

2022/07/26

Ex 362 の演算:

$$(1) \quad \mathcal{F}(X, \mathbb{R}) := \{ f: X \rightarrow \mathbb{R} : \text{map} \}$$

$$\text{よって, } f+g: X \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto (f+g)(x) := f(x) + g(x)$$

$$\lambda f: X \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto (\lambda f)(x) := \lambda \cdot f(x)$$

これを "関数の和, スカラー倍" とする

Def 363 の補定:

"一致独立" = "△が成り立つ" ;

たとえば $2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0$ と仮定,

$$x_3 = -\frac{2}{5}x_1 - \frac{3}{5}x_2.$$

よって, x_3 はたまたま決められる...

Thm 368



$$\mathcal{M} := \{ N \subset X \mid N \text{ は } C \text{ である} \}$$

Zorn の補題
全順序集合の
最大元 \exists 也

とす。

(M, C) は 全順序集合

全順序
: $(\Rightarrow) \forall WCA (W: \text{全順序} \neq \emptyset)$
 \exists 上段

claim $(M, C) : \text{全順序}$

($\text{i.e. } \forall N \subset M (N: \text{全順序} \neq \emptyset), \exists$ 上段)

$\therefore \forall N \subset M (N: \text{全順序} \neq \emptyset) \exists$ 也。

[証明: N は 上段 \exists 也]

$$N^* := \bigcup_{N \in \mathcal{M}} N \quad \text{とす。}$$

これは 上段 に 入る。

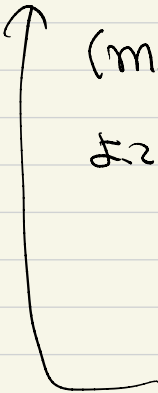
claim $N^* \in \mathcal{M}$

$\text{i.e. } N^* \text{ は } C \text{ である}$

$\text{i.e. } N^* \text{ の } \forall \text{有限部分集合は } C \text{ である}$



よって $N_1 \in \mathcal{M}$ に なる。



(m.c) は 帰納的 な 順序集合

よ2 ω_m の 補題 より

(m.c) は 極大元 $M \in C$.

i.e. $C \ni M$ は 極大 な 部分集合 //

Thm 3.64

(\Rightarrow)

V : n 次元空間, $W \subset V$ とす.

C : W は 1次独立 とす.

すなわち, C は 基底

$\therefore \exists B \subset V$: $C \cup B$ は基底

claim B : 基底 である, B は V を生成

(\Rightarrow) $\left[\begin{array}{l} \exists \text{基底 } B: \forall v \in V, \exists x_1, \dots, x_n \in B, \\ \exists \lambda_1, \dots, \lambda_n \in K: v = \lambda_1 x_1 + \dots + \lambda_n x_n \end{array} \right]$
 $\forall v \in V$ とす.

$\left[\begin{array}{l} \exists \text{基底 } B: \exists x_i \in B, \exists \lambda_i \in K: v = \lambda_1 x_1 + \dots + \lambda_n x_n \end{array} \right]$

$B \cup \{v\}$ は 1次独立 であるから,

$\exists x_i \in B, \exists \lambda_i \in K$ ($(\lambda_1, \dots, \lambda_{n+1}) \neq (0, \dots, 0)$):

$$\lambda_1 x_1 + \dots + \lambda_n x_n + \lambda_{n+1} v = 0$$

$\{x_1, \dots, x_n\}$: 1次独立 かつ $\lambda_{n+1} \neq 0$.

$$\therefore v = -\frac{\lambda_1}{\lambda_{n+1}} x_1 - \dots - \frac{\lambda_n}{\lambda_{n+1}} x_n \quad \checkmark$$