

B.5.13. (b) AHA23016 奥田 い美

① a_1, a_2, a_3 を正規直交化したものをそれぞれ a'_1, a'_2, a'_3 とする.

a_1, a_2, a_3 に Schmidt の直交化法を施すと

a'_1 について

$$a'_1 = \frac{a_1}{|a_1|} = \frac{1}{\sqrt{1+1+1}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a'_2 について

$$a'_2 = \frac{a_2 - (a'_1, a_2) a'_1}{|a_2 - (a'_1, a_2) a'_1|}$$

a'_2 の分子を u_2 とすると

$$u_2 = a_2 - (a'_1, a_2) a'_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

よって

$$a'_2 = \frac{u_2}{|u_2|} = \frac{1}{\frac{1}{3}\sqrt{1+4+4}} \cdot \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

a'_3 について

$$a'_3 = \frac{a_3 - (a'_1, a_3) a'_1 - (a'_2, a_3) a'_2}{|a_3 - (a'_1, a_3) a'_1 - (a'_2, a_3) a'_2|}$$

a'_3 の分子を u_3 とすると

$$u_3 = a_3 - (a'_1, a_3) a'_1 - (a'_2, a_3) a'_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

よって

$$a'_3 = \frac{u_3}{|u_3|} = \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{1+1}} \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

したがって正規直交規は $\left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$