

令和2年度 修士論文

慣性センサーを使った運動体の運動学的解析

Kinematic Analysis of Moving Body using Inertial Sensor

大阪府立大学大学院理学系研究科物理科学専攻

非線形物理研究室

学籍番号 2190302002

井筒大輔

令和3年2月26日

概 要

本研究では、3軸加速度センサーと3軸ジャイロスコープ（角速度センサー）の搭載された慣性センサーから得られる加速度と角速度の時系列から、センサーが取り付けられた運動体の運動の特徴を抽出することを目的としている。これは、出力（慣性センサーの時系列データ）とモデル（計算式）から、入力（どのような運動をしているか）を推定する逆問題と考えることができる。今回我々は、力学的観点から、慣性センサーから得られる時系列を用いて、(i) 運動の周期、(ii) 最小運動点、(iii) 慣性センサーの傾き ψ 、(iv) 等速度点、(v) センサーの変位、(vi) 力を推定する方法を開発した。これらの方法の妥当性を、モデル振り子に仮想的に取り付けられたセンサーから得られるはずの加速度、角速度を数値計算によって生成し、検証した。次に、実際の振り子に取り付けられたセンサーから取得された時系列に適用し、適切な値が推定できるかどうかを検証した。また、飛行中のハトに取り付けられたセンサーから取得される時系列の一部を抽出し、羽ばたき運動における周期・姿勢・変位などの動態の推定を試みた。

目次

1	序論	4
2	運動の特徴と推定方法	6
2.1	準備	6
2.2	振り子の定義	8
2.3	周期	10
2.4	角度 ψ	11
2.4.1	計算方法	12
2.4.2	検証	13
2.5	最小運動点	15
2.5.1	計算方法	15
2.5.2	検証	17
2.6	等速度点	19
2.6.1	角度を用いる方法	20
2.6.2	躍度および角躍度を用いる方法	20
2.6.3	検証	21
2.7	実験室系でのセンサーの変位	21
2.7.1	計算方法	21
2.7.2	検証	25
2.8	力	27
2.8.1	計算方法	27
2.8.2	検証	29
3	結果	32
3.1	実振り子への適用	32
3.1.1	角度 ψ	32
3.1.2	最小運動点	35
3.1.3	等速度点	36
3.1.4	実験室系におけるセンサーの変位	37
3.1.5	力	37
3.2	飛行するハトのデータへの適応	38
3.2.1	角度 ψ	39
3.2.2	最小運動点	40
3.2.3	等速度点	41
3.2.4	実験室系におけるセンサーの変位	41
3.2.5	ハトの飛行動態に関する考察	42
4	結論	45
A	付録	48

1 序論

近年、ロガーなどの測定装置は、小型化や安価化により、ヒトや動物に容易に取り付けることが可能になっている。それらを用いて動物個体の様々な行動の様子について解析が行われている。本研究では、慣性センサーを用いて、どのような運動の特徴を測定することができるかに焦点をあて、様々な運動の特徴の測定方法の開発を目標にした。

慣性センサーを用いて、運動する動物個体の様々な行動の様子について解析が行われている。例えば、Gerencsér ら [1] は、犬の歩様を慣性センサーを使って識別するという研究を行った。背中に3軸の加速度と角速度が測定できる慣性センサーを取り付け、7つの行動（伏せ、お座り、歩き、トロット、ギャロップ、キャンター）における加速度と角速度の時系列を測定し、また、同時にその様子の動画を撮影した。その時系列データと動画から、それぞれの行動部分を切り取り、SVM(support vector machine) という教師付き機械学習という学習アルゴリズムを用いて、行動の識別と検証を行った。その結果、同個体での学習と検証では犬の行動の識別率は90%を超える結果が得られており、複数個体のデータで学習させた場合の検証でも識別率は80%を超えた。

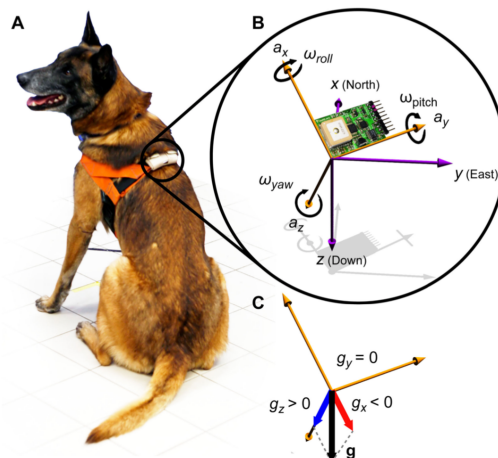


図 1: 慣性センサーと犬への装着図. [1] から転載.

また、Dorschky らは、安価にヒトの運動学を解析するために、慣性センサーのみで、ヒトの歩行状態の解析する方法の開発を行った [2]。臨床やスポーツ分野で実用化できるように、コストのかかる様々なセンサーを使うことなく、安価でな慣性センサーのデータを用いて、運動状態を解析することを目的としている。慣性センサーでの測定 (Inertial Motion Capturing, 以下 IMC) と運動学的なモデルを使い、推定した関節角などのデータと、光学モーションキャプチャ (optical motion capturing, 以下 OMC) で計測されたデータを比較し、IMC での測定の妥当性を検証した。その結果、IMC と OMC のデータ間の推定値の相関がおおよそ 0.9 を超える結果がでている。

慣性センサーは、他のセンサーと比較すると比較的安価であり、小型であることから、対象がその場になくても測定できるという利点があり、動物の研究やヒトの臨床といった場所に

使用しやすい．慣性センサーから運動の特徴を推定するためには，教師付きの機械学習を使ってそれぞれの運動状態を学習させる方法や，運動学的なモデルから運動の特徴を抽出するという方法などがある．本研究は慣性センサーから得られる加速度と角速度の時系列データ（出力）と，運動学的なモデル（計算式）からどのような運動をしているか（入力）を推定する逆問題に焦点を当てている．

本研究の対象は振り子やハトの飛行運動であるが，簡単のため，運動は鉛直平面内の二次元的な運動であると仮定し，主として周期的な運動に着目する．抽出する特徴としては，周期，センサーの傾き，与えられた時間範囲内で加速度の揺らぎが最も小さくなる点（最小運動点），与えられた時刻で加速度が0になる点（等速度点），センサーの変位，加えられた力などがある．このうちいくつかの推定には周期性を利用しているが，周期性を必要としないものもある．また，躍度－加速度の時間微分－および角躍度－角加速度の時間微分－を用いた方法についても述べる．

本論文の構成は以下の通りである．2章は本研究で開発した解析方法の紹介と，それが正確かどうかを検証した結果を示す．3章では，その解析方法を用いて実際のデータで分析した結果を表す．4章ではまとめと今後の展望について述べる．付録では，本研究の分析で試験的に取り入れてみた機械学習での分析とその結果について述べる．

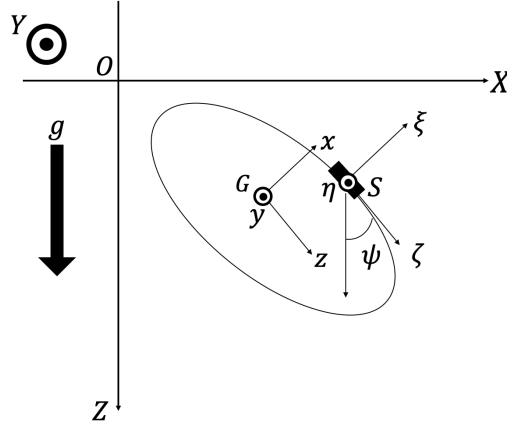


図 2: 物体とセンサー．実験室系の原点 $O(XYZ$ 軸)，剛体の重心 $G(xyz$ 軸)．センサー $S(\xi\eta\zeta$ 軸)． g は重力加速度． ψ は Z 軸と z 軸 (ζ 軸) のなす角．

2 運動の特徴と推定方法

2.1 準備

まず初めに，問題を単純化するために以下の仮定をおく．

- 運動体は剛体であるとし，鉛直平面内を運動している．
- 運動体に加わる力の作用点は運動体上に固定されている．
- 質量や重心まわりの慣性モーメントは定数である．

次に，系について，実験室系，センサー系，重心系の 3 つを定義しそれぞれの軸を以下のよう定義する（図 2）．

- 実験室系:鉛直軸を Z 軸とし，下向きを正の向きとする．運動の前後方向を X 軸とし，前向きを正の向きとする． Y 軸は X ， Z 軸に垂直で右手系をなすようにとる．便宜上， Y の正の方向を右向きとする．運動は XZ 平面内で行われるものとする．
- センサー系:センサーの位置を原点とし，3 軸加速度センサー，3 軸ジャイロ스코プの 3 軸それぞれを ξ 軸， η 軸， ζ 軸とする．本研究では仮定より， η 軸と Y 軸の方向は同一とする． ξ, ζ 平面は解剖学において矢状面（サジタル面）とも呼ばれ，左右対称な動物を対称に二分する平面である（図 3 参照）． A_ξ ， A_η ， A_ζ ， G_ξ ， G_η ， G_ζ を 3 軸加速度センサーおよびジャイロ스코プが測定できる加速度および角速度とする．また実験室系における Z 軸と ζ 軸とのなす角を ψ とする．
- 重心系:加速度センサーをつけた物体の重心を原点とする系．3 軸それぞれを x 軸， y 軸， z 軸とし，各軸の方向はセンサー系の ξ 軸， η 軸， ζ 軸と同一とする．

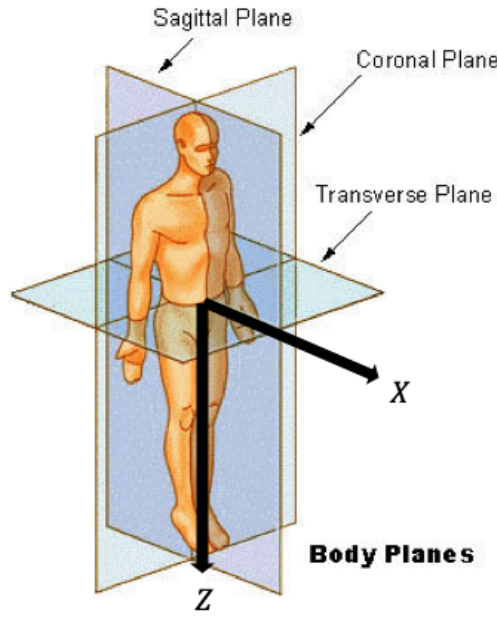


図 3: サジタル面と x 軸, z 軸. [3] より改変.

本研究で頻繁に用いる座標変換として, センサー系から実験室系への変換および, 実験室系における加速度とセンサーが取得する加速度の変換について記述する. 実験室系におけるセンサーの位置を (X_S, Z_S) , 任意の点 Q の実験室系における座標を (X_Q, Z_Q) , センサー系における座標を (ξ_Q, ζ_Q) とする. センサー系と実験室系の座標変換は

$$\begin{pmatrix} X_Q \\ Z_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_S \\ Z_S \end{pmatrix} + R(-\psi) \begin{pmatrix} \xi_Q \\ \zeta_Q \end{pmatrix} \quad (1)$$

で与えられる. ここで $R(\psi)$ は回転行列

$$R(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \quad (2)$$

である. 速度および加速度は式 (1) を微分することで得られる. 具体的には

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_Q \\ \dot{Z}_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{X}_S \\ \dot{Z}_S \end{pmatrix} + \dot{\psi} \begin{pmatrix} -\sin \psi & -\cos \psi \\ \cos \psi & -\sin \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_Q \\ \zeta_Q \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{X}_Q \\ \ddot{Z}_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{X}_S \\ \ddot{Z}_S \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi & -\ddot{\psi} \cos \psi + \dot{\psi}^2 \sin \psi \\ \ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi & \ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_Q \\ \zeta_Q \end{pmatrix} \quad (4)$$

となる.

慣性センサーが記録する加速度 $\begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix}$ と実験室系の加速度 $\begin{pmatrix} \ddot{X}_S \\ \ddot{Z}_S \end{pmatrix}$ の関係は、

$$\begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} = R(\psi) \left\{ \begin{pmatrix} \ddot{X}_S \\ \ddot{Z}_S \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \right\} \quad (5)$$

である。これを、実験室系の加速度について解くと

$$\begin{pmatrix} \ddot{X}_S \\ \ddot{Z}_S \end{pmatrix} = R(-\psi) \begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \quad (6)$$

となる。

2.2 振り子の定義

解析手法の妥当性を検証するために、2種類の振り子のデータを用いた。1つは、剛体振り子の運動方程式に従って振動する剛体に取り付けられた慣性センサーが測定するであろう加速度および角速度の時系列である。具体的には運動方程式を数値積分することによって得られる。以下、これをモデル振り子と呼ぶ。他方は、実際に振り子に慣性センサーを取り付け、計測された加速度および角速度の時系列である。こちらは、リアル振り子と呼ぶ。点、パラメーター、時間の関数、センサーの計測値は以下の通りである。

点

- s : センサーの位置
- w : 支点の位置
- G : 重心の位置

パラメーター

- M : 質量
- H : 支点 w から重心までの距離
- Lx, Lz : 支点 w から見たセンサーの位置 (図5 参照)
- I_G : y 軸周りの慣性モーメント
- I_w : 支点を通り、 y 軸に平行な直線周りの慣性モーメント
- χ : 振り子に対するセンサーの取付角度
- θ_0 : 振り子の初期振幅
- f_d : 振り子にかかる抗力の強さ (X 方向にかかる力) (図5 参照)

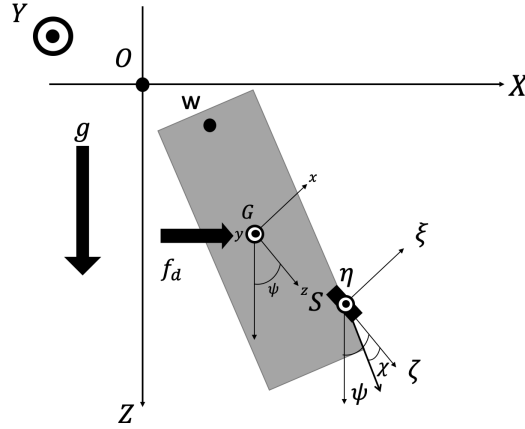


図 4: 実験室系の原点 $O(XYZ$ 軸), 剛体の重心 $G(xyz$ 軸), センサー $S(\xi\eta\zeta$ 軸), g は重力加速度. ψ は Z 軸と z 軸 (ζ 軸) のなす角. f_d は X 軸方向に振り子にかかる力.

時間の関数

- θ : 振り子の振れ幅
- ψ : 重力方向とセンサーの ζ 軸のなす角度

$$\psi = \theta + \chi \quad (7)$$

- F_{wx}, F_{wz} : 支点に加わる力の x , z 成分

センサーが計測する値

- A_ξ, A_η, A_ζ : センサーが計測する加速度
- G_ξ, G_η, G_ζ : センサーが計測する角速度

モデル振り子では, 以上のパラメーターを用い, ルンゲクッタ法を用いて, 運動方程式

$$\ddot{\theta} = -\frac{Mgh}{I} \sin \theta \quad (8)$$

の数値計算を行い, 振り子の振れ角 θ の時系列を求める. それを用いてセンサー S の実験室系での加速度 $\ddot{X}_S, \ddot{Z}_S$ を求める. センサー S が計測するであろう加速度と角速度の時系列を式 (5) を用いて作成した.

