2(x,x') = 0$

すなわち $x = x'$

($\Leftarrow$) $x = x'$ ならば $d_2(x,x') = 0$

よって $d'(x,x') = 0$

(ii) $d'(x,x') = d'(x',x)$ を示す

$$
\begin{aligned}
d'(x,x') &= \min\{d_2(x,x'), 1\} \\
&= \min\{d_2(x',x), 1\} \\
&= d'(x',x)
\end{aligned}
$$

(iii) $d'(x,z) \leq d'(x,y) + d'(y,z)$ を示す

(1) $d_2(x,y) \geq 1$ の場合

$d'(x,z) = \min\{d_2(x,z), 1\} \leq 1$

$$
\begin{aligned}
d'(x,y) + d'(y,z) &= \min\{d_2(x,y), 1\} + \min\{d_2(y,z), 1\} \\
&= 1 + \min\{d_2(y,z), 1\} \geq 1
\end{aligned}
$$

よって $d'(x,z) \leq d'(x,y) + d'(y,z)$

(2) $d_2(y,z) \geq 1$ の場合

(1)と同様にして

$d'(x,z) = \min\{d_2(x,z), 1\} \leq 1$

$d'(x,y) + d'(y,z) = \min\{d_2(x,y), 1\} + 1 \geq 1$

よって $d'(x,z) \leq d'(x,y) + d'(y,z)$

(3) $d_2(x,y) < 1$ かつ $d_2(y,z) < 1$ の場合

$d'(x,y) = \min\{d_2(x,y), 1\} = d_2(x,y)$

$d'(y,z) = \min\{d_2(y,z), 1\} = d_2(y,z)$

(ア) $d_2(x,y) + d_2(y,z) < 1$ の時

$$
\begin{aligned}
d'(x,z) &= \min\{d_2(x,z), 1\} \\
&\leq \min\{d_2(x,y) + d_2(y,z), 1\} \\
&= d_2(x,y) + d_2(y,z) \\
&= d'(x,y) + d'(y,z)
\end{aligned}
$$

Date . . No.

(イ) $d_2(x,y) + d_2(y,z) \geq 1$ の時

$$\begin{aligned} d'(x,z) &= \min\{d_2(x,z), 1\} \\ &\leq 1 \\ &\leq d_2(x,y) + d_2(y,z) \\ &\leq d'(x,y) + d'(y,z) \end{aligned}$$

よって (ア)(イ) より $d'(x,z) \leq d'(x,y) + d'(y,z)$