

2022/07/01

Ex. 3.1.3

☹️ $\left[\begin{array}{l} \text{証せよ: (1) } \forall a \in \mathbb{N}, a < a \\ \text{(2) } \forall a, b \in \mathbb{N} (a < b, b < a), a = b \\ \text{(3) } \forall a, b, c \in \mathbb{N} (a < b, b < c), a < c \end{array} \right]$

(1) $\forall a \in \mathbb{N}$ せよ.

$\left[\text{証せよ: } a < a \text{ せよ, } \frac{a}{a} \in \mathbb{N} \right]$

$$\frac{a}{a} = 1 \in \mathbb{N} \text{ 故に } a < a \quad //$$

(2) $\forall a, b \in \mathbb{N} (a < b, b < a)$ せよ

$\left[\text{証せよ: } a = b \right]$

$$a < b \text{ 故に } \frac{a}{b} \in \mathbb{N} \quad \therefore \frac{a}{b} \geq 1$$

$$b < a \text{ 故に } \frac{b}{a} \in \mathbb{N} \quad \therefore \frac{b}{a} \geq 1$$

$$\text{よって } b \geq a, a \geq b \text{ 故に } a = b //$$

(Rem. \rightarrow \mathbb{N} は \mathbb{Z} に \subset である)
 \rightarrow \mathbb{N} は \mathbb{Z} に \subset である)

(3) $\forall a, b, c \in \mathbb{N} (a < b, b < c) \Rightarrow a < c$

[$\exists x, y, z: a < x, y < z, \frac{y}{x} \in \mathbb{N}$]

$$a < b \Rightarrow \frac{b}{a} \in \mathbb{N}$$

$$b < c \Rightarrow \frac{c}{b} \in \mathbb{N}$$

$$\therefore \frac{c}{a} = \frac{c}{b} \cdot \frac{b}{a} \in \mathbb{N}$$

$$\therefore a < c$$

//

17 3.16



\mathbb{N} is \times :

[$\exists x, y, z: \exists a, b \in \mathbb{N} : a < b \wedge b < a$]

$$a=2, b=3 \in \mathbb{N}, a, b \in \mathbb{N}$$

[$\exists x, y, z: a < b \wedge b < a$]

$$\frac{b}{a} = \frac{3}{2} \notin \mathbb{N} \Rightarrow a < b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \notin \mathbb{N} \Rightarrow b < a$$

//

$\mathcal{P}(X)$ 上の "C" ($\#X > 1$)

[証明: $\exists A, B \in \mathcal{P}(X) : A \subset B$ 且 $B \not\subset A$]

$\#X > 1$ 故

$\exists a, b \in X : a \neq b$

$A := \{a\}$, $B := \{b\}$ とすれば可なり //