

令和5年度修士論文

写真測量法を用いた柱状節理の形態解析

Morphological Analysis of Columnar Joints Using

Photogrammetry

大阪公立大学大学院
理学研究科 物理学専攻
非線形物理研究室
学籍番号 BHB22107
岡本雄亮

概要

火成岩などで見られる柱状の地質学的な構造に柱状節理というものがあり、特徴的な多角形断面をなすことで知られている。その形成メカニズムは、溶岩が冷却されて固化・収縮する際に生じる亀裂によるとされているが、実際の溶岩を用いて実験的に同スケールで再現することが困難であるため、柱の太さ（柱幅）や向きがどのように決まるかなど未解明な点が多く残されている。本研究では、柱幅がどう決まるかという問題に焦点を当てて、理論と実測の両面からアプローチする。理論からのアプローチは、溶岩内の温度場の時間発展に着目した。亀裂の形成は一定温度で起こり、柱幅は臨界破壊温度における冷却速度の絶対値に反比例しているという仮定の下で、理論モデルを用いて、2種類の境界条件下で解析解の臨界破壊温度の等温線を追跡し、冷却速度の表面からの距離依存性を見積もった。得られた結果を実測データと比較するために、熊本県南阿蘇村にある新阿蘇大橋付近の柱状節理、また、その他に特徴的な構造を持つ大分県清川町杓子岩、緒方町滞迫峡にある柱状節理を対象に巡検調査を行なった。柱状節理の形態的な特徴に着目し、角形や柱幅を実測した先行研究は少なくないが、その測定範囲は対象の手の届く範囲に限定されている場合が多かった。これに対して本研究では、最近、急速に発展している写真測量法を用いることで、従来の方法では測定が難しかった範囲まで形態上の特徴を定量的に測定することが可能になった。再構築された3Dイメージから柱幅の変化などを解析・考察した。理論モデルの知見と比較し、大気による冷却の効果を無視した場合の溶岩の臨界破壊温度を見積もった結果、およそ380～430℃であることが示唆された。

目次

1 序論.....	3
2 柱状節理.....	5
2.1 特徴.....	5
2.2 形成メカニズム.....	10
2.3 コロネード・エンタブラチュア・条線構造についてのシナリオ.....	12
2.4 本研究の目的と方法.....	17
3 理論モデル.....	18
3.1 伝導冷却モデル.....	18
3.2 無次元化.....	22
3.3 温度場の時間変化.....	23
3.4 冷却速度による柱幅の予測.....	25
3.5 熱勾配による条線間隔の予測.....	28
4 実測データ.....	30
4.1 調査対象.....	30
4.2 撮影手順.....	32
4.3 精度チェック.....	35
4.4 測定データの解析.....	36
4.5 Metashape による柱幅変化の測定.....	38
4.5.1 熊本県立野の柱状節理の柱幅変化.....	38
4.5.2 大分県滞迫峡の柱状節理の柱幅変化.....	40
4.6 理論モデルと実測データの比較.....	42
5 結論.....	50
5.1 まとめ.....	50
5.2 今後の課題.....	51
参考文献.....	53
A 付録.....	54

1 序論

柱状節理とは玄武岩や安山岩，溶結凝灰岩などに見られる柱状の地質学的な構造である．溶岩が冷却されて固化・収縮する際に生じる亀裂により形成されることが知られており，岩体の熱履歴を反映しているという点は非常に興味深いものである．節理とは岩体に発達した規則性のある割れ目のうち，面の両側で変位（ずれ）がないものをいう．日本には兵庫県にある玄武洞や福井県の東尋坊，宮崎県の高千穂峡など数多く存在する．そして，日本だけではなく世界でも様々なところで観察されている．特に有名なのは北アイルランドのジャイアンツ・コースウェイやアメリカ合衆国ワイオミング州のデビルズタワー，カリフォルニア州のデビルズ・ポストパイルなどであろう．この特徴的な構造をもつ柱状節理は古くから多くの人々の興味を引いており，確認できる最も古い文献としてBulkeleyによるジャイアンツ・コースウェイに関する論文がある (Bulkeley 1693)．

露頭の観察によって柱状節理の角柱構造や柱の長軸方向に垂直に入った条線構造の間隔などに関する特徴が明らかになっているが，その形成メカニズムについては，実際のマグマを用いて実験的に同スケールで再現することが困難であり，溶岩が冷却される際の固化・収縮による亀裂であると考えられている程度で理論的な考察にとどまっている部分が多く，実証されているものは少ない．このことから形成メカニズムには未解明な点が残されている．

本研究では，柱状節理の形成過程における温度場による柱幅変化に着目し，理論と実測の両面からアプローチする．理論では，Grossenbacherらによって導入された二つの仮定，(1) 亀裂の形成は一定温度（以下，臨界破壊温度）で起こる(2) 柱幅は臨界破壊温度における冷却速度の絶対値に反比例しているを採用し，有限の厚さの溶岩の冷却過程の温度場を理論モデルを用いて解析することで，溶岩内の垂直位置における柱幅の変化を見積もる．次に理論モデルで得られた結果を実データと比較する．露頭における節理の角形分布や条線構造の間隔の測定に関する先行研究はあるが，手の届く範囲での測定がほとんどである．これに対して，本研究ではデジタル写真から3Dイメージを作成する写真測量法を用いることにより，定量的に測定できる範囲が拡大され，形態をより詳しく解析できるようになった．熊本県南阿蘇村にある新阿蘇大橋付近の柱状節理，その他に特徴的な構造を持つ清川町杓子岩，緒方町滞泊峡にある柱状節理を対象に巡検調査を行なった．そこで得た柱幅の実測データと先述の温度場による理論モデルと比較することによって，亀裂が形成される臨界破壊温度や境界条件を推測し，柱状節理の形成メカニズムを探求することを目的としている．

本論文の構成は以下の通りである。第2章は柱状節理の特徴，形成メカニズムについて先行研究を中心に解説する。第3章は理論モデルについて述べる。重要な仮定と状況を設定し，拡散方程式によって温度場の時間発展をモデル化する。その中で，2種類の境界条件の下で，柱幅の変化と柱の長軸方向に入った亀裂である条線の間隔を見積もる。第4章は実測データについて述べる。まず，対象の柱状節理について説明し，撮影手段などについて述べる。その後，写真測量法により作成した3Dイメージを用いて柱幅変化を測定し，理論モデルと比較する。最終章にまとめと今後の展望を述べる。

2 柱状節理

2.1 特徴

柱状節理は玄武岩・安山岩などの火山岩や溶結凝灰岩などの火砕流堆積物から構成されていて、長い角柱の形状として亀裂が連続して形成される節理である。本節では、その形態学的な特徴を紹介する。まず、柱の大きさや角形、角度についてである。角柱の長軸に垂直な平面から見ると四角形や六角形、また八角形のものなど様々な多角形のパターンを形成しており、印象的で規則的な角柱構造をもつと考えられる。断面に見られる多角形の直径 D (図1) は0.2～2 m程度のものが多いが、数十mに及ぶところもある(Tomkeieff 1940)。また、亀裂の交点における亀裂間角度の分布は、およそ120度にピークを持ち、六角形の断面を持つものが多いことが知られている。より詳しい調査では、ハワイのボイリングポツでの調査で、溶岩が固化する過程で、流出面における四角形のネットワークが、亀裂が内部に成長するにつれて、六角形のネットワークに発展していることが示されている(Aydin & Degraff 1988)。この発展は角柱面を形成する2辺の交点における角度が直角から徐々におよそ120度に発展することによって起こる。このことから分かるように亀裂間角度分布は90度にピークを持つ分布から、120度にピークを持つ分布に変わるという例も報告されている。

次に、より大きなスケールとして角柱全体の構造に着目する。角柱全体の構造には、図2, 3のように比較的規則的で、太さが一定でありまっすぐ伸びている柱と細く不規則な柱の部分があり、古代ギリシャ建築の用語から、前者はコロネード (colonnade)、後者はエンタブラチュア(entablature)と呼ばれる(Tomkeieff 1940)。全体の構造としては、コロネードの上にエンタブラチュアが乗っているもの、エンタブラチュアがコロネードに挟まれているように見えるものが多いとされている。Tomkeieffによれば、コロネードとエンタブラチュアの形態的な特徴は異なるが、全く同じ粒子の種類で構成されていると考えられている(Tomkeieff 1940)。一方で、Longらによると、岩石学的な分析から、エンタブラチュアにはコロネードよりも早い冷却を示すメタスタシスと呼ばれる火成岩の粒間を充填して最後に形成されたガラス質や結晶質のものが多く含まれていると考えられている(Long & Wood 1986)。コロネードは節のある柱で構成され多くの場合、地面に垂直であるのに対して、エンタブラチュアはより細い角柱で構成され、節がなく変化していることが多い。エンタブラチュアは多種多様な構造的特徴を示すが、よく発達したものの構造要素には、非常に薄く変質した岩で構成されているスラグのようなもの、規則性はなく太くて短い

節理で構成される疑似柱状なもの、放射状に広がる細い柱で構成される曲線のものがある。北米のデビルズタワーでの実地調査では、コロネードの直径 D は0.2～2 mほどであるが、数十mに及ぶ領域もある。一方でエンタブラチュアは0.2m以下である(Grossenbacher & McDuffie 1995)。

次に、より小さなスケールの条線構造と球窩関節理（きゅうかかんせつり）について述べる。図4のように角柱の側面には、柱の長軸方向に垂直で周期的な割れ目である球窩関節理がある場合がある。その間隔は数十cmから数m程である。球窩関節理とは別だが「同節理と並行」な帯状の筋が刻まれている場合があり、条線構造と呼ばれている。その間隔は球窩関節理と比べて短く、2～40cm程の幅である。条線構造は必ずしもあるとは限らず、もともと無かったのか、あるいは風化によって消えてしまったのかはよく分かっていない。これに加えてAydinらによると、羽毛状（プルモス）構造があり、条線の縞模様の上に羽毛のような模様として現れるが、他の亀裂に対して非常に薄い亀裂であるため、風化によって簡単に消えてしまうと報告されている(Aydin & Degraff 1988)。

図1で示すように条線構造には滑らかな領域と粗い領域があり、滑らかな領域は常に粗い領域よりも先に形成されている。図4で示した条線構造の青線が粗い領域であり、その間が滑らかな領域である。このことから条線構造に着目すると、節理の伝搬方向を読み取ることができる。

また、露頭での角柱の太さや条線構造の間隔が測定されている(Ryan & Sammis 1978)。まず、角柱の一辺の長さ（柱幅 F ）は柱状節理表面からの距離に応じて増大している、すなわち柱が次第に太くなっていることが報告されている。これは表面近くでの傾向であり、数m内部では太さがほぼ一定になっているとされている。次に、条線構造に関しても同様に表面近くではその間隔が母岩からの距離に応じて増大するが、数m内部になるとほぼ一定になることが報告されている。柱状節理に関連する構造を表1にまとめる。

名称	特徴
コロネード	比較的規則的で、真っ直ぐな柱で太さ一定の領域がある。太さは0.2～数十m。
エンタブラチュア	細く不規則な柱。太さは20cm以下。
条線構造	柱の長軸方向に垂直に刻まれた薄い縞状の亀裂。間隔は2～40cm程。
球窩関節理	条線構造に比べて深く刻まれた亀裂。間隔は数十cm～数m程。
羽毛状構造	薄い羽毛のような模様の亀裂。

表 1 柱状節理の構成要素

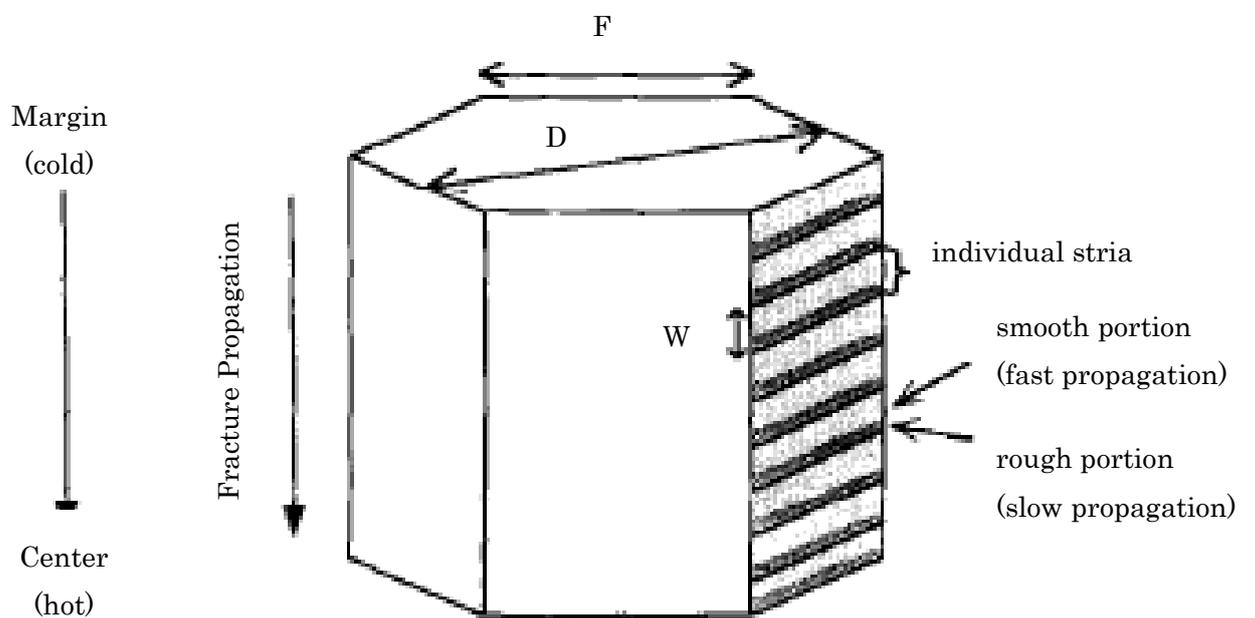


図 1 一本の柱を模写したもの。条線構造は柱の一つの面に描かれている。F は柱幅。D は柱の直径。W は条線構造の幅。(Grossennbacher & McDuffie 1995 を改変)



図 2 玄武洞の写真. 中央から上部にエンタブラチュア, 中央部にコロネードが見える. (岡本 2022 より)



図 3 玄武洞を側面から見た写真. 青色の枠線でコロネード, エンタブラチュアを示す. (岡本 2022 より)



図 4 玄武洞の拡大写真. 条線構造を青色, 球窩関節理を緑色の線で示す. (岡本 2022 を改変)

2.2 形成メカニズム

現在考えられている柱状節理が形成されるシナリオは以下の通りである。地表に流出した溶岩が冷却され固化することで火山岩を形成する。この溶岩は表面からさらに冷却され、非一様に収縮する。このとき溶岩内部に応力が発生し、その集中によって亀裂が形成される。応力の分布は温度場と境界条件である亀裂によって決定される。したがって、亀裂・応力場・温度場の三種類の間関係性を考える必要がある(図5)。特に、溶岩が冷却される場合、温度変化が急な比較的薄い層に応力が集中すると考えられる。集中した応力は層内で等方的であり、これを解放するために、等方的な亀裂のネットワークが層内に形成される。等方的な亀裂ネットワークを構成するマイクロクラック群が内部に進行して大きな亀裂(角柱構造)を形成すると考えられる。

次に、条線構造の形成メカニズムについてである。条線構造は内部に向かう節理の成長を示していると考えられている。熱収縮による応力がある強度を超える温度で始まり、ガラス転移温度に到達すると止まる。この温度間隔は一定で、ハワイの玄武岩の測定値は53°Cであった(Ryan & Sammis 1981)。この測定から熱勾配が条線構造を形成する主要な因子ではないかと考えられる。球窩関節理の形成メカニズムについてはTomkeieffにより提案されているが、定性的なものにとどまっている。コロネードとエンタブラチュアについては、次節で濱田・寅丸によるシナリオを紹介する。

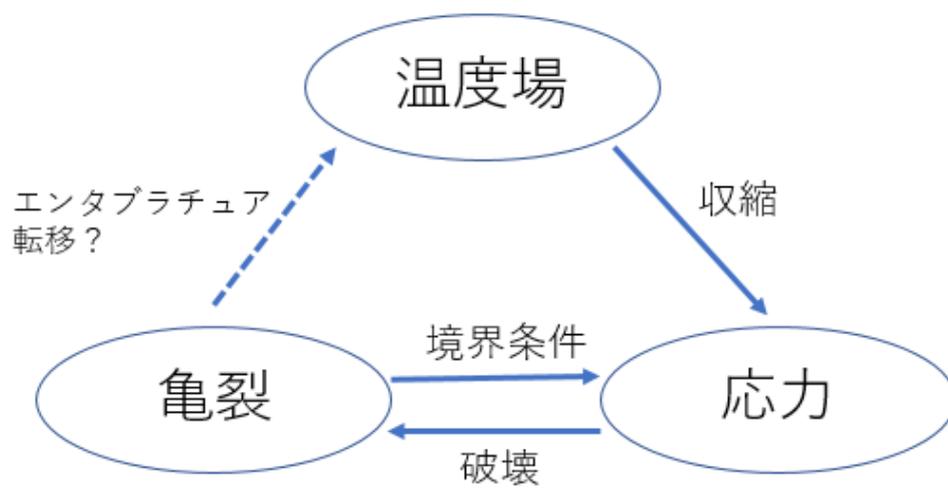


図 5 柱状節理を形成するための要因と関係. (遠藤・西森・水口他 2017 を改変)

2.3 コロネード・エンタブラチュア・条線構造についてのシナリオ

本節では、条線構造、コロネードとエンタブラチュアの違いおよび形態的に異なるそれらが接しているメカニズムについての濱田・寅丸らのシナリオを紹介する(Hamada & Toramaru 2020). 図6は大分県豊後大野市にある柱状節理の写真(a), およびその中の杓子岩と呼ばれる部分の拡大図(b)とそのスケッチ(c)である. 図6(b)は図6(a)黄色矢印で示した右から2番目の領域にあるエンタブラチュア部分の放射状構造の1つを示している. 図6(c)に太線で示している柱上部の一本の亀裂は上部のコロネードを形成する亀裂とつながっているようにも見える. 亀裂の伝播が一度に臨界破壊温度 T_c の等温面に対して垂直に進むと仮定すると, 等温線 T_c のパターンは図6(c)に赤い破線の曲線で描くことができる. 上部のコロネードから進展する亀裂に沿って新たな冷却面を想定し, 亀裂を介した熱伝達の効果を Q_v (図6(c)の赤い太い矢印) として考える.

濱田らのシナリオによれば亀裂を介した熱伝達はコロネードの形成に起因する. したがって, まずコロネードにおける亀裂の伝播について説明する(図7). 時間 t_n は n 番目の亀裂が進展し始める時間と定義する. 時間 t_n^* は, n 番目の亀裂の進展が停止する時間と定義する. t_n と t_n^* の時間差は, 熱構造を変化させるには短すぎると考えることができる ($t_n \approx t_n^*$). 亀裂先端が伸びなくなる温度を T_c^* と定義する. T_c と T_c^* の温度差は無視できない ($T_c < T_c^*$). 亀裂先端の温度が T_c に達し, $t=t_1$ となったときに最初の亀裂は伝播を開始する. $t=t_1^*$ で, 温度が T_c^* となる位置で亀裂の進展が停止する. その後, 同様の過程が繰り返され, 結果としてコロネード構造が形成される. 離散的な亀裂伝播は, 柱の表面で観察される条線構造として残る(Ryan & Sammis 1978; DeGraff and Aydin 1987).