検証用に主に使用したのは, D1a~D1d の 4 つである (表 1). これらのモデル振り子の加速度, 角速度の時系列データを使って, 次節から紹介する運動の特徴の推定方法の検証を行った. リアル振り子については次章を参照すること.

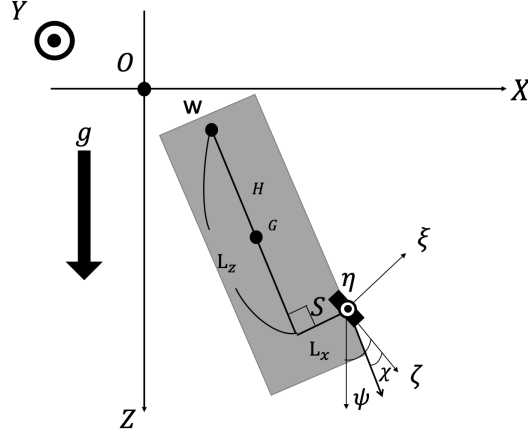


図 5: 振り子の支点とセンサーの位置関係

表 1: モデル振り子のパラメーター

パラメーター	D1a	D1b	D1c	D1d
$H[m]$	0.2	0.2	0.2	0.2
$Lz[m]$	0.25	0.25	0.25	0.25
$Lx[m]$	0	0	0.05	0
$M[kg]$	1	1	1	1
$I_G[kg \cdot m^2]$	0.0133	0.0133	0.0133	0.0133
$\chi[degree]$	0	30	0	0
$\theta_0[degree]$	30	30	30	30
$f_d[N]$	0	0	0	1

2.3 周期

本研究において解析対象である振り子や、動物（ハト）の運動の中には、周期的な運動とみなせるものがある。周期的な運動の運動状態を解析するにあたって、周期は最も重要な量の一つである。まずはその周期を推定する方法を述べる。基本的な方針としては、センサーから取得された加速度および角速度の時系列を一定の時間範囲（以下、窓）に分け、それぞれの窓に対して、自己相関関数を計算し、自己相関関数の第一ピークから周期を見積もるという手法をとる。窓の典型的な長さは周期の数倍である。自己相関関数 $C_A(t, \tau)$ は次式で表される。

$$C_A(t, \tau) = \langle (A(t) - \langle A \rangle) (A(t + \tau) - \langle A \rangle) \rangle / \sigma^2 \quad (9)$$

$$\sigma^2 = \langle (A(t) - \langle A \rangle) (A(t + \tau) - \langle A \rangle) \rangle \quad (10)$$

ここでの $\langle \quad \rangle$ は各窓における時間平均であり、 A はセンサーから取れる 6 つの時系列のうちのいずれかが入る。 σ^2 は分散である。 $C_A(t, \tau)$ のグラフの第一ピークの位置を測定し、それぞれの窓の周期とする。ここで注意しなければならないのは、二次元平面内の運動に限定した場合でも、センサーが計測する物理量は A_ξ 、 A_ζ 、 G_η の 3 種類があり、運動によっては、どの加

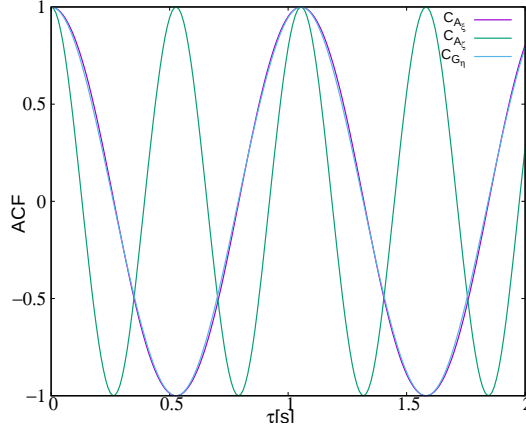


図 6: D1a の加速度 A_ξ , A_ζ , 角速度 G_η でそれぞれで計算した自己相関関数 $C(t, \tau)$. G_η の自己相関関数の第一ピークの位置は 1.06[s] であるが, A_ξ, A_ζ の第一ピークの位置は 0.53[s] である.

速度, 角速度の自己相関関数を採用するかによって, 推定される周期も変わってくるということである. 例えば, 図 6 はおよそ 1.06[s] の周期をもつモデル振り子の D1a の時系列データで計算した自己相関関数であるが, 角速度 G_η , 加速度 A_ξ で自己相関関数をとると, 振り子の 1 往復の周期が得られるが, 加速度 A_ζ の自己相関関数をとると, その半分の周期が測定されることがわかる. また, 図 7 はやはり, およそ 1.06[s] の周期を持つモデル振り子の D1b の時系列データで計算した自己相関関数であるが, こちらは G_η で自己相関関数をとると, 振り子の 1 往復の周期が得られるが, A_ξ, A_ζ の自己相関関数をとると, その半分の周期が測定されることがわかる. A_ξ, A_ζ に関しては, 慣性センサーの取り付け角度 χ によって, 1 往復の周期が得られるか, その倍周期が得られるかが変わってくるので, 振り子の 1 往復の周期を見積もるために, 角速度 G_η を採用する.

振り子の場合は周期が明らかであるが, 動物の運動のようにその周期が自明でない場合は注意が必要である. 例えば, ヒトの歩行状態を解析する場合, 右足の着地から次の右足の着地までを一周期とみなすことが多いが, 重心の上下動だけに着目するのであれば右足の着地から次の左足の着地までを一周期とみなすことも可能である. このように運動が何らかの対称性を持っている場合には, その対称性と着目する特徴との関係を考慮しなければならない.

2.4 角度 ψ

センサーの時系列状態から運動状態を把握するにあたって, 実験室系とセンサー系がどれくらい傾いているかという情報はしばしば必要になってくる. ジャイロスコープから得られる角速度の時系列を任意の時間範囲で積分することで, その間の角度の変化を計算することができる. したがって理論的には, ある時刻における角度さえわかれば, それを初期条件とすることで, 任意の時刻の角度を求めることができる. しかし, 積分時間が長くなると, センサーの精度によって, 誤差が次第に大きくなっているといった問題が存在する. また, 物体の運動状態によっては, 初期条件を求めることができないということも考えられる.

そこで, 本節では上記のように角度の測定ができないような場合でも, 一定の重力加速度内での周期的な運動であれば, 時系列の一部を切り出して解析し角度を求める方法を提案する.

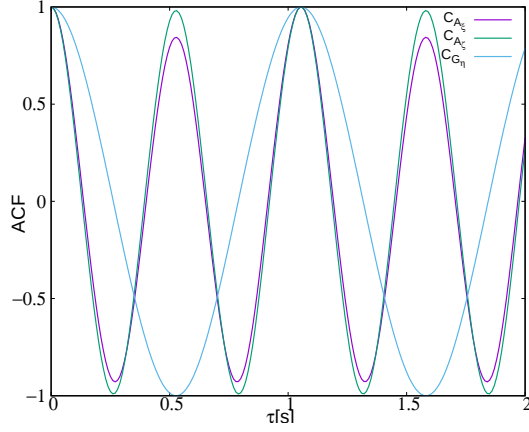


図 7: D1b の加速度 A_ξ , A_ζ , 角速度 G_η でそれぞれで計算した自己相関関数 $C(t, \tau)$. G_η の自己相関関数の第一ピークの位置は 1.06[s] であるが, A_ξ, A_ζ の第一ピークの位置は 0.53[s] である.

後述するように周期性という条件は緩めることができるが, ここではまず周期的な運動について述べる.

2.4.1 計算方法

X, Z 平面内で行われている運動に関して, センサー S の実験室系での座標を $X_S(t)$, $Z_S(t)$, Y 軸周りの角度を $\psi(t)$ とし, 重力加速度は大きさ g で鉛直下方に向かっている. 時系列の周期を T とする. このとき

$$\dot{X}_S(t_0 + T) = \dot{X}_S(t_0) \quad \dot{Z}_S(t_0 + T) = \dot{Z}_S(t_0) \quad (11)$$

が成り立つ. 慣性センサーが記録する加速度 $\begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix}$ と実験室系の加速度 $\begin{pmatrix} \ddot{X}_S \\ \ddot{Z}_S \end{pmatrix}$ の関係式である式 (6) の両辺を t_0 から $t_0 + T$ まで積分すると

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{X}_S(t_0 + T) - \dot{X}_S(t_0) \\ \dot{Z}_S(t_0 + T) - \dot{Z}_S(t_0) \end{pmatrix} &= \int_{t_0}^{t_0+T} R(-\psi) \begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} dt + T \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \\ &= \int_{t_0}^{t_0+T} \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} dt + T \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \\ &= \int_{t_0}^{t_0+T} \begin{pmatrix} A_\xi \cos \psi & A_\zeta \sin \psi \\ -A_\xi \sin \psi & A_\zeta \cos \psi \end{pmatrix} dt + T \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

となる. また, 角度 ψ は以下のように角速度の積分で与えられる.

$$\psi(t) = \psi_0 + \int_{t_0}^{t_0+T} G_\eta(t') dt' \equiv \psi_0 + \Delta \quad (13)$$

ここで $\psi_0 = \psi(t_0)$ は時刻 t_0 における角度であるが、これは慣性センサーを構成するジャイロ스코プから測定することは不可能である。¹式 (12) を展開すると、

$$0 = \int_{t_0}^{t_0+T} \begin{pmatrix} A_\xi(\cos \psi_0 \cos \Delta - \sin \psi_0 \sin \Delta) + A_\zeta(\sin \psi_0 \cos \Delta + \cos \psi_0 \sin \Delta) \\ -A_\xi(\sin \psi_0 \cos \Delta + \cos \psi_0 \sin \Delta) + A_\zeta(\cos \psi_0 \cos \Delta - \sin \psi_0 \sin \Delta) \end{pmatrix} dt + T \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \quad (14)$$

以上より、

$$0 = \cos \psi_0 \int_{t_0}^{t_0+T} (A_\xi \cos \Delta + A_\zeta \sin \Delta) dt + \sin \psi_0 \int_{t_0}^{t_0+T} (-A_\xi \sin \Delta + A_\zeta \cos \Delta) dt \quad (15)$$

$$gT = \cos \psi_0 \int_{t_0}^{t_0+T} (A_\xi \sin \Delta - A_\zeta \cos \Delta) dt + \sin \psi_0 \int_{t_0}^{t_0+T} (A_\xi \cos \Delta + A_\zeta \sin \Delta) dt \quad (16)$$

と表すことができる。

$$I_1 \equiv \int_{t_0}^{t_0+T} A_\xi \cos \Delta + A_\zeta \sin \Delta dt \quad (17)$$

$$I_2 \equiv \int_{t_0}^{t_0+T} A_\xi \sin \Delta - A_\zeta \cos \Delta dt \quad (18)$$

とすると、 ψ_0 を求めるためには

$$\psi_0 = \tan^{-1} \frac{I_2}{I_1} \quad (19)$$

$$gT = I_2 \cos \psi_0 + I_1 \sin \psi_0 \quad (20)$$

を両方満たす ψ_0 を求めればよい。 ψ_0 が求まれば、式 (13) より、周期時間内の角度もある程度の精度で求めることができる。なお、運動が周期的であるという条件は式 (11) でのみ用いている。したがって、運動が周期的でなくても式 (11) が成り立つような時間領域 $t_0 < t < t_0 + T$ があれば良い。そのような例としては、滑空状態にある鳥が数回羽ばたいた後に滑空状態に戻るような場合などが考えられる。

2.4.2 検証

モデル振り子の時系列データ D1a と D1b を用いて角度の推定とその検証を行なった。数値計算からは振り子が鉛直下方となす角 $\theta(t)$ およびセンサーが位置 S に取り付けられた場合に測定する加速度 ($A_\xi(t)$, $A_\zeta(t)$) と角速度 G_η が得られる。解析では、 G_η に関する自己相関関数 (9) の第一ピークから周期 T を見積もり、式 (19), (20) を用いて ψ_0 を見積もり、式 (13) より各時刻の ψ を見積もる。

D1a と D1b の違いは取り付け角 χ の違いである。D1a は取り付け角度は $\chi = 0^\circ$ で、初期角度は $\theta_0 = 30^\circ$ となっており、 $\psi = \theta + \chi$ で表される実験室系とセンサー系の角度 ψ は -30° から 30° までを往復する。また、D1b は取り付け角度は $\chi = 30^\circ$ で、初期角度は $\theta_0 = 30^\circ$ となっており、 ψ は 0° から 60° までを往復する。図 8, 図 9 に示すように想定していた角度 ψ の範囲と解析結果は一致した。

¹考えている時間範囲内で別の手段で角度を測定することができれば、それを初期条件として用いることができる。たとえば、静止状態があれば、その状態での重力加速度の測定値から各軸と鉛直下方のなす角を求めることができる。また、磁気センサーが搭載されていれば、それを用いて角度を求めることができる。

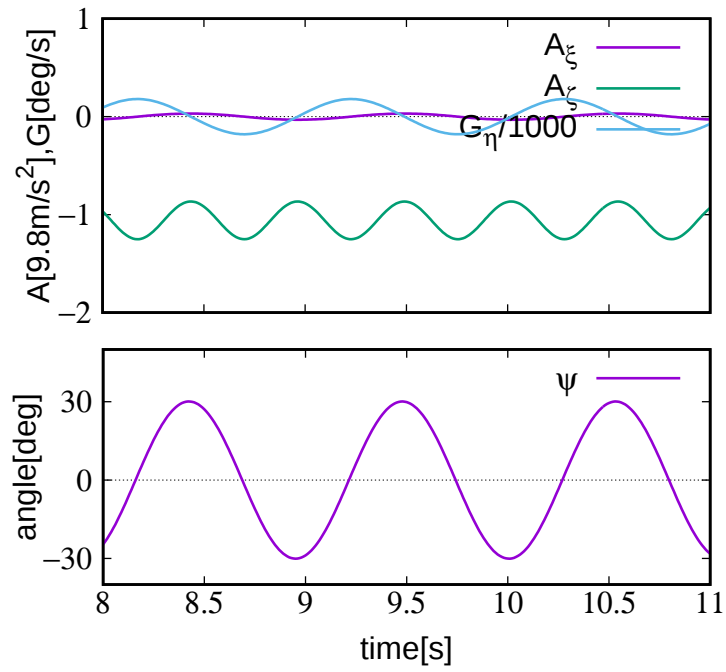


図 8: D1a の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，そこから推定した実験室系とセンサー系のなす角度 ψ ． -30° から 30° を往復していることがわかる．

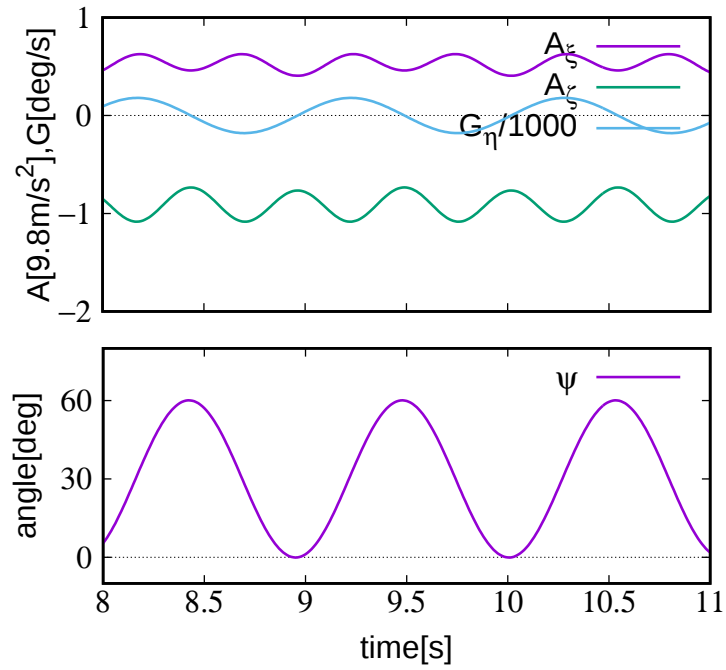


図 9: D1b の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，そこから推定した実験室系とセンサー系のなす角度 ψ ． 0° から 60° を往復していることがわかる．

