

(3) $\dim(W(2;T)) + \dim(W(3;T)) = 2$ より、 A は対角化可能

$W(2;T)$ と $W(3;T)$ の基を用いて、

$$P = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \text{ とおく.}$$

$$P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -12 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -12 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

やはり対角化できるから、 $P = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ //

$$(4) (P^{-1}AP)^n = \begin{bmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 3^n \end{bmatrix}$$

$$A^n = P(P^{-1}AP)^nP^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 3^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 \cdot 2^n & 2 \cdot 3^n \\ 2^{n+2} & 3^{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \cdot 2^n - 8 \cdot 3^n & -3 \cdot 2^{n+1} + 2 \cdot 3^{n+1} \\ 3 \cdot 2^{n+2} - 4 \cdot 3^{n+1} & -2^{n+3} + 3^{n+2} \end{bmatrix} //$$