2022/05/13

$$\cos : [0, \pi] \longrightarrow [-1, 1]$$

なる 全単射

Prop 14.33 $\chi : p(x) \longrightarrow \mathcal{F}(x, \{0,1\})$

$$A \longmapsto \chi_A$$

☺   surj.

$\left[\begin{array}{l} \text{示すこと:} \ \forall f \in \mathcal{F}(x, \{0,1\}) \ , \ \exists A \in p(x) : \\ \qquad\qquad f = \chi_A \end{array} \right]$

$\forall f \in \mathcal{F}(x, \{0,1\})$ とる.

すなわち $f : X \longrightarrow \{0,1\} :$ map

$\left[\text{示すこと:} \ \exists A \in p(x) : \ f = \chi_A \right]$

$$A := \{\, x \in X \mid f(x) = 1 \,\} \quad \text{とおく.} \quad A \in \mathcal{P}(X)$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{示すと:} \quad f = \chi_A \\ \text{ie,} \quad \forall x \in X, \quad f(x) = \chi_A(x) \end{array}\right]$$

$$\forall x \in X \quad \text{とる.}$$

$$\{\, \text{示すと:} \quad f(x) = \chi_A(x) \,\}$$

$$x \in X \quad \text{より} \quad x \in A \ \lor \ x \in X - A.$$

$$x \in A \ \text{のとき,} \quad f(x) = 1 = \chi_A(x)$$

$$x \in X - A \ \text{のとき,} \quad f(x) = 0 = \chi_A(x) \quad /\!/$$

<u>inj. とする</u>

$$\left[\, \text{示すと:} \quad \forall A, A' \in \mathcal{P}(X) \ \big(\chi_A = \chi_{A'} \big), \ A = A' \,\right]$$

$$\forall A, A' \in \mathcal{P}(X) \ \big(\chi_A = \chi_{A'} \big) \quad \text{とる.}$$

$$\{\, \text{示すと:} \quad A = A' \,\}$$

$$x \in A \iff \chi_A(x) = 1$$

$$\iff \chi_{A'}(x) = 1 \iff x \in A' \quad /\!/$$