2.5 最小運動点

運動状態を特徴付ける点として、最小運動点を提案する．これは、平面内を運動する剛体を考えた時、与えられた時間範囲内で加速度の揺らぎが最も小さい点である．あるいは、その時間範囲内でもっとも動きが少ない点ということもできる．最小運動点は池本による先行研究 [3] の LMP の拡張である．LMP は周期運動に対して、その 1 周期の間で加速度の揺らぎが最小になる点として定義されているが、周期運動でなくても求められることが以下のようにして示される．これを用いると、周期より短い測定時間に対しても適用できるという利点をもつ．

2.5.1 計算方法

剛体上の点 Q は実験室系におけるセンサー座標 (X_S, Z_S) とセンサー系における点 Q の座標 (ξ_Q, ζ_Q) の関係は式 (1) で表され、速度、加速度の関係は式 (3), (4) で表される．ここで、

$$\Psi_{11} = \Psi_{22} = -\ddot{\psi} \sin \psi - \dot{\psi}^2 \cos \psi \quad (21)$$

$$\Psi_{12} = -\Psi_{21} = \ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi \quad (22)$$

とし、

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} \end{pmatrix} \quad (23)$$

とすると、

$$\begin{pmatrix} \ddot{X}_Q \\ \ddot{Z}_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{X}_S \\ \ddot{Z}_S \end{pmatrix} - \Psi \begin{pmatrix} \xi_Q \\ \zeta_Q \end{pmatrix} \quad (24)$$

とすることができる．したがって、剛体上の任意の点 Q の加速度は、式 (5) を用いて

$$\begin{pmatrix} \ddot{X}_Q \\ \ddot{Z}_Q \end{pmatrix} = R(-\psi) \begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} - \Psi \begin{pmatrix} \xi_Q \\ \zeta_Q \end{pmatrix} \quad (25)$$

となる．

最小運動点を求めるために、時刻 t_0 から $t_0 + \tau$ までの時間範囲で加速度の揺らぎ $b(\xi_Q, \zeta_Q)$ を計算する． τ は任意の時間範囲であり、周期でなくても良い．

$$b(\xi_Q, \zeta_Q) \equiv \langle (\ddot{X}_Q - \langle \ddot{X}_Q \rangle)^2 \rangle + \langle (\ddot{Z}_Q - \langle \ddot{Z}_Q \rangle)^2 \rangle = \langle \ddot{X}_Q^2 \rangle - \langle \ddot{X}_Q \rangle^2 + \langle \ddot{Z}_Q^2 \rangle - \langle \ddot{Z}_Q \rangle^2 \quad (26)$$

ここで $\langle \quad \rangle$ は τ にわたる平均を表す．式 (24) より、

$$\langle \ddot{X}_Q^2 \rangle = \langle \ddot{X}_S^2 + \Psi_{11}^2 \xi_Q^2 + \Psi_{12}^2 \zeta_Q^2 + 2\Psi_{11}\ddot{X}_S\xi_Q + 2\Psi_{12}\ddot{X}_S\zeta_Q + 2\Psi_{11}\Psi_{12}\xi_Q\zeta_Q \rangle \quad (27)$$

$$\langle \ddot{Z}_Q^2 \rangle = \langle \ddot{Z}_S^2 + \Psi_{21}^2 \xi_Q^2 + \Psi_{22}^2 \zeta_Q^2 + 2\Psi_{21}\ddot{Z}_S\xi_Q + 2\Psi_{22}\ddot{Z}_S\zeta_Q + 2\Psi_{21}\Psi_{22}\xi_Q\zeta_Q \rangle \quad (28)$$

したがって

$$\begin{aligned}\langle \ddot{X}_Q^2 \rangle + \langle \ddot{Z}_Q^2 \rangle = & \langle \Psi_{11}^2 + \Psi_{21}^2 \rangle \xi_Q^2 + \langle \Psi_{12}^2 + \Psi_{22}^2 \rangle \zeta_Q^2 + 2\langle \Psi_{11} \ddot{X}_S + \Psi_{21} \ddot{Z}_S \rangle \xi_Q \\ & + 2\langle \Psi_{11} \ddot{X}_S + \Psi_{21} \ddot{Z}_S \rangle \zeta_Q + \langle \ddot{X}_S^2 \rangle + \langle \ddot{Z}_S^2 \rangle\end{aligned}\quad (29)$$

が成立する.

$$\begin{aligned}\langle \Psi_{11}^2 + \Psi_{21}^2 \rangle = & \langle \ddot{\psi}^2 \sin^2 \psi + \dot{\psi}^4 \cos^2 \psi + 2\ddot{\psi} \dot{\psi}^2 \sin \psi \cos \psi \\ & + \ddot{\psi}^2 \cos^2 \psi + \dot{\psi}^4 \sin^2 \psi - 2\ddot{\psi} \dot{\psi}^2 \sin \psi \cos \psi \rangle \\ = & \langle \ddot{\psi}^2 \rangle + \langle \dot{\psi}^4 \rangle \\ = & \langle \Psi_{12}^2 + \Psi_{22}^2 \rangle\end{aligned}\quad (30)$$

であり,

$$\langle \Psi_{11} \ddot{X}_S + \Psi_{21} \ddot{Z}_S \rangle = -\langle A_\xi \dot{\psi}^2 \rangle - \langle A_\zeta \ddot{\psi} \rangle + g\langle \Psi_{21} \rangle \quad (31)$$

$$\langle \Psi_{12} \ddot{X}_S + \Psi_{22} \ddot{Z}_S \rangle = -\langle A_\xi \ddot{\psi} \rangle - \langle A_\zeta \dot{\psi}^2 \rangle + g\langle \Psi_{22} \rangle \quad (32)$$

である. また,

$$\begin{aligned}\langle \ddot{X}_S^2 \rangle + \langle \ddot{Z}_S^2 \rangle = & \langle (A_\xi \cos \psi + A_\zeta \sin \psi)^2 \rangle + \langle (-A_\xi \sin \psi + A_\zeta \cos \psi + g)^2 \rangle \\ = & \langle A_\xi^2 \rangle + \langle A_\zeta^2 \rangle - 2g(\langle A_\xi \sin \psi \rangle - \langle A_\zeta \cos \psi \rangle) + g^2\end{aligned}\quad (33)$$

が成り立つ. 以上より式 (29) は,

$$\begin{aligned}\langle \ddot{X}_Q^2 \rangle + \langle \ddot{Z}_Q^2 \rangle = & \left(\langle \ddot{\psi}^2 \rangle + \langle \dot{\psi}^4 \rangle \right) (\xi_Q^2 + \zeta_Q^2) + 2 \left(-\langle A_\xi \dot{\psi}^2 \rangle - \langle A_\zeta \ddot{\psi} \rangle + g\langle \Psi_{21} \rangle \right) A_\xi \\ & + 2 \left(\langle A_\xi \ddot{\psi} \rangle - \langle A_\zeta \dot{\psi}^2 \rangle + g\langle \Psi_{22} \rangle \right) A_\zeta + \langle A_\xi^2 \rangle + \langle A_\zeta^2 \rangle \\ & - 2g(\langle A_\xi \sin \psi \rangle - \langle A_\zeta \cos \psi \rangle) + g^2\end{aligned}\quad (34)$$

となる. また,

$$\langle \ddot{X}_Q \rangle^2 = \langle \Psi_{11} \rangle^2 \xi_Q^2 + \langle \Psi_{12} \rangle^2 \zeta_Q^2 + 2\langle \ddot{X}_S \rangle \langle \Psi_{11} \rangle \xi_Q + 2\langle \ddot{X}_S \rangle \langle \Psi_{12} \rangle \zeta_Q + 2\langle \Psi_{21} \rangle \langle \Psi_{12} \rangle \xi_Q \zeta_Q + \langle \ddot{X}_S \rangle^2 \quad (35)$$

$$\langle \ddot{Z}_Q \rangle^2 = \langle \Psi_{21} \rangle^2 \xi_Q^2 + \langle \Psi_{22} \rangle^2 \zeta_Q^2 + 2\langle \ddot{Z}_S \rangle \langle \Psi_{21} \rangle \xi_Q + 2\langle \ddot{Z}_S \rangle \langle \Psi_{22} \rangle \zeta_Q + 2\langle \Psi_{21} \rangle \langle \Psi_{22} \rangle \xi_Q \zeta_Q + \langle \ddot{Z}_S \rangle^2 \quad (36)$$

ここで,

$$\begin{aligned}\langle \Psi_{11} \rangle^2 + \langle \Psi_{21} \rangle^2 = & \langle \ddot{\psi} \sin \psi \rangle^2 + \langle \dot{\psi}^2 \cos \psi \rangle^2 + 2\langle \ddot{\psi} \sin \psi \rangle \langle \dot{\psi}^2 \cos \psi \rangle \\ & + \langle \ddot{\psi} \cos \psi \rangle^2 + \langle \dot{\psi}^2 \sin \psi \rangle^2 - 2\langle \ddot{\psi} \cos \psi \rangle \langle \dot{\psi}^2 \sin \psi \rangle \\ = & \langle \Psi_{12} \rangle^2 + \langle \Psi_{22} \rangle^2\end{aligned}\quad (37)$$

より

$$\begin{aligned} \langle \ddot{X}_Q \rangle^2 + \langle \ddot{Z}_Q \rangle^2 &= (\langle \Psi_{11} \rangle^2 + \langle \Psi_{21} \rangle^2) (\xi_Q^2 + \zeta_Q^2) \\ &\quad + 2 \left(\langle \ddot{X}_S \rangle \langle \Psi_{11} \rangle + \langle \ddot{Z}_S \rangle \langle \Psi_{21} \rangle \right) \xi_Q + 2 \left(\langle \ddot{X}_S \rangle \langle \Psi_{11} \rangle + \langle \ddot{Z}_S \rangle \langle \Psi_{21} \rangle \right) \zeta_Q \\ &\quad + 2 (\langle \Psi_{11} \rangle \langle \Psi_{12} \rangle + \langle \Psi_{21} \rangle \langle \Psi_{22} \rangle) \xi_Q \zeta_Q + \langle \ddot{X}_S \rangle^2 + \langle \ddot{Z}_S \rangle^2 \end{aligned} \quad (38)$$

が成り立つ。以上より

$$B_2 = \langle \dot{\psi}^2 \rangle + \langle \dot{\psi}^4 \rangle - \langle \Psi_{11} \rangle^2 - \langle \Psi_{21} \rangle^2 \quad (39)$$

$$B_{1\xi} = -\langle A_\xi \dot{\psi}^2 \rangle - \langle A_\zeta \ddot{\psi} \rangle + g \langle \Psi_{22} \rangle - \langle \ddot{X}_S \rangle \langle \Psi_{12} \rangle - \langle \ddot{Z}_S \rangle \langle \Psi_{22} \rangle \quad (40)$$

$$B_{1\zeta} = \langle A_\xi \ddot{\psi} \rangle - \langle A_\zeta \dot{\psi}^2 \rangle + g \langle \Psi_{21} \rangle - \langle \ddot{X}_S \rangle \langle \Psi_{11} \rangle - \langle \ddot{Z}_S \rangle \langle \Psi_{21} \rangle \quad (41)$$

$$B_0 = \langle A_\xi^2 \rangle + \langle A_\zeta^2 \rangle - \langle \ddot{X}_S \rangle^2 - \langle \ddot{Z}_S \rangle^2 - 2g (\langle A_\xi \sin \psi \rangle - \langle A_\zeta \cos \psi \rangle) + g^2 \quad (42)$$

とすると、点 (ξ_Q, ζ_Q) における加速度の揺らぎの大きさは

$$\begin{aligned} b(\xi_Q, \zeta_Q) &= B_2 (\xi_Q^2 + \zeta_Q^2) + 2B_{1\xi} \xi_Q + 2B_{1\zeta} \zeta_Q + B_0 \\ &= B_2 \left\{ \left(\xi_Q + \frac{B_{1\xi}}{B_2} \right)^2 + \left(\zeta_Q + \frac{B_{1\zeta}}{B_2} \right)^2 \right\} + B_0 - \left(\frac{B_{1\xi}}{B_2} \right)^2 - \left(\frac{B_{1\zeta}}{B_2} \right)^2 \end{aligned} \quad (43)$$

となる。これを最小とする点が最小運動点であるので、最小運動点の位置 (ξ_Q^*, ζ_Q^*) は

$$(\xi_Q^*, \zeta_Q^*) = \left(-\frac{B_{1\xi}}{B_2}, -\frac{B_{1\zeta}}{B_2} \right) \quad (44)$$

となる。

2.5.2 検証

モデル振り子データ D1a, D1b, D1c を用いて最小運動点の位置の推定とその検証を行なった。具体的には、数値計算で得られる加速度および角速度の時系列 $A_\xi(t)$, $A_\zeta(t)$, $G_\eta(t)$ から式 (39)～(44) を用いて最小運動点の位置 (ξ_Q^*, ζ_Q^*) を推定し、実際の最小運動点の位置と比較した。振り子における最小運動点は支点 w に位置する。すなわち、センサー系における最小運動点の位置 (ξ_w, ζ_w) は

$$\xi_w = -L_x \cos \chi + L_z \sin \chi, \quad (45)$$

$$\zeta_w = -L_x \sin \chi - L_z \cos \chi \quad (46)$$

である。この検証では、最小運動点において推定するときに与える時間範囲の長さ τ を周期 T の半分 $T/2$ として計算した。図 10, 図 11, 図 12 全てにおいて、推定した最小運動点の値 (ξ_Q^*, ζ_Q^*) と支点の位置 (ξ_w, ζ_w) がおよそ一致していることがわかる。

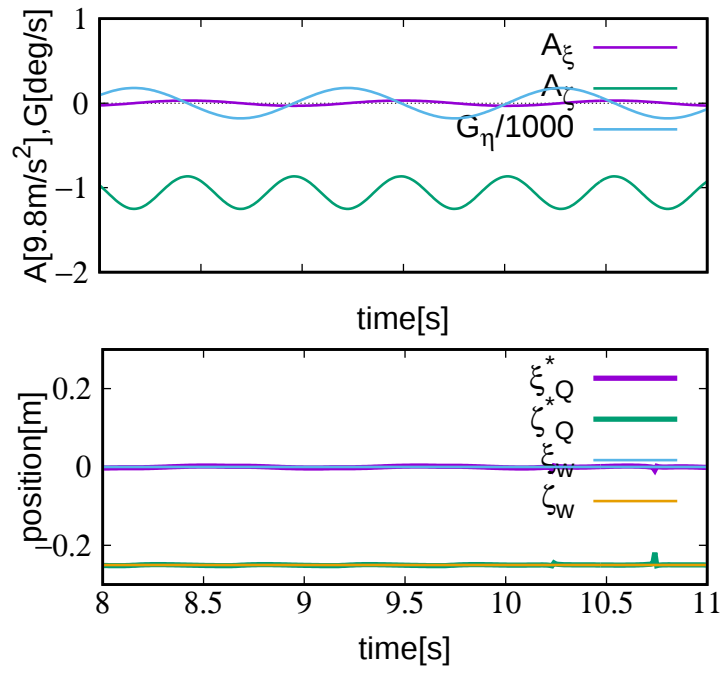


図 10: D1a の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，そこから推定したセンサー系における最小運動点の座標 (ξ_Q^*, ζ_Q^*) と支点の位置 (ξ_w, ζ_w) （図下）。