次に, コロネードの形成過程における熱伝播の変化とそれによるエンタブラチュアへの転移のシナリオを示す. 図8は, 亀裂が時間とともに下方に伝播する岩盤の熱構造を示している. Q_d は鉛直方向の岩盤を通る熱拡散による熱伝達を表す. Q_v は亀裂を通る熱伝達を表す. 例えば, 岩石 $t=t_0$ が熱伝達 Q_d によって上面から冷え始めたとする(図8(a)). $t=t_n$ で n 番目の亀裂が下方に伸び始め, 亀裂先端の温度は $T=T_c$ となる(図8(b)). $t=t_n^*$ では亀裂先端が T_c の深さに達すると n 番目の亀裂は伸長しなくなる(図8(c)). 初期段階では Q_d が Q_v よりも支配的であるが, 時間とともに亀裂が深部まで進展するため, Q_v が支配的になる. 初期段階では Q_v が無視できるので, 亀裂の先端付近の等温線は水平である. 時間が経つにつれて熱伝達 Q_v が増加するため, 亀裂先端付近の等温線は徐々に下になる(図8(d)). 熱伝導 Q_v は亀裂表面を冷却し, 岩石内部から亀裂表面への水平伝導を誘導する. $t=t_{n+1}^*$ では, 熱伝導 Q_v が熱伝導 Q_d よりも支配的であると考えられる(図8(e)). 垂直亀裂だけでなく他の方向にも亀裂が発生した場合, 亀

裂先端の周辺ではより多くの亀裂（放射状構造）が発生する可能性がある。その結果，コロネードからエンタブラチュアに転移すると考えられる。

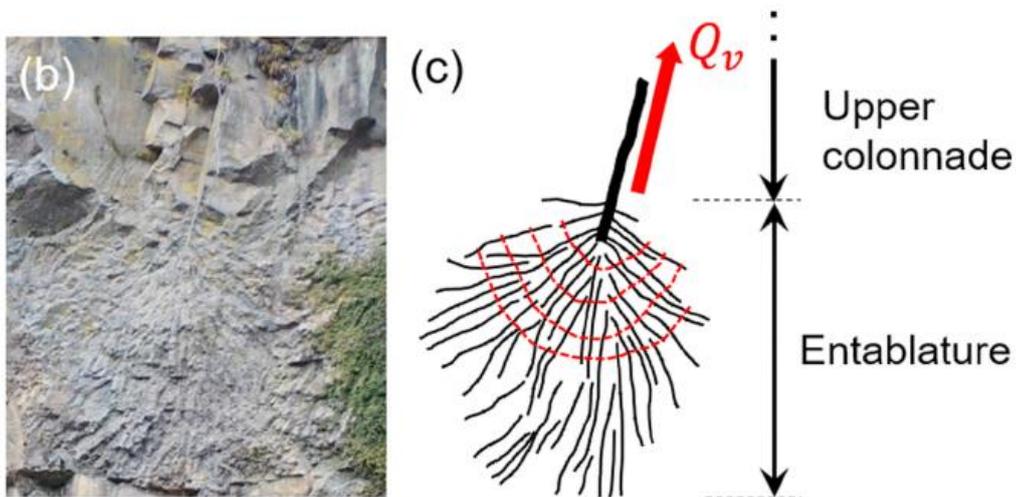
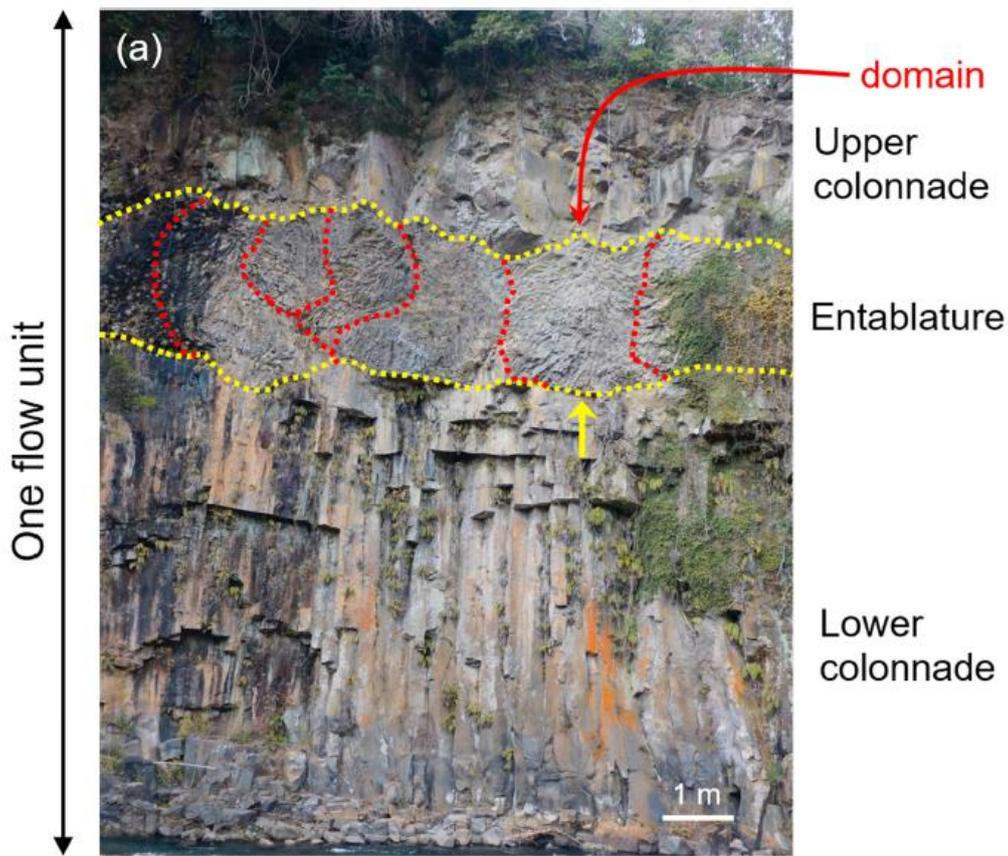


図 6 大分県豊後大野市の杓子岩の一回の溶岩流（阿蘇 4）での柱状節理. (a) 黄色の点線はコロネードとエンタブラチュアの境界を示す. 放射状構造ごとに赤色の点線で区切る. (b)エンタブラチュアの放射状構造 1 つの拡大写真. (c) 上部コロネードの亀裂がエンタブラチュア上部の亀裂とつながっている. 赤色の太線 Q_v は亀裂を通る熱伝達である. 赤色の破線は亀裂の伝播が等温線に対して垂直に進むと予想される T_c の等温線. (Hamada & Toramaru 2020 図 15 より)

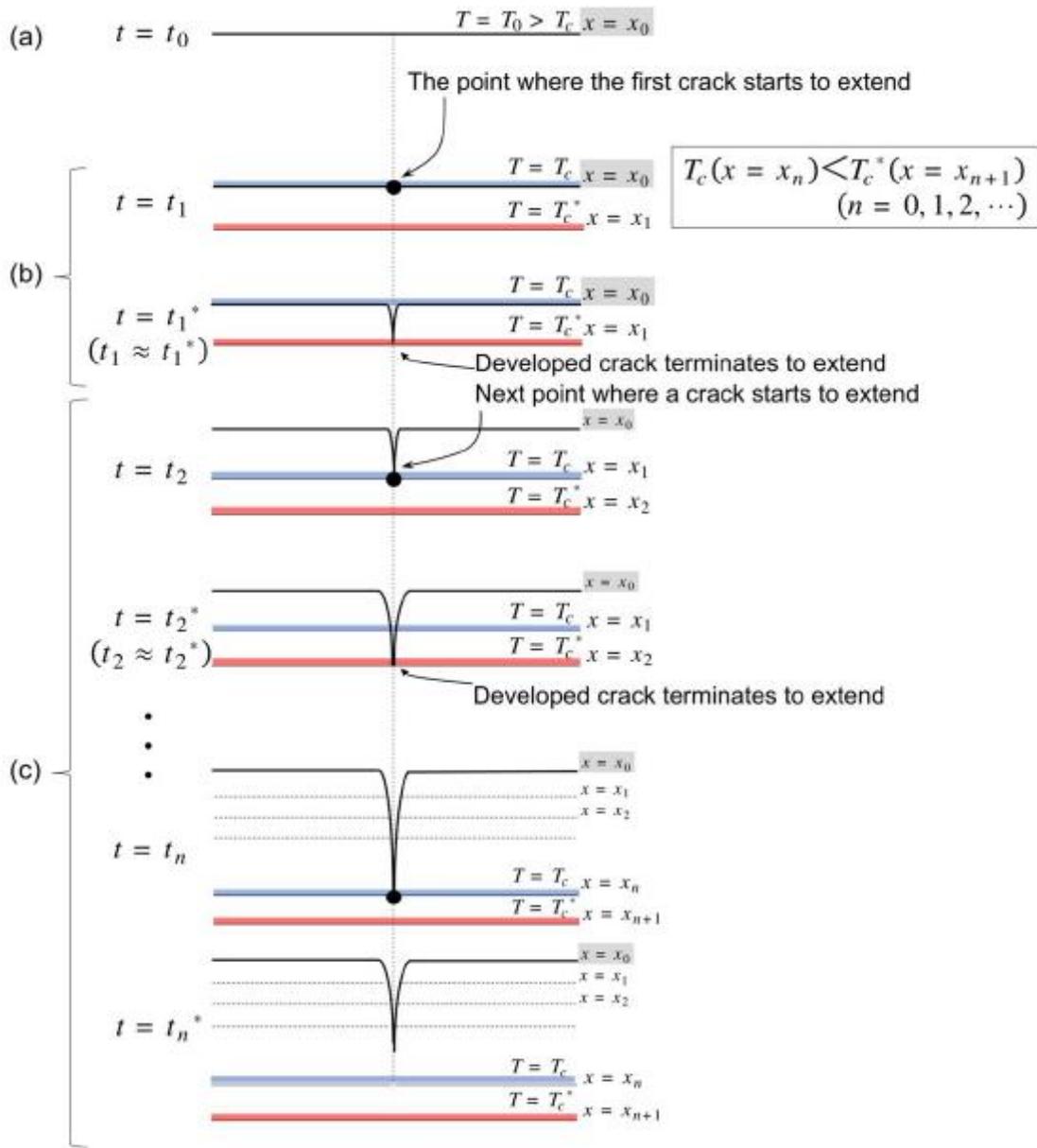


図 7 コロネードにおける亀裂伝播の模式図. (a) T_0 は冷却面 $x=x_0$ における亀裂の形成される温度 T_c よりも高い温度, (b)冷却面の温度が $t=t_1$ 青線で示した冷却面 T_c になった時点(黒点)で最初の亀裂が進展し始める. 亀裂は $t=t_1^*$ において, 赤線で示した温度 T_c^* が T_c よりも高くなる $x=x_1$ で進展が止まる. (c)冷却過程(b)の過程を繰り返しながら亀裂が進展し, コロネード側面の亀裂空間が広がる. (Hamada & Toramaru 2020 図 16 より)

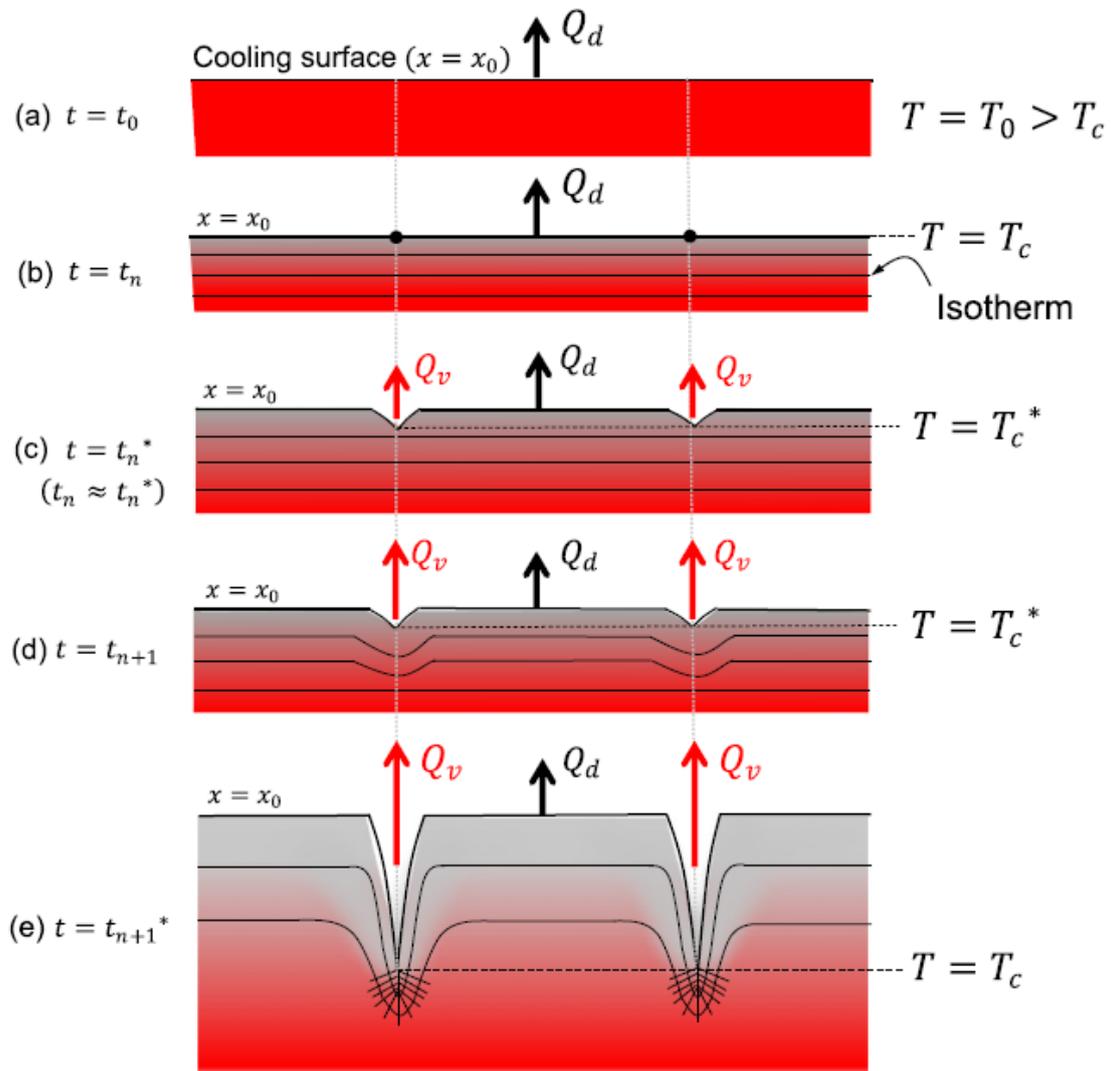


図 8 冷却面 $x=x_0$ からの冷却過程と亀裂発生の様式図. (a) 一様な温度 T_0 が亀裂の形成温度 T_c よりも大きい初期状態. (b) 黒い点は亀裂が伸び始める点. (c) 亀裂の先端は、短時間で T_c^* に達する深さまで伸びる. (d) 亀裂の進展に伴い、亀裂の進展に伴い Q_v が増加する. その結果亀裂先端付近の等温線は徐々に下に凸になる. (e) 発達した亀裂自体が新たな有効な冷却面となり放射状構造に発達する. (Hamada & Toramaru 2020 図 17 より)

2.4 本研究の目的と方法

前節まで柱状節理の特徴，形成メカニズムについて説明したが，明らかになっていない問題はいくつか存在する．例えば，コロネードの形成過程の詳細，エンタブラチュアの有無・位置を決める要因，球窩関節理の形成メカニズムなどである．これらについては，現在でも議論が交わされている．

本研究はそれらの中で特にコロネードの形態形成過程に着目する (Toramaru 2022)．前節で述べたように，コロネードは冷却表面から離れるに従って，柱幅が一定となる領域を持つ場合がある．この現象を定量的に捉え，そのメカニズムを説明することを目的とし，理論と実測の両面からアプローチする．3章ではコロネードの形成過程における温度場の役割を，理論モデルを用いて説明し．4章では写真測量法を用いて実測データを取り扱い，最後に理論モデルと比較する．

3 理論モデル

コロネードの柱幅 F がどう決まるかという問題について、本章では理論モデルによる解析を行う。Ryan らによると、母岩から節理内部に進むにつれて柱状節理の柱幅と条線構造の間隔はともに増大し、やがて一定になることが報告されている。また、柱状節理の柱幅は冷却速度に反比例していると考えられている (Ryan & Sammis 1978)。大きな柱は冷却が遅いことを意味し、小さくて狭い柱は冷却が速いことを意味する。同様に、条線間隔は熱勾配に反比例していると考えられている。このことから柱状節理の形成過程において温度場を把握することは重要である。ここでは伝導冷却モデルを用いて、溶岩の冷却速度及び熱勾配を空間的・時間的に計算する。

3.1 伝導冷却モデル

溶岩体の伝導冷却モデルを用いて、母岩上に流入した溶岩の任意の場所と時間における冷却速度と熱勾配を算出する。状況としては、厚さが有限で長さや幅が十分に大きい溶岩流とし、下部は母岩に、上部は大気に接しているものとする。図 9 に溶岩流入後の亀裂形成過程の模式図を示す。溶岩内の温度場は厚さ (x 軸) 方向のみ変化すると仮定する。時刻 t 、母岩との境界を原点とした位置 x での温度場 $T(x, t)$ は以下の拡散方程式に従うものとする。

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) = \kappa \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x, t) \quad (1)$$

ここで、 κ は母岩および溶岩共通の熱拡散係数である (Jaeger 1967)。次に、溶岩の厚さを b とすると、溶岩の領域は $0 < x < b$ 、母岩の領域は $x < 0$ 、大気の領域は $x > b$ で表される。初期条件として、溶岩は一定の温度 T_{m0} であり、母岩と大気は一定の周囲温度 T_{s0} とする。

$$T(x, 0) = \begin{cases} T_{m0} & (0 < x < b) \\ T_{s0} & (x > b) \end{cases} \quad (2)$$

上部 (大気) の境界条件として、(B1) 断熱の場合と (B2) 周囲温度 T_{s0} で温度が固定されている場合の二種類を考える。母岩側の境界条件としては、上部の境界条件に関わりなく、溶岩から十分離れると周囲温度に漸近することを仮定している。以上、境界条件をまとめると、

$$\text{B1: } \partial_x T(0, t) = 0 \text{ (上部断熱)}, T(\infty, t) = T_{s0} \text{ (母岩方向無限遠で周囲温度)} \quad (3)$$

$$\text{B2: } T(0, t) = T_{s0} \text{ (上部周辺温度)}, T(\infty, t) = T_{s0} \text{ (母岩方向無限遠で周囲温度)} \quad (4)$$

となる。

次に亀裂についてである。亀裂の進展は温度場によって駆動されるが、ここでは、亀裂と温度場の関係に対して二種類の仮定をおく (Grossenbacher & McDuffie 1995)。一つ目は、亀裂が進展するための条件である。三次元の溶岩体内の温度場で、ちょうど臨界破壊温度 T_{cf} の等温面上でのみ亀裂が進むという仮定である。二つ目の仮定は、進展する亀裂によって形成される柱の太さ (柱幅) F と温度場の関係に対するものであり、柱幅 F は T_{cf} での冷却速度 $\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{T=T_{cf}}$ の絶対値に反比例するという仮定、つまり、

$$F \propto \left| \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{T=T_{cf}}^{-1} \quad (5)$$

である。また、Grossenbacher らは上記二つの仮定とは別に、条線間隔 W が T_{cf} での熱勾配 $\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{T=T_{cf}}$ の絶対値に反比例するとも主張しており、

$$W \propto \left| \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{T=T_{cf}}^{-1} \quad (6)$$

となる。このことから、柱幅の変化を見積もるためには母岩から溶岩内部に進行する臨界破壊温度 T_{cf} の等温面上の冷却速度 $\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{T=T_{cf}}$ を求めることが必要となる。

拡散方程式 (1) の解析解に関する研究 (Carslaw & Jaeger 1959) を参考に、境界条件 B1 もしくは B2 の下での解析解 $T(x, t)$ を求め、時間微分することで冷却速度 $\partial T / \partial t$ を求める。等温面を追跡するために必要な熱勾配 $\partial T / \partial x$ も計算する。

まずは境界条件 B1 (大気側断熱条件) を考えよう。この場合の解析解は、

$$T(x, t) = T_{s0} + \frac{T_{m0} - T_{s0}}{2} \left[\operatorname{Erf} \left(\frac{x+b}{2\sqrt{kt}} \right) - \operatorname{Erf} \left(\frac{x-b}{2\sqrt{kt}} \right) \right] \quad (7)$$

である。ここで $\operatorname{Erf}(u)$ はガウスの誤差関数であり、

$$\operatorname{Erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-z^2} dz \quad (8)$$

で定義する。誤差関数は奇関数であり、

$$\operatorname{Erf}(0) = 0 \quad (9)$$

$$\operatorname{Erf}(\infty) = 1 \quad (10)$$

$$\frac{d}{du} \operatorname{Erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} \quad (11)$$

を満たす。冷却速度，温度勾配は解析解(7)をそれぞれ時間，空間で微分して，

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{T_{m0} - T_{s0}}{4\sqrt{\kappa\pi t^{\frac{3}{2}}}} \left[(x+b)e^{-\frac{(x+b)^2}{4\kappa t}} - (x-b)e^{-\frac{(x-b)^2}{4\kappa t}} \right] \quad (12)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_{m0} - T_{s0}}{2\sqrt{\kappa\pi t}} \left[e^{-\frac{(x+b)^2}{4\kappa t}} - e^{-\frac{(x-b)^2}{4\kappa t}} \right] \quad (13)$$

となる。

次に，境界条件 B2（大気側固定温度）を考えよう。この場合の解析解は，

$$T(x, t) = T_{s0} + \frac{T_{m0} - T_{s0}}{2} \left[2\text{Erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}\right) - \text{Erf}\left(\frac{x+b}{2\sqrt{\kappa t}}\right) - \text{Erf}\left(\frac{x-b}{2\sqrt{\kappa t}}\right) \right] \quad (14)$$

となる。先ほどと同様に冷却速度，熱勾配を算出すると，

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{m0} - T_{s0}}{4\sqrt{\kappa\pi t^{\frac{3}{2}}}} \left[(x+b)e^{-\frac{(x+b)^2}{4\kappa t}} - 2xe^{-\frac{x^2}{4\kappa t}} - (x-b)e^{-\frac{(x-b)^2}{4\kappa t}} \right] \quad (15)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_{m0} - T_{s0}}{4\sqrt{\kappa\pi t}} \left[-e^{-\frac{(x+b)^2}{4\kappa t}} + 2e^{-\frac{x^2}{4\kappa t}} - e^{-\frac{(x-b)^2}{4\kappa t}} \right] \quad (16)$$

