2022/10/11

Prop. 1.4.3

∵ (A1) [示すこと: $\phi, X \in \mathcal{A}$

i.e, $X - \phi\ ,\ X - X \in \mathcal{O}$]

田る //

(A2) [示すこと: ${}^{\forall}A_\lambda \in \mathcal{A}\ (\lambda \in \Lambda),\ \bigcap_{\lambda\in\Lambda} A_\lambda \in \mathcal{A}$]

${}^{\forall}A_\lambda \in \mathcal{A}\ (\lambda \in \Lambda)$ をとる

[示すこと: $\bigcap_{\lambda\in\Lambda} A_\lambda \in \mathcal{A}$

i.e, $X - \bigcap_{\lambda\in\Lambda} A_\lambda \in \mathcal{O}$]

$$X - \bigcap_{\lambda\in\Lambda} A_\lambda = \bigcup_{\lambda\in\Lambda} (X - A_\lambda) \in \mathcal{O}$$

$(\because\ X - A_\lambda \in \mathcal{O})$ //

$$\left(\begin{aligned} & x \in X - \bigcap_{\lambda\in\Lambda} A_\lambda \\ & \Longleftrightarrow x \notin \bigcap_{\lambda\in\Lambda} A_\lambda \\ & \Longleftrightarrow \neg\left({}^{\forall}\lambda \in \Lambda,\ x \in A_\lambda\right) \\ & \Longleftrightarrow {}^{\exists}\lambda \in \Lambda : x \notin A_\lambda \Longleftrightarrow \cdots \end{aligned} \right)$$

(A3) [示すこと: $\forall A_1, A_2 \in \mathcal{A}$, $A_1 \cup A_2 \in \mathcal{A}$]

$\forall A_1, A_2 \in \mathcal{A}$ をとる.

[示すこと: $A_1 \cup A_2 \in \mathcal{A}$ i.e. $X - (A_1 \cup A_2) \in \mathcal{A}$]

$$X - (A_1 \cup A_2) = (X - A_1) \cap (X - A_2) \in \mathcal{O}$$

$(\because X - A_i \in \mathcal{O})$

(∵ 自習)

//

<u>Ex.</u> 1.4.5 (1)

(∵) [示すこと: $\forall O$ (1の開近傍) , $[0.1) \cap O \neq \phi$]

$\forall O$ (1の開近傍) をとる.

[示すこと: $[0.1) \cap O \neq \phi$]

$O \in \mathcal{O}^+$ より $\exists a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$: $O = (a, +\infty)$.

$1 \in O$ より $a < 1$.

よって $[0.1) \cap O = [0.1) \cap (a, +\infty) \neq \phi$

$(\because a < 1)$

//

Ex. 1.4.5 (2)

∵ [示すこと: $\exists O$ (2の開近傍): $[a,1) \cap O = \phi$]

$O := (1.5, +\infty)$ とおけばよい //

Ex. 1.4.5 (3)

∵ [示すこと: $\forall O$ (−1の開近傍), $[0, \infty) \cap O \neq \phi$]

$\forall O$ (−1の開近傍) をとる

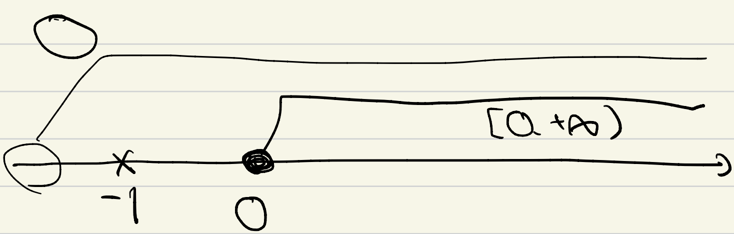
[示すこと: $[0, +\infty) \cap O \neq \phi$]

$O \in \mathcal{O}^{+}$ より $\exists a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$: $O = (a, +\infty)$

$-1 \in O$ より $a < -1$.

$\therefore [0, +\infty) \cap O = [0, +\infty) \cap (a, +\infty) \neq \phi$

$(\because a < -1)$



//

Ex. 1.4.7 (1)

$\because$ [示すこと: $\overline{A} = A$ i.e., $\overline{A} \subset A$

i.e., $X - \overline{A} \supset X - A$

i.e. ${}^\forall x \in X - A$, $x \in X - \overline{A}$]

${}^\forall x \in X - A$ をとる.

[示すこと: $x \in X - \overline{A}$

i.e., $\exists O$ (xの開近傍): $A \cap O = \phi$]

$O := \{x\}$ とおくと,

$x \in O \in \mathcal{O}^d$ より Oはxの開近傍

[示すこと: $A \cap O = \phi$]

$A \cap O = A \cap \{x\} = \phi$

$(\because x \notin A)$ //

Ex. 1.4.7 (2)

∵ $\overline{\phi} = \phi$ は明らか

$A \neq \phi$ とする

[示すこと: $\overline{A} = X$ i.e, $X \subset \overline{A}$

i.e, $\forall x \in X$, $x \in \overline{A}$]

$\forall x \in X$ をとる

[示すこと: $x \in \overline{A}$ i.e, $\forall O$ (xの開近傍), $O \cap A \neq \phi$]

$\forall O$ (xの開近傍) をとる

[示すこと: $O \cap A \neq \phi$]

$x \in O \in \mathcal{O}^{t} = \{\phi, X\}$ より

$O = X$

$\therefore O \cap A = X \cap A = A \neq \phi$ //

仮定

Prop 1.4.8 ($X - \overline{A} = (X-A)^{\circ}$)

∵ ($\subset$) [示すこと: $\forall x \in X - \overline{A}$, $x \in (X-A)^{\circ}$]

$\forall x \in X - \overline{A}$ をとる

[示すこと: $x \in (X-A)^{\circ}$

i.e. $\exists O$ (xの開近傍) : $O \subset X - A$]

$x \notin \overline{A}$ より

$\exists O$ (xの開近傍) : $O \cap A = \phi$

[示すこと: $O \subset X - A$]

$O \cap A = \phi$ より $O \subset X - A$ //

($\supset$) 同様 //

Rem $x \in X - \overline{A} \Leftrightarrow x \notin \overline{A}$

$\Leftrightarrow \neg$ ($\forall O$ (xの開近傍), $O \cap A \neq \phi$)

$\Leftrightarrow \cdots$

と、まとめてやっても (この場合は) 困らない。

Thm 1.4.9

$\because$ $\quad A$: 閉 $\iff$ $X-A$: 開

$$\iff (X-A)^{\circ} = X-A$$

$$(X-A)^{\circ} = X-\overline{A}$$

$$\iff \overline{A} = A$$

//