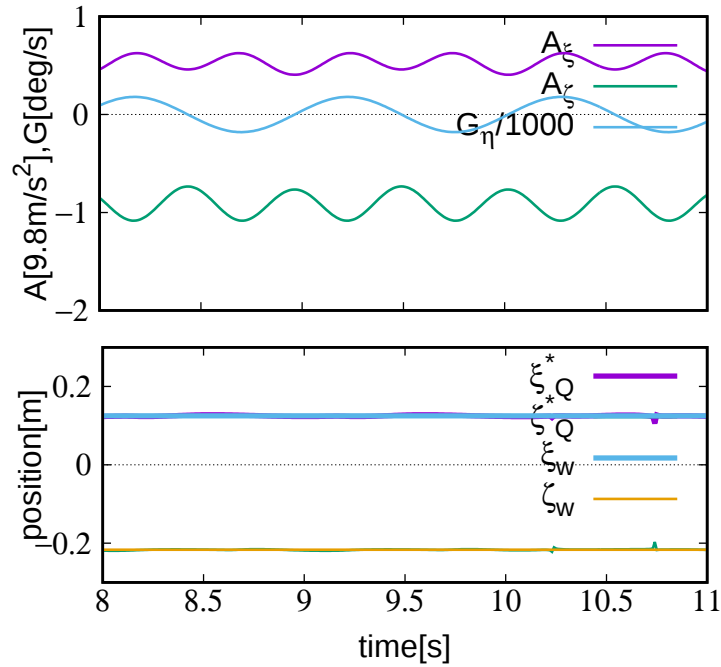


図 11: D1b の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，そこから推定したセンサー系における最小運動点の座標 (ξ_Q^*, ζ_Q^*) と支点の位置 (ξ_w, ζ_w) （図下）。

表 2: D1a, D1b, D1c のセンサーの取り付け位置, 取り付け角度と, センサー系における支点 w の位置

データ名	$L_x[m]$	$L_z[m]$	$\chi[degree]$	$\xi_w[m]$	$\zeta_w[m]$
D1a	0.00	0.25	0	0.00	-0.25
D1b	0.00	0.25	30	0.125	-0.216
D1c	0.05	0.25	0	-0.05	-0.25

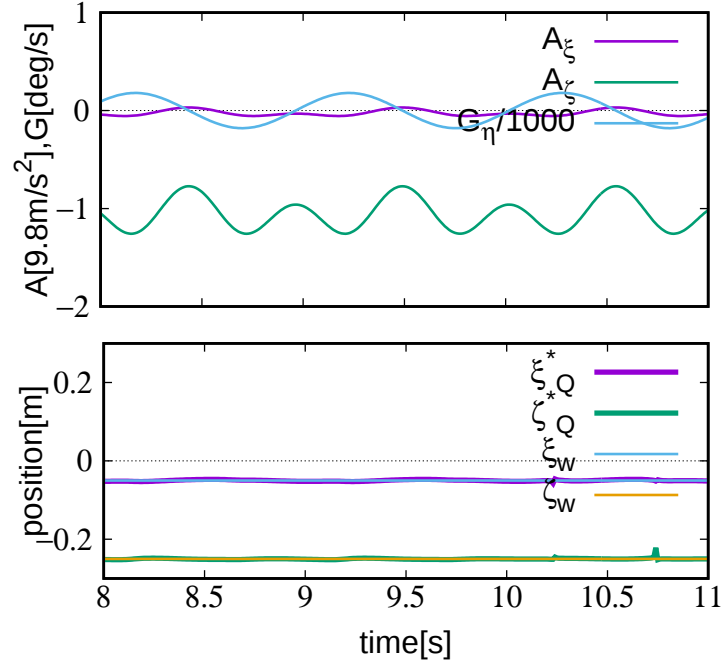


図 12: D1c の加速度, 角速度の時系列データ (図上) と, そこから推定したセンサー系における最小運動点の座標 (ξ_Q^*, ζ_Q^*) と支点の位置 (ξ_w, ζ_w) (図下)。

2.6 等速度点

前節で導入された最小運動点は, 任意の時間範囲で一番動きが少なくなるような点だが, 本節ではそれとは別に等速度点を定義する. 等速度点とは, ある瞬間において, 平面上で加速度が 0 の点, つまり

$$\begin{pmatrix} \ddot{X}_Q \\ \ddot{Z}_Q \end{pmatrix} = 0 \quad (47)$$

を満たす点 Q のことを表す. つまり, その剛体の回転運動の軸の場所である. 最小運動点との違いは, 最小運動点は与えられた時間範囲において, 平面上の 1 点が定まるが, 等速度点は瞬間ごとに決まると言う点である. 等速度点は推定した角度を使って求める方法と, 躍度および角躍度を用いる方法がある.

2.6.1 角度を用いる方法

点 Q における加速度は、式 (24) で表される。等速度点の定義は式 (47) を満たす点であり、センサー系における等速度点 $(\xi_Q^\dagger, \zeta_Q^\dagger)$ とする。式 (25) に式 (47) を代入すると以下の式が求められる。

$$\Psi \begin{pmatrix} \xi_Q^\dagger \\ \zeta_Q^\dagger \end{pmatrix} = R(-\psi) \begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \quad (48)$$

より計算を簡単にするために、両辺の左から $R(\psi)$ をかけると

$$\begin{pmatrix} \dot{\psi}^2 & -\ddot{\psi} \\ \ddot{\psi} & \dot{\psi}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_Q^\dagger \\ \zeta_Q^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -g \sin \psi \\ g \cos \psi \end{pmatrix} \quad (49)$$

のようになる。これを $\begin{pmatrix} \xi_Q^\dagger \\ \zeta_Q^\dagger \end{pmatrix}$ についてとくと、

$$\begin{pmatrix} \xi_Q^\dagger \\ \zeta_Q^\dagger \end{pmatrix} = \frac{1}{\dot{\psi}^4 + \ddot{\psi}^2} \begin{pmatrix} \dot{\psi}^2 & \ddot{\psi} \\ -\ddot{\psi} & \dot{\psi}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\xi - g \sin \psi \\ A_\zeta + g \cos \psi \end{pmatrix} \quad (50)$$

とすることができる。この式で g の係数の中に ψ がでてくるが、2.4 節で求めた ψ を用いて計算することができる。しかし、2.4 節で説明した方法を用いるためには

- 一定の重力加速度内にあること
- 時間範囲内で実験室系に対する速度および角速度の変化分が全て 0 になること

という条件を満たす必要がある。たとえば、非周期的な運動が長時間継続するような場合は適用しにくい。これに対して、次に説明する方法は、角度 ψ を用いないためそのような条件は不必要となる。

2.6.2 躍度および角躍度を用いる方法

式 (49) は $(\xi_Q^\dagger, \zeta_Q^\dagger)$ が定数であれば角度 ψ の具体的な値を用いなくても解くことができる。まず、 $g \cos \psi, g \sin \psi$ についてそれぞれ解くと、

$$g \sin \psi = A_\xi - \dot{\psi}^2 \xi_Q^\dagger + \ddot{\psi} \zeta_Q^\dagger \quad (51)$$

$$g \cos \psi = -A_\zeta + \ddot{\psi} \xi_Q^\dagger + \dot{\psi}^2 \zeta_Q^\dagger \quad (52)$$

となる。等速度点の位置 $(\xi_Q^\dagger, \zeta_Q^\dagger)$ が時間変化しないと仮定し、両辺を微分すると

$$g \dot{\psi} \cos \psi = \dot{A}_\xi - 2\dot{\psi} \ddot{\psi} \xi_Q^\dagger + \ddot{\psi} \dot{\zeta}_Q^\dagger \quad (53)$$

$$g \dot{\psi} \sin \psi = \dot{A}_\zeta - \ddot{\psi} \dot{\xi}_Q^\dagger - 2\dot{\psi} \ddot{\psi} \zeta_Q^\dagger \quad (54)$$

となる． $\dot{A}_\xi$, $\dot{A}_\zeta$ は加速度の時間微分であり，躍度あるいは加加速度 (jerk/jolt) と呼ばれる量である．また， $\ddot{\psi}$ は角加速度の時間微分であり，角躍度 (angle jerk) とよばれる量である．また式 (52), (51) に $\dot{\psi}$ をかけると，

$$g\dot{\psi} \sin \psi = \dot{\psi} A_\xi - \dot{\psi}^3 \xi_Q^\dagger + \dot{\psi} \ddot{\psi} \zeta_Q^\dagger \quad (55)$$

$$g\dot{\psi} \cos \psi = -\dot{\psi} A_\zeta + \dot{\psi} \ddot{\psi} \xi_Q^\dagger + \dot{\psi}^3 \zeta_Q^\dagger \quad (56)$$

を得る．

式 (53) と式 (55), 式 (54) と式 (56) を用いて ψ を消去し， (ξ_Q, ζ_Q) について解くと

$$\begin{pmatrix} \xi_Q^\dagger \\ \zeta_Q^\dagger \end{pmatrix} = \frac{1}{9\dot{\psi}^2 \ddot{\psi}^2 + (\dot{\psi}^3 - \ddot{\psi}^2)} \begin{pmatrix} 3\dot{\psi} \ddot{\psi} & -\dot{\psi}^3 + \ddot{\psi} \\ \dot{\psi}^3 - \ddot{\psi} & 3\dot{\psi} \ddot{\psi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{A}_\xi + \dot{\psi} A_\zeta \\ \dot{A}_\zeta - \dot{\psi} A_\xi \end{pmatrix} \quad (57)$$

とすることができる．こちらの方法で仮定したのは， $(\xi_Q^\dagger, \zeta_Q^\dagger)$ が定数であること，すなわち等速度点の位置がセンサー座標系で変化しないことだけであり，運動の周期性などは仮定していない．

2.6.3 検証

等速度点の位置の推定とその検証も最小運動点と同じく，D1a, D1b, D1c のデータを用いて行なった．等速度点の位置 $(\xi_Q^\dagger, \zeta_Q^\dagger)$ も振り子においては，最小運動点と同様，支点の位置 (ξ_w, ζ_w) と同じである．図 13, 図 14, 図 15 のように，角度を用いた方法では，周期的に誤差が出ることがわかった．これは，ルンゲクッタ法の精度によるものであり，精度を上げると誤差が少なくなることがわかっている．躍度および角躍度を用いた方法で計算した等速度点の位置も同様に D1a, D1b, D1c の 3 つのデータで検証した (図 16, 図 17, 図 18)．角度を用いる方法と異なり，等速度点と支点の位置が良く一致していることがわかる．

2.7 実験室系でのセンサーの変位

振り子やハトのようなものにセンサーが付いていたとき，実験室系でセンサーの変位を推定することは，その運動体の状態を知る上で重要な情報となる．本節では周期的な運動に限定し，センサーの変位の時系列を確定する方法を提案する．

2.7.1 計算方法

実験室系での時刻 t_0 から t におけるセンサーの変位 $\begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Z \end{pmatrix}$ は

$$\begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_S(t) - X_S(t_0) \\ Z_S(t) - X_S(t_0) \end{pmatrix} = \int_{t_0}^t \begin{pmatrix} \dot{X}_S(t') \\ \dot{Z}_S(t') \end{pmatrix} dt' \quad (58)$$

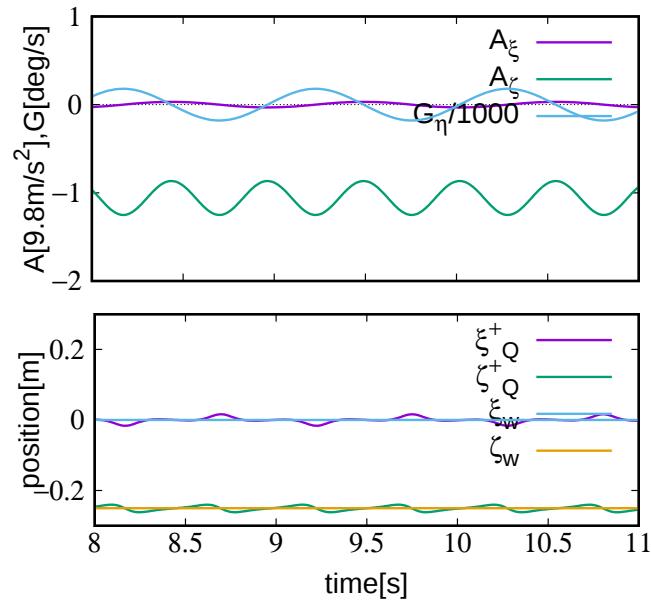


図 13: D1a の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，そこから推定した角度を用いて計算したセンサー系における等速度点の座標 (ξ_Q^*, ζ_Q^*) (図下紫，緑) と，センサーの支点 (ξ_w, ζ_w) (図下水色，黄色)。

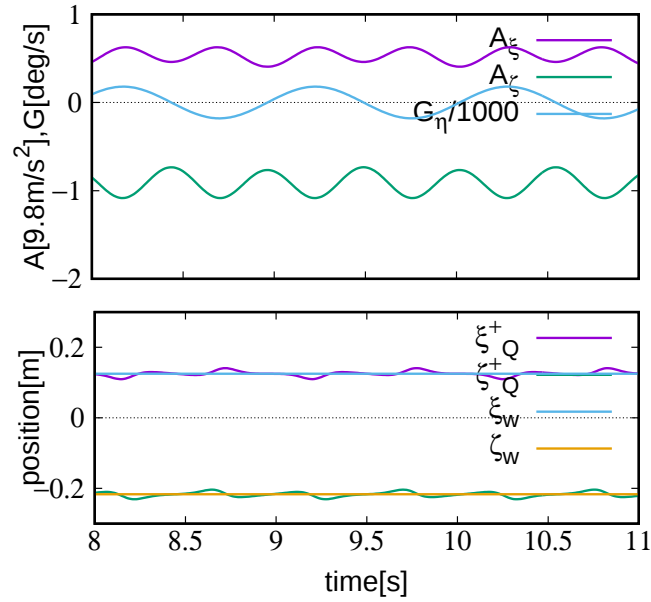


図 14: D1b の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，そこから推定した角度を用いて計算したセンサー系における等速度点の座標 (ξ_Q^*, ζ_Q^*) (図下紫，緑) と，センサーの支点 (ξ_w, ζ_w) (図下水色，黄色)。

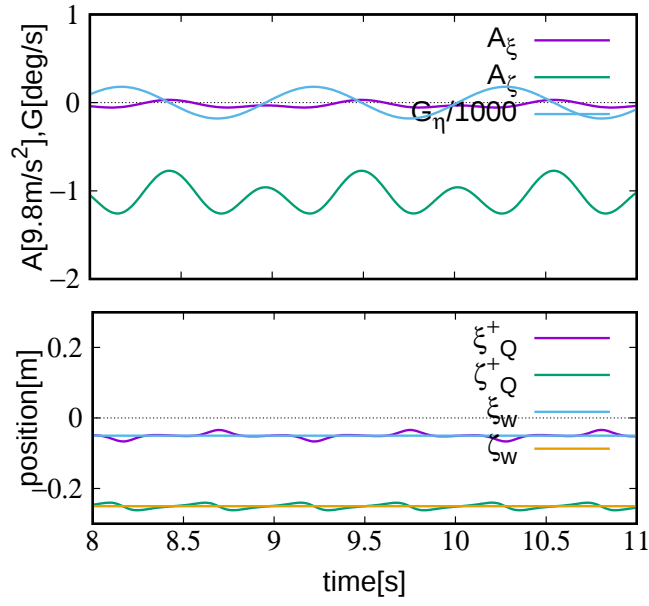


図 15: D1c の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，そこから推定した角度を用いて計算したセンサー系における等速度点の座標 (ξ_Q^* , ζ_Q^*) (図下紫，緑) と，センサーの支点 (ξ_w , ζ_w) (図下水色，黄色).