となる。

臨界破壊温度 T_{cf} を(7), (14)式に代入すると，それぞれの境界条件における T_{cf} の等温面に対する方程式が得られる。それを満たす x, t を(12), (13)もしくは(15), (16)式に代入すると，その等温面上での冷却速度と熱勾配が計算できる。

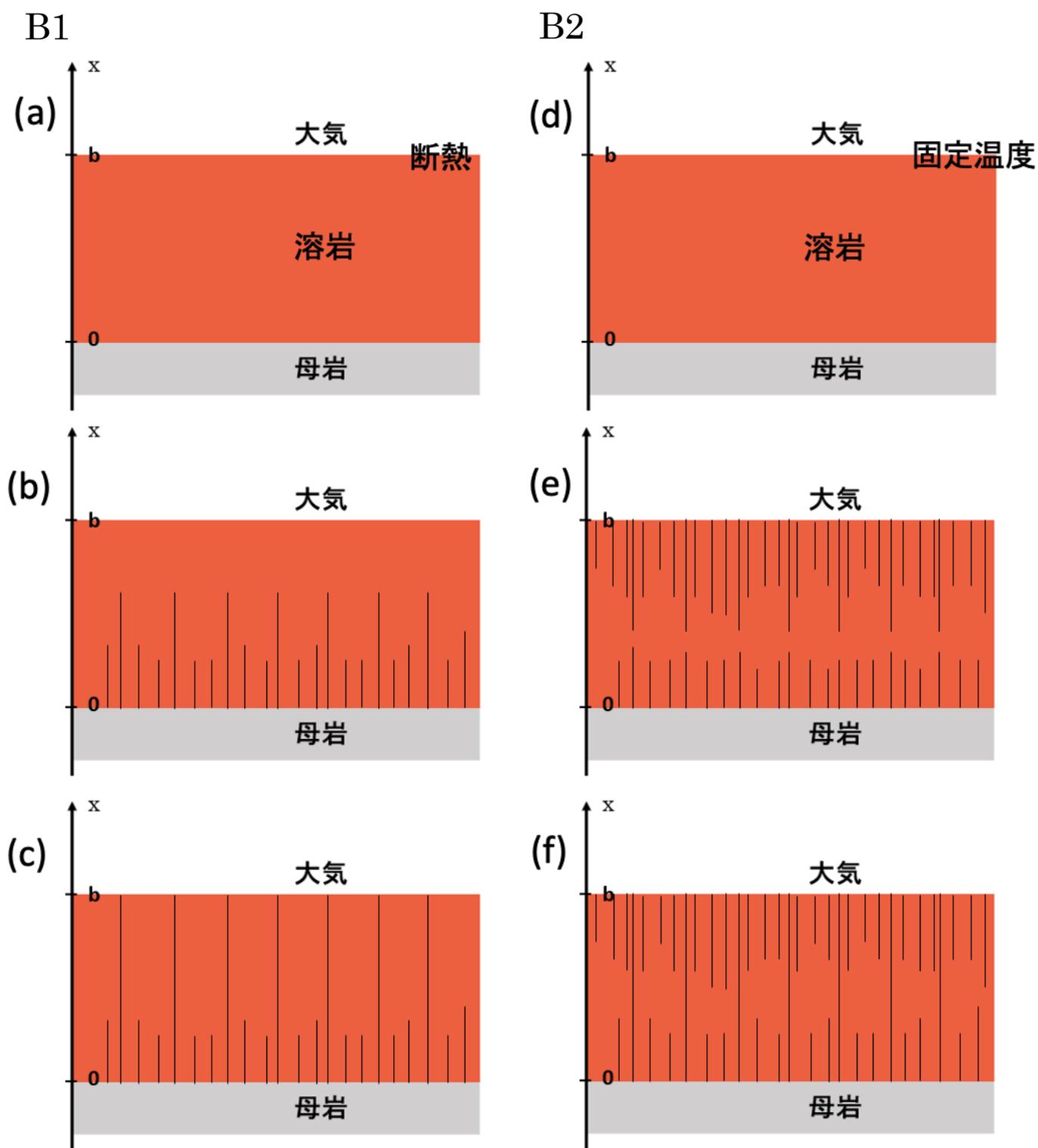


図 9 溶岩流入後の亀裂形成の模式図. (a) (b) (c)は溶岩と大気との境界条件が断熱 (B1) の場合に対応し, (d) (e) (f)は固定温度 (B2) の場合に対応する. (a) (d)は溶岩流入直後の状態で, (b) (e)は冷却途中を表す. 冷却途中では進行し続けている亀裂もあれば, それ以上進まない亀裂もある. (c) (f)は現在の状態を表している.

3.2 無次元化

ここでは, 3.1 で述べた温度場の式の無次元化を行う. 無次元化した温度場を

$$T' = \frac{T - T_{s0}}{T_{m0} - T_{s0}} \quad (17)$$

で定義する. この時, 周辺温度と初期温度はそれぞれ $T_{s0}' = 0, T_{m0}' = 1$ と無次元化される.

$$x' = \frac{2x}{b} \quad (18)$$

$$t' = \frac{4\kappa}{b^2} t \quad (19)$$

で無次元化した空間座標 x' と時間 t' を導入すると (1) 式は,

$$\frac{\partial}{\partial t'} T' = \frac{\partial^2}{\partial x'^2} T' \quad (20)$$

となる. 初期条件は,

$$T'(x', 0) = \begin{cases} 1 & (0 < x' < 2) \\ 0 & (x' > 2) \end{cases} \quad (21)$$

となり, 境界条件は,

$$B1' : \partial_{x'} T'(0, t') = 0, \quad T'(\infty, t') = 0 \quad (22)$$

$$B2' : T'(0, t') = 0, \quad T'(\infty, t') = 0 \quad (23)$$

となる. ここで, $B1', B2'$ はそれぞれ $B1, B2$ に対応する. $x' = 0$ は溶岩と母岩との境界, $x' = 2$ は溶岩と大気の境界に対応する. 以降, 簡単のため, T', x', t' はそれぞれ T, x, t と書く. 特に, 無次元化した臨界温度 T_{cf}' は T_c と書く.

3.3 温度場の時間変化

大気との境界が断熱である溶岩体の温度場の時間発展を図10に、境界が固定温度であるものを図11に示す。 $x = 0$ が溶岩体と母岩の境界， $x = 2$ が大気との境界を示している。カラースケールは無次元化された温度を表しており，複数の曲線は異なる等温線を表している。図10, 11より，対応する臨界破壊温度で時間発展と共に亀裂が内部に進行していく様子がわかる。例えば，図10で T_c が比較的高い場合は，等温面は母岩側から大気側に向かって速度を変えながら進行するが， T_c が 0.50以下では等温面は亀裂進行が一度母岩側に出て，その後内部に進行している。この温度変化で母岩にどのような影響が及ぼされるかは自明ではないが，仮に同じ性質の火山岩であっても，すでに節理が形成されていれば，それ以上破壊されることはないと考えられる。

これに対して，図11では， T_c が比較的高い場合は，等温面は母岩側と大気側両方から内部に向かって進行している。図9の節理の構造はこれを踏まえて描かれている。大気との境界側から亀裂が形成されない断熱境界の溶岩体とは異なり，固定温度境界付近では急速に亀裂が形成されていることが分かる。例えば，熱拡散係数 $\kappa = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ で溶岩の厚さが50mとすると，(19)式より $t=1$ は無次元化する前の実スケールではおよそ20年に対応する。

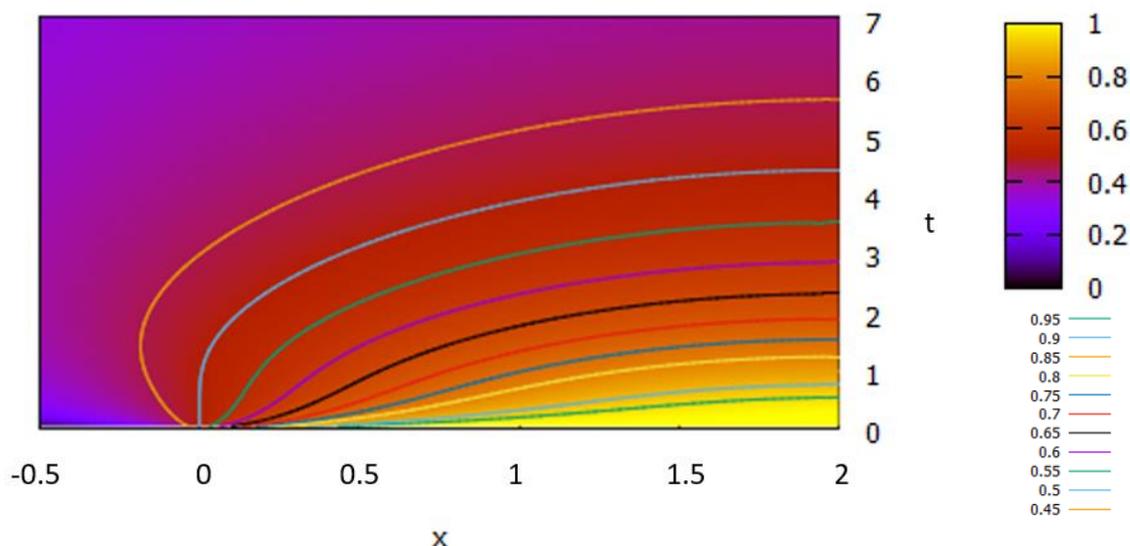


図 10 溶岩と大気との境界条件が断熱である場合の温度場の時間発展。カラースケールは無次元化された温度場を表し，曲線群は異なる臨界破壊温度 T_c の等温線を示す。

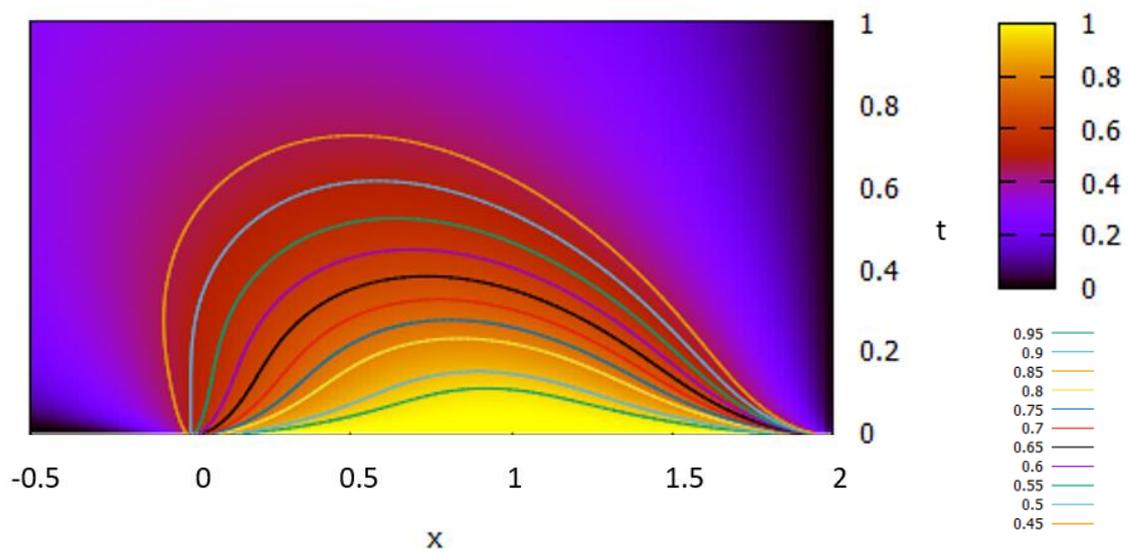


図 11 溶岩と大気境界条件が固定温度である場合の温度場の時間発展. 図 10 同様, カラースケールは無次元化された温度場を, 曲線群は異なる臨界破壊温度 T_c の等温線を示す.

3.4 冷却速度による柱幅の予測

溶岩体と大気との境界条件が断熱である場合の臨界温度面上での冷却速度の絶対値の逆数を図 12 に、固定温度の場合を図 13 に示す。前述したように柱幅は冷却速度の大きさに反比例して変化していると考えられている。大気と溶岩体の境界が断熱である場合、臨界破壊温度 $T_c \geq 0.7$ では、母岩との境界から単調に増加し、断熱境界付近ではほぼ一定である。これは、柱幅は断熱境界付近では一定であり、母岩付近では細くなることを示唆している。 $T_c = 0.45, 0.5$ では一度母岩の外側に出ているが、これはすでにこの溶岩流以前の噴火によりできた火山岩に影響を及ぼしているものとして、この溶岩流には影響がないものとする。溶岩内で母岩側から柱幅は単調に減少していることがわかる。 $T_c = 0.55 \sim 0.65$ の場合、母岩付近で最大値を取り、その後溶岩内部に進むにつれて減少し、ほぼ一定となる。 T_c が高い領域での溶岩内での太さの変化の傾向については Grossenbacher たちによって述べられている (Grossenbacher & McDuffie 1995)。また、 T_c が低いときに溶岩全体でほとんど一定の太さになることは寅丸によって指摘されている (Toramaru 2022)。

図 10 と図 12 を比べると、冷却速度 $\left. \frac{\partial r}{\partial t} \right|_{r=r_{cf}}$ はほぼ一定の値を保っている領域でも、臨界破壊温度面の進行速度 $\left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_{r=r_{cf}}$ が変化していることが分かる。特に断熱境界付近ではその変化が著しい。柱幅が一定であっても形成速度は一定であるとは限らないことを意味している (Toramaru 2022)。

一方で、固定温度境界の場合、母岩側よりも上部の固定温度境界付近の方が早く冷却されて最も冷却が遅くなる場所は、溶岩の下部であることを示している (図 13)。また、断熱境界とは異なり、柱幅が一定となる領域がない。図 12, 13 を比較すると、大気との接触面での境界条件は、柱幅の変化に大きく影響を与えることが分かる。特に、大気との接触面での柱幅の変化や柱幅が一定である領域の有無は境界条件を推定する上で重要なポイントであると考えられる。

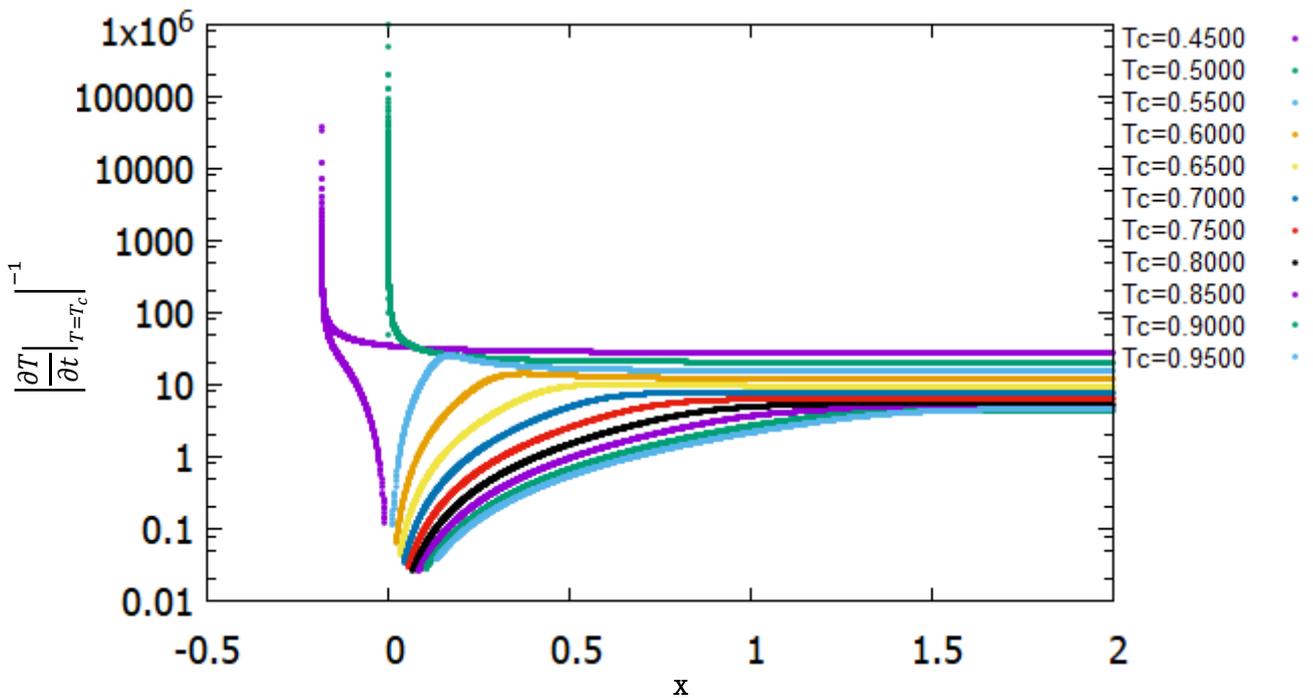


図 12 溶岩と空気の境界条件が断熱である場合の柱幅変化. 横軸に母岩からの距離, 縦軸に冷却速度の絶対値の逆数を取り, 対数で示す. $Tc=0.7\sim 0.95$ では柱幅は母岩側から溶岩の内部方向に向かって単調増加し, 一定値に漸近している. $Tc=0.55\sim 0.65$ では一度太くなったのちに細くなり一定になる. $Tc=0.45, 0.5$ では柱幅は単調に減少している.

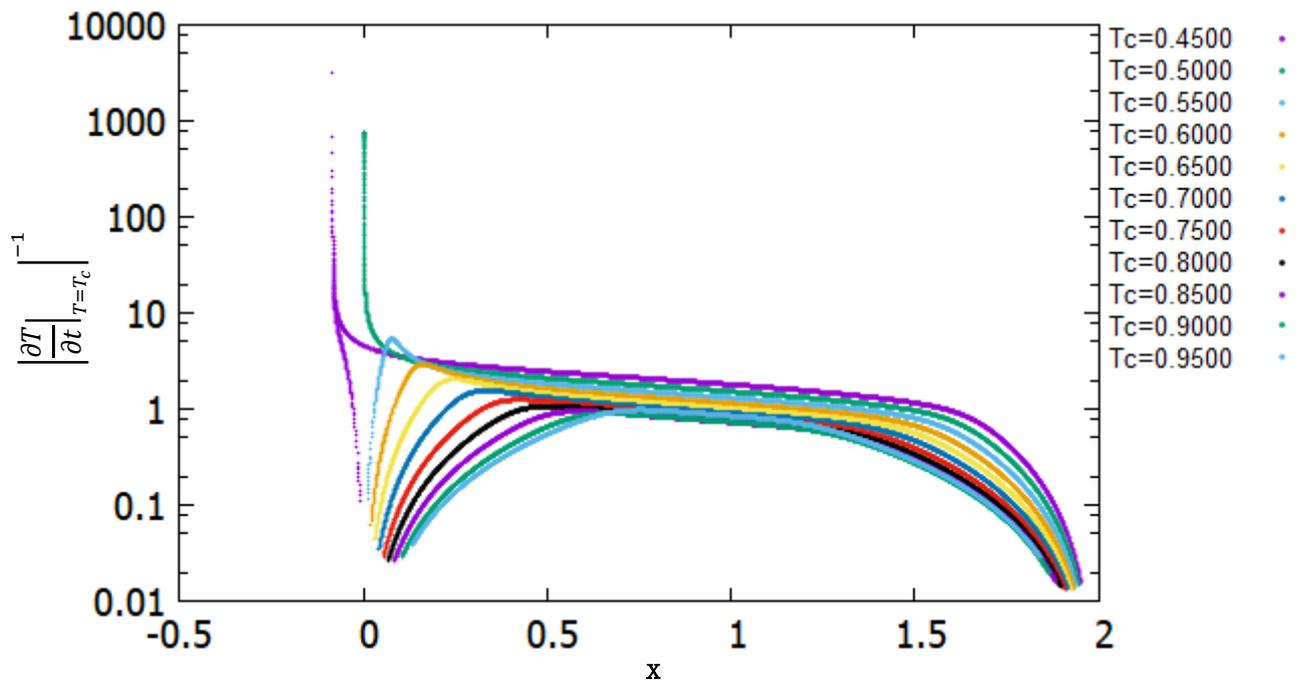


図 13 溶岩と大気境界条件が周囲温度による固定温度である場合の柱幅変化. 横軸に母岩からの距離, 縦軸に冷却速度の絶対値の逆数を取り, 対数で示す. T_c に関わらず, 固定温度境界 ($x=2.0$) から急激に冷やされ, 亀裂は溶岩内部に向かって進展する. $T_c \geq 0.55$ では柱幅は溶岩内部で最大値をとり, 母岩境界, 大気境界ではいずれも最大よりも 2, 3 桁細くなる. $T_c \leq 0.5$ では母岩から単調減少しており, 母岩境界と大気境界での太さの比は 2 桁以上となる. また, 母岩境界に関してはおおよそ図 12 と同様の変化をしている.

