2022/07/08

Prop 3.3.6

$\because$ (1) $W \subset W$ なので //

(2) [示すこと: $\forall a \in W \left(\{x \in W \mid a < x\} \neq \phi \right)$,

$\exists a' \in W$: a' は a の直後]

$\forall a \in W \left(\{x \in W \mid a < x\} \neq \phi \right)$ をとる.

[示すこと: $\exists a' \in W$: a' は a の直後]

$A := \{x \in W \mid a < x\}$ とおく.

$A \neq \phi$ より. $\exists \min A =: a'$.

[示すこと: a' は a の直後

i.e, (i) $a < a'$ (ii) $\nexists x$: $a < x < a'$]

(i) $a' \in A$ より $a < a'$

(ii) $\exists x$: $a < x < a'$ と仮定すると

$x \in A$, $x < a' = \min A$ となり矛盾 //

<u>Thm</u> 3.3.10

(∵) $W' := \{ x \in W \mid x は P をみたす \}$ とおく.

[示すこと: $W' = W$ i.e. $W' \supset W$]

$W' \subsetneq W$ と仮定する.

よって $A := W - W' \neq \phi$

W: 整列なので $\exists \min A =: a_0$

$a_0 \in A = W - W'$ より $a_0 \notin W'$.

一方で,

<u>claim</u> $\forall x \in W\ (x < a_0)$, xは P をみたす

∵) $\forall x \in W\ (x < a_0)$ をとる.

[示すこと: xは P をみたす, i.e. $x \in W'$]

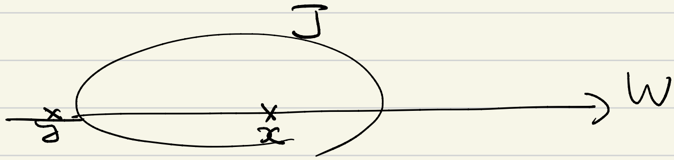
$x < a_0 = \min A$ より $x \notin A = W - W'$

$\therefore x \in W'$ //

Thmの条件より a は P をみたす

$\therefore a \in W'$ 矛盾 //

Lem 3.3.11



∵

$\left((*) \ \forall x \in J, \ \forall y \in W \ (y < x), \quad y \in J \right)$

$J = W$ のとき OK

$J \neq W$ のとき,

[示すこと: $\exists a \in W : \quad J = W\langle a \rangle$]

$A := W - J \neq \phi$ より

$\exists \min A =: a$

[示すこと: $J = W\langle a \rangle$]

$(\subset)$ [示すこと: $\forall x \in J, \quad x \in W\langle a \rangle$]

$\forall x \in J$ をとる.

[示すこと: $x \in W\langle a \rangle$ i.e., $x < a$]

$x \geqq a$ とすると $(*)$ より $a \in J$

これは $a \in A$ に矛盾 $\therefore$ $x < a$ //

(⊃) [示すこと: $\forall x \in W(a)$, $x \in J$]

$\forall x \in W(a)$ をとる.

[示すこと: $x \in J$]

$x < a = \min A$ より

$x \notin A = W - J$

$\therefore$ $x \in J$ //