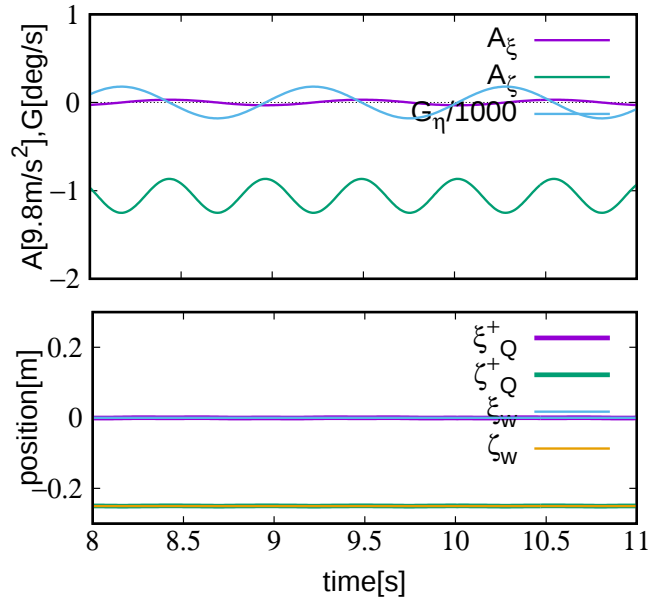


図 16: D1a の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，躍度および角躍度を用いて求めたセンサー系における等速度点の座標 ($\xi_Q^\dagger$, $\zeta_Q^\dagger$) (図下紫，緑) と，センサーの支点 (ξ_Q , ζ_Q) (図下水色，黄色).

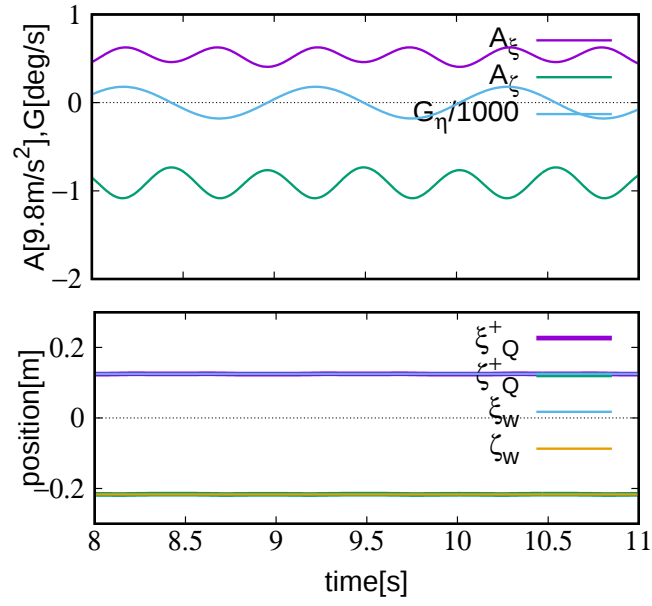


図 17: D1b の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，躍度および角躍度を用いて求めたセンサー系における等速度点の座標 (ξ_Q^+ , ζ_Q^+) (図下紫，緑) と，センサーの支点 (ξ_Q , ζ_Q) (図下水色，黄色).

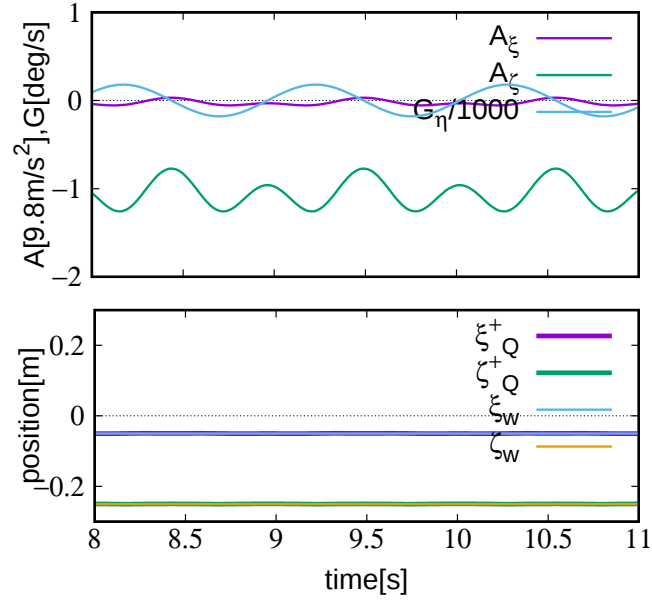


図 18: D1c の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，躍度および角躍度を用いて求めたセンサー系における等速度点の座標 (ξ_Q^+ , ζ_Q^+) (図下紫，緑) と，センサーの支点 (ξ_Q , ζ_Q) (図下水色，黄色).

と書くことができる．さらに微分することで，

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_S(t) \\ \dot{Z}_S(t) \end{pmatrix} = \int_{t_0}^t \begin{pmatrix} \ddot{X}_S(t') \\ \ddot{Z}_S(t') \end{pmatrix} dt' + \begin{pmatrix} \dot{X}_S(t_0) \\ \dot{Z}_S(t_0) \end{pmatrix} \quad (59)$$

が成り立つ．式 (6) を代入して，

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_S(t) \\ \dot{Z}_S(t) \end{pmatrix} = \int_{t_0}^t \left\{ R(-\psi) \begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \right\} dt' + \begin{pmatrix} \dot{X}_S(t_0) \\ \dot{Z}_S(t_0) \end{pmatrix} \quad (60)$$

となる．時刻 t における速度を求めるためには，式 (60) の右辺の速度の初期条件 $\begin{pmatrix} \dot{X}_S(t_0) \\ \dot{Z}_S(t_0) \end{pmatrix}$ だけが不明である．周期的な運動の場合，実験室系で位置が変化しないことから，速度を時間 t_0 から周期 T 後の $t_0 + T$ まで積分すると，

$$\left[\begin{pmatrix} X_S(t) \\ Z_S(t) \end{pmatrix} \right]_{t_0}^{t_0+T} = \int_{t_0}^{t_0+T} \begin{pmatrix} \dot{X}_S(t) \\ \dot{Z}_S(t) \end{pmatrix} dt = 0 \quad (61)$$

とすることができる．ここに式 (60) を代入して，

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \left[\int_{t_0}^t \left\{ R(-\psi) \begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \right\} dt' + \begin{pmatrix} \dot{X}_S(t_0) \\ \dot{Z}_S(t_0) \end{pmatrix} \right] dt = 0 \quad (62)$$

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \left[\int_{t_0}^t \left\{ R(-\psi) \begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \right\} dt' \right] dt + T \begin{pmatrix} \dot{X}_S(t_0) \\ \dot{Z}_S(t_0) \end{pmatrix} = 0 \quad (63)$$

を得る．以上より $\begin{pmatrix} \dot{X}_S(t_0) \\ \dot{Z}_S(t_0) \end{pmatrix}$ を求めると，

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_S(t_0) \\ \dot{Z}_S(t_0) \end{pmatrix} = -\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \left[\int_{t_0}^t \left\{ R(-\psi) \begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \right\} dt' \right] dt \quad (64)$$

となる．これを初期条件とすることで，実験室系での変位を求めることができる．

2.7.2 検証

センサーの変位の推定とその検証には D1a, D1d の 2 つのデータを用いた．図 19, 20 はそれぞれ D1a, D1d の時系列から推定した一周期分のセンサーの変位を実験室系の座標系で描いたものである．どちらも円弧の一部の往復運動をよく再現していることがわかる．円の半径や中心の位置，往復運動の振幅は，モデル振り子に与えたパラメーターとよく一致している．D1d の振り子は X 軸正の方向に $1[N]$ の力が常にかかっており，それ以外の条件は D1a, D1d 共通である． X 軸方向に力がかかっているため，振り子が X 軸正の方向に偏って振動するようなデータになっている．図 20 は図 19 と比較しても， X 軸正の方向に偏って振動していることがわかる．

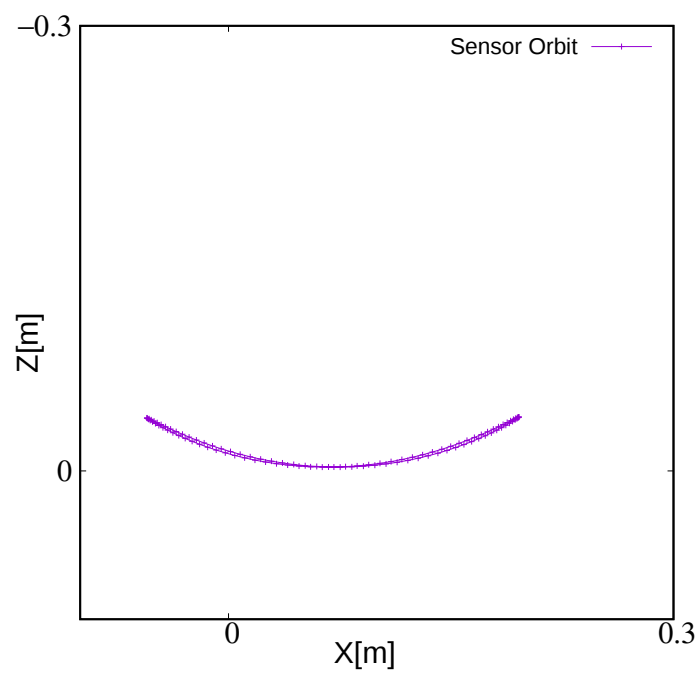


図 19: D1a の加速度，角速度の時系列から推定した実験室系におけるセンサーの変位．

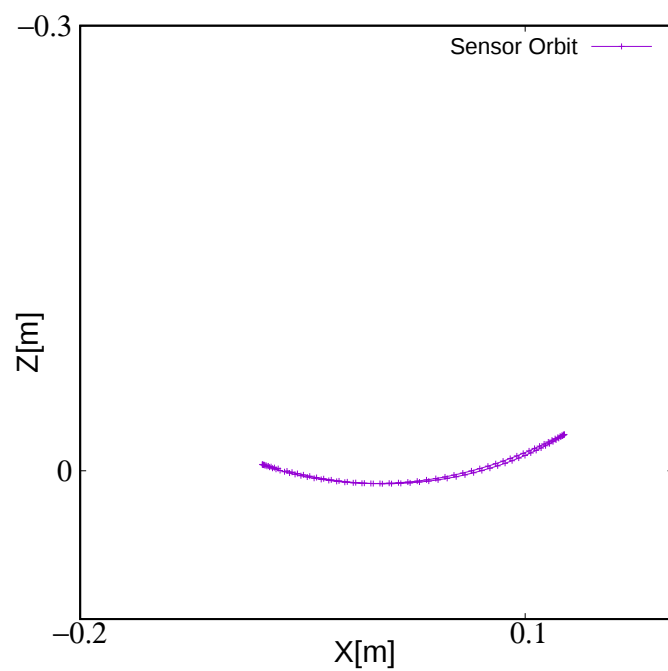


図 20: D1d の加速度，角速度の時系列から推定した実験室系におけるセンサーの変位．

2.8 力

本節では、運動体に働く力の推定について述べる．まず運動体に加わっている力が重力を含めて K 種類であるとする．前節までの方法と異なり，重心系と運動方程式を用いる．

2.8.1 計算方法

実験室系の力の釣り合いとモーメントの釣り合いはそれぞれ

$$\frac{1}{M} \sum_k \begin{pmatrix} F_{kX} \\ F_{kZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{X}_G \\ \ddot{Z}_G \end{pmatrix}, \quad (65)$$

$$I_G \ddot{\psi} = \sum_k \{ (Z_k - Z_G) F_{kX} - (X_k - X_G) F_{kZ} \} \quad (66)$$

となる．ここで F_{kX} , F_{kZ} は k 番目の力の実験室系における鉛直成分と水平成分であり， X_k, Z_k は実験室系における k 番目の力の作用点の座標である．特に X_G, Z_G は実験室系における重心の座標を表す．一方，重心系の力の釣り合いとモーメントの釣り合いは

$$\frac{1}{M} \sum_k \begin{pmatrix} F_{kx} \\ F_{kz} \end{pmatrix} = R(\psi) \begin{pmatrix} \ddot{X}_G \\ \ddot{Z}_G \end{pmatrix}, \quad (67)$$

$$I_G \ddot{\psi} = \sum_k (z_k F_{kx} - x_k F_{kz}) \quad (68)$$

と表すことができる． F_{kx} , F_{kz} は， k 番目の力の重心系における成分であり， x_k , z_k は重心系における k 番目の力の作用点の座標である．

まず， $K=2$ の時，つまり，重力 F_g ともう一つの力 F_w が働いている時のことを考える．重力は実験室系と重心系で以下のように表すことができる．

重力 (実験室系)

$$\mathbf{F}_g = \begin{pmatrix} F_{gX} \\ F_{gZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ mg \end{pmatrix} = R(-\psi) \begin{pmatrix} F_{gx} \\ F_{gz} \end{pmatrix} \quad (69)$$

重力 (重心系)

$$\mathbf{F}_g = \begin{pmatrix} F_{gx} \\ F_{gz} \end{pmatrix} = R(\psi) \begin{pmatrix} F_{gX} \\ F_{gZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -mg \sin \psi \\ mg \cos \psi \end{pmatrix} \quad (70)$$

F_w (実験室系)

$$\mathbf{F}_w = \begin{pmatrix} F_{wX}(t) \\ F_{wZ}(t) \end{pmatrix} \quad (71)$$

F_w (重心系)

$$\mathbf{F}_w = \begin{pmatrix} F_{wx}(t) \\ F_{wz}(t) \end{pmatrix} = R(\psi) \begin{pmatrix} F_{wX}(t) \\ F_{wZ}(t) \end{pmatrix} \quad (72)$$

この2つの力の重心系における作用点は $(x_g, z_g) = (0, 0)$, (x_w, z_w) は定数とする．実験室系における重心の加速度はセンサーの加速度を用いて

$$\begin{pmatrix} \ddot{X}_G \\ \ddot{Z}_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{X}_S \\ \ddot{Z}_S \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi & -\ddot{\psi} \cos \psi + \dot{\psi}^2 \sin \psi \\ \ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi & \ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_G \\ \zeta_G \end{pmatrix} \quad (73)$$