3.5 熱勾配による条線間隔の予測

溶岩体と大気との境界条件が断熱である場合の熱勾配の絶対値の逆数を図 14 に、固定温度の場合を図 15 に示す。断熱境界では、 T_c に関わらず、溶岩内部に向かって単調に増加しており、(6)式によれば、条線間隔も増大することを意味している。また、断熱境界付近で急激に増加しており、実際の柱状節理では、条線構造が見えなくなると考えられる。柱幅の変化と同様に $T_c=0.45, 0.50$ では一度母岩の外側に出ているが、これはすでにこの溶岩流以前の噴火によりできた火山岩に影響を及ぼしているものとして、この母岩には影響がないものとする。

固定温度境界では、中心に向かってほぼ断熱境界同様の变化があるが、大気側からも冷却されることから、条線間隔が発散する場所は溶岩の中心付近であると考えられる。また、 T_c が低くなるにつれて、発散する領域が母岩付近に近付いている。図 15 で熱勾配が発散するところは、上下からの等温面が合流するところである。

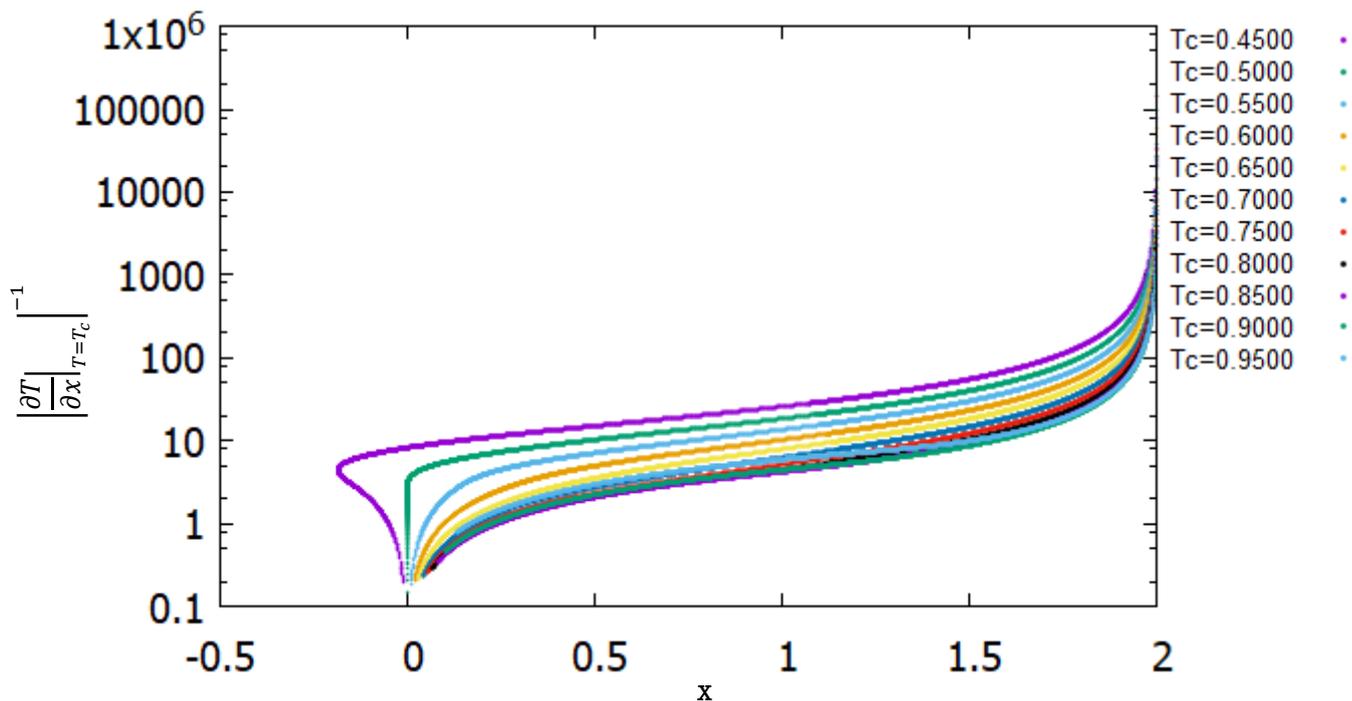


図 14 溶岩と大気との境界条件が断熱である場合の条線構造の間隔の変化。横軸に母岩からの距離、縦軸に熱勾配の絶対値の逆数を取り、対数で示す。 T_c に関わらず、溶岩内部に向かって単調増加している。

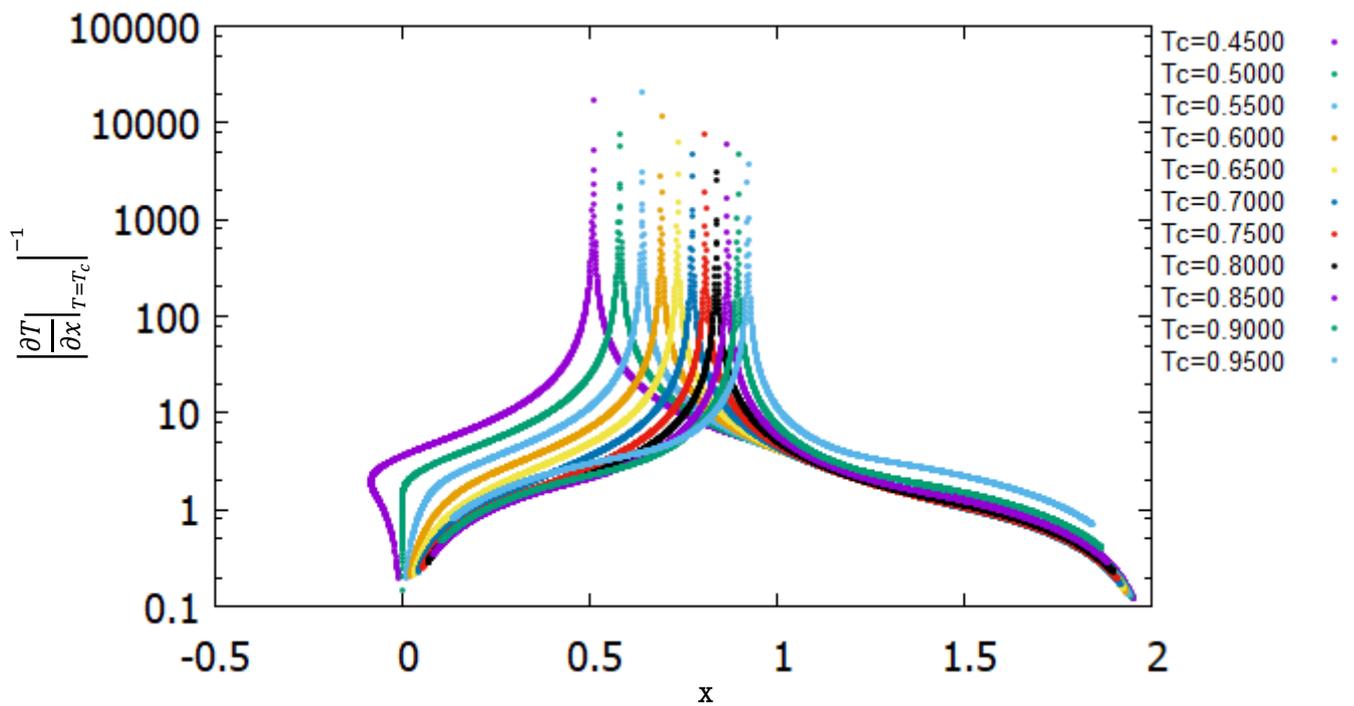


図 15 溶岩と大気境界条件が周囲温度による固定温度である場合の条線構造の間隔の変化。横軸に母岩からの距離，縦軸に熱勾配の絶対値の逆数を取り，対数で示す。 T_c に関わらず，溶岩内部に向かって単調に増加している。 T_c が低いほど発散する領域が母岩側に近付いていることがわかる。溶岩の中心付近では急激に増加しており，実際の柱状節理では，条線構造が見えなくなると考えられる。

4 実測データ

3章で解析された理論モデルによれば、柱幅の分布は臨界破壊温度、境界条件などに依存する。逆に、柱幅の分布から臨界破壊温度や境界条件を推定することも可能であろう。本章では、実際の柱状節理の柱幅の分布を計測し、理論モデルと比較する。計測には写真測量法を用いる。写真測量法とは、二次元のデジタル写真から三次元のイメージを作成する方法であり、これを用いることで、再構築された3Dイメージから従来の方法では測定が難しかった範囲まで形態上の特徴を定量的に測定することができる。

4.1 調査対象

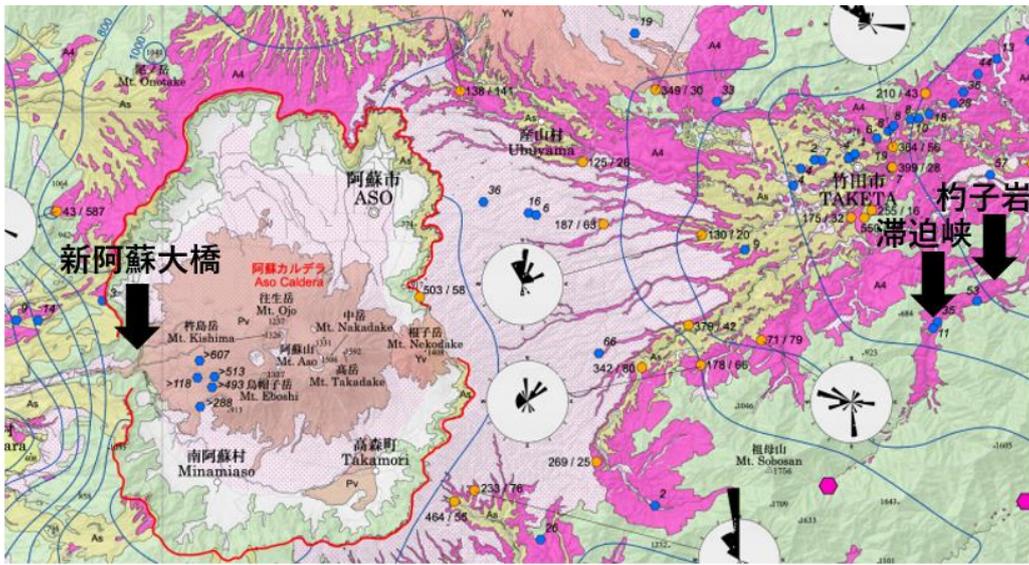
熊本県南阿蘇郡立野にある新阿蘇大橋付近の柱状節理、その他に特徴的な構造を持つ大分県豊後大野市にある杓子岩、滞迫峡にある柱状節理を対象に巡検調査を行なった。図16は九州地方における対象三地点の大まかな場所である。図17は火砕流堆積物分布による調査地点を示している。杓子岩、滞迫峡にある柱状節理は、約9万年前の巨大火砕流（阿蘇4）によって形成されており、立野（新阿蘇大橋）については後カルデラ火山の溶岩流であるとする。

特に、新阿蘇大橋付近の柱状節理は、2016年に発生した熊本地震によって新たに見出された露頭である。つまり大気にさらされてからわずか7年しか経過していないと考えられ、風化の影響も少ないと期待される。



図 16 大まかな新阿蘇大橋、滞迫峡および杓子岩の位置。

(a)



(b)

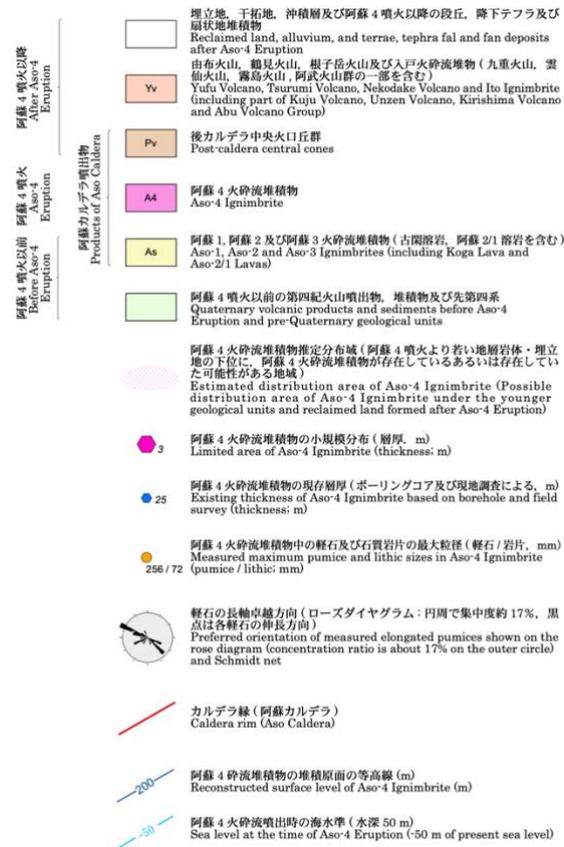


図 17 新阿蘇大橋、滞迫峡および杓子岩の位置と火砕流堆積物分布。(a)調査対象の位置と火砕堆積物分布。(b)凡例。(産総研地質調査総合センター「阿蘇カルデラ阿蘇4火砕流堆積物分布図」より)

4.2 撮影手順

対象物体の撮影には以下のものを使用した。

- ・カメラ (OLYMPUS TOUGH TG-5)
- ・座標器 (小型マーカー, 水準器付き)
- ・据え置き型マーカー
- ・長尺棒
- ・レーザー距離計 (Nikon LASER 550A S)
- ・ハーネス
- ・カート

撮影手順としては, まず図 18 の座標器, もしくは据え置き型のマーカーを使用する. 座標器は据え置き型のマーカーに比べて長さだけではなく方向 (上下と東西南北など) を決められる利点がある. 今回の巡検調査では, 比較的近距離で少ない柱を対象にした新阿蘇大橋の撮影には座標器, 遠距離から多くの柱, 全体的な構造を対象にした杓子岩, 滞迫峡の撮影では据え置き型のマーカーを使用した. 座標器を用いる場合には, 三脚を設置する. そして小型のマーカーが付いた定規を三脚に付け, 水準器により定規の水平をとり, マーカー間の距離を定規で測定する. マーカー1 と 2 の距離, 1 と 3 の距離をそれぞれ d_{12} , d_{13} とする. マーカー1 を原点に, マーカー1 からマーカー2 を x 軸方向に, マーカー1 からマーカー3 を z 軸すると, 各マーカーの座標はそれぞれ

$$\text{マーカー1: } (0,0,0) \quad (24)$$

$$\text{マーカー2: } (d_{12}, 0, 0) \quad (25)$$

$$\text{マーカー3: } (0, 0, d_{13}) \quad (26)$$

と与えられる.

据え置き型のマーカーを用いる場合は, 三つのマーカーを直線にならないように設置し, 巻き尺, またはレーザー距離計でマーカー間の長さを測定し, 相対的な位置を決める. マーカー1' と 2' の距離, 2' と 3' の距離, 3' と 1' の距離をそれぞれ d_{12}' , d_{23}' , d_{31}' とする. マーカー1' を原点に, マーカー1' からマーカー2' を x 軸方向に, マーカー1', 2', 3' を含む平面を xy 平面とすると, マーカーの座標はそれぞれ

$$\text{マーカー1': } (0,0,0) \quad (27)$$

$$\text{マーカー2': } (d_{12}', 0, 0) \quad (28)$$

$$\text{マーカー}3': \left(\frac{d_{12}'^2 + d_{31}'^2 - d_{23}'^2}{2d_{12}'}, \sqrt{d_{31}'^2 - \frac{(d_{12}'^2 + d_{31}'^2 - d_{23}'^2)^2}{4d_{12}'^2}}, 0 \right) \quad (29)$$

となる。

その後、対象を様々な角度から撮影した。今回は三地点でそれぞれ 1200 枚ほど撮影した。手が届かない高い場所の撮影や対象物体の全体像を対象にした撮影には長尺棒（図 19）を使用し、OLYMPUS image Share というアプリでスマートフォンからカメラを遠隔操作し、撮影を行った。3D イメージを作成するために、隣り合う画像同士には 80% ほどのオーバーラップが必要である。また、影の形が変わったりするなど日中の照明が変化する場合、Metashape が重複する写真上の共通点を見つけないことがあるので注意が必要である。Metashape による 3D イメージの作成手段の詳細は、付録 A. 1, A. 2 に示す。



図 18 座標器（左）、据え置き型マーカー（右）。



図 19 長尺棒を用いた撮影風景（杓子岩）.

4.3 精度チェック

露頭から近距離（数メートル）離れた場所から長尺棒で撮影した画像を用いて再構築した3Dイメージは、最高で10数メートルの高さに及ぶ。この3Dイメージから柱幅分布を測る際の誤差を見積もる必要がある。そのために、大阪公立大学中百舌鳥キャンパス A14 棟の1階から4階までの手すりを対象に10数メートル離れた場合での精度チェックを行った。柱状節理に典型的な多角形面の一辺の長さである値 $F=30\text{cm}$ に近くなるように手すり3本分を階ごとに6、7か所で測定した。柱状節理の撮影と同じように長尺棒を用いて合計500枚ほど撮影した。

その後、3Dイメージを作成し、階数（高さ）ごとに点群データを解析し、巻き尺による実測値と Metashape による測定値の割合を求めた。結果として、1m高くなれば0.4mmほど実物より小さく再現されることが分かった。これにより3Dイメージに対する校正式は、

$$(\text{実測値}) = \frac{(\text{3D イメージによる測定値})}{1.0004 - 0.0004 \times (\text{高さ[m]})} \quad (30)$$

となる。精度チェックの詳細は付録 A.3 に示す。



図 20 大阪公立大学中百舌鳥キャンパス A14 棟の撮影場所。

4.4 測定データの解析

Metashape を用いた 3D イメージからは対象物体の表面上の点群の 3 次元座標, 色などが得られる. 本節では, 得られた点群の 3 次元座標 (以下, 外部座標) を解析に用いるための座標 (以下, 内部座標) に変換する手順を説明する. Metashape から出力される座標を x, y, z で表す. 座標器を用いた場合, x 軸は水平面内の磁北を, y 軸は水平面内東を, z 軸は鉛直下方を表す. 据え置き型マーカを用いた場合は, (27), (28), (29) 式で表される座標に対応する.

内部座標は解析に用いる座標で, ξ, η, ζ で表す. 重要なのは η 軸で, これは測定領域の中の柱の平均的な長軸方向にとる. ξ 軸は露頭面内にとる. まず, η 軸だが, 今回は, 測定領域に含まれる柱の中で, 同一の柱とみなせる構造の上端と下端の座標からその柱の長軸の向きを計算する. 複数の柱の長軸の向きの平均を η 軸とする. 具体的には, 平均した柱の数を N とし, N 本の柱それぞれの下端の点を $M_{0i}, i = 1, 2, \dots, N$ として, 同じ柱の上端の点を M_{1i} とする. すると, η 軸方向の単位ベクトル $\hat{\eta}$ は,

$$\hat{\eta} = \frac{\sum_{i=1}^N (\overrightarrow{M_{1i}} - \overrightarrow{M_{0i}})}{\left| \sum_{i=1}^N (\overrightarrow{M_{1i}} - \overrightarrow{M_{0i}}) \right|} \quad (31)$$

となる. 熊本県立野の柱状節理の解析では 6 本の柱を用いて, $\hat{\eta} = (-0.072, 0.278, 0.958)$ となった. 次に, 原点を決め point0 とする. η 軸から離れた右側に point2 を置き, point0, η 軸, point2 で決まる平面を $\xi - \eta$ 平面とする. point2 の ξ 座標を正にとると, ζ 軸は手前側が正になる. 一般の点 Q の位置ベクトル \vec{Q} として, その外部座標 (Metashape が出力する座標) の成分を (Q_x, Q_y, Q_z) , Q の内部座標を (Q_ξ, Q_η, Q_ζ) とする. (Q_ξ, Q_η, Q_ζ) を (Q_x, Q_y, Q_z) と内部座標を決めるための点 $P_j, j=0, 2$ の外部座標 (P_{jx}, P_{jy}, P_{jz}) から決める. ξ, ζ の各軸の単位ベクトル $\hat{\xi}, \hat{\zeta}$ を求める. まず, $\hat{\xi}$ は次のように求められる.

$$\hat{\xi} = \frac{\overrightarrow{P_2} - \vec{H}}{|\overrightarrow{P_2} - \vec{H}|} = \frac{(P_{2x} - H_x, P_{2y} - H_y, P_{2z} - H_z)}{\sqrt{(P_{2x} - H_x)^2 + (P_{2y} - H_y)^2 + (P_{2z} - H_z)^2}} \quad (32)$$

となる. ここで,

$$\vec{H} = \overrightarrow{P_0} + \hat{\eta}(\overrightarrow{P_2} - \overrightarrow{P_0}) \cdot \hat{\eta} \quad (33)$$

とする. $\hat{\zeta}$ は,

$$\hat{\zeta} = \hat{\xi} \times \hat{\eta} \quad (34)$$

で与えられる.

一般の位置ベクトル Q の座標 (Q_ξ, Q_η, Q_ζ) は

$$Q_{\xi} = (\vec{Q} - \vec{P}_0) \cdot \hat{\xi} \quad (35a)$$

$$Q_{\eta} = (\vec{Q} - \vec{P}_0) \cdot \hat{\eta} \quad (35b)$$

$$Q_{\zeta} = (\vec{Q} - \vec{P}_0) \cdot \hat{\zeta} \quad (35c)$$

で与えられる. $\hat{\xi}$, $\hat{\eta}$, $\hat{\zeta}$ は(31), (32), (34)式の値を用いる. また, 内部座標の原点は P_0 にとっているので,

$$(P_{0\xi}, P_{0\eta}, P_{0\zeta}) = (0, 0, 0) \quad (36)$$

となる.

着目する直方体領域内部の 3D イメージ全ての点を内部座標に変換し, 柱の長軸方向に一定間隔で複数に分割する. そこから, 高さごとに柱の断面形状を可視化し, 得られた図から柱の稜角となる点を目視で選ぶ. 図 22 は断面形状の典型例である. 紫の点が 3D イメージから得られた点を表し, 丸印が目視で決めた柱の角であるが, 明らかに露頭面から離れている点は無視している. その後, 得られた頂点群から柱幅を求める. ただし, 植生などの影響で隣り合う点を結ぶ線分が, 実際の節理面に対応していない場合は無視している.



図 21 座標器へのポイント設定.

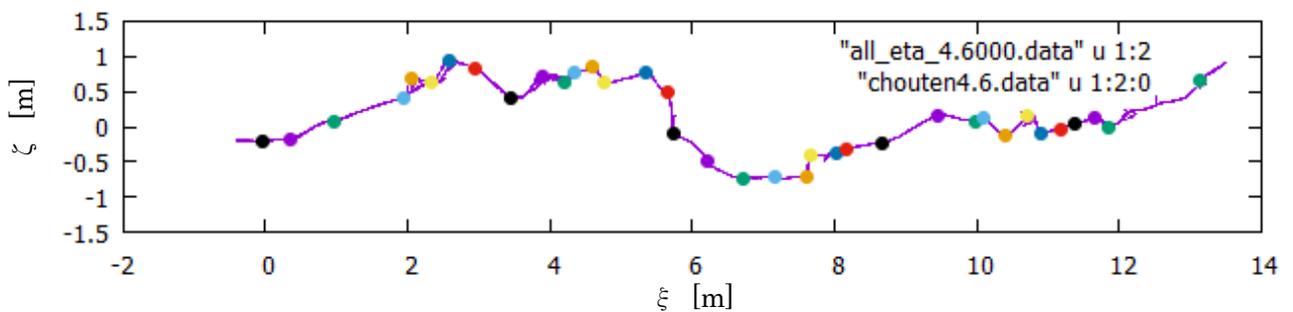


図 22 断面形状図における柱の稜角へのプロット. グラフの下側が岩体.

4.5 Metashape による柱幅変化の測定

4.5.1 熊本県立野の柱状節理の柱幅変化

図 23 の青枠で示した直方体領域(幅 × 高さ × 奥行 = $12 \times 12 \times 5 \text{ m}^3$)を抽出した(図 24). 平均的な長軸方向 (η 軸) に垂直な平面で測定領域を等間隔に 14 分割し, 分割された領域での断面形状から柱幅を測定した. 得られた測定値に対して, (30) 式で校正を行った結果を図 25 に示す. 同じ高さごとに測定した柱幅 F をプロットし, 一次関数 $F(\eta) = m_1\eta + n_1$ でフィッティングした結果,

$$m_1 = -4.02 \times 10^{-3} \pm 2.33 \times 10^{-3}, \quad n_1 = 3.07 \times 10^{-1} \pm 1.37 \times 10^{-2} \quad (37)$$

となった. これは, 柱幅はおよそ 30cm で 1m 高くなるごとに 0.4mm 細くなることを意味している.

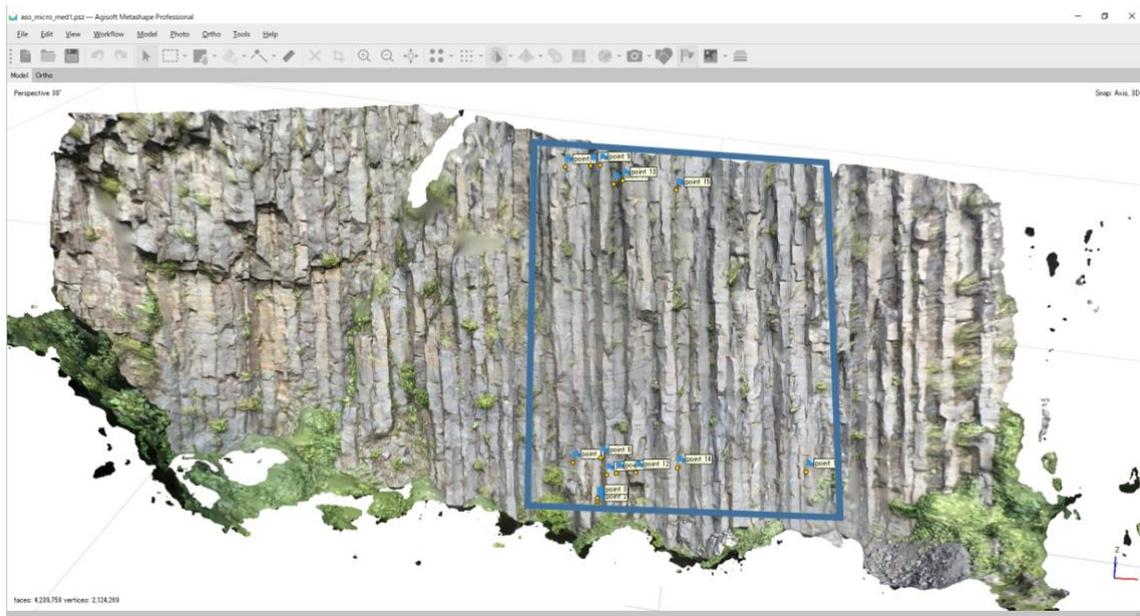


図 23 熊本県立野の柱状節理の 3D イメージ. 青枠は抽出した解析領域を示す.

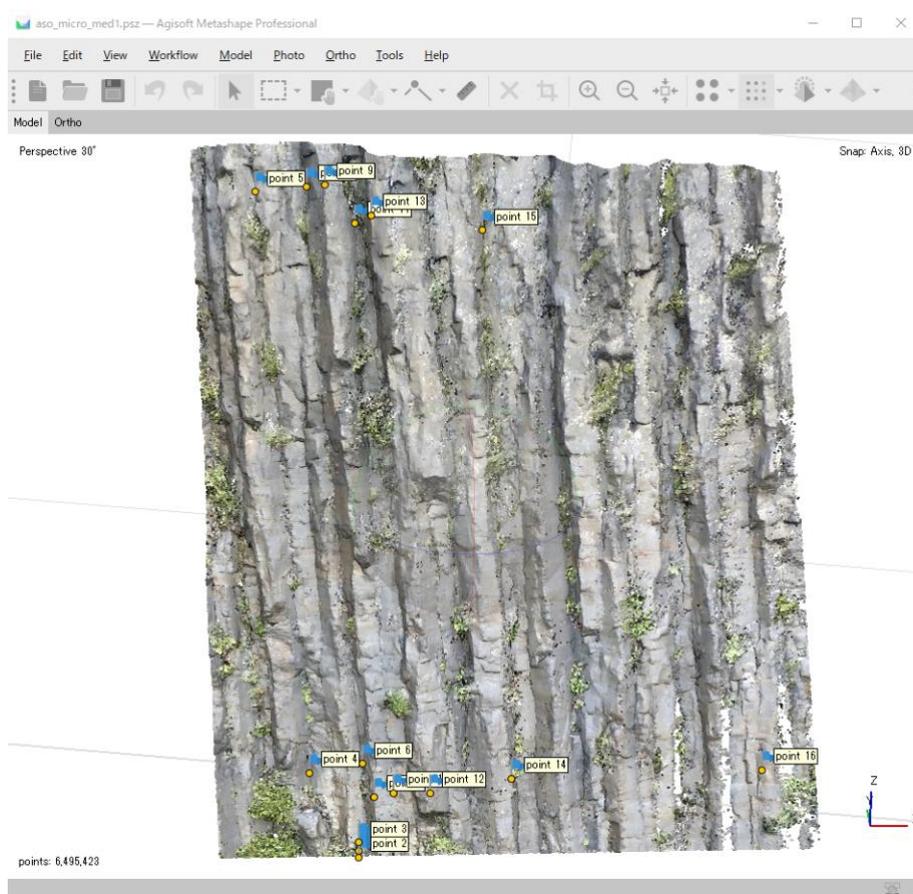


図 24 熊本県立野の柱状節理の 3D イメージから抽出した複数の柱。

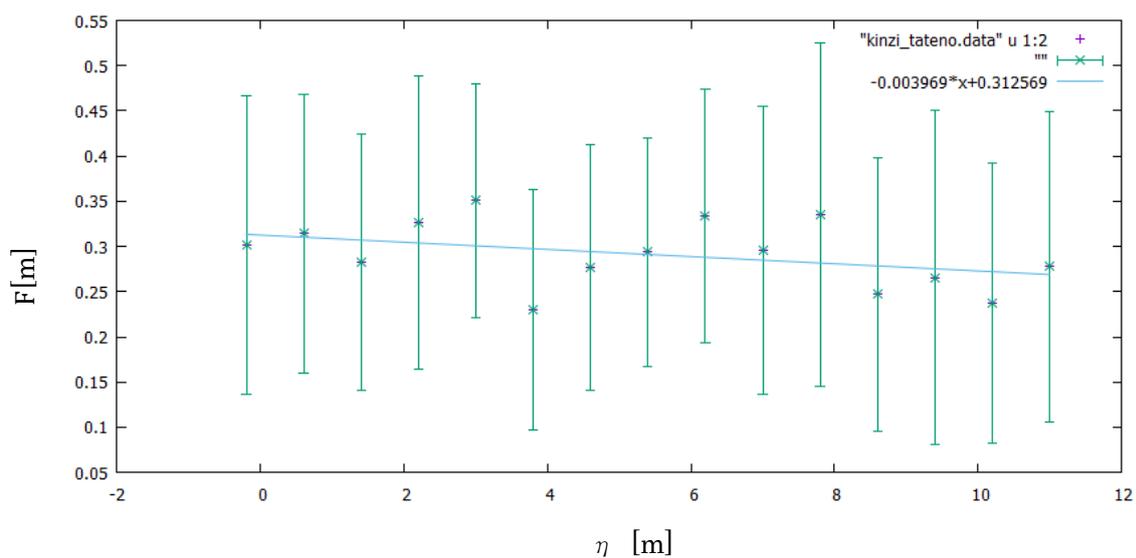


図 25 断面形状図から算出した柱幅変化. 横軸に柱の長軸方向の高さ, 縦軸に柱幅を取る. 同じ高さごとの柱幅を一次関数でフィッティングすると 1 mあたり 0.4mm ほど柱幅が細くなることが判明した.

4.5.2 大分県滞迫峡の柱状節理の柱幅変化

立野の柱状節理と同様に、図 26 の青枠で示した直方体領域(幅 × 高さ × 奥行 = $13 \times 14 \times 6 \text{ m}^3$)を抽出し(図 27), 19 分割して柱幅を測定した. 次にその測定値に対して, (30)式より, 校正を行う. その結果を図 28 に示す. 同じ高さごとに測定した柱幅 F をプロットし, 一次関数 $F(\eta) = m_2\eta + n_2$ でフィッティングした結果,

$$m_2 = -4.29 \times 10^{-2} \pm 3.54 \times 10^{-3}, \quad n_2 = 6.65 \times 10^{-1} \pm 2.35 \times 10^{-2} \quad (38)$$

となった. これは, 柱幅はおよそ 30~70cm で 1m 高くなるごとに 4.3cm 細くなることを示す. また, 図 28 のように, 柱の下部のばらつきが大きいのは, 柱が複数に分岐している途中の領域であるからであると考えられる.

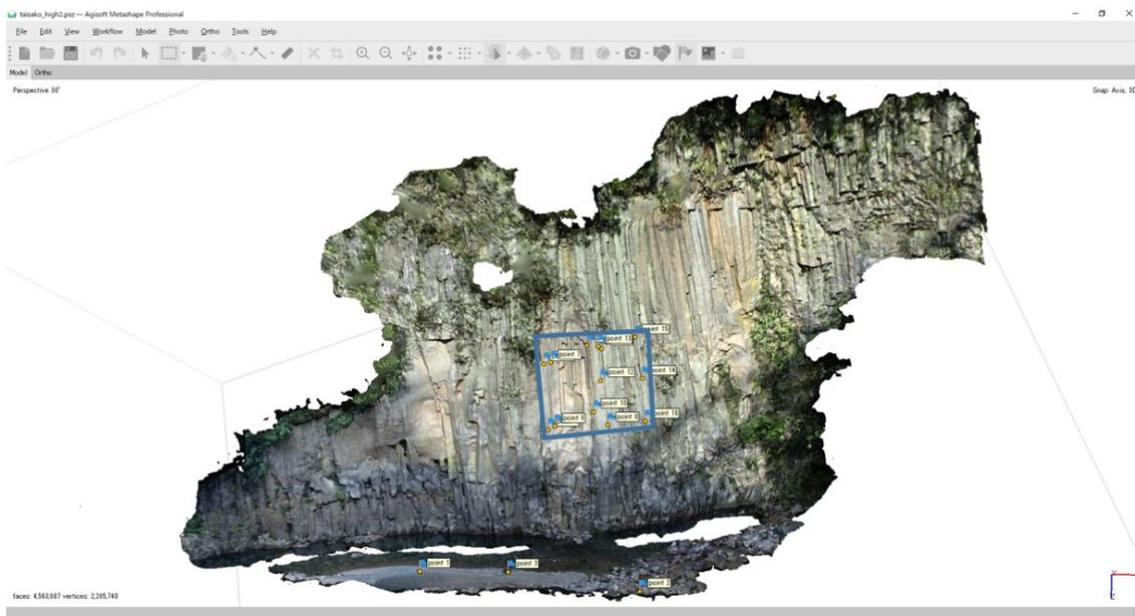


図 26 大分県滞迫峡の柱状節理の 3D イメージ. 青枠は抽出した解析領域を示す.

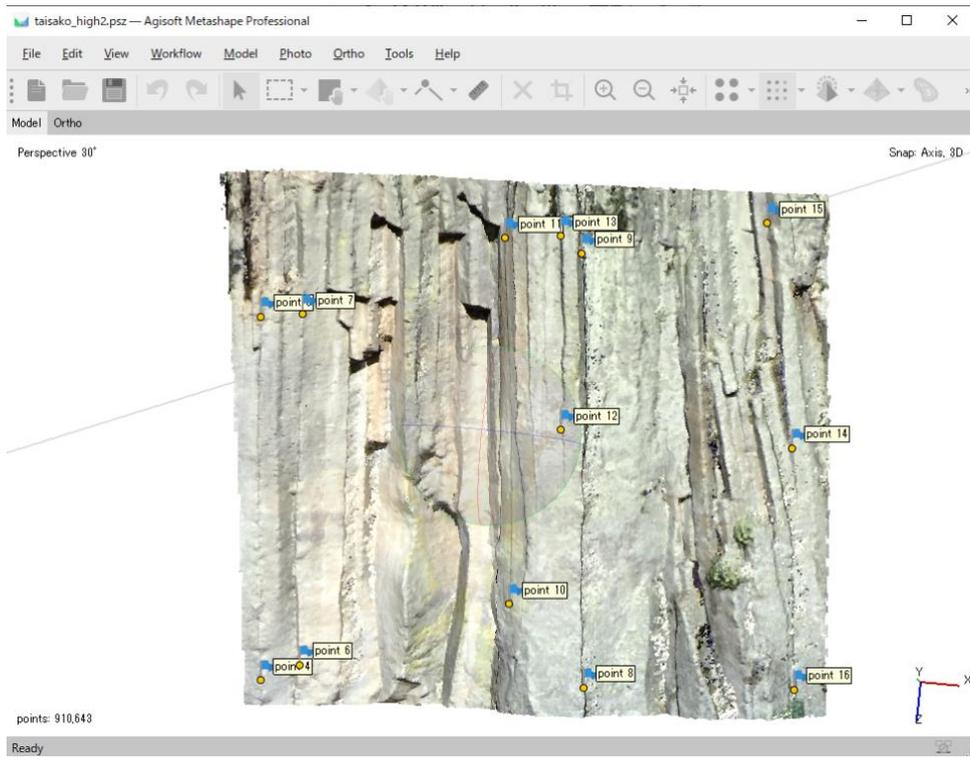


図 27 大分県滞迫峡の柱状節理の 3D イメージから抽出した複数の柱.

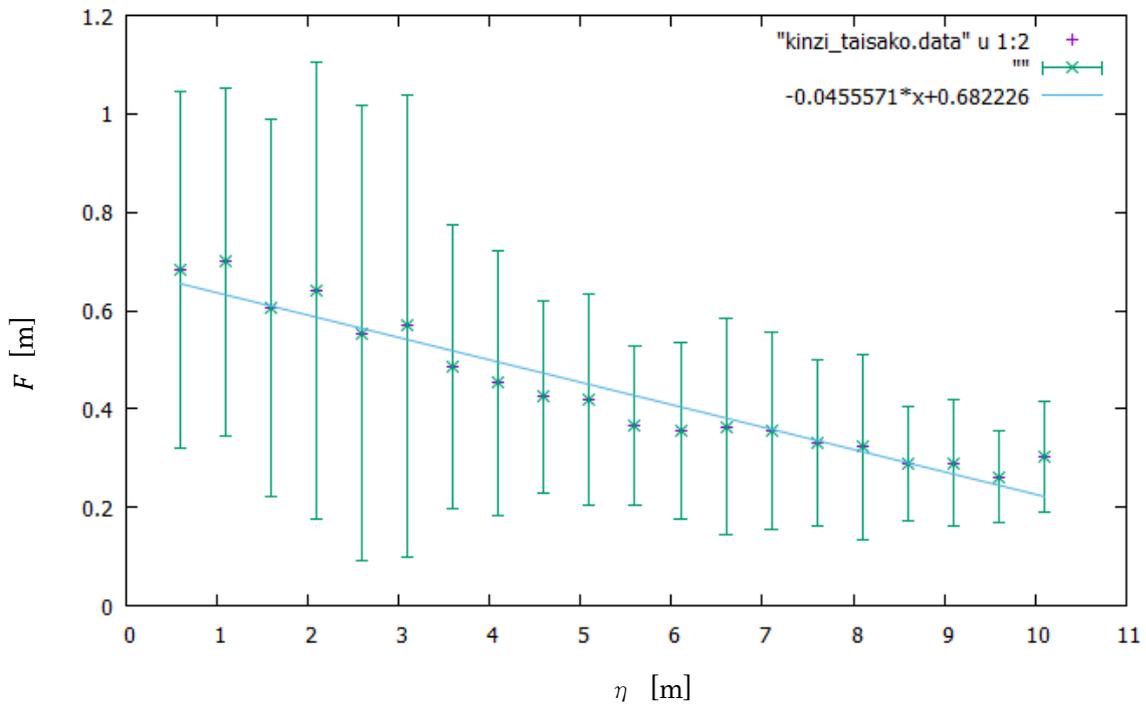


図 28 断面形状図から算出した柱幅変化. 横軸に柱の長軸方向の高さ, 縦軸に柱幅を取る. 同じ高さごとの柱幅を一次関数でフィッティングすると 1 mあたり 4.3cm ほど柱幅が細くなるのが判明した.