と書ける．また，センサー系の加速度を表す式 (6) を用いて力の釣り合いを表すと

$$\frac{1}{M} \sum_k \begin{pmatrix} F_{kx} \\ F_{kz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} + R(\psi) \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \dot{\psi}^2 & -\ddot{\psi} \\ \ddot{\psi} & \dot{\psi}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_G \\ \zeta_G \end{pmatrix} \quad (74)$$

$$= \frac{1}{M} \left\{ \begin{pmatrix} F_{gx} \\ F_{gz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{wx} \\ F_{wz} \end{pmatrix} \right\} \quad (75)$$

$$= \frac{1}{M} \left\{ \begin{pmatrix} -Mg \sin \psi \\ Mg \cos \psi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{wx}(t) \\ F_{wz}(t) \end{pmatrix} \right\} \quad (76)$$

が得られる． $F_{wx}(t)$, $F_{wz}(t)$ について解くと

$$F_{wx}(t) = M (A_\xi - \dot{\psi}^2 \xi_G + \ddot{\psi} \zeta_G) \quad (77)$$

$$F_{wz}(t) = M (A_\zeta - \ddot{\psi} \xi_G - \dot{\psi}^2 \zeta_G) \quad (78)$$

となる．以上より，運動体の質量 M とセンサー系における重心の位置 (ξ_Q, ζ_Q) がわかっていれば，運動体にかかる力を測定することができる．

次に，運動体が空気抵抗を受けている時のことを考える．空気抵抗による抗力 $\mathbf{F}_d$ が加えられた場合の力の推定を試みる．簡単のため，抗力は水平方向にだけ加わっているとする．飛行する鳥の場合は水平飛行している状態に対応する．また，抗力中心は重心と一致していると仮定する．まず，抗力を実験室系と重心系で表すと，

抗力 (実験室系)

$$\mathbf{F}_d = \begin{pmatrix} F_{dX} \\ F_{dZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_d \\ 0 \end{pmatrix} \quad (79)$$

抗力 (重心系)

$$\mathbf{F}_d = \begin{pmatrix} F_{dx} \\ F_{dz} \end{pmatrix} = R(\psi) \begin{pmatrix} F_{dX} \\ F_{dZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_d \cos \psi \\ f_d \sin \psi \end{pmatrix} \quad (80)$$

とすることができる．

$K = 2$ の時と同じように力の釣り合いの式を解くと，

$$\frac{1}{M} \sum_k \begin{pmatrix} F_{kx} \\ F_{kz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} + R(\psi) \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \dot{\psi}^2 & -\ddot{\psi} \\ \ddot{\psi} & \dot{\psi}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_G \\ \zeta_G \end{pmatrix} \quad (81)$$

$$= \frac{1}{M} \left\{ \begin{pmatrix} F_{gx} \\ F_{gz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{dx} \\ F_{dz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{wx} \\ F_{wz} \end{pmatrix} \right\} \quad (82)$$

$$= \frac{1}{M} \left\{ \begin{pmatrix} -Mg \sin \psi \\ Mg \cos \psi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_d \cos \psi \\ f_d \sin \psi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{wx}(t) \\ F_{wz}(t) \end{pmatrix} \right\} \quad (83)$$

となる．両辺の重力の項を消去して整理すると力の釣り合いの式は

$$\frac{1}{M} \left\{ \begin{pmatrix} f_d \cos \psi \\ f_d \sin \psi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{wx}(t) \\ F_{wz}(t) \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} A_\xi \\ A_\zeta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \dot{\psi}^2 & -\ddot{\psi} \\ \ddot{\psi} & \dot{\psi}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_G \\ \zeta_G \end{pmatrix} \quad (84)$$

となる．これを $F_{wx}(t)$, $F_{wz}(t)$ に付いて解くと，

$$F_{wx}(t) = M \left(A_\xi - \dot{\psi}^2 \xi_G + \ddot{\psi} \zeta_G \right) - f_d \cos \psi \quad (85)$$

$$F_{wz}(t) = M \left(A_\zeta - \ddot{\psi} \xi_G - \dot{\psi}^2 \zeta_G \right) - f_d \sin \psi \quad (86)$$

となる．抗力が加わる場所が重心と一致すると仮定したので，モーメントの式から抗力と重力の項が消え，

$$I_G \ddot{\psi} = \sum_k (z_k F_{kx} - x_k F_{kz}) = z_w F_{wx} - x_w F_{wz} \quad (87)$$

となる．式 (87) に式 (85), (86) を代入して

$$I_G \ddot{\psi} = M z_w \left(A_\xi - \dot{\psi}^2 \xi_G + \ddot{\psi} \zeta_G \right) - f_d z_w \cos \psi - M x_w \left(A_\zeta - \ddot{\psi} \xi_G - \dot{\psi}^2 \zeta_G \right) + f_d x_w \sin \psi \quad (88)$$

を得る．これを f_d について解くと，

$$f_d = \frac{1}{z_w \cos \psi - x_w \sin \psi} \left\{ - (I_G - M x_w \xi_G - M z_w \zeta_G) \ddot{\psi} + (M x_w \zeta_G - M z_w \xi_G) \dot{\psi}^2 + M z_w A_\xi - M x_w A_\zeta \right\} \quad (89)$$

とすることができる．

運動体の質量 M ，センサー系での重心の位置 (ξ_G, ζ_G) ，力がかかる位置 (x_w, z_w) ，重心周りの慣性モーメント I_G がわかれば， f_d を求めることができ，さらに，これを式 (85), (86) に代入することで， $F_{wx}(t)$, $F_{wz}(t)$ を計算することができる．なお，状況によっては測定時に ξ_G , ζ_G などのデータが不明な場合もある． (ξ_G, ζ_G) や (x_w, z_w) などがわからない場合の推定方法を付録 A にまとめた．

2.8.2 検証

K=2 の時の代表例としてモデル振り子データ D1a を用いて力の推定とその検証を行なった．図 21 は振り子の支点から受ける力の推定時系列を表す．次に K=3 の代表例として D2b を用いて力の推定とその検証を行なった．D1d は D1a の振り子に常に X 軸方向に力 1[N] で力がかかっている．図 22 のように， f_d が 1[N] であることを推定できていることがわかる．

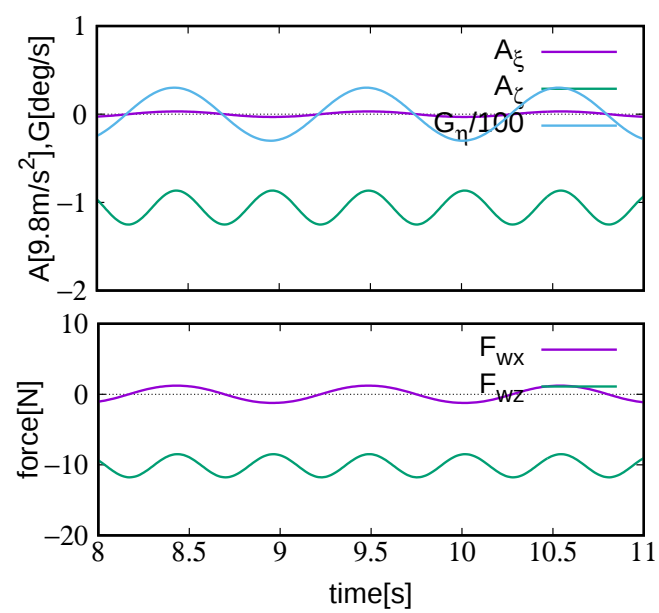


図 21: D1a の加速度，角速度の時系列（図上）と支点 w にかかる力の x 成分，z 成分（図下）．

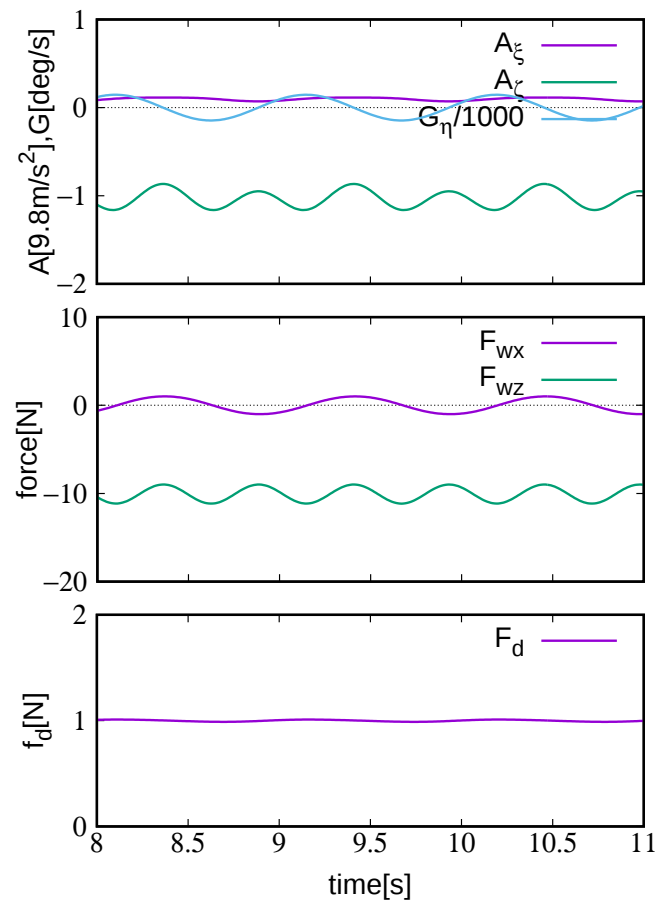


図 22: D1d の加速度，角速度の時系列（図下）と支点 w にかかる力の x 成分，z 成分（図中央）と抗力 f_d （図下）。

3 結果

本章では、前章で導入した方法を実測された時系列に適用し、運動体の特徴を抽出する。まずは、3.1節ではリアル振り子データ、すなわち実際の振り子に取り付けられた慣性センサーから得られたデータに適用した結果を示す。実験時のパラメーターが残っているため、結果の妥当性は比較的容易に確かめられる。3.2節では、飛行するハトに取り付けられた慣性センサーから得られたデータに対して適用した結果である。こちらは不明なパラメーターも多いため、前節で紹介した方法のうち、適用可能なもののみの結果となる。

3.1 実振り子への適用

実データに対する解析方法の妥当性を検証するために、実際の振り子のデータを使った。池本による先行研究 [3] でスイッチサイエンス社製の「ちょっとすごいロガー」（以下 CSL）を振り子につけ、実際に振動させ、計測された加速度と角速度のデータを用いている。以下リアル振り子データと呼ぶ。リアル振り子データには、取り付け角度 χ が -4.2° 、 -41.2° のものと初期角度 θ_0 が小さいもの、大きいものの組み合わせ計 4 種類ある。これらを D2a, D2b, D2c, D2d とする。4 種類のリアル振り子データのパラメーターを表 3 を示す。

表 3: リアル振り子のパラメーター

パラメーター	D2a	D2b	D2c	D2d
$H[m]$	0.1915	0.1915	0.1915	0.1915
$Lz[m]$	0.2233	0.2233	0.1962	0.1962
$Lx[m]$	0.0164	0.0164	0.1718	0.1718
$M[kg]$	0.885	0.885	0.885	0.885
$I_G[kg \cdot m^2]$	0.00878	0.008778	0.008778	0.008778
$\chi[deg]$	-4.2	-4.2	-41.2	-41.2
$\theta_0[deg]$	約 20	約 80	約 20	約 80
$f_d[N]$	0	0	0	0

CSL で取得した時系列には、少なからずノイズが存在する。そのノイズの影響が少なくなるように、まず自己相関関数で計測した周期 T を使って波形を切り取り、平均化を行なった。以降の解析は平均化した時系列を用いた。

3.1.1 角度 ψ

D2a, D2b, D2c, D2d の平均化した時系列データから、2.4.1 で述べた方法を用いて、実験室系とセンサー系のなす角度 ψ を推定した。実験時に角度は測定されていないので、誤差を評価することはできないが、図 23, 図 24, 図 25, 図 26 をみると、滑らかに ψ が変化しているのがわかる。

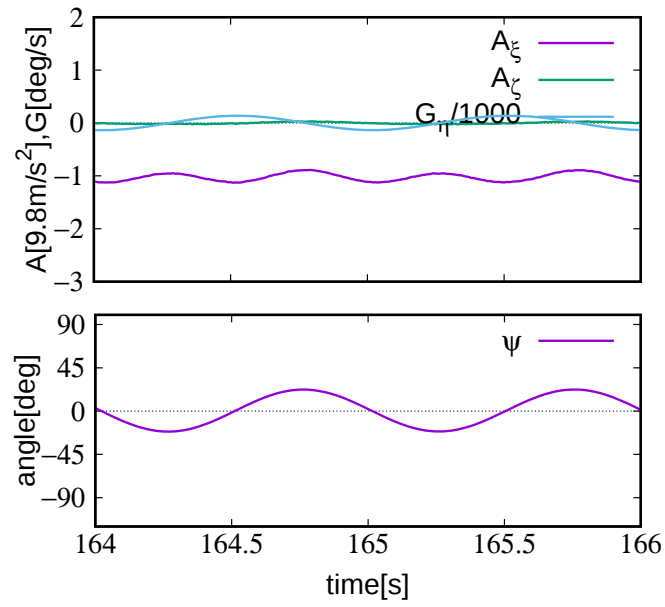


図 23: D2a の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，実験室系とセンサー系のなす角 ψ （図下）．

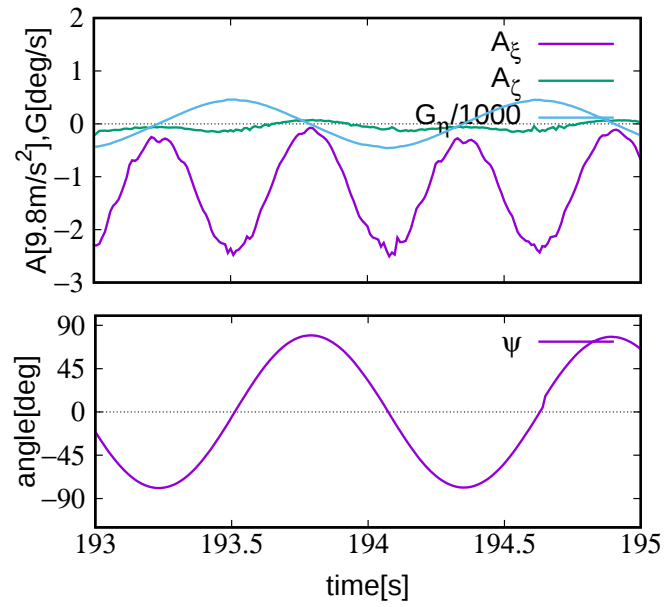


図 24: D2b の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，実験室系とセンサー系のなす角 ψ （図下）．

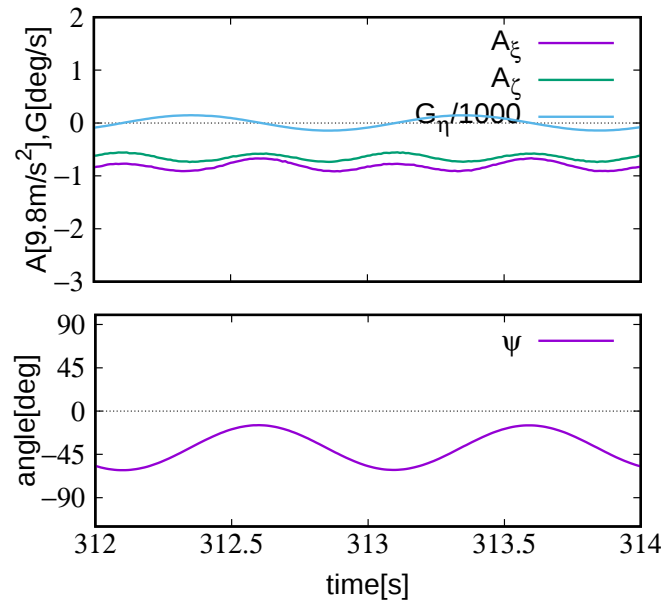


図 25: D2c の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，実験室系とセンサー系のなす角 ψ （図下）．

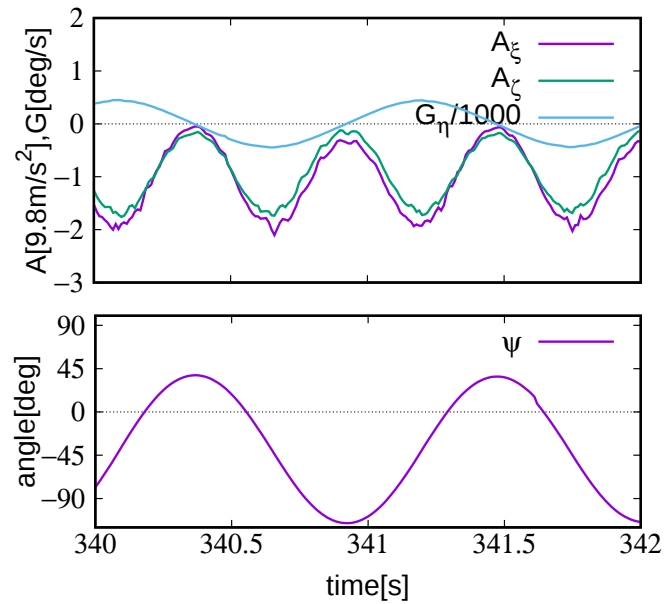


図 26: D2d の加速度，角速度の時系列データ（図上）と，実験室系とセンサー系のなす角 ψ （図下）．

3.1.2 最小運動点

D2a の平均化した時系列データから，2.5.1 で述べた方法を用いて最小運動点の位置を推定した．振り子における最小運動点は支点と同一であるので，実験時に画像から計測されたデータから推定される座標の位置と比較することができる．図 27 のように推定した最小運動点 (ξ_Q^*, ζ_Q^*) と支点の位置が良くあっていることがわかる．

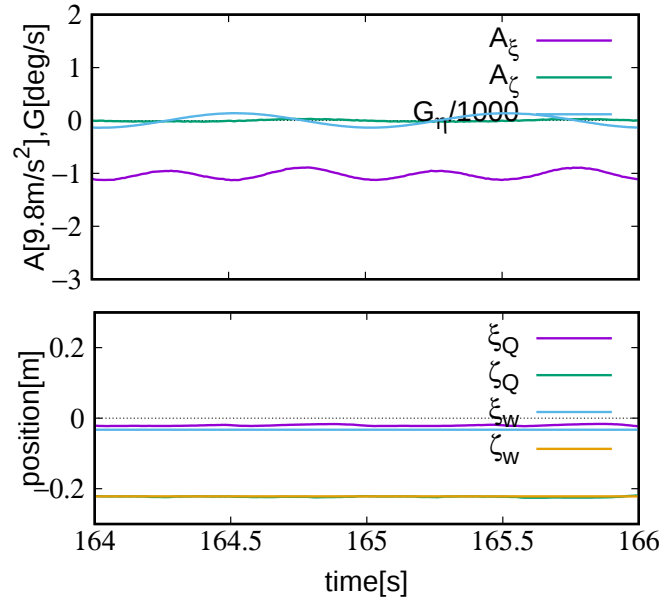


図 27: D2a の加速度，角速度の時系列データと最小運動点の位置 (ξ_Q^*, ζ_Q^*) と，支点の位置 (ξ_w, ζ_w) 。

3.1.3 等速度点

D2a の平均化した時系列データから，2.6 で述べた 2 種類の方法を用いて等速度点の位置を推定した（図 28，図 29）．振り子の場合等速度点は最小運動点と同様支点となる．推定した角度を用いた方法では，図 28 のように，大まかな推定は可能であった．しかし，躍度および角躍度を用いた方法だと，図 29 のように，大きな誤差が出ている．特に，角速度が 0 になる点，つまり振り子の振幅が最大になるときには誤差が顕著に現れた．躍度すなわち慣性センサーで測定される加速度の 1 階微分と，角躍度すなわち角速度の 2 階微分を用いるため，センサーのノイズの影響が出やすいと考えられる．

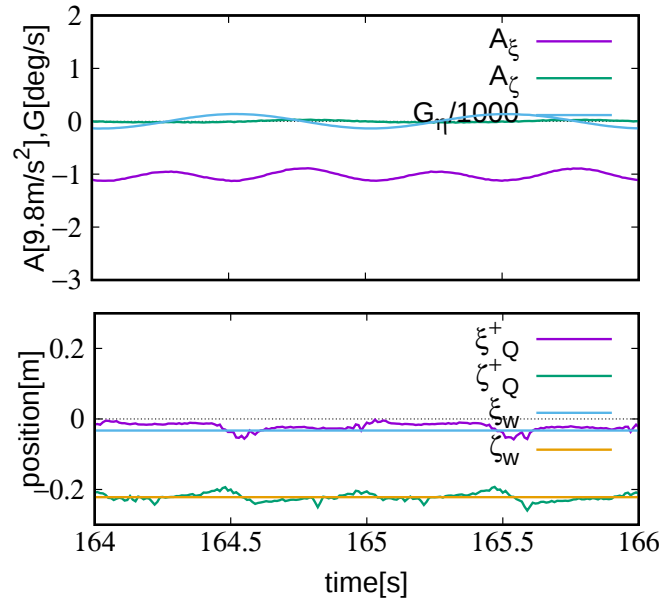


図 28: D2a の加速度，角速度の時系列データと，推定した角度を用いて推定した等速度点の位置 (ξ_Q^+ , ζ_Q^+) と支点の位置 (ξ_w , ζ_w)．

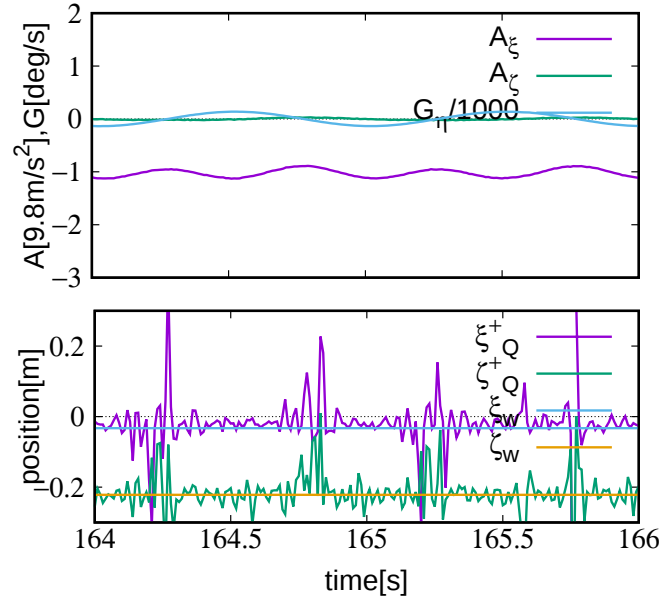


図 29: D2a の加速度，角速度の時系列データと，躍度および角躍度を用いて推定した等速度点の位置 (ξ_Q^+ , ζ_Q^+) と支点の位置 (ξ_w , ζ_w).

3.1.4 実験室系におけるセンサーの変位

D2b の平均化した時系列データから，2.7.1 で述べた方法を用いて，センサーの変位を推定した（図 30）．振り子の往路と復路で通過位置が数 cm 異なるように見えるが，実際にはセンサーは固定されているので同じ場所を通っている．この誤差はノイズによって引き起こされるものであると考えられる．

3.1.5 力

リアル振り子 D2b の力の推定を行なった結果，図 31 のようになった．実験時に力は測定されていないので，誤差等を見積もることはできないが，モデル振り子データでの推定時系列（図 21）と比較して妥当であると思われる．

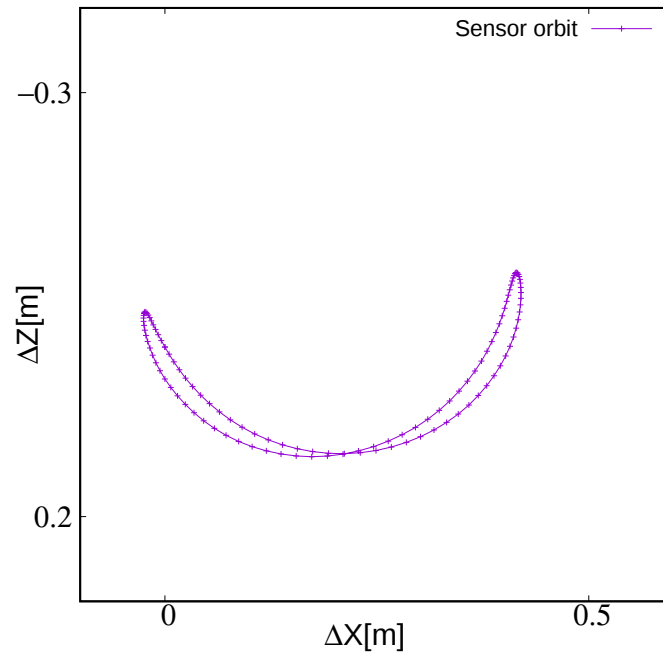


図 30: D2b の加速度，角速度の時系列から推定した実験室系におけるセンサーの変位．

3.2 飛行するハトのデータへの適応

本節では英国で行われた実験から得られたデータを用いている [7]．図 32 のように，飼いならされたレースハトに慣性センサーおよび GPS を内蔵したロガーを取り付け，飛行させた後にロガーから飛行中の加速度および角速度，さらに GPS から緯度・経度・高度の時系列を取得している．

ハトの飛行状態は大きく 2 種類に分けられることが知られている．一方は遠方から巣に帰る場合であり，帰巣飛行（homing flight）と呼ばれる．他方は，巣の周りを旋回するような場合であり，自由飛行（free flight）と呼ばれる．前者は後者に比べて速度が大きく，また軌道も直線的である．本研究では二次元的な運動を取り扱う前提のため，帰巣飛行に着目した．GPS の位置情報から比較的直線性の高い軌道を描いているような飛行状態を選択し，さらに周期性の高い時系列を選んで解析している．



図 32: センサーが取り付けられたハト

飛行時の座標系の取り方は，図 33 に示した通りである．リアル振り子データを解析した場合と同様に，平均化した時系列から見積もったところ，選択した時系列における周期はおおよそ 0.14 から 0.19[s] で，これは羽ばたき運動を表していると考えられる，本節では，この飛行するハトから得られた時系列に対して，2 章で提案した運動の特徴とそれを抽出する方法を適用することでハトの飛行中の動態を運動学的な立場から解析する．

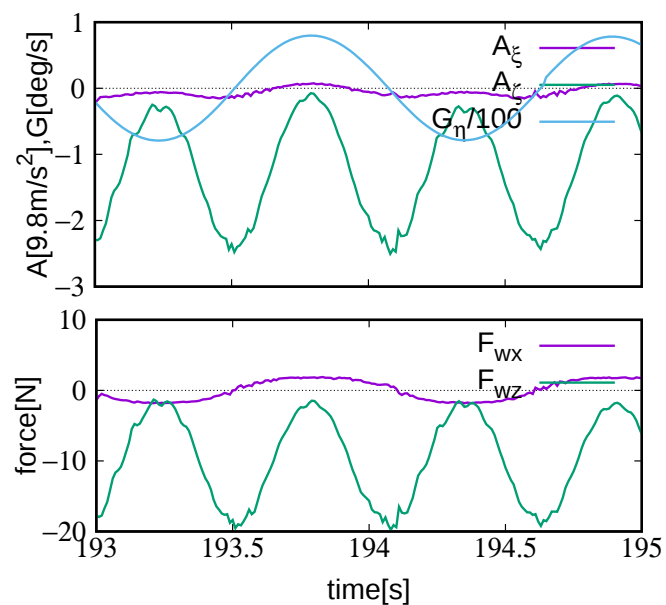


図 31: D1b の加速度，角速度の時系列（図上）と支点 w にかかる力の x 成分，z 成分（図下）。

3.2.1 角度 ψ

まず，ハトの加速度，角速度の時系列データから，振り子のデータ同様に角度の推定を行った。これは飛行時のハトの背中と地上の傾きを表していると考えられる。推定された角度の時系列を図 34 に示す。角度は一周期の間に約 4° から 12° の間で変化している。

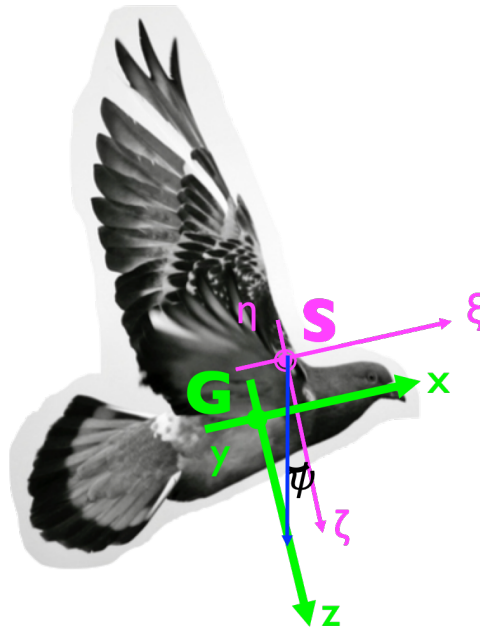


図 33: ハトの飛行時のセンサー系と重心系

3.2.2 最小運動点

ハトの加速度，角速度の時系列データから，振り子のデータ同様に最小運動点の推定を行った．与える時間範囲 τ は周期 T とその半分 $T/2$ の 2 パターンで推定した．図 35 のように $\tau = T$ の時，最小運動点の位置はほぼ一定となった．一方，図 36 のように $\tau = T/2$ の時，最小運動点の位置は変化している．これは加速度の揺らぎが小さな点が，羽ばたきの 1 周期の間にセンサー後方とセンサー前方の間を移動していることを表している．

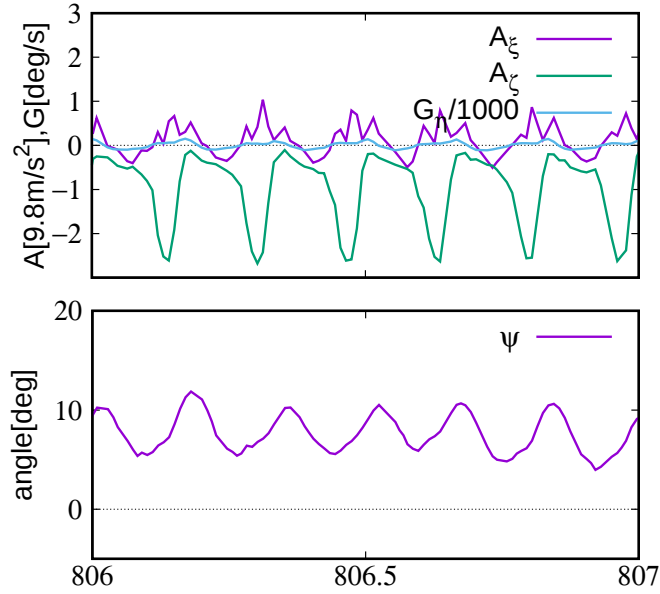


図 34: ハトの飛行時の典型的な加速度，角速度の時系列（図上）とそこから推定した実験室系とセンサー系のなす角度 ψ （図下）。

3.2.3 等速度点

ハトの加速度，角速度の時系列データから，振り子のデータ同様に等速度点の推定を2種類の方法で行なった．推定した角度を用いて推定した結果を図37に，躍度と角躍度を用いて推定した結果を図38に示す．どちらを見ても，センサーから数 m の位置に等速度点があるという結果が得られている．最小運動点の分析において与える時間範囲を $T/2$ とした時，最小運動点の位置が変位していたことから，等速度点は振り子のように固定されていないと考えることができる．そのため，最小運動点が時間変化しないという仮定のもとで計算されていた躍度および角躍度を用いた等速度点の推定方法はハトの飛行の解析には適当ではないと考えられる．