4.6 理論モデルと実測データの比較

理論モデルと実測データを比較するために、実測した領域を理論モデルと対応させる。そのために溶岩流の厚さ b と溶岩流における測定範囲の位置を推定することから始める。熊本県立野の柱状節理で考えてみよう。図 29 の中央右側の柱と川の境界部付近では、柱幅が急激に太くなっているように見える。このことから、図 12 の理論モデルから、母岩と溶岩の下部境界であると推測する。また、図 30 の左上部に地層が比較的黒く、粗くなっている領域がある。この領域では柱が確認できないため、溶岩と空気の上部境界であると推測する。また、図 30 の 3D イメージに座標器を用いたスケールを設定すると、point1 と point2 の距離は 12m であり、point2 と point5 の柱の長軸方向に対する距離は 13m、point1 と point4 の間隔は 25m であることから、柱を形成する溶岩流の厚さは 50m であると推測した。これらの値と (18) 式を考慮すると、実測データを用いて柱幅を測定した範囲は、無次元化した座標 x' では $0.52 < x' < 1$ に対応することが分かる。実測範囲の上端での柱幅の平均値を $F(1)$ 、下端での柱幅の平均値を $F(0.52)$ とすると、比 $F(1) / F(0.52)$ は測定領域での柱幅の変化の割合を表す。実測値のフィッティング (37) 式より、 $F(1) / F(0.52) = 8.57 \times 10^{-1} \pm 8.7 \times 10^{-2}$ の範囲にある。この測定結果と理論モデルの結果を比較しよう。

まず、上部の境界条件が断熱の場合を考える。図 31 は理論モデル B1 における柱幅の変化である図 12 の実測した範囲に対応する部分を青枠で囲ったものである。臨界破壊温度 T_c をパラメータとし (5) 式および (12) 式を用いてこの範囲の柱幅の変化を見積もったものが図 33 である。横軸は無次元化した臨界破壊温度 T_c 、縦軸は実測領域に対応する柱幅の変化の割合 $F(1) / F(0.52)$ である。図 34 は測定値のエラーバーをつけた拡大図である。これを見ると、無次元化した臨界破壊温度がおおよそ $0.55 < T_c < 0.62$ の範囲で、理論モデルでの柱幅の変化が実測値のエラーバーの中に入っていることが分かる。

上部が固定温度境界の場合も同様の手法を用いて理論モデルと実測データを比較することができる。図 35、37 は (5) 式および (15) 式を用いた結果であり、臨界破壊温度が $0.83 < T_c < 0.88$ の範囲で理論モデルと実測データと無矛盾である。

二つの境界条件を比較したが、測定範囲内ではどちらも無矛盾である結果が得られた。ではどちらの境界条件が妥当なのだろうか？図 31 と 32 を比較すると、上部境界条件の違いが最も顕著に現れるのは上部境界近くの柱幅の変化である。断熱の場合はほぼ一定の柱幅となるが、固定温度の場合、一～二桁細くなっている。上部境界は今回作成した 3D イメージの解析範囲外なので、定量的なことは言えないが、図 30 を見ると、上部境界の近くで柱幅の変化がほとん

ど見られないことがわかる。したがって、上部の境界条件は固定温度よりは、断熱に近いと考えられる。

最後に、実際のスケールで考えてみよう。まず、臨界破壊温度についてであるが、図 37(a) より、(17) 式に噴出した溶岩が流紋岩質である場合の溶岩の流入温度 $T_{m0}=700^{\circ}\text{C}$ 、周囲温度 $T_{s0}=0^{\circ}\text{C}$ を用いると (シュミンケ 2016)、実際の臨界破壊温度 $T_{cf}=380\sim 430^{\circ}\text{C}$ であると考えられる。一方で、噴出した溶岩が玄武岩質である場合、溶岩の流入温度 $T_{m0}=1200^{\circ}\text{C}$ 、周囲温度 $T_{s0}=0^{\circ}\text{C}$ を用いると (Peck & Minakami 2016)、 $T_{cf}=660\sim 740^{\circ}\text{C}$ ほどであると考えられる。次に、柱状節理の形成時間についてであるが、溶岩が流紋岩質である場合、熱拡散係数 $\kappa = 6.6 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ を用いると (Bagdassarov & Dingwell 1994)、柱状節理が完成するまで、およそ 91 ~ 105 年かかることが示唆される。一方で、溶岩が玄武岩質である場合の熱拡散係数 $\kappa = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ を用いると (Jaeger 1967)、およそ 60 ~ 69 年かかることが示唆される。



図 29 熊本県立野の柱状節理の写真. 中央右側の川付近で柱幅が変化大きく変化していることから, 母岩との境界であると推測する.

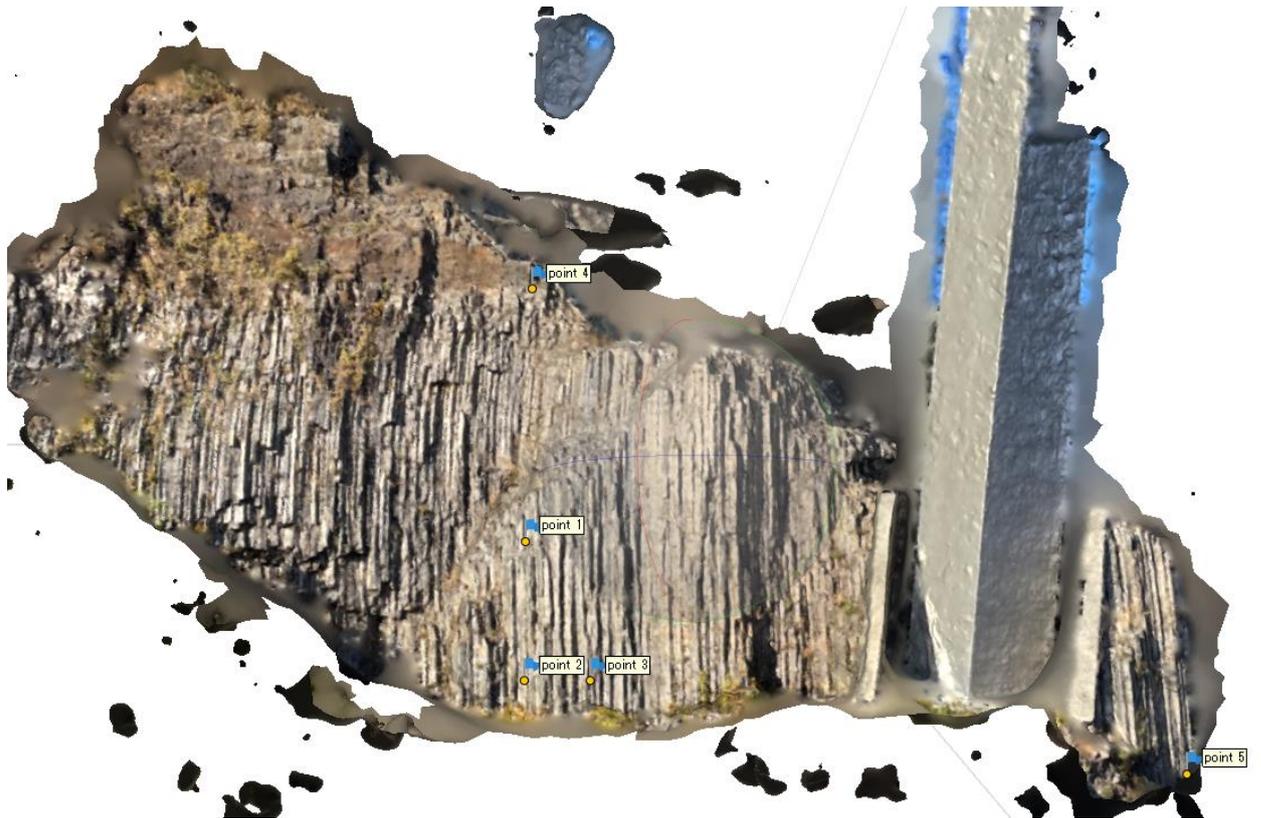


図 30 3Dイメージによる溶岩流の厚さの見積もり. point1 と point2 の距離は 12m, point2 と point5 の柱の長軸方向に対する距離は 13m, point1 と point4 の間隔は 25m であることから, この柱状節理を形成した溶岩流の厚さは 50m であると推測する.

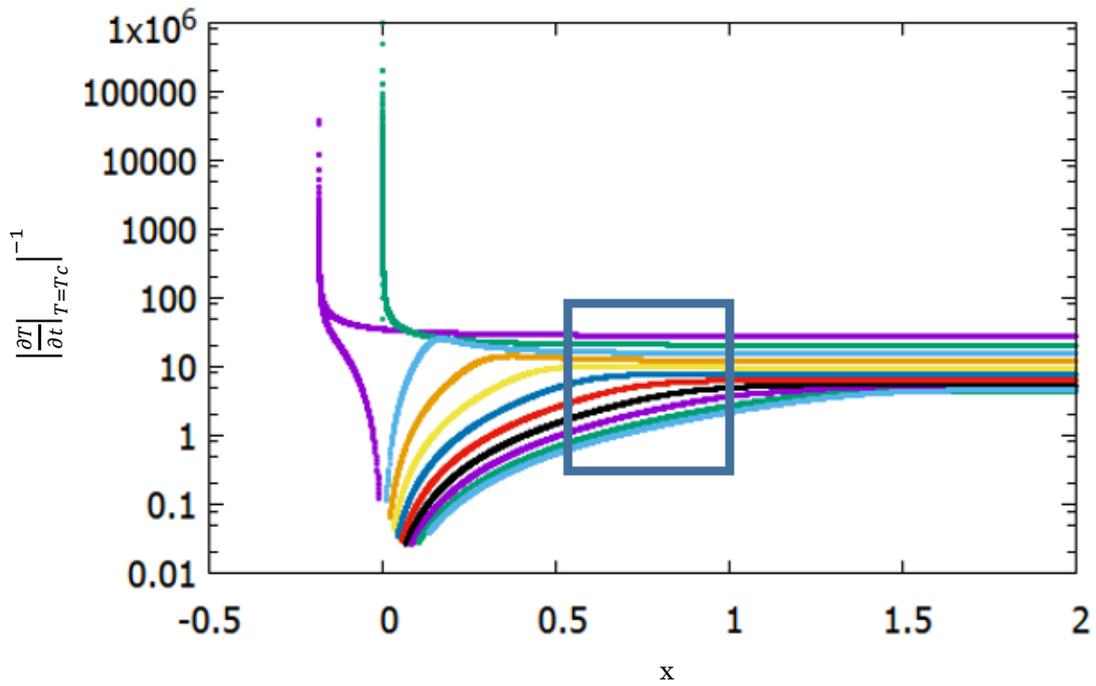


図 31 青枠は溶岩流の厚さが 50mであると推測したときの実測した柱の領域に対応する、理論モデルによる断熱境界の柱幅変化。

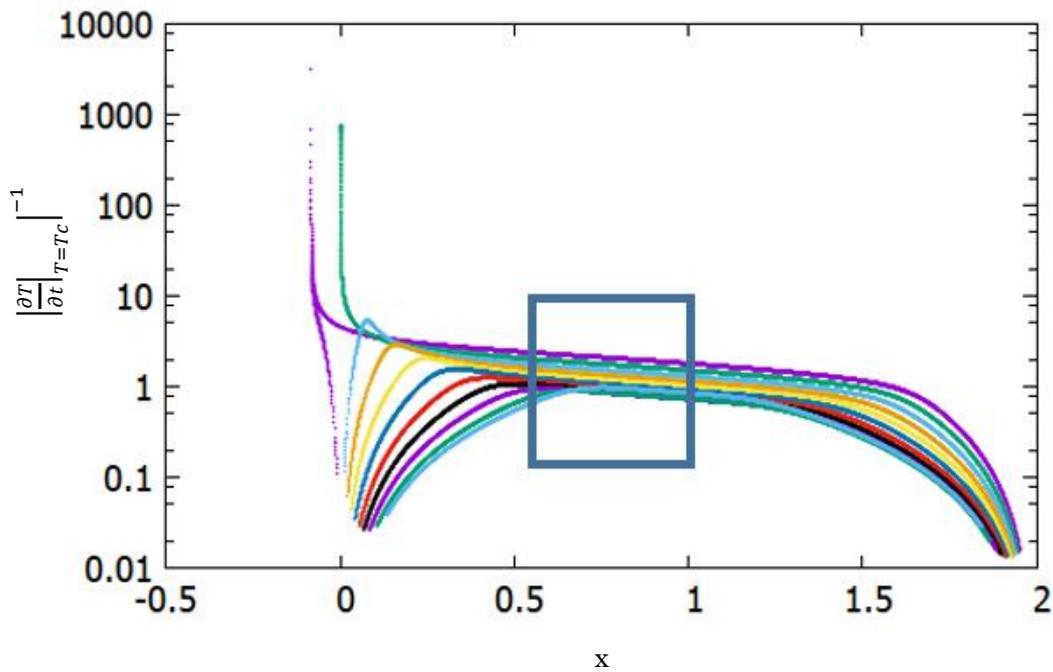


図 32 青枠は溶岩流の厚さが 50mであると推測したときの実測した柱の領域に対応する、理論モデルによる固定温度境界の柱幅変化。

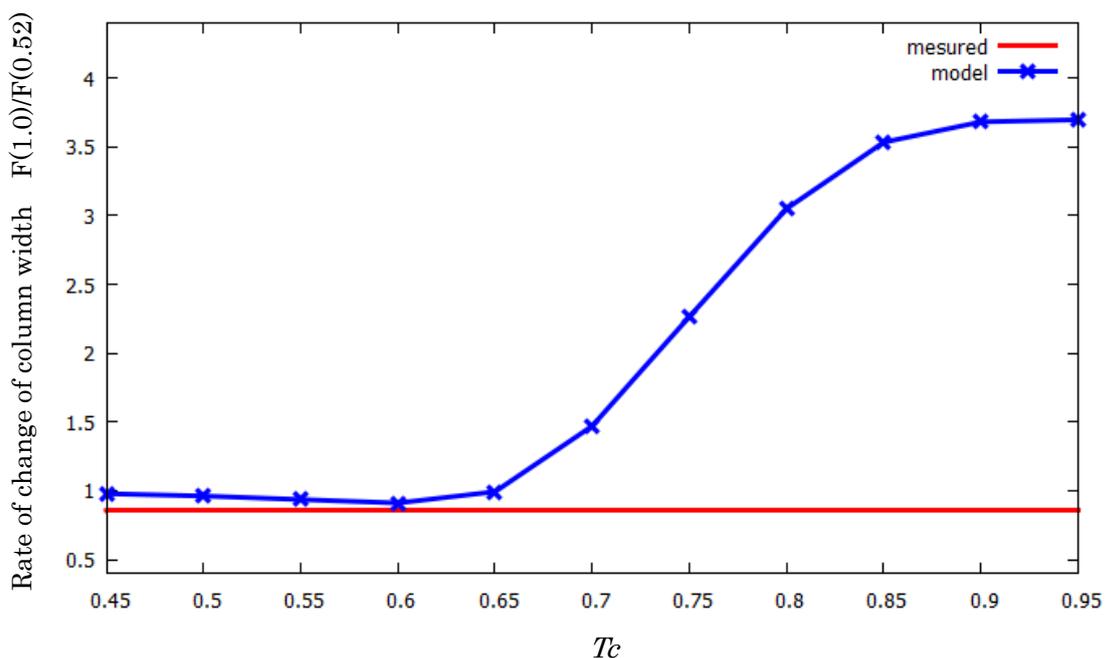


図 33 断熱境界の理論モデルと実測データの比較. 横軸は無次元化した臨界破壊温度 T_c , 縦軸は該当する範囲での柱幅の変化の割合を表す. 青線は理論モデル, 赤線は実測による T_c ことの柱幅変化の割合.

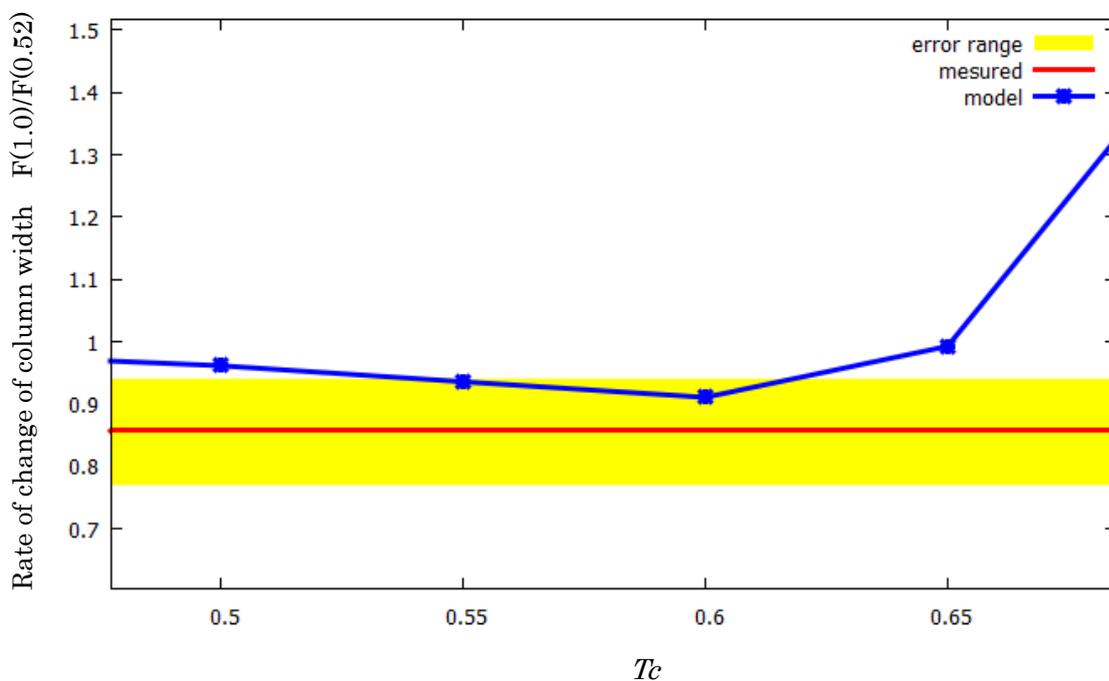


図 34 図 33 の実測値に誤差範囲を含めた拡大図. 実測での誤差範囲から臨界破壊温度 T_c は 0.55~0.62 であると考えられる.

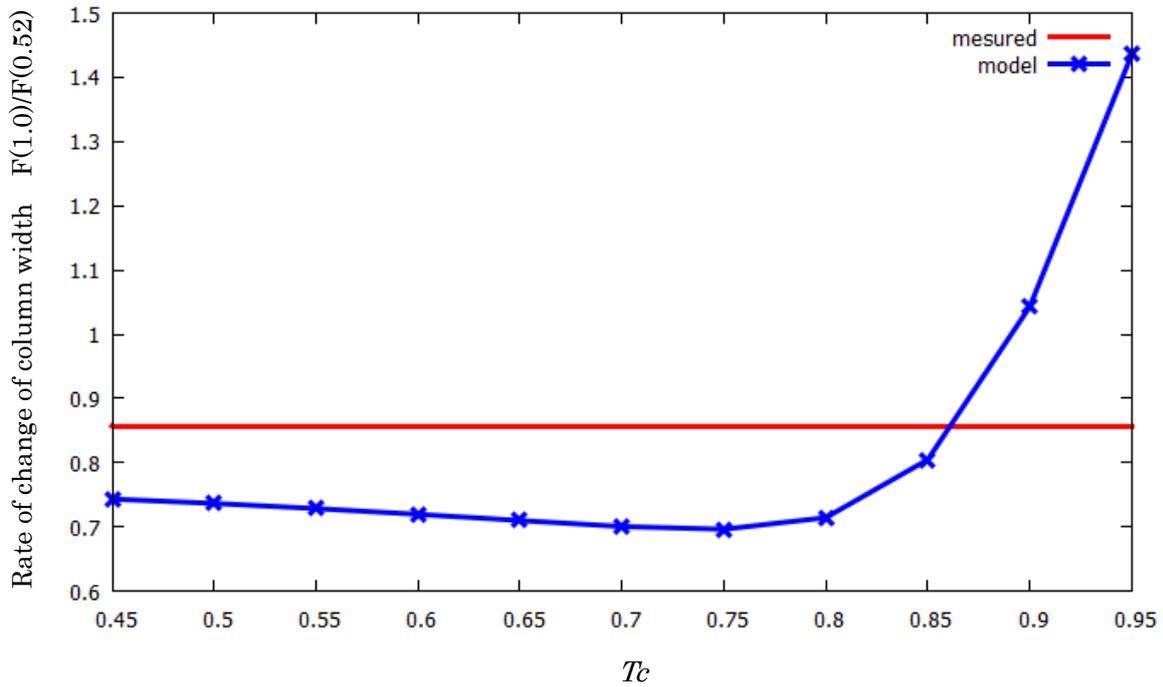


図 35 固定温度境界の理論モデルと実測データの比較. 横軸は無次元化した臨界破壊温度 T_c , 縦軸は該当する範囲での柱幅の変化の割合を表す. 青線は理論モデル, 赤線は実測による T_c ごとの柱幅変化の割合.

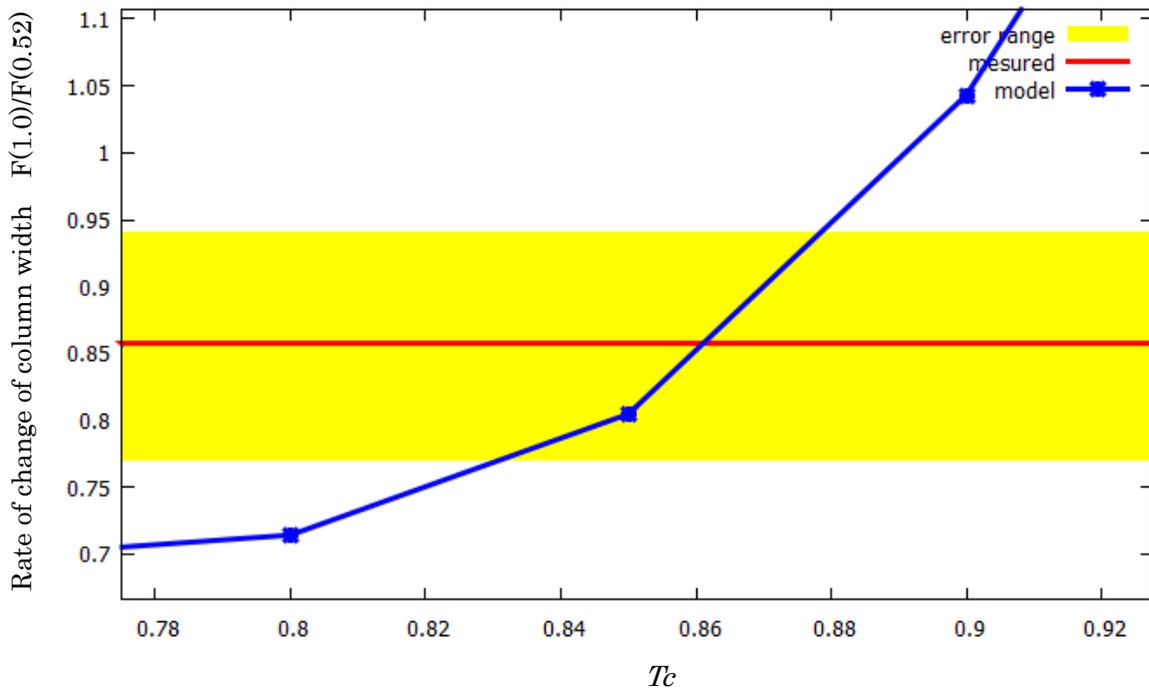
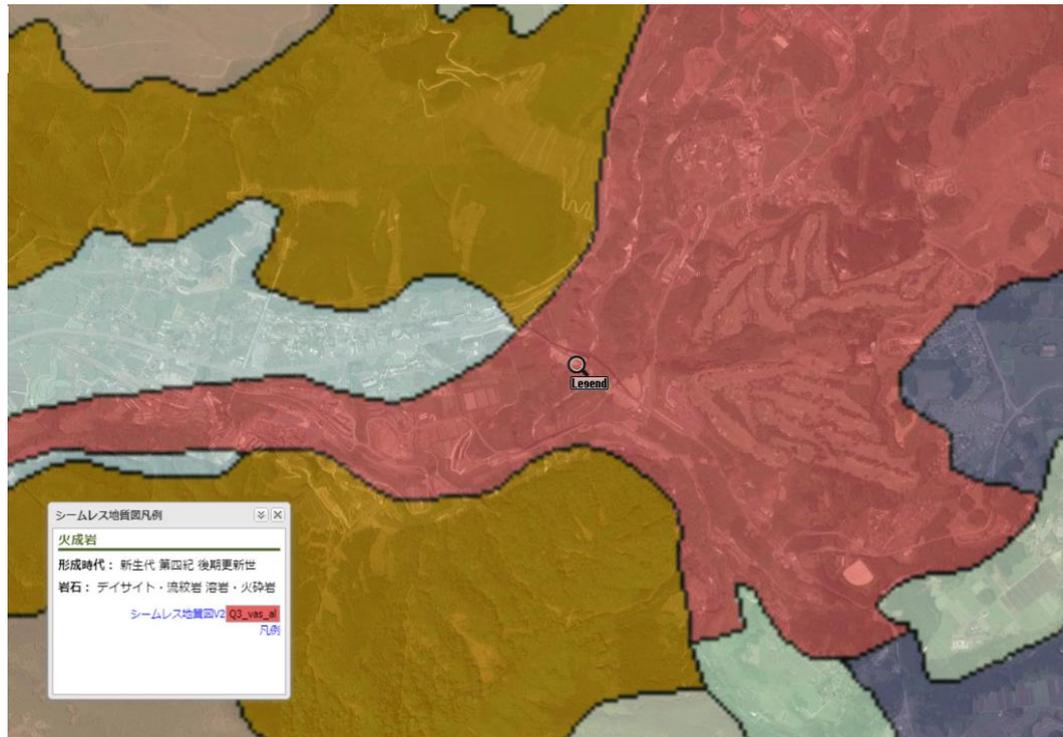


図 36 図 35 の実測値に誤差範囲を含めた拡大図. 実測での誤差範囲から臨界破壊温度 T_c は 0.83~0.88 であると考えられる.

(a)



(b)

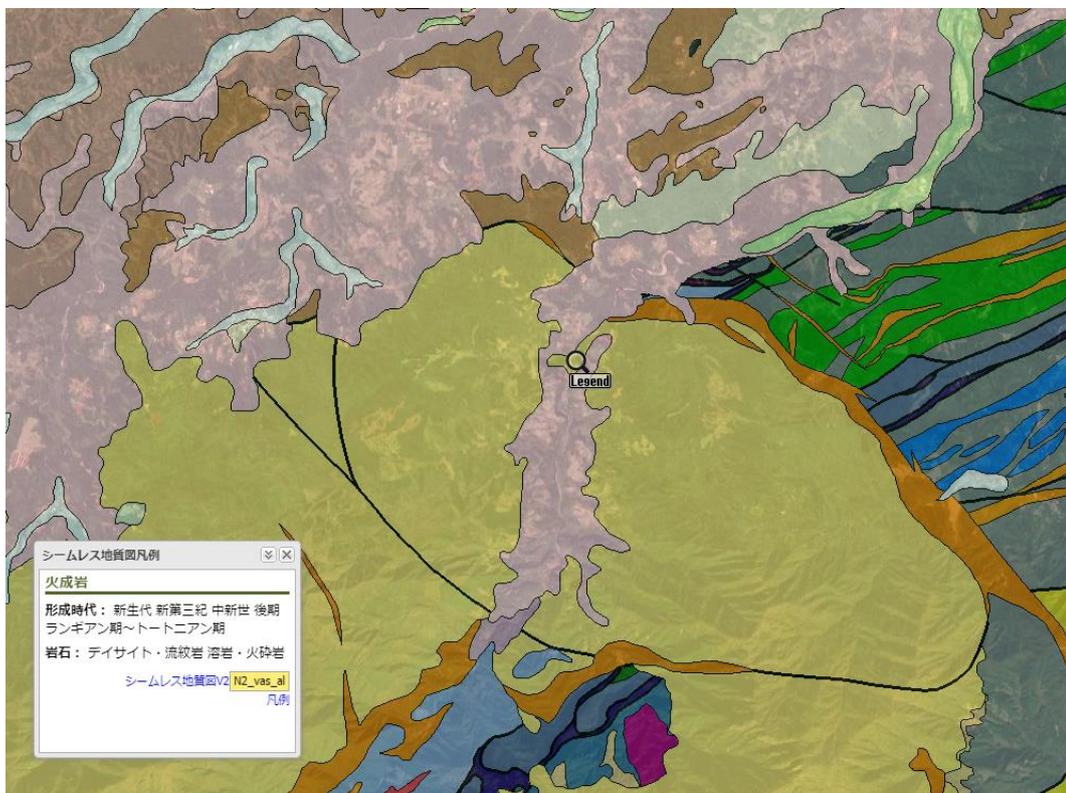


図 37 柱状節理を形成する岩石の詳細。(a)立野の柱状節理。(b)滞迫峡の柱状節理。(産総研地質調査総合センター「地質図Navi」より)

5 結論

5.1 まとめ

本研究では、柱状節理の柱幅変化がどう決まるかという問題に焦点を当てて、理論と実測の両面からアプローチした。まず理論モデルを用いて温度場の時間発展を解析した。柱の亀裂はちょうど臨界破壊温度 T_{cf} になるときに形成され、柱幅は T_{cf} における冷却速度の絶対値に反比例しているという仮定をおき、大気側における二種類の境界条件（断熱と固定温度）の下で、解析解の T_{cf} の等温線を追跡し、柱幅変化、条線構造の間隔の変化を見積もった。その結果、断熱境界の場合は、(1)母岩側から大気側へ亀裂が進むこと(2)太さは、3.4節で述べたように T_c に応じて具体的な関数形は変わるが、上部の大気境界ではほぼ一定の太さになることが明らかになった。一方、固定温度境界の場合は、(3)両側から内部へ亀裂が進むこと(4)最も太いところと大気境界での太さの比は2桁以上となることが明らかになった。

理論モデルと比較するために、熊本県立野の柱状節理、大分県の杓子岩、滞迫峡の柱状節理を対象に写真測量法を用いて3Dイメージに再構築した。作成した3Dイメージから解析対象の直方体を抽出し、複数の柱のスライスごとの柱幅を測定した。熊本県立野の柱状節理の解析では、母岩側から柱の長軸方向に対して、柱幅は1mあたり0.4mmほど細くなることが分かった。大分県滞迫峡の柱状節理の解析では、母岩側から柱の長軸方向に対して、柱幅は1mあたり4.6cmほど細くなっており実測領域では前者に対して大きく柱幅が変化していることが分かった。

最後に、理論モデルと実測データの比較を行った。新阿蘇大橋下の柱状節理を形成した溶岩流の厚さを見積もり、理論モデルと比較することで境界条件と臨界破壊温度を推測した。その結果、大気側の境界条件は断熱的であり、無次元化した臨界破壊温度 T_c はおよそ0.55~0.62であると推測された。実際の臨界破壊温度 T_{cf} は噴出した溶岩が流紋岩質である場合 $T_{cf}=380\sim 430^{\circ}\text{C}$ であり、柱状節理が完成するまでにおよそ91~105年かかることが示唆された。玄武岩質である場合、 $T_{cf}=660\sim 740^{\circ}\text{C}$ であり、柱状節理が完成するまでにおよそ60~69年かかることが示唆された。

5.2 今後の課題

熊本県立野の柱状節理を形成した溶岩流の厚さが50m程であると推測したが、あくまで視覚的な推測であるため、可能であればボーリング調査などの結果を考慮する必要がある。また、今回の解析領域は溶岩流の真ん中付近であり、境界から離れているため、境界条件を推測するためには境界付近の柱幅の変化が著しいと考えられる領域の解析が必要である。杓子岩や滞迫峡でも溶岩流の厚さが推測できれば、同様の解析ができる。

次に、柱の形成する亀裂の判断についてである。柱の断面形状での稜角へのプロットが手動であるため、その稜角が正確な位置であるとは言えない。このことからどの亀裂によって柱が形成されているか自動的に判断するツールの開発が必要である。

また理論モデルで考えた溶岩と大気境界が断熱である場合、断熱境界からの亀裂の形成が行われない。この場合、コロネードからエンタブラチュアの転移が起こらない。このことから、この境界条件では、大分県の杓子岩や宮崎県の高千穂峡の柱状節理などのように、上部からもコロネードが進展しているものは説明できない。大規模な降雨による溶岩への浸水など、何らかの境界条件の変化が起こっていると考えられる。

最後に、条線間隔の測定についてである。理論モデルとして柱の形成過程における溶岩の熱勾配により、条線間隔の変化を予測したが、その仮定が有効であるか判断するためには、実測データと比較する必要がある。しかしながら、柱幅変化の測定に比べて、条線構造による亀裂であるかどうかの判断が難しく3Dイメージで再現するには対象との撮影距離を近づけ、より精度を上げる必要がある。

謝辞

熊本県北広域本部阿蘇地域振興局の西口栄喜様及び南阿蘇村役場建設課安達徳隆様には現地立ち入り許可，事前調査，安全管理，アプローチ手法の提案等でご協力いただきましたことをここに感謝いたします。豊後大野市資料館高野弘之様，吉岡敏和様からは豊後大野市の柱状節理に関する様々な情報をいただきました。ここに感謝いたします。非線形物理研究室4回生の福田大祐氏には研究の一部に協力していただきましたことをここに感謝します。同研究科地球学専攻教授三浦大助先生，並びに同研究科物理学専攻教授野口悟先生には本論文の作成にあたり，副査として適切なご助言を賜りましたことをここに感謝します。熊本県立野での巡検，研究内容に関して多くの助言を頂きました九州大学理学研究院の寅丸敦志先生に厚く御礼申し上げます。本研究を遂行するにあたり，巡検の同行や，熱心なご指導と適切な助言を頂きました指導教員の水口先生に深く感謝致します。そして，経済面や生活面を支えてくださった家族に深い敬意と感謝を示し，本論文の結びとさせていただきます。

参考文献

- Agisoft Metashape User Manual Professional Edition, Version 1.6 (2020).
- A. Aydin and J. M. DeGraff, “Evolution of Polygonal Fracture Patterns in Lava Flows”, *Science*, **239**, pp.471-476 (1988).
- N. Bagdassarov and D. Dingwell, “Thermal properties of vesicular rhyolite”, *J. Volcanol Geotherm. Res.*, **60**, pp.179-191 (1994).
- R. Bulkeley, “Part of a letter from Sir R.B.S.R.S. to Dr. Lister, concerning the giants causeway in the country of Atrim in Ireland”, *Philos. Trans. R. Soc. London*, **17**, pp.708-710 (1693).
- H. S. Carslaw, and J. C. Jaeger, “Conduction of Heat in Solids and Heat Conduction”, pp.50-74 (1959)
- K. A. Grossenbacher and S. M. McDuffie, “Conductive cooling of lava: columnar joint diameter and stria width as functions of cooling rate and thermal gradient”, *J. Volcanol.Geotherm. Res.*, **69**, pp.95-103 (1995).
- A. Hamada and A. Toramaru, “Analogue experiments on morphological transition from colonnade to entablature of columnar joints”, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **402**, pp.1-20 (2020).
- J. C. Jaeger, “Cooling and solidification of igneous rocks”, Wiley, New York, NY, Vol., **2**, pp. 503-535 (1967).
- P. E. Long and B. J. Wood, “Structures, textures, and cooling histories of Columbia River basalt flows”, *Geol. Soc. Am. Bull.*, **97**, pp.1144-1155 (1986).
- M. P. Ryan and C. G. Sammis, “Cyclic fracture mechanisms in cooling basalt”, *Geol. Soc. Am. Bull.*, **89**, pp.1295-1308 (1978).
- M. P. Ryan and C. G. Sammis, “The Glass Transition in Basalt”, *J. Geophys. Res.*, **86** (B10), pp.9519-9535 (1981).
- S. I. Tomkeieff, “The basalt lavas of the Giant’s Causeway district of Northern Ireland”, *Bull. Volcanol.*, **6**, pp.89-143 (1940).
- A. Toramaru, private communication (2022).
- 遠藤徳孝・西森拓・水口毅他, 「地形現象のモデリング」 9章, pp.213-241 (2017).
- 岡本雄亮, 大阪府立大学生命環境科学域理学類卒業論文 (2022).
- ハンスウルリッヒ シュミンケ, 「火山学」 隅田まり・西村裕一訳 (2016).
- 産総研地質調査総合センター, 阿蘇カルデラ阿蘇4火砕流堆積物分布図,
https://www.gsj.jp/data/LVI/03/GSJ_MAP_LVI_03_2023_02-L.jpg.
- 産総研地質調査総合センター, 地質図 Navi, シームレス地質図 V2,
<https://gbank.gsj.jp/geonavi/geonavi.php#15,32.87646,130.98775>.

A 付録

A.1 Metashape の精度変更によるイメージ作成時間の変化

Metashape の点群モデルを作成する Build dense, メッシュモデルを作成する Build Mesh の操作による解像度などのパラメータ変更での時間変化を把握するため 36 枚の写真を用いて比較した。また, Align Photos の精度に関しては, 全て highest で行った。

Build dense	quality	medium	high	high	medium
	Time	1'48"	7'20"	7'29"	1'58"
Build mesh	depth maps quality	medium	medium	high	high
	time	3'49"	14'09"	16'29"	4'28"

ultra high	medium	ultra high	high	ultra high
29'41"	1'58"	29'39"	7'52"	29'40"
medium	ultra high	ultra high	ultra high	high
53'50"	4'44"	53'12"	18'14"	53'02"

表 2 パラメータ変更による時間変化 1

また, 枚数による時間変化の比較を行った。Align Photos の精度は highest, Build dense, Build Mesh に関しては high で行った。

	79	39 odd	40 even	54
Align Photos	2' 36"	0' 56"	0' 56"	1' 34"
Build Dense	13' 00"	5' 06"	5' 44"	8' 19"
Build Mesh	32' 29"	21' 54"	25' 07"	33' 14"

表 3 パラメータ変更による時間変化 2

A.2 Metashape による 3D イメージの作成

Metashape を用いた 3D イメージの作成手順を以下に示す。

A.2.1 写真の読み込み

プルダウンメニューの **workflow>add Photos...** を選択し、Phot フォルダーにある JPG ファイル（写真）を選択し、写真の読み込みが終わると、Photoscan に表示される[2]。解析作業の時間短縮などを目的に解像度を下げる場合はここで調整する。

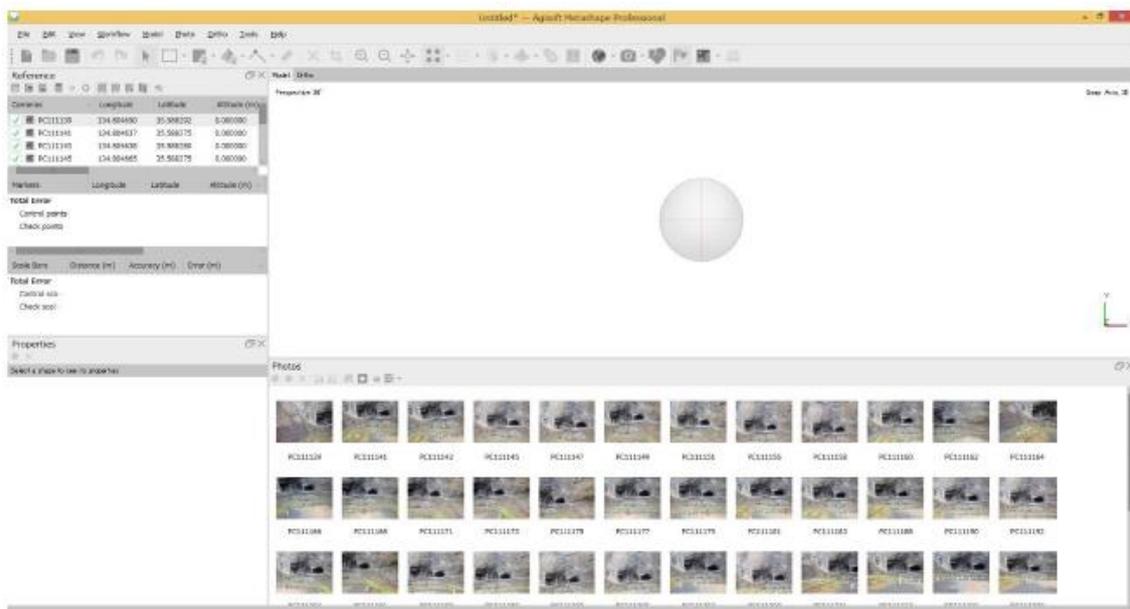


図 38 add photos の操作画面。3D イメージ作成に使用する写真の選択、入力を行う。

A. 2.2 写真の位置合わせ

Workflow>Align Photos...を選択して写真を読み込ませ、それらを整列させる。この操作で各写真の位置と向きを設定し、疎な点群モデルを構築する。図 39 のような設定画面が出てくるので、作成モデルの精度に沿って **Accuracy** を変更する。作成モデルの精度、写真の枚数によって処理の時間は変わるが、写真の枚数が数十枚程であれば、最も精度の低い **low** で数十秒から数分程度、標準の **medium** で数分程度、最も精度の高い **highest** で数十分から数時間程度であった。精度、枚数による時間の比較は付録に示す。処理が完了すると、図 40 のような画面が表示される。

図 40 では、写真から計算された点群データが表示されている。下の写真をクリックすると、青色表示からピンク色に変わり、その写真の撮影位置を確認することができる。

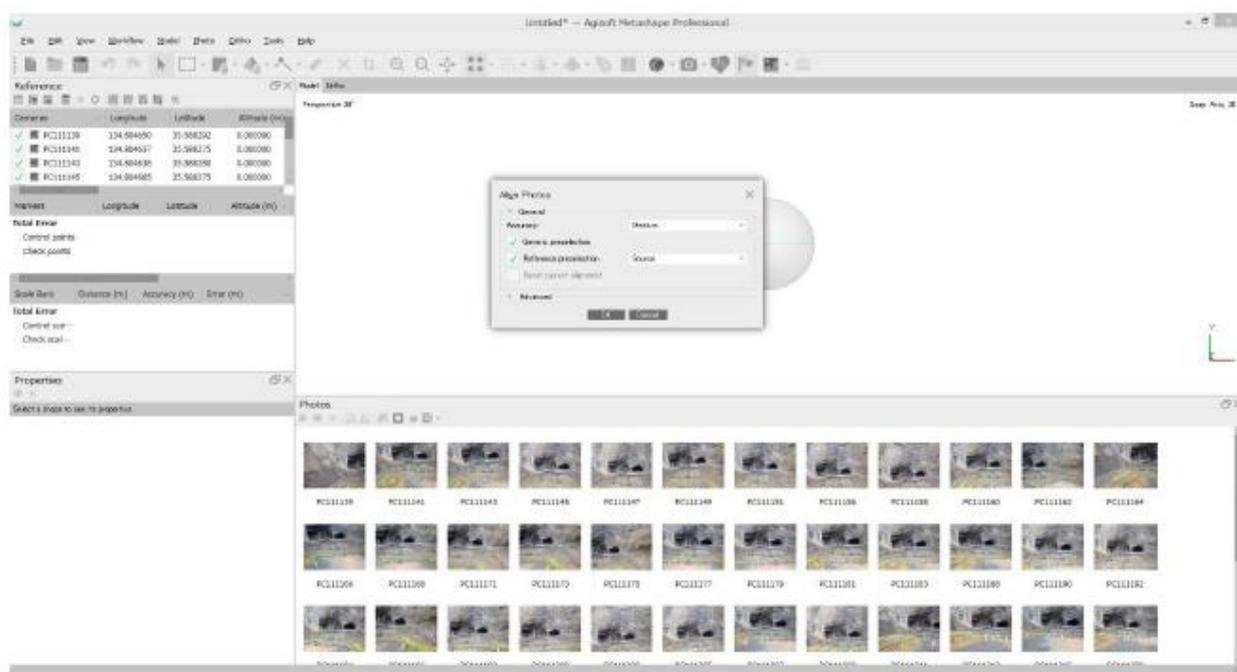


図 39 Align Photos の操作画面.