3.2.4 実験室系におけるセンサーの変位

センサーの変位を決めるために必要な式(61)は，1周期で変位が0になることを意味しているが，ハトは有限の速度で移動しているため，実験室系では式(61)は成り立たない．しかし，ハトの平均速度で移動している座標系からみれば式(61)は成立する．このことに注意して，ハトの加速度，角速度の時系列データから，ハトの平均速度で移動している座標系におけるセンサーの変位を推定した．図39は羽ばたき1回分のセンサーの変位である．ハトの背中では1周期の間に上下に $1.5cm$ ，前後に $0.5cm$ 程度変位することが判明した．

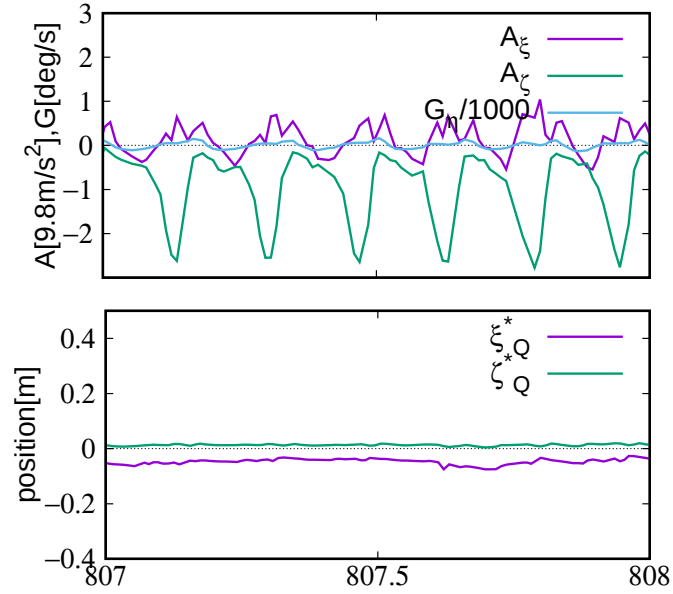


図 35: ハトの飛行時の典型的な加速度，角速度の時系列（図上）と，時間範囲 T で計算した最小運動点 (ξ_Q^*, ζ_Q^*)（図下）。

3.2.5 ハトの飛行動態に関する考察

今回解析した時系列でハトの羽ばたき運動は約 $0.14[s]$ から $0.19[s]$ の周期で振動していることが判明した。また，図 34 の A_ζ の時間的な変化は，ハトの羽ばたき運動ともっとも密接に関係していると考えられる。例えば A_ζ が負の最大値を撮るタイミングは翼を打ち下ろしている状態に対応しており，逆に A_ζ が負の最小値を撮るタイミングでは翼を振り上げている状態に対応していると考えるのが自然であろう。角度，最小運動点，センサーの変位などの抽出された特徴と翼の運動を組み合わせることで，飛行中のハトの姿勢や動態が翼から受ける力の時間変化，揚抗比，エネルギー消費などに関する知見が得られるのではないかと期待される。

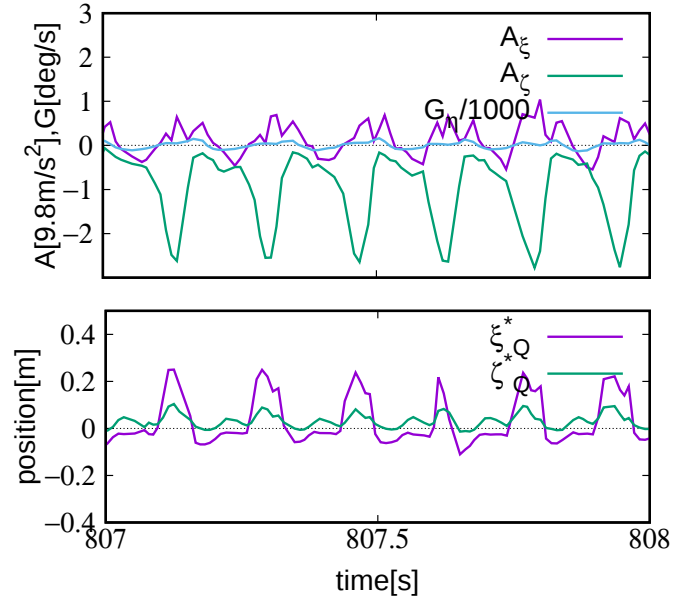


図 36: ハトの飛行時の典型的な加速度，角速度の時系列（図上）と，時間範囲 $T/2$ で計算した最小運動点の座標 (ξ_Q^*, ζ_Q^*) （図下）．

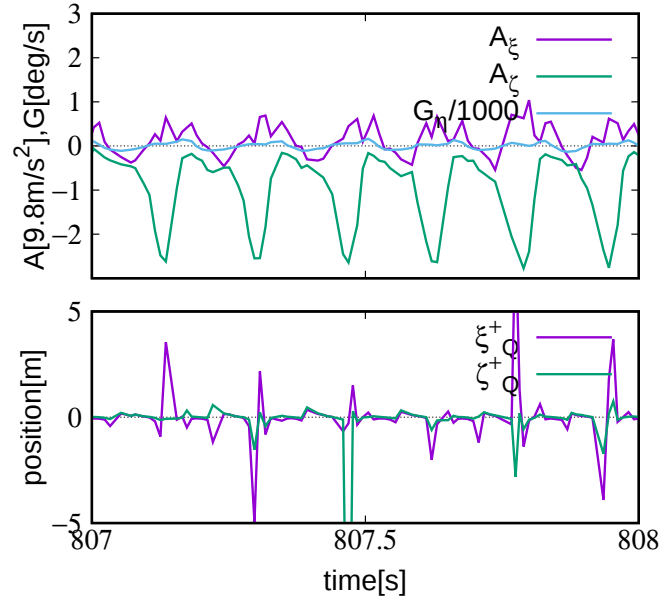


図 37: ハトの飛行時の典型的な加速度，角速度の時系列（図上）と，推定した角度 ψ で計算した等速度点 (ξ_Q^+, ζ_Q^+) の座標（図下）．

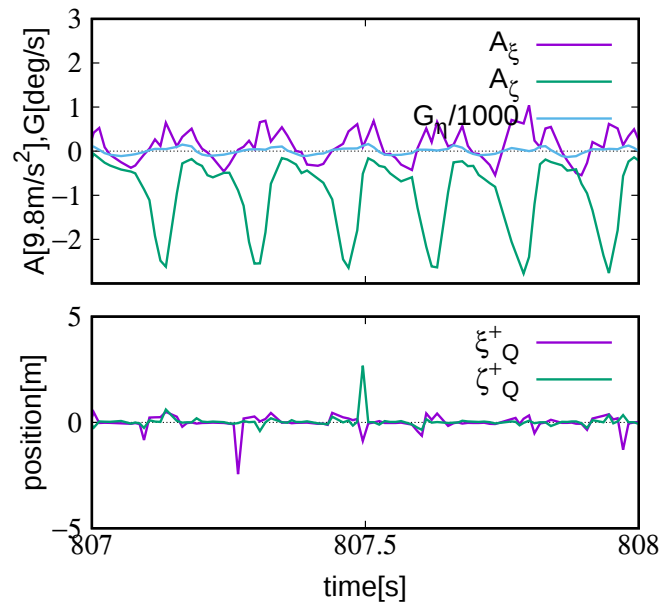


図 38: ハトの飛行時の典型的な加速度，角速度の時系列（図上）と，躍度および角躍度を用いて計算した等速度点 (ξ_Q^+ , ζ_Q^+) の座標（図下）。

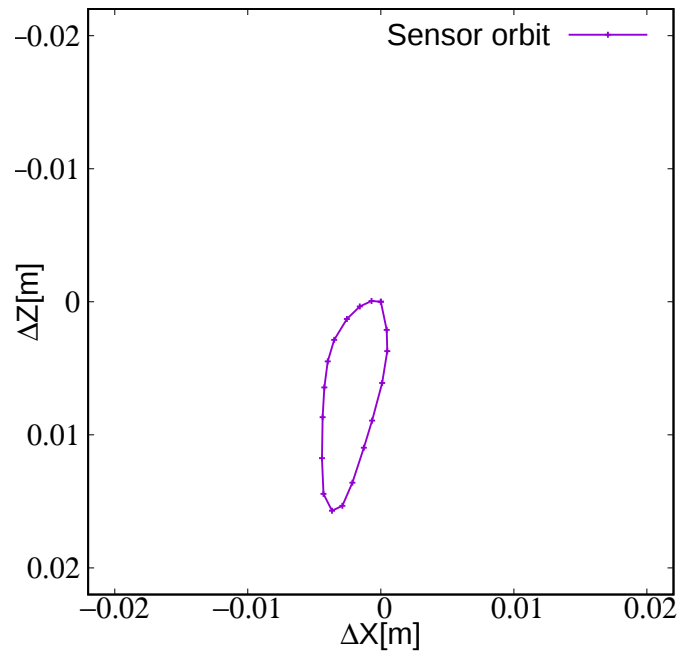


図 39: ハトの飛行時の典型的な加速度，角速度の時系列から推定したハトの平均速度で移動する系におけるセンサーの 1 羽ばたき分の変位。

4 結論

慣性センサーを用いた運動体の運動の特徴を推定する方法を開発した。運動の特徴としては周期、実験室系とセンサー系の角度、最小運動点、等速度点、センサーの変位、力などである。これらを推定する方法は、モデル振り子のようなノイズのないデータではどれもある程度の精度で推定することができ、理論的には推定可能であることがわかった。しかし、実際に慣性センサーを振り子に取り付け、そこから得られた加速度、角速度の時系列データを用いた場合ではうまくいく場合といかない場合があることがわかった。周期、実験室系とセンサー系の角度、最小運動点は良い精度で推定できることが判明したが、推定した角度を用いた等速度点は、瞬間的な加速度、角速度を用いるため数 cm 単位の誤差が出た。また、躍度および角躍度を用いる方法は、慣性センサーが測定する加速度の 1 階微分、角速度の 2 階微分を使用しているため、ノイズの影響が出やすく、10cm 単位の誤差がでることもあった。センサーの変位に関しては、振り子の往路と復路で数 cm 程度異なる場合が見られた。

最後に飛行状態にあるハトに取り付けたセンサーから取得された加速度、角速度の時系列データを用いて、運動の特徴の推定を行ってみた。その結果

- ハトは直線的な運動中、背中を地面から約 4° ~ 12° 傾けて飛行している。
- 飛行中のハトの最小運動点は翼の振り上げ時は背中付近に、翼の振り下げ時はハトの頭前方にある。
- ハトの等速度点（回転の軸）は 1 羽ばたき中に変化している。
- 飛行中のハトの背中は 1 羽ばたき内で上下 1.5cm、前後に 0.5cm 適度変位がある。

などが推定された。

現状、ハトのデータの一部しか解析をしていないため、パターンが見つけない。自由飛行と帰巢飛行で羽ばたき運動にどのような違いがあるのかを調べることは今後の課題である。ハトの飛行状態の動態解析としては、風洞内で飛行中のハトを複数の高速度カメラで撮影し、視覚的に捉えるといった研究もなされている。それらの知見との比較も可能であると考えられる。また、本研究では運動体は鉛直面内を運動すると仮定したが、旋回状態など運動の 3 次元性を取り入れなければならない場合もあり、解析方法を三次元に拡張することも今後の重要な課題である。

参考文献

- [1] L. Gerencsér, et al., PLOS ONE, **8** (2013) e77814.
- [2] E. Dorschky , et al., Journal of Biomechanics, **95**,109278(2019).
- [3] 池本祥太郎, 大阪府立大学大学院工学研究科平成 30 年度修士論文 (2019).
- [4] 古瀬 則夫・渡邊 高志・星 宮 望 , 生体医工学 **43(4)**,538-543(2005).
- [5] M. Angeela , et al., The Journal of Experimental Biology **213**, 1651-1658(2010).
- [6] B. Tobalske,K. Dial, The Journal of Experimental Biology **199**, 263-280 (1996).
- [7] M. Nagy, private communication.

謝辞

本研究を遂行するにあたり、指導教員の水口毅先生には、計算手法の助言や、分析のアドバイスなど様々な場面で多くの助言をいただきました。熱心に指導してくださった水口毅先生には深く感謝いたします。そして、経済面や生活面を支えて下さった家族に深い敬意と感謝を示し、本論文の結びとさせていただきます。

A 付録

2.8で紹介した力の推定には，センサー系における重心の位置や作用点の位置などのパラメーターが不明な場合も有り得る．付録では，これらのパラメーターを推定する試みとして機械学習を用いた方法を述べる．

式 (88) を変形すると，

$$-f_d z_w \cos \psi + f_d x_w \sin \psi - (I_G - M x_w \xi_G - M z_w \zeta_G) \ddot{\psi} + (M x_w \zeta_G - M z_w \xi_G) \dot{\psi}^2 + M z_w A_\xi - M x_w A_\zeta = 0 \quad (90)$$

となる．

$$B = I_G - M x_w \xi_G - M z_w \zeta_G \quad (91)$$

とおき， $B \neq 0$ とすると，式 (90) より

$$\ddot{\psi} = -\frac{f_d z_w}{B} \cos \psi + \frac{f_d x_w}{B} \sin \psi + \left(\frac{M x_w \zeta_G - M z_w \xi_G}{B} \right) \dot{\psi}^2 + \frac{M z_w}{B} A_\xi - \frac{M x_w}{B} A_\zeta \quad (92)$$

とかける．これを

$$C_1 = -\frac{f_d z_w}{B} \quad (93)$$

$$C_2 = \frac{f_d x_w}{B} \quad (94)$$

$$C_3 = \frac{M x_w \zeta_G - M z_w \xi_G}{B} \quad (95)$$

$$C_4 = \frac{M z_w}{B} \quad (96)$$

$$C_5 = -\frac{M x_w}{B} \quad (97)$$

とすると，測定量 ψ ， $\dot{\psi}^2$ ， A_ξ ， A_ζ ， $\ddot{\psi}$ を使って，

$$\ddot{\psi} = C_1 \cos \psi + C_2 \sin \psi + C_3 \dot{\psi}^2 + C_4 A_\xi - C_5 A_\zeta \quad (98)$$

と線型結合した形にすることができる．この形にすることによって， C_1 から C_5 までを重回帰分析を用いることで求めることが可能ではないかと考えた．しかし，重回帰分析は説明変数 $(\cos \psi, \sin \psi, \dot{\psi}^2, A_\xi, A_\zeta)$ 自体に相関があると，良い結果が出ないという特徴がある．振り子の時系列データはこれにあてはまったため，重回帰分析をすることができなかった．