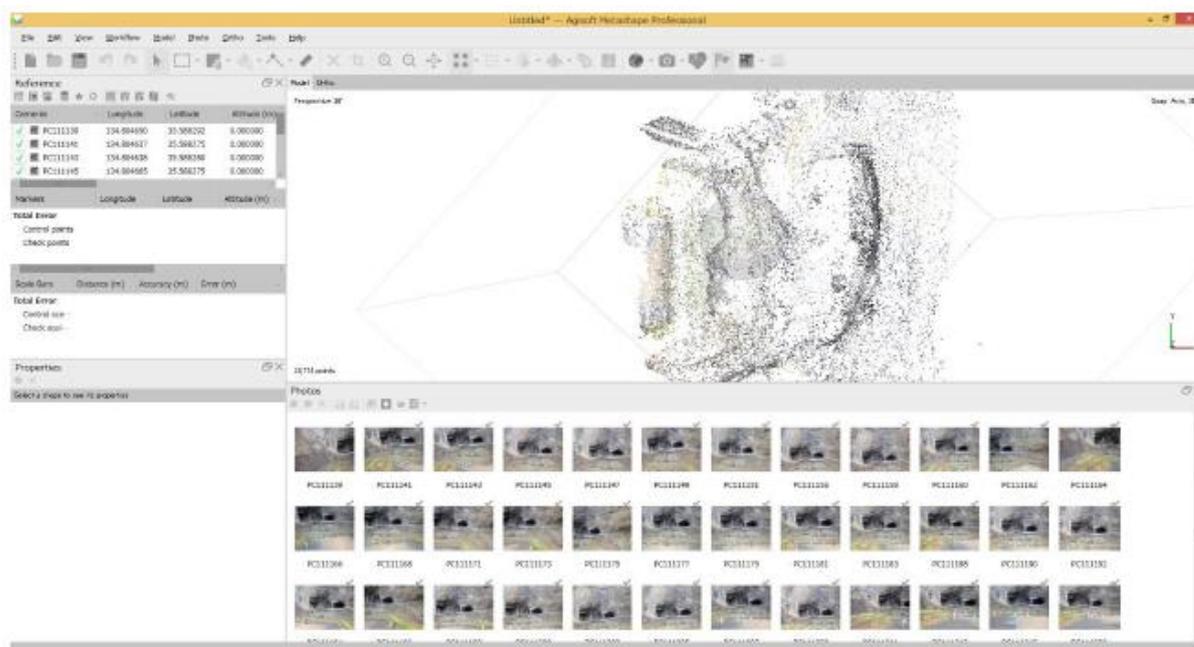


図 40 Align Photos の操作によって整列された疎な点群データ。

A. 2.3 点群モデルの作成

Workflow>Build dense...を選択し、Quality より精度を選択し、高密度の点群モデルを作成する。処理が完了すると、図 41 のようになる。データ解析には主にこの点群イメージを使用する。この点群イメージは 380 万点で構築されている。

A. 2.4 点群データによるメッシュ化

次に、Workflow>Build Mesh...を選択し、Quality より精度を選択する。この操作によって、点群情報に基づいて 3D 化（メッシュ化）する。処理が完了すると、図 42 のようになる。また、Model Solid を選択することで、図 43 のように単色で表示して構造のみを見ることができる。その後、Tools>Markers>Detect Markers...を選択し、モデルからマーカーを読み取る。Reference>Settings を選択し、マーカーや座標器のデータを入力し、CoordinateSystem を LocalCoordinates(m)、Markerreference にチェックを入れ、マーカーの座標を入力する。

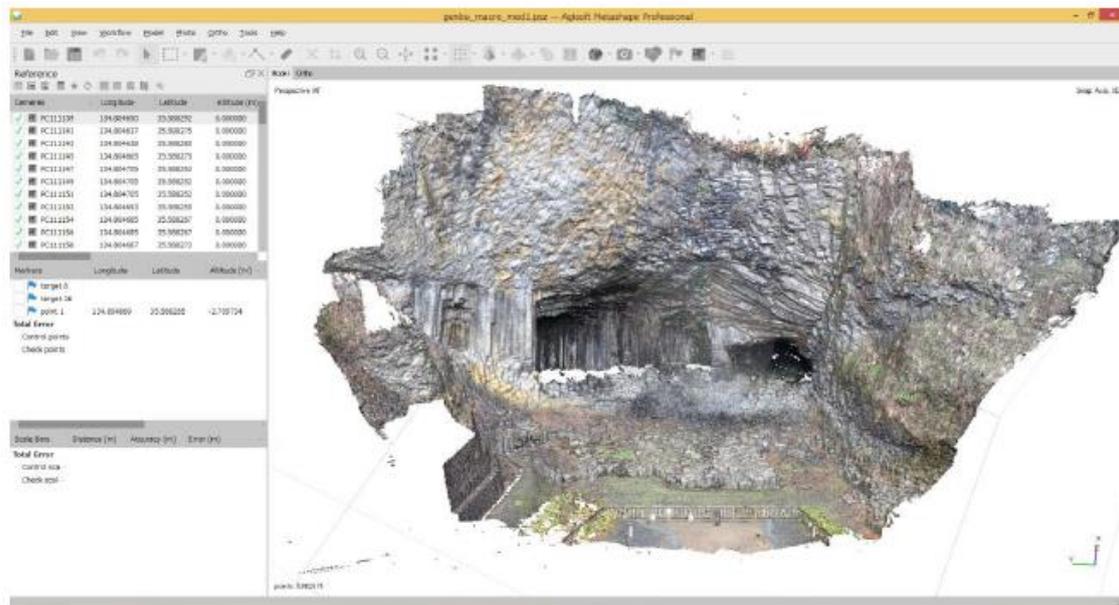


図 41 Build Dense の操作によって作成された点群イメージ. 3D イメージの解析は主にこの点群データを用いて行う.

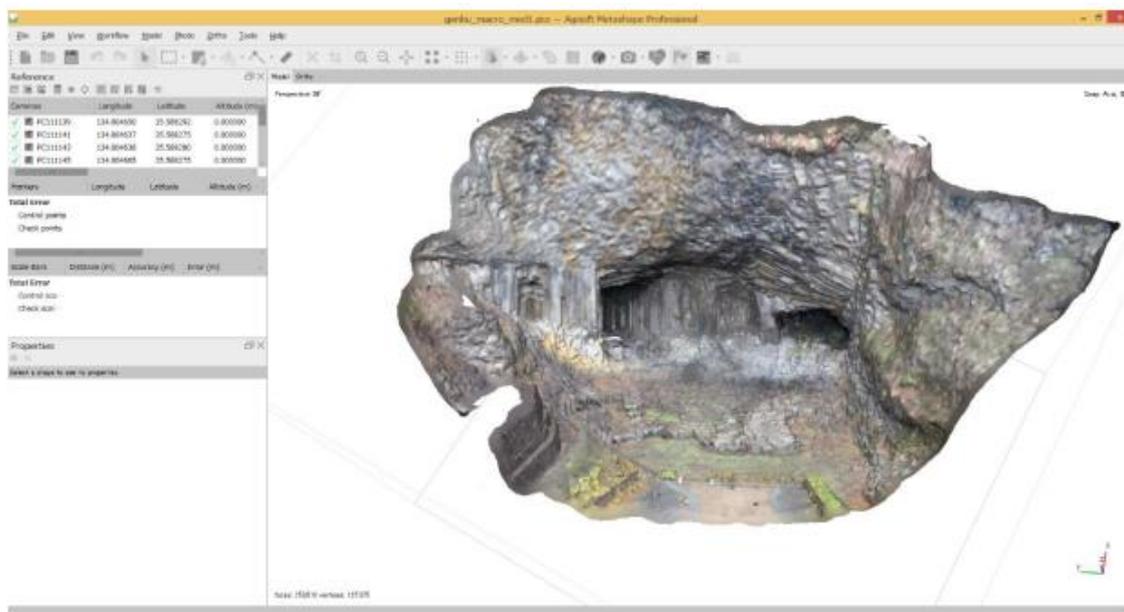


図 42 Build Mesh の操作によって作成されたメッシュのイメージ.

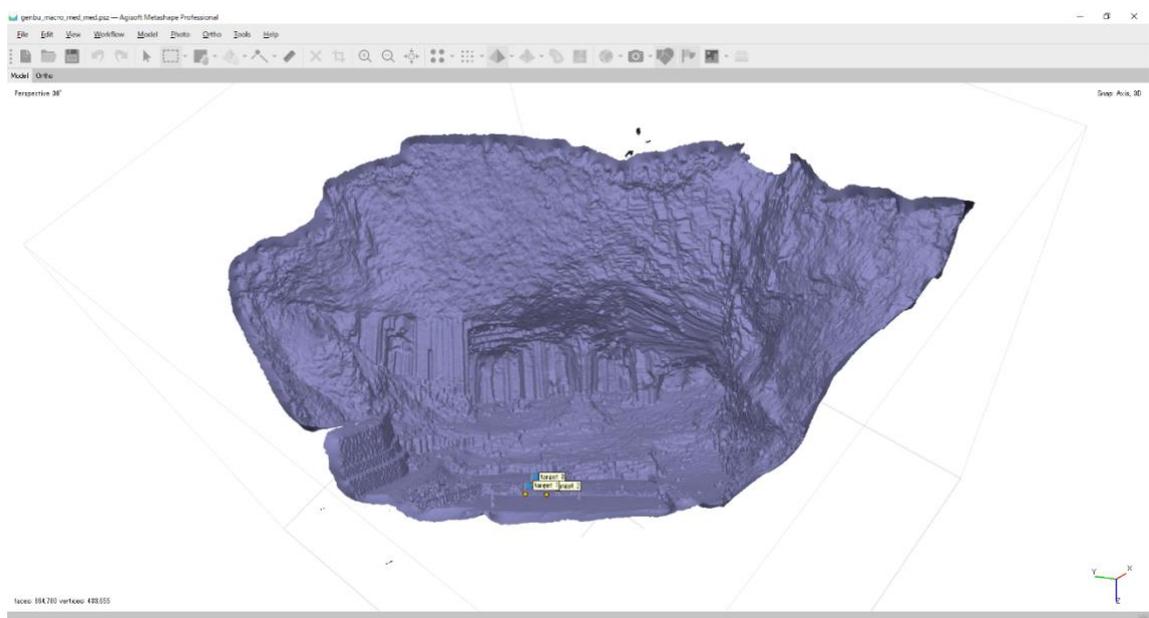


図 43 メッシュイメージを単色化したもの.

A.3 精度チェック

A.3.1 精度チェック 1

数十cm離れた対象のイメージに対して、どの程度精度があるかチェックした。十円硬貨を図44のように積み、Metashpeで再現することによって、精度の見積りを行なった。千代紙による精度の見積りも行なったが、紙特有の反りによってうまく再現することができなかった。1段目に1枚ずつ、2段目に2枚ずつ積み、同様に6段目まで作成した。その写真を20枚ほど数10cmほどの距離から撮影し、図45の3Dイメージを作成した。その後、断面形状(図46)による測定値とノギスによる実測値を比較した。その結果、十円硬貨1枚のノギスによる測定(10回)では、 $1.505\pm 0.015[\text{mm}]$ であったのに対し、3Dイメージの断面形状図による測定では、2枚で $3.05\pm 0.03[\text{mm}]$ であった。この値は一段目の ξ 軸 $0.001\sim 0.005\text{m}$ における ζ 軸の平均値、二段目の $0.0085\sim 0.0125\text{m}$ における平均値を出し、その差の値としている。このことから、相対誤差はノギスによる測定に対して、1.3%程度であることが分かった。また、表1は、二段目以降を表しており、段数が上がり重ねる十円硬貨の枚数が増えると軸の範囲が広くなるにつれて、相対誤差が小さくなっており、再現精度が上がっているといえる。



図 44 十円硬貨の山



図 45 十円硬貨の山の3Dイメージ

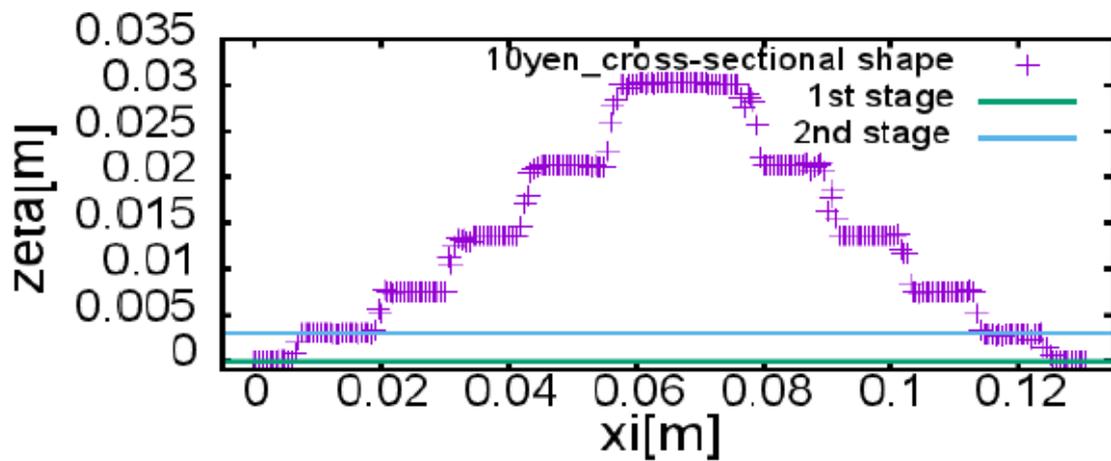


図 46 点群データによる十円硬貨の山の断面形状図

	下段[m]	上段[m]	測定値[m]	相対誤差
1-2 段目	$0.0010 < \xi < 0.0050$	$0.0085 < \xi < 0.0125$	3.05 ± 0.03	1.30%
2-3 段目	$0.0085 < \xi < 0.0125$	$0.024 < \xi < 0.028$	4.60 ± 0.02	1.80%
3-4 段目	$0.024 < \xi < 0.028$	$0.036 < \xi < 0.040$	6.03 ± 0.01	0.22%
4-5 段目	$0.036 < \xi < 0.040$	$0.046 < \xi < 0.050$	7.53 ± 0.01	0.02%
5-6 段目	$0.046 < \xi < 0.050$	$0.064 < \xi < 0.068$	9.03 ± 0.01	0.01%

表 4 3Dイメージによる測定値とノギスによる実測値の相対誤差.

A.3.2 精度チェック 2

大阪公立大学中百舌鳥キャンパス A14 棟の 1 階から 4 階までの手すりを用いた巻き尺による実測値と Metashape による測定値の割合の詳細を表 5 に示す。また、図 47, 48 に階数による実測値と測定値の割合の分布、近似直線を示す。

階数	高さ	F _{測定値} /F _{実測値}
一階	1.01m	0.9996
二階	5.11m	0.9992
三階	8.85m	0.9962
四階	12.8m	0.9955

表 5 高さごとの手すりの巻き尺による実測値と Metashape による測定値の割合。

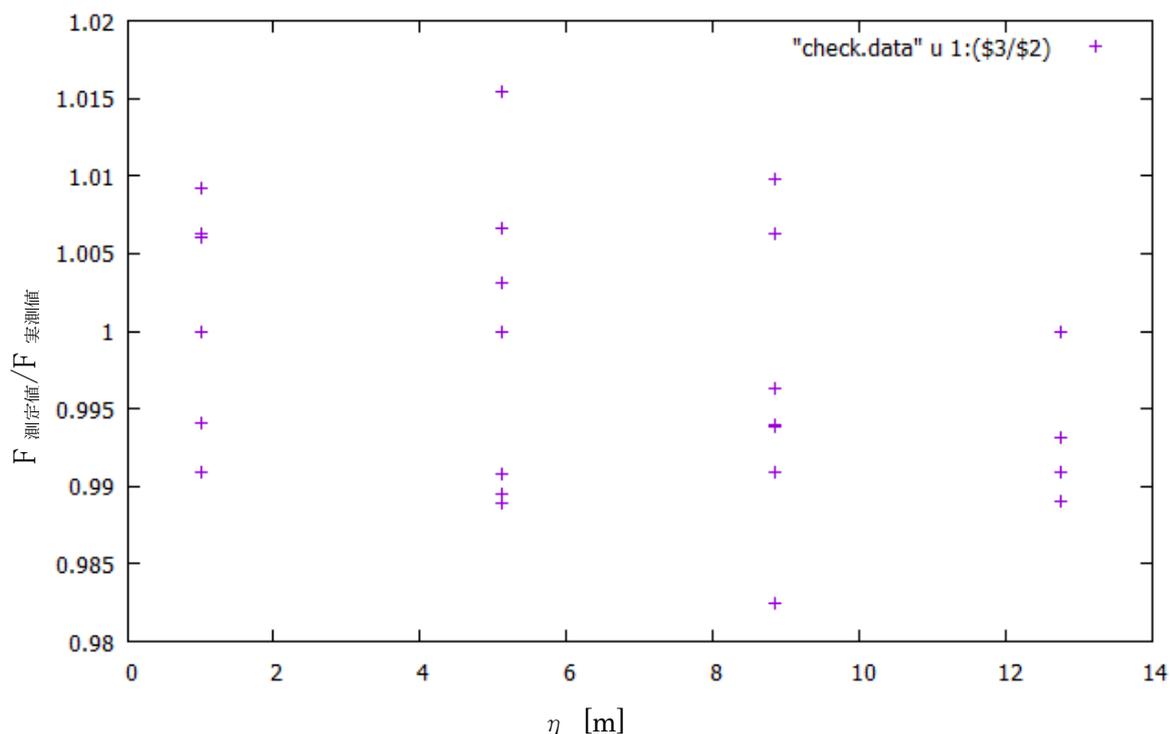


図 47 巻き尺による実測値と Metashape による測定値の割合。縦軸に巻き尺による実測値と Metashape による測定値の割合 $F_{\text{測定値}}/F_{\text{実測値}}$ ，横軸に対象の高さをとる。

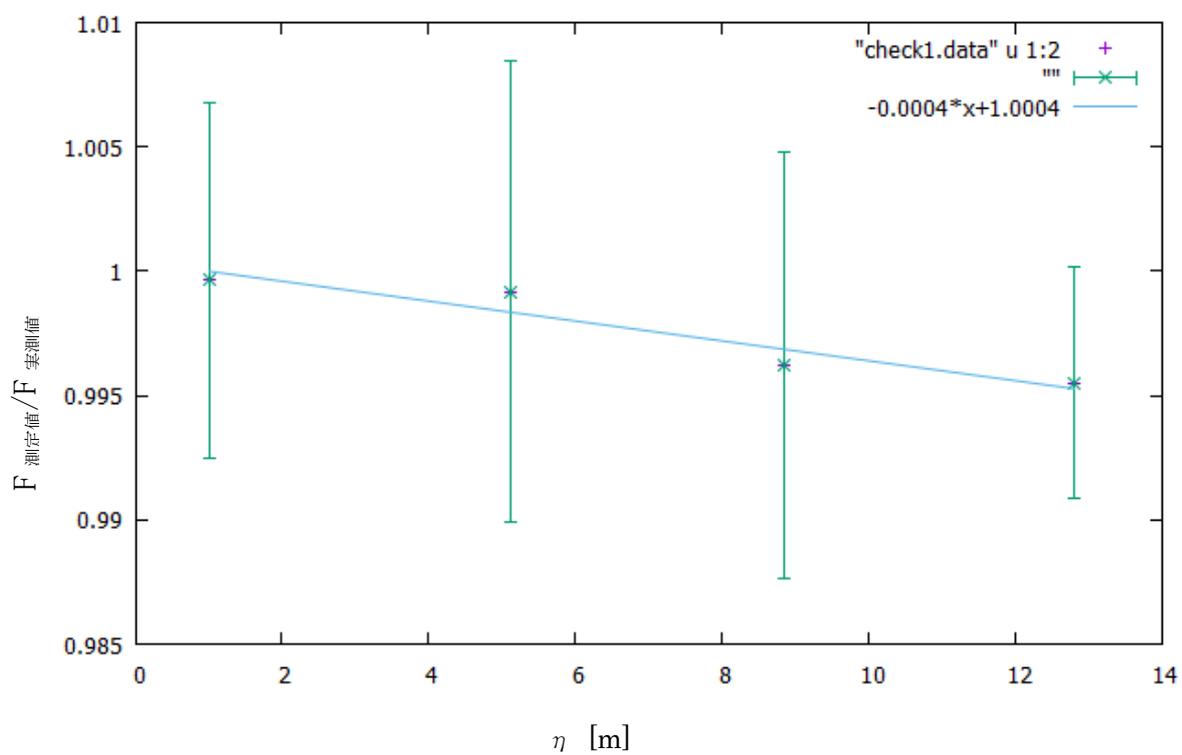


図 48 高さごとに巻き尺による実測値と Metashape による測定値の割合の平均値